UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Marcos Vinicius do Lago Bezerra

Influência das Competições Educativas no Desenvolvimento do Raciocínio Lógico e no Engajamento dos Alunos em Matemática

São Luís - MA

2025

Marcos Vinicius do Lago Bezerra

Influência das Competições Educativas no Desenvolvimento do Raciocínio Lógico e no Engajamento dos Alunos em Matemática

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT do Departamento de Matemática da Universidade da Federal do Maranhão como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Profª. Renata de Farias Limeira Carvalho

Doutora em Matemática

São Luís - MA

2025

Bezerra, Marcos Vinicius do Lago
Influência das Competições Educativas no Desenvolvimento do Raciocínio Lógico e no Engajamento dos Alunos em Matemática / Marcos Vinicius do Lago Bezerra - 2025
107.p
Orientadora: Renata de Farias Limeira Carvalho
Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Rede - Matemática em Rede Nacional/ccet, Universidade Federal do Maranhão, 2025.
1. Matemática. 2. Competição. 3. Jogos. 4. Motivação. 5.Ensino.. I.Título.

Marcos Vinicius do Lago Bezerra

Influência das Competições Educativas no Desenvolvimento do Raciocínio Lógico e no Engajamento dos Alunos em Matemática

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT do Departamento de Matemática da Universidade da Federal do Maranhão como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Aprovado em 23/05/2025

BANCA EXAMINADORA

Profª. Renata de Farias Limeira Carvalho
Doutora em Matemática

Profª. Valdiane Sales Araújo
Doutora em Matemática

Prof. Vanessa Ribeiro Ramos
Doutora em Matemática

Dedico esta dissertação às pessoas que são minha base e minha maior inspiração.

Ao meu pai, Antonio José Teixeira Bezerra, por seu exemplo de força, caráter e dedicação, que sempre me incentivou a seguir em frente, mesmo diante dos desafios.

À minha esposa, Geciane Bezerra Paz, companheira incansável em cada passo desta jornada. Seu amor, apoio e compreensão foram essenciais para que eu pudesse chegar até aqui.

Às minhas filhas, Hávilla Rebeca Paz do Lago Bezerra e Melissa Liz Paz do Lago Bezerra, que iluminam minha vida e me motivam a ser sempre melhor. Que este trabalho sirva de inspiração para que nunca deixem de buscar conhecimento e acreditar em seus sonhos.

Com todo meu amor e gratidão, dedico este trabalho a vocês.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pela força, sabedoria e perseverança ao longo dessa jornada. Ao meu pai, Antonio José Teixeira Bezerra, por sempre me incentivar a seguir em frente e acreditar no poder da educação.

À minha esposa, Geciane Bezerra Paz, minha companheira em todos os momentos, pelo amor, paciência e incentivo constantes, e às minhas filhas, Hávilla Rebeca Paz do Lago Bezerra e Melissa Liz Paz do Lago Bezerra, que são minha maior motivação e fonte inesgotável de alegria.

Expresso minha profunda gratidão à Secretaria de Educação de Vargem Grande, representada por Nonato Costa e Vivia Fortes, por toda a compreensão e apoio durante minha trajetória no mestrado, permitindo que eu conciliasse essa caminhada com minhas responsabilidades profissionais.

Ao CEFAP, representado por Vanuza Cristina, chefe de departamento, e em especial ao setor de formação, representado por Aglaízis Nádia, coordenadora do setor, por todo suporte desde a minha preparação para ingressar no PROFMAT até a concretização desta dissertação.

Ao Departamento de Ensino, na pessoa da professora Roseane Brazil, chefe de Departamento, por toda a flexibilidade ao longo dos momentos decisivos do curso, permitindo que eu me dedicasse da melhor forma possível a esta pesquisa.

Um agradecimento especial ao meu amigo e coordenador do Projeto Cactus Aislan Frazão, por ceder o espaço para a implementação da minha proposta de dissertação, tornando este trabalho uma realidade.

Aos professores Edinando, Jobson, Edinaldo, Wendell, Marcos Eduardo, Antônia Francisca e Ionete, que, com comprometimento e dedicação, aplicaram de forma exemplar cada etapa do projeto e motivaram os alunos para que a competição fosse um verdadeiro sucesso, meu mais sincero agradecimento.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para esta conquista, deixo aqui meu reconhecimento e gratidão.

"Por isso não desanimamos. Embora exteriormente estejamos a desgastar-nos, interiormente estamos sendo renovados dia após dia, pois os nossos sofrimentos leves e momentâneos estão produzindo para nós uma glória eterna que pesa mais do que todos eles. Assim, fixamos os olhos, não naquilo que se vê, mas no que não se vê, pois o que se vê é transitório, o que não se vê é eterno.".

(2 Coríntios 4:16-18)

④ RESUMO

Esta dissertação investiga a influência das competições educativas no desenvolvimento do raciocínio lógico e no engajamento dos alunos em matemática, por meio da implementação de um projeto de competição de matemática no município de Vargem Grande – MA com alunos dos anos finais do ensino fundamental. O projeto foi desenvolvido dentro do Programa Cactus, já consolidado no município, e direcionado à preparação de estudantes para olimpíadas de matemática.

A metodologia envolveu a aplicação de uma avaliação diagnóstica para observar o nível inicial dos alunos, seguida por aulas estruturadas com roteiros de aulas focados no desenvolvimento de habilidades matemáticas e no aprimoramento do raciocínio lógico, finalizando com uma avaliação final para conseguir visualizar o avanço alcançado pelos estudantes. Após essa etapa, os alunos que apresentaram maior desempenho foram selecionados para participar de uma competição de perguntas e respostas, propiciando um ambiente motivador para o aprendizado de Matemática.

A análise comparativa entre as avaliações diagnóstica e final mostrou avanços alcançados no aprendizado dos alunos, evidenciando que a possibilidade de competir serviu como um estímulo para o estudo da Matemática. Os resultados apontaram que as competições educativas podem servir como uma ferramenta pedagógica capaz de aumentar o engajamento e melhorar o desempenho dos estudantes na disciplina.

Palavras-chave: competições educativas, raciocínio lógico, engajamento, matemática, ensino.

ABSTRACT

This dissertation investigates the influence of educational competitions on the development of logical reasoning and student engagement in mathematics through the implementation of a mathematics competition project in the municipality of Vargem Grande – MA, involving students from the final years of elementary school. The project was carried out within the Cactus Program, which is already well-established in the municipality and aimed at preparing students for mathematics olympiads.

The methodology involved the application of a diagnostic assessment to determine the students' initial proficiency levels, followed by structured lessons with lesson plans focused on developing mathematical skills and enhancing logical reasoning. The process concluded with a final assessment to measure the progress achieved by the students. After this stage, the students with the best performance were selected to participate in a quiz-style competition, providing a motivating environment for learning mathematics.

A comparative analysis between the diagnostic and final assessments demonstrated significant learning gains, showing that the opportunity to compete served as a stimulus for studying mathematics. The results indicate that educational competitions can serve as an effective pedagogical tool to increase student engagement and improve performance in the subject.

Keywords: Educational competitions, logical reasoning, engagement, mathematics, teaching.

SUMÁRIO

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Siglas

BNCC Base Nacional Comum Curricular

CEFAP Centro de Formação e Avaliação Pedagógica

ENEM Exame Nacional do Ensino Médio

ENQ Exame Nacional de Qualificação

IDEB Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

MDC Máximo Divisor Comum

MMC Mínimo Múltiplo Comum

NCTM Conselho Nacional Americano dos Professores de Matemática

OBA Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

OBMEP Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

OCDE Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico

OLITEF Olimpíada do Tesouro Direto de Educação Financeira

PISA Programa Internacional de Avaliação de Estudantes

SAEB Sistema de Avaliação da Educação Básica

SEAMA Sistema Estadual de Avaliação do Maranhão

1 Introdução

O ensino de matemática, especialmente nos anos finais do ensino fundamental, enfrenta desafios significativos relacionados ao engajamento e à motivação dos alunos. Muitos estudantes demonstram dificuldades em compreender conceitos matemáticos, até mesmo os mais básicos, o que pode gerar desinteresse e insegurança diante da disciplina. Nesse contexto, é essencial a busca por metodologias que tornem o aprendizado mais interessante e agradável.

As competições matemáticas surgem como uma estratégia promissora para estimular o raciocínio lógico e o envolvimento dos alunos. Além de promoverem um ambiente desafiador e estimulante, essas competições incentivam a superação de dificuldades e o desenvolvimento de habilidades para o pensamento matemático. A participação em desafios dessa natureza pode contribuir para o fortalecimento da confiança dos alunos e para a construção de uma relação mais positiva com a matemática.

Com base nessa perspectiva, esta dissertação busca apresentar mais uma ferramenta para ajudar nesse trabalho que tem se tornado cada vez mais desafiador com a implementação de um projeto de competição no município de Vargem Grande – MA, envolvendo estudantes de 6º ao 9º ano do ensino fundamental que participam do Programa Cactus, divididos em dois níveis, I (com alunos de 6º e 7º ano) e II (com alunos de 8º e 9º ano).

A metodologia aplicada no estudo consistiu em uma avaliação diagnóstica para identificar o nível inicial dos alunos, seguida por um período de treinamento baseado em roteiros de aulas estruturados para desenvolver habilidades matemáticas com maior fragilidade identificadas na Avaliação Diagnóstica. Após essa preparação, os alunos foram submetidos à uma avaliação final, onde os estudantes com melhor desempenho foram selecionados para competir em um torneio de perguntas e respostas, proporcionando uma experiência lúdica e motivadora. A comparação entre as avaliações diagnóstica e final permitiu analisar os impactos da competição no aprendizado dos estudantes através de uma análise detalhada dos resultados obtidos tanto por nível quanto dentro de uma mesma turma.

Com base nisso, o presente trabalho tem por objetivo investigar a influência das competições educativas no desenvolvimento do raciocínio lógico e no engajamento dos alunos em matemática, por meio da implementação e análise de um projeto de competição matemática no município de Vargem Grande – MA. Implementando uma competição matemática de perguntas e respostas como ferramenta de motivação e engajamento, aferindo o impacto por meio do desempenho dos alunos antes e depois da participação na competição, consolidando a realização de competições como essa como ferramenta pedagógica para fomentar o interesse e a participação dos alunos na disciplina.

Visando os objetivos expostos, o presente trabalho foi estruturado e organizado em seis capítulos da seguinte forma:

No primeiro capítulo, são apresentados o contexto do estudo, introdução e os objetivos gerais e específicos, ressaltando a importância da adoção de estratégias que despertem o interesse e fomentem o engajamento dos estudantes no estudo de Matemática.

No segundo capítulo, é feita uma abordagem teórica contextualizando o cenário educacional de Vargem Grande, detalhando a estrutura do município e como cada processo se encaixa para o funcionamento da rede municipal de ensino. Em seguida, o capítulo detalha o Projeto Cactus, onde o trabalho foi implementado, explicando sua organização e objetivos. Além disso, traz uma revisão teórica sobre o uso competições como ferramentas para potencializar o aprendizado, fundamentando a proposta em obras já consolidadas.

O terceiro capítulo aprofunda-se na estrutura do projeto, descrevendo a nomenclatura utilizada para descrever as turmas e alunos, além da exposição dos resultados de cada questão de cada aluno tanto na avaliação diagnóstica quanto na final.

No quarto capítulo, são discutidos os detalhes da disputa em si, apresentando os alunos que foram selecionados por meio do resultado da avaliação final, a organização dos confrontos entre os alunos, regras da competição e premiação dos vencedores

A partir dos dados coletados, o quinto capítulo se dedica à análise dos resultados expostos no capítulo 3, trazendo reflexões pontuais sobre o desempenho dos alunos e os efeitos do projeto na aprendizagem por meio de análise gráfica e comparação na melhora da argumentação dos alunos. São discutidas as observações feitas ao longo do processo, bem como uma avaliação detalhada dos materiais produzidos, incluindo as avaliações aplicadas, os roteiros de aulas utilizados e os registros das competições.

Por fim, o sexto capítulo apresenta as considerações finais do estudo, sintetizando as principais contribuições do Projeto Cactus para a rede municipal de ensino e suas possibilidades de continuidade e expansão. Também é destacado um ponto fundamental para a pesquisa na área: a escassez de trabalhos acadêmicos que exploram competições como ferramenta pedagógica. A ausência de referências aprofundadas sobre esta temática evidencia a necessidade de mais estudos que possam validar cientificamente o impacto desse tipo de iniciativa no ensino e na aprendizagem.

2 Fundamentação Teórica

2.1 Desenvolvimento da Educação Básica de Vargem Grande - MA

A cidade de Vargem Grande conta com seis escolas que ofertam turmas de 6º ao 9º ano, e, nos últimos anos, muitos avanços têm sido conquistados no município, o que pode ser observado nos índices que medem o desenvolvimento da educação básica tanto a nível estadual, a partir do Sistema Estadual de Avaliação do Maranhão (SEAMA), quanto a nível nacional pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), conforme a tabela abaixo:

Tabela 2.1: Série histórica de Vargem Grande no SEAMA

X	2019	2021	2022	2023
Língua Portuguesa	4,9	4,7	4,8	5,7
Matemática	4,9	5,0	5,0	6,7

Fonte: Secretaria de Estado da Educação do Maranhão.

Para se ter uma noção da grandeza desse resultado, essa proficiência gerou uma nota padronizada na avaliação do SEAMA em 2023 de 3,2, superando as metas projetadas para o município que era de 1,8 para o ano de 2023, de 1,9 para o ano de 2024, de 1,9 para 2025 e de 2,0 para 2026, fazendo com que as metas precisassem ser recalculadas.

O Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) do município também reflete todo o trabalho realizado no município nos últimos anos, trazendo um avanço significativo sobretudo no ano de 2023 comparado ao ano de 2021.

Tabela 2.2: Série histórica de Vargem Grande no SAEB

X	2005	2007	2009	2011	2013	2015	2017	2019	2021	2023
Língua Portuguesa	3,8	3,6	4,1	4,4	4,2	4,3	4,3	4,7	4,5	5,4
Matemática	4,0	4,1	4,1	4,3	4,2	4,3	4,1	4,6	4,4	6,1

Fonte: INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

O IDEB de Vargem Grande também reflete todo o trabalho realizado no município nos últimos anos, trazendo um avanço significativo sobretudo no ano de 2023 comparado ao ano de 2021. Esses resultados são reflexo de uma série de ações que foram tomadas para garantir a eficiência de todo o processo educacional.

2.1.1 Centro de Formação e Avaliação Pedagógica (CEFAP)

A Secretaria Municipal de Educação de Vargem Grande dispõe de um centro especializado que promove formações bimestrais externas para todos os professores da rede municipal, contemplando cada componente curricular. Esse trabalho é conduzido por formadores experientes, capacitados para oferecer encontros que aliam teoria e prática de forma significativa. As formações têm como foco principal a atualização pedagógica dos docentes, permitindo-lhes acesso a ferramentas e metodologias inovadoras que aprimoram o processo de ensino-aprendizagem.

Esses momentos também se destacam por promoverem uma rica troca de experiências entre os participantes. Os professores têm a oportunidade de compartilhar vivências e relatar práticas bem-sucedidas, criando um ambiente colaborativo onde todos aprendem uns com os outros. Essa interação fortalece a confiança mútua e contribui para o aprimoramento coletivo da equipe docente, que sai das formações mais preparadas para atender às necessidades de seus alunos. Além disso, as formações incluem discussões sobre o alinhamento curricular, revisando e ajustando planos de aula e matrizes de referência para garantir que estejam de acordo com as metas educacionais da rede. Tudo isso é pensado para que os professores se sintam apoiados, motivados e instalados para exercerem suas funções de maneira ainda mais eficiente e comprometida com a aprendizagem de seus estudantes.

2.1.2 Acompanhamento Pedagógico

Além da formação continuada, a Secretaria Municipal de Educação de Vargem Grande mantém um setor de acompanhamento pedagógico que desempenha um papel essencial na conexão entre a Secretaria e as escolas da rede municipal. Esse setor tem como principal objetivo oferecer suporte contínuo às equipes gestoras e aos professores, criando um vínculo próximo que possibilite uma gestão pedagógica mais eficiente e alinhada às necessidades de cada unidade escolar.

Os profissionais do setor de acompanhamento pedagógico realizam visitas regulares às escolas, observando de perto as práticas em sala de aula. Eles verificam se os professores estão seguindo os planos de aula e as matrizes de referência estabelecidas anteriormente nos encontros de formação continuada, garantindo que as orientações acordadas sejam aplicadas na prática. Esse acompanhamento detalhado também inclui uma análise de como os professores estão lidando com a diversidade de aprendizes em suas turmas, avaliando se as estratégias empregadas estão sendo suficientes para atender a todos os alunos, especialmente aqueles com dificuldades de aprendizagem.

Mais do que fiscalizar, o acompanhamento pedagógico busca oferecer suporte. Sempre que são identificadas dificuldades no desenvolvimento das aulas ou no engajamento dos alunos, os profissionais do setor propõem soluções práticas, sugerem ajustes metodológicos e oferecem orientações para superar os desafios. Esse trabalho se torna ainda mais relevante para garantir que as formações continuadas tenham impacto direto no cotidiano das escolas, conectando a teoria apresentada nos encontros formativos à prática vivenciada em sala de aula. Dessa forma, o acompanhamento pedagógico funciona como um elo indispensável na busca pela melhoria contínua da qualidade da educação no município.

2.1.3 Nivelamento de Turmas

Há alguns anos o município decidiu realizar o nivelamento das turmas, a partir dos resultados de testes de fluência de leitura e escrita, bem como de testes de desenvolvimento de habilidades básicas de matemática e avaliações internas, os alunos são organizados por níveis de dificuldade. Após a organização, é elaborado pelos professores junto à coordenação pedagógica um planejamento baseado em metodologias específicas para cada nível em que o aluno se encontra, facilitando a compreensão e oportunizando a cada aluno o acesso aos conteúdos indispensáveis na construção do conhecimento acadêmico.

2.1.4 Projeto Cactus em Vargem Grande-MA

O projeto Cactus é uma iniciativa da Associação Cactus que tem como objetivo transformar jovens em protagonistas a partir da matemática, o projeto funciona atualmente em 62 cidades de 16 estados do Brasil, com impacto em mais de 180 mil estudantes.

Em Vargem Grande, o Projeto Cactus foi implementado em 2022 e rapidamente se consolidou como uma das ações mais bem-sucedidas na área de educação matemática no município. Desde o início, foram oferecidas seis turmas destinadas a alunos do 6º ao 9º ano do ensino fundamental. Esses alunos são distribuídos em dois níveis, de acordo com a série em que estão matriculados: os estudantes do 6º e 7º ano integram o Nível I, enquanto os do 8º e 9º ano compõem o Nível II. Essa organização permite atender às especificidades de cada faixa etária.

Devido à quantidade limitada de vagas no projeto, cada uma das 6 escolas da rede municipal recebe uma quantidade pré-definida de vagas e realiza um processo interno para a seleção dos alunos participantes. Após essa etapa, as turmas são formadas considerando os níveis de aprendizagem dos estudantes, de modo que as turmas são compostas por alunos com habilidades semelhantes. Esse cuidado visa garantir que todos tenham condições semelhantes de acompanhar o desenvolvimento dos conteúdos ministrados pelos professores.

As aulas do Projeto Cactus acontecem semanalmente aos sábados e têm como foco principal a preparação para competições acadêmicas, como olimpíadas e maratonas de matemática. Esse formato não apenas fortalece o aprendizado curricular, mas também motiva os alunos a superar seus próprios limites e a desenvolver um olhar mais desafiador e criativo sobre os problemas matemáticos. Em 2024, o projeto contou novamente com seis turmas, sendo duas do Nível I e quatro do Nível II, todas organizadas de forma a atender às demandas específicas dos diferentes níveis de aprendizagem.

Os resultados alcançados pelo Projeto Cactus em Vargem Grande desde sua implementação têm sido extraordinários. Entre 2022 e 2024, em parceria com o Instituto Pontes, o projeto conseguiu garantir bolsas de estudo para 13 estudantes vargem-grandenses para cursarem o ensino médio em São Luís - MA, sem custos para as famílias. Essas bolsas representam uma transformação significativa na trajetória educacional desses jovens, ampliando suas oportunidades.

Além disso, o desempenho dos alunos do projeto em competições acadêmicas tem sido motivo de orgulho para o município. Apenas no ano de 2024, os estudantes conquistaram 193 medalhas em competições de renome, como a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), a Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica (OBA), a Olimpíada do Tesouro Direto de Educação Financeira (OLITEF), além das Maratonas e Olimpíadas organizadas pelo próprio Projeto Cactus. Esses resultados reforçam a importância da iniciativa não apenas para a formação matemática dos alunos, mas também para o fortalecimento de sua autoestima.

A implementação do Projeto Cactus em Vargem Grande tem sido um marco na educação do município, demonstrando que investimentos direcionados e bem planejados podem gerar impactos profundos na vida dos estudantes. A proposta não apenas promove avanços acadêmicos, mas também transforma a forma como os jovens enxergam a matemática, oferecendo-lhes ferramentas para serem protagonistas de suas próprias histórias e construtores de um futuro mais promissor.

2.2 Visão Geral do Projeto

O projeto consistiu em realizar uma competição com os alunos de 6º ao 9º ano com direito a premiações aos alunos da equipe vencedora. As equipes deveriam ser selecionadas entre as turmas do projeto cactus por meio de uma avaliação discursiva previamente informada aos alunos para que cada um deles pudesse se preparar com empenho e motivação para obter a nota necessária para que fosse escolhido a integrar a equipe da sua turma, tendo seu professor responsável como o treinador da sua equipe, que também seria premiado caso vencesse a competição.

A ideia era conseguir motivar tanto professores quanto alunos e através de avaliações e observações, mensurar o quão significativo seria essa motivação em resultados de uma avaliação. Tendo isso em vista, a primeira fase do projeto foi a aplicação de uma avaliação diagnóstica, que nos deu a base necessária para realizar a comparação desejada.

2.2.1 Estrutura da Avaliação diagnóstica

A avaliação diagnóstica contou com 5 questões discursivas sobre temas relevantes para a matemática dos anos finais do ensino fundamental, sendo eles:

- 1ª questão - Ângulos e relações entre ângulos formados por paralelas que são cortadas por uma transversal;
- 2ª questão - Análise Combinatória utilizando o princípio fundamental da contagem.
- 3ª questão - Fatoração e divisibilidade.
- 4ª questão - Raciocínio lógico
- 5ª questão - Áreas de figuras não convencionais e utilização do teorema de Pitágoras.

Em seguida foram elaborados dois roteiros de aula específicos para que os professores trabalhassem com os alunos durante as quatro aulas seguintes com foco em problemas de olimpíadas envolvendo divisibilidade e áreas de triângulos.

2.2.2 Estrutura da Avaliação Final

Para a determinação das equipes, foi aplicada uma avaliação final, que serviria também como ferramenta para medir o avanço de cada aluno baseado na avaliação diagnóstica, tendo o mesmo formato da primeira avaliação abordando os temas contidos nos roteiros de aula de forma que fossem semelhantes à primeira avaliação.

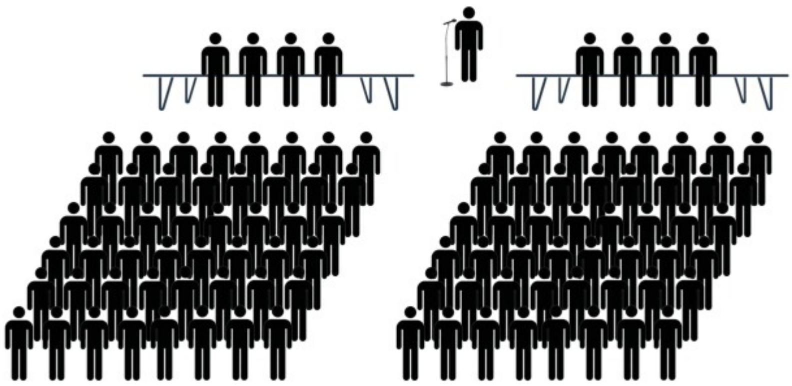
- 1ª questão - Área de triângulos que possuem mesma base e mesma altura;
- 2ª questão - Divisibilidade
- 3ª questão - Questão de olimpíada OBMEP
- 4ª questão - Raciocínio lógico
- 5ª questão - Observação de padrões

Realizada a avaliação final, os resultados foram tabulados e os alunos classificados para a montagem das equipes para a competição, de onde saíram quatro equipes de cada nível, cada equipe com quatro integrantes, que se enfrentariam mediante sorteio em modo de torneio eliminatório.

2.2.3 Estrutura da Competição

A competição foi organizada em formato de duas bancadas, uma de cada lado, com um apresentador ao centro, estes de frente para a plateia, respondendo às perguntas previamente elaboradas em bancos de questões para serem sorteadas.

Figura 2.1: Ideia para o Formato da Competição



Fonte: Imagem do autor.

As perguntas foram organizadas em três níveis, o nível fácil com perguntas básicas e quatro alternativas com apenas uma correta para que a equipe pudesse escolher no tempo de 1 minuto, perguntas de nível médio com um grau de dificuldade maior e sem alternativas para que os alunos respondessem em 2 minutos e perguntas de nível difícil que foram selecionadas a partir de provas de segunda fase da OBMEP de anos anteriores para serem respondidas dentro de 3 minutos.

Como premiação, a equipe vencedora de cada nível recebeu um troféu, uma medalha e, como presente-surpresa, o famoso livro *O Homem que Calculava*, de Júlio César de Mello e Souza sob o pseudônimo de Malba Tahan.

2.3 Uma Visão Geral do Ensino de Matemática na Educação Básica

A matemática tem sido, historicamente, um grande desafio no campo educacional, não só no Brasil, mas em todo o mundo, refletindo em avaliações que evidenciam dificuldades consistentes no aprendizado da disciplina. Internacionalmente, estudos como o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), promovido pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), têm apontado desempenhos preocupantes em matemática ao longo dos anos. Países em desenvolvimento frequentemente apresentam resultados abaixo da média global, revelando lacunas significativas na compreensão de conceitos matemáticos básicos e na aplicação prática do raciocínio lógico. Mesmo em nações desenvolvidas, onde os investimentos em educação são elevados, muitos alunos não alcançam níveis de proficiência considerados adequados para a idade em que se encontram, destacando a complexidade do processo de ensino-aprendizagem de matemática.

No Brasil, as avaliações nacionais reforçam essa tendência de dificuldade. O SAEB, principal ferramenta de diagnóstico do ensino no país, revela que boa parte dos alunos do ensino fundamental e médio não atinge sequer os níveis mais básicos de aprendizagem em matemática. A Prova Brasil e os índices como o IDEB mostram um estancamento ou retrocesso em relação às metas estipuladas, o que evidencia que as estratégias adotadas até agora não foram suficientes para superar os obstáculos. Esse cenário reflete, em parte, a desigualdade estrutural, a insuficiência na formação continuada de professores e a ausência de práticas pedagógicas que promovam o envolvimento eficaz dos alunos.

Em um recorte mais regional, o estado do Maranhão apresenta um quadro ainda mais alarmante. Os dados mostram que o desempenho dos estudantes maranhenses em matemática é um dos mais baixos do país. Essa realidade é agravada por fatores socioeconômicos, como a alta taxa de pobreza, que impacta diretamente a qualidade da educação oferecida. Escolas com infraestrutura precária, turmas superlotadas e a falta de professores criam um cenário desafiador, onde os alunos não têm acesso a recursos básicos para desenvolver plenamente suas habilidades matemáticas. Além disso, as dificuldades em matemática acabam se perpetuando ao longo da trajetória escolar, diminuindo as chances de sucesso em exames e vestibulares.

Esses resultados desfavoráveis são um reflexo da complexa interação entre problemas estruturais e pedagógicos. Para reverter esse cenário, é necessário refletir profundamente sobre as políticas públicas de educação, promover formações mais robustas e contextualizadas para os docentes, além de investir em estratégias inovadoras que despertem nos alunos o interesse e o prazer pelo aprendizado da matemática. Combater essas deficiências exige um conjunto de ações que consideram as especificidades de cada contexto, garantindo que a matemática deixe de ser vista como um obstáculo e se torne um instrumento de transformação e oportunidade.

2.3.1 Princípios e padrões curriculares do Conselho Nacional Americano de Professores de Matemática (NCTM)

Os princípios e padrões curriculares do NCTM desempenham um papel muito importante no desenvolvimento do ensino da matemática nos Estados Unidos, debatendo abordagens que vão muito além da memorização e dos processos repetitivos. Publicados inicialmente em 1989 e revisados ao longo dos anos, esses padrões foram estruturados com o objetivo de transformar a matemática em uma disciplina acessível e significativa para todos os alunos, independentemente de suas origens ou habilidades prévias. Entre os princípios, destacam-se a equidade, a coerência curricular, o foco na resolução de problemas, a valorização do raciocínio e da comunicação matemática, bem como a ênfase no uso de tecnologias como ferramentas pedagógicas.

A abordagem proposta pelo NCTM defende que o ensino de matemática deve ajudar os alunos a desenvolver habilidades de pensamento crítico e criativo, permitindo que compreendam conceitos matemáticos de forma profunda e significativa. O aprendizado deve ser mais do que um exercício de memorização de fórmulas e algoritmos; ele deve encorajar os alunos a explorarem problemas, identificarem padrões, construirem conexões e aplicarem os conhecimentos em situações práticas. Nesse contexto, ensinar matemática não é apenas transmitir conteúdos, mas também instigar nos estudantes uma mentalidade investigativa e reflexiva. Como afirma o documento Princípios e Padrões para Matemática Escolar NCTM (2000, p. 50), "Neste mundo em constante mudança, aqueles que compreendem e conseguem fazer matemática terão significativamente maiores oportunidades e melhores opções para construir seus futuros."

No Brasil, a adoção de princípios semelhantes ao NCTM tem ganhado espaço na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que também destaca a importância de promover a resolução de problemas, o raciocínio lógico e a argumentação como elementos centrais no aprendizado da matemática. No entanto, a implementação dessas diretrizes enfrenta barreiras culturais e estruturais, como a tradição de ensino centrada em aulas meramente expositivas e no treinamento repetitivo para avaliações. Essa ênfase na decoreba desestimula os alunos, afastando-os do prazer de descobrir e compreender a matemática como uma linguagem poderosa para interpretar e transformar o mundo.

Saber ensinar matemática de fato requer mais do que domínio técnico do conteúdo; é necessário compreender as múltiplas formas de pensar e aprender dos estudantes, utilizando estratégias que despertem a curiosidade e a motivação. Os professores precisam ser formados para criar ambientes de aprendizagem que valorizem a interação, a experimentação e a autonomia dos alunos, permitindo que estes vejam a matemática como algo vivo, dinâmico e conectado às suas realidades. Como defende Boaler (2016), "Não precisamos que nossos estudantes sejam computadores. Precisamos que o pensamento deles seja flexível.".

Adotar os princípios e padrões do NCTM não é apenas uma questão de modernização curricular, mas uma oportunidade de transformar a matemática em uma ferramenta de empoderamento intelectual e social. Quando os alunos se sentem motivados, desafiados e apoiados, eles não apenas desenvolvem habilidades matemáticas, mas também aprendem a raciocinar logicamente, resolver problemas complexos e trabalhar de forma colaborativa – competências fundamentais para o mundo contemporâneo. Essa mudança, no entanto, exige um compromisso coletivo: formação continuada de professores, investimentos em metodologias ativas e a valorização de práticas pedagógicas que promovam um aprendizado realmente significativo e duradouro.

2.3.2 Competições como estímulo à aprendizagem

O espírito de competição tem um papel significativo no processo de aprendizagem, especialmente em disciplinas como a matemática, que muitas vezes são vistas como desafiadoras ou até inacessíveis para muitos alunos. Quando bem conduzido, o ambiente competitivo pode se transformar em um estímulo poderoso, motivando os estudantes a se superarem, enfrentarem novos desafios e enxergarem a matemática como algo mais dinâmico e envolvente. Em vez de ser encarada como uma atividade meramente acadêmica, a matemática, no contexto competitivo, desperta o desejo de explorar, resolver e vencer. Essa motivação intrínseca para competir, superar limites e alcançar resultados concretos é um dos pilares que tornam as competições educativas tão impactantes no desenvolvimento do raciocínio lógico e na formação de competências cognitivas.

O ato de competir mobiliza emoções, como vontade de vencer e a busca pelo reconhecimento, que são fundamentais no engajamento com qualquer área do conhecimento.

Segundo Vygostsky (1991) "o pensamento propriamente dito é gerado pela motivação, isto é, por nossos desejos e necessidades, nossos interesses e emoções". Em competições matemáticas ou em ambientes competitivos dentro da sala de aula, os alunos se deparam com problemas que exigem esforço e criatividade, e o desejo de obter um bom desempenho os leva a persistir, mesmo diante das dificuldades. Esse esforço, por sua vez, resulta em um aprendizado mais profundo, que vai além da simples memorização de fórmulas ou procedimentos.

O espírito competitivo também tem um papel importante no fortalecimento da autoestima e da autoconfiança dos alunos. Ao se desafiarem e perceberem suas capacidades, os estudantes se sentem mais motivados a continuar aprendendo e a enfrentar novos obstáculos. Esse sentimento de realização pessoal é essencial, pois, como destaca George Pólya, em sua obra Mathematics and Plausible Reasoning, de 1954, "Quando você resolve um problema, você começa com uma ideia plausível, testa-a com exemplos e, se for necessário, melhora-a". Quando os alunos têm a oportunidade de competir e obter pequenos sucessos, seja resolvendo um problema complexo ou destacando-se entre seus pares, eles passam a acreditar mais em si mesmos, o que repercute positivamente em seu desempenho acadêmico.

Outro aspecto central do espírito de competição é a criação de um ambiente de aprendizagem dinâmico e interativo, onde a matemática deixa de ser uma disciplina puramente teórica e se torna uma prática viva e estimulante. Quando os alunos competem, seja individualmente ou em equipes, eles precisam colaborar, debater estratégias e pensar de maneira crítica para encontrar soluções. Essa interação não apenas enriquece o aprendizado, mas também desenvolve habilidades sociais, como a comunicação, a argumentação lógica e a capacidade de trabalhar sob pressão. Como destaca Souza e Moreira, 2006 "A aprendizagem significativa supõe vincular a nova informação com conceitos ou proposições já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz."

Além disso, o espírito competitivo cria um senso de propósito no aprendizado da matemática. Ao participar de competições ou atividades que envolvem desafios, os alunos percebem que a matemática não é apenas um conjunto de regras abstratas, mas uma ferramenta que pode ser utilizada para alcançar objetivos concretos e vencer obstáculos. Essa percepção é especialmente importante em um sistema educacional que muitas vezes se concentra na preparação para provas e avaliações padronizadas. No contexto competitivo, os alunos aprendem a valorizar o processo de pensar e resolver problemas, em vez de apenas focar em respostas corretas. Como afirmou Polya (1945) em seu livro clássico How to Solve It , "o principal objetivo da matemática é ensinar às pessoas a pensar e a resolver problemas".

É importante destacar que o espírito competitivo não precisa, e nem deve, ser sinônimo de pressão excessiva ou comparação prejudicial entre os alunos. Quando bem mediado pelos professores, ele pode ser utilizado como uma ferramenta motivacional, que valoriza tanto o esforço individual quanto o trabalho em equipe. Estudos mostram que ambientes de competição saudáveis ajudam a melhorar o desempenho geral da turma, ao mesmo tempo em que promovem um senso de comunidade e cooperação.

Portanto, ao trazer uma competição para o aprendizado da matemática, os educadores criam um cenário onde os alunos não apenas adquirem conhecimento, mas também desenvolvem habilidades e atitudes que os acompanham por toda a vida. A competição desperta a curiosidade, estimula o esclarecimento e reforça a confiança dos estudantes, mostrando que a matemática é, acima de tudo, um campo onde o esforço e a superação se traduzem em conquistas reais. Mais do que formar bons concorrentes, o espírito competitivo forma pensadores, capazes de enfrentar desafios com determinação e criatividade, tanto dentro quanto fora da sala de aula.

3 Procedimentos e Resultados

3.1 Nomenclatura das turmas e alunos

Para representar cada nível, iremos utilizar os algarismos romanos I para nível I e II para o nível II, para cada turma, iremos definir como primeiro símbolo o algarismo romano referente ao nível da turma mencionada (I ou II) seguida de uma letra que representará a turma. Por exemplo, a primeira turma do primeiro nível será descrita como IA, já a segunda turma do primeiro nível será definida como IB. Para o segundo nível, teremos a primeira turma como IIA, a segunda como IIB, a terceira como IIC e a quarta como IID. Para representar cada aluno, será utilizada a nomenclatura referente à sua turma, seguida da numeração que lhe é atribuída ao organizar a lista nominal da turma em ordem alfabética, ou seja, para a primeira turma do primeiro nível, os alunos serão nomeados por IA01, IA02, ... , IA22. Enquanto os da segunda turma serão nomeados por IB01, IB02, ... , IB18.

Para o nível II, a nomenclatura utilizada segue o mesmo padrão, sendo IIA01, IIA02, ... , IIA14 para os alunos da primeira turma, a nomenclatura IIB01, IIB02, ... , IIB15 para a segunda turma, a nomenclatura IIC01, IIC02, ... , IIC15 para representar os alunos da terceira turma e a nomenclatura IID01, IID02, ... , IID22 para representar os alunos da quarta turma.

3.2 Resultados

A seguir serão apresentados os resultados dos alunos tanto na Avaliação Diagnóstica quanto na Avaliação Final, para posterior análise que será realizada no capítulo 5.

3.2.1 Avaliação Diagnóstica

Todas as avaliações foram organizadas de modo com que cada questão tivesse como pontuação máxima 20 pontos, que na avaliação diagnóstica do nível I foram distribuídos da seguinte forma:

- 1A - 5 pontos
- 1B - 15 pontos
- 2 - 20 pontos
- 3A - 10 pontos
- 3B - 10 pontos
- 4A - 10 pontos
- 4B - 10 pontos
- 5A - 10 pontos
- 5B - 10 pontos

Já na avaliação diagnóstica do nível II foram distribuídos da seguinte maneira

- 1A - 5 pontos
- 1B - 5 pontos
- 1C - 10 pontos
- 2 - 20 pontos
- 3A - 10 pontos

- 3B - 10 pontos
- 4A - 10 pontos
- 4B - 10 pontos
- 5A - 10 pontos
- 5B - 10 pontos

x	Questões									x
ALUNO	1A	1B	2	3A	3B	4A	4B	5A	5B	NOTA
IA01	0	0	10	10	10	10	10	10	0	60
IA02	5	15	20	10	10	10	10	10	10	100
IA03	5	15	0	10	10	10	10	10	10	80
IA04	0	0	10	5	10	10	0	5	0	40
IA05	5	15	10	10	10	10	10	10	10	90
IA06	5	15	0	10	10	10	10	10	10	80
IA07	0	0	10	10	10	10	3	10	0	53
IA08	5	15	0	10	10	10	10	10	10	80
IA09	0	0	0	10	10	10	10	10	0	50
IA10	5	15	0	10	10	10	10	10	10	80
IA11	0	0	10	10	10	10	10	7	0	57
IA12	5	15	0	10	3	10	10	10	5	68
IA13	0	0	10	5	5	0	10	3	5	38
IA14	5	15	10	10	10	10	10	10	10	90
IA15	0	0	10	10	10	10	10	5	0	55
IA16	0	5	0	5	5	0	3	0	0	18
IA17	5	15	10	5	10	10	10	10	10	85
IA18	0	15	10	10	10	10	10	10	0	75
IA19	2	5	0	10	0	10	10	10	5	52
IA20	0	0	10	2	5	0	0	4	0	21
IA21	0	0	10	5	5	10	10	0	0	40
IA22	5	15	10	10	10	10	10	10	10	90

Tabela 3.1: Resultados da Turma IA - Avaliação Diagnóstica

X	QUESTÕES								X
ALUNO	1A	1B	2	3A	3B	4A	4B	5A	5B	NOTA
IB01	5	15	5	5	5	10	10	10	10	75
IB02	0	0	10	10	10	10	10	10	10	70
IB03	5	15	10	5	5	10	10	10	10	80
IB04	5	15	0	10	10	10	10	10	10	80
IB05	0	0	5	5	5	10	0	10	5	40
IB06	0	5	20	10	10	10	10	10	10	85
IB07	0	0	0	0	0	0	10	5	0	15
IB08	0	0	10	0	0	10	0	0	0	20
IB09	0	0	0	0	0	10	5	0	0	15
IB10	0	0	10	0	0	10	10	10	0	40
IB11	5	15	10	10	10	10	10	10	0	80
IB12	0	0	0	10	5	0	10	0	0	25
IB13	0	0	5	0	0	0	0	5	0	10
IB14	0	0	5	0	0	0	0	0	0	5
IB15	0	0	10	5	5	10	10	0	0	40
IB16	0	0	20	0	0	10	10	10	0	50
IB17	0	0	10	10	5	10	0	10	0	45
IB18	0	0	20	10	10	10	10	10	10	80

Tabela 3.2: Resultado da Turma IB - Avaliação Diagnóstica

X	QUESTÕES										X
ALUNO	1A	1B	1C	2	3A	3B	4A	4B	5A	5B	NOTA
IIA01	5	5	10	20	10	10	7	6	8	10	91
IIA02	0	3	0	15	10	10	7	7	10	0	62
IIA03	0	3	0	15	10	10	7	7	10	0	62
IIA04	0	3	0	15	0	10	7	7	10	10	62
IIA05	5	5	10	20	10	10	7	7	10	10	94
IIA06	3	3	0	15	10	10	7	5	10	0	63
IIA07	0	2	0	15	0	0	7	7	0	0	31
IIA08	0	0	0	0	0	0	3	3	5	0	11
IIA09	0	3	3	20	10	10	7	7	0	0	60
IIA10	0	3	0	15	10	10	7	7	10	10	72
IIA11	0	0	0	0	2	2	7	7	0	0	18
IIA12	3	3	5	15	5	5	7	7	10	0	60
IIA13	0	0	0	15	5	5	7	7	7	5	51
IIA14	0	3	0	20	10	10	7	7	10	0	67

Tabela 3.3: Resultado da Turma IIA - Avaliação Diagnóstica

X	QUESTÕES										X
ALUNO	1A	1B	1C	2	3A	3B	4A	4B	5A	5B	NOTA
IIB01	0	0	0	0	0	0	7	0	0	0	7
IIB02	3	5	10	15	10	10	7	7	10	0	77
IIB03	0	2	0	15	10	10	7	7	6	0	57
IIB04	3	3	10	20	7	10	7	7	5	10	82
IIB05	3	0	0	15	10	10	7	6	10	10	71
IIB06	3	3	10	18	0	0	7	7	8	5	61
IIB07	3	0	0	0	0	0	10	5	0	0	18
IIB08	3	0	0	0	10	10	7	7	5	5	47
IIB09	3	3	10	15	0	10	7	7	10	10	75
IIB10	3	0	15	7	10	10	10	10	10	10	85
IIB11	3	3	0	15	5	10	7	2	7	0	52
IIB12	3	3	10	20	8	8	10	10	5	10	87
IIB13	3	3	10	15	5	10	7	0	5	0	58
IIB14	5	5	10	15	10	10	7	10	10	0	82
IIB15	3	3	10	15	0	0	7	7	7	7	59

Tabela 3.4: Resultado da Turma IIB - Avaliação Diagnóstica

x	QUESTÕES										x
ALUNO	1A	1B	1C	2	3A	3B	4A	4B	5A	5B	NOTA
IIC01	5	0	0	0	10	10	7	7	10	5	54
IIC02	0	0	0	0	10	10	0	0	0	0	20
IIC03	0	3	0	20	9	10	7	7	10	10	76
IIC04	5	5	10	0	10	10	10	10	10	10	80
IIC05	0	3	0	15	10	10	7	7	5	0	57
IIC06	5	0	0	0	10	10	8	8	5	5	51
IIC07	3	0	0	15	10	10	7	7	5	0	57
IIC08	5	0	0	20	10	10	7	7	10	10	79
IIC09	5	5	10	20	10	10	7	7	10	10	94
IIC10	0	0	0	0	10	10	7	7	5	7	46
IIC11	0	5	0	20	10	10	7	7	10	10	79
IIC12	0	5	0	20	10	10	7	7	10	10	79
IIC13	3	0	0	20	10	10	7	7	5	0	62
IIC14	2	0	5	10	10	10	7	7	8	8	67
IIC15	5	0	0	15	10	10	7	7	5	0	59

Tabela 3.5: Resultado da Turma IIC - Avaliação Diagnóstica

x	QUESTÕES										x
ALUNO	1A	1B	1C	2	3A	3B	4A	4B	5A	5B	NOTA
IID01	5	5	10	20	10	10	0	0	5	5	70
IID02	0	5	0	20	10	10	7	7	10	10	79
IID03	0	0	0	0	5	5	7	7	0	0	24
IID04	0	0	0	5	10	10	7	7	10	10	59
IID05	0	0	0	20	10	10	7	7	5	10	69
IID06	0	0	0	20	5	5	10	10	10	10	70
IID07	0	0	0	12	10	10	7	7	0	0	46
IID08	0	0	0	0	5	0	8	8	5	0	26
IID09	0	0	0	0	10	10	7	7	0	0	34
IID10	4	4	10	0	0	0	0	0	0	0	18
IID11	0	0	0	0	10	10	7	7	0	0	34
IID12	0	0	0	0	0	0	7	7	0	0	14
IID13	0	0	0	20	10	10	10	10	10	10	80
IID14	0	0	0	0	5	10	7	7	5	0	34
IID15	0	0	0	20	5	5	7	7	10	10	64
IID16	0	0	0	0	10	10	10	10	7	0	47
IID17	0	0	0	0	5	5	8	8	0	0	26
IID18	3	3	5	0	10	10	10	10	10	10	71
IID19	5	5	10	20	10	10	10	10	10	10	100
IID20	5	5	10	0	5	5	7	7	5	5	54
IID21	0	0	0	20	10	10	7	7	10	10	74
IID22	5	0	0	20	10	10	10	10	5	5	75

Tabela 3.6: Resultado da Turma IID - Avaliação Diagnóstica

3.2.2 Avaliação Final

Para a avaliação final tanto do nível I quanto do nível II foram distribuídos da seguinte forma:

- 1A - 10 pontos
- 1B - 10 pontos
- 2A - 10 pontos
- 2B - 10 pontos
- 3A - 10 pontos
- 3B - 10 pontos
- 4A - 10 pontos
- 4B - 10 pontos
- 5A - 10 pontos
- 5B - 10 pontos

X		QUESTÕES								X
ALUNO	1A	1B	2A	2B	3A	3B	4A	4B	5A	5B	NOTA
IA01	0	0	5	15	5	15	10	5	10	10	75
IA02	5	10	5	15	5	15	15	5	10	10	95
IA03	5	0	5	15	5	10	15	5	10	10	80
IA04	5	0	5	15	5	10	15	5	5	0	65
IA05	10	10	5	15	5	10	15	5	10	10	95
IA06	5	10	5	15	5	5	15	5	10	10	85
IA07	0	0	5	5	5	10	15	10	10	10	70
IA08	5	10	5	15	5	15	15	0	7	7	84
IA09	8	10	5	5	5	10	5	5	10	6	69
IA10	10	10	5	10	5	10	10	5	5	10	80
IA11	3	3	5	5	5	10	15	5	10	10	71
IA12	0	0	5	15	5	10	15	5	10	10	75
IA13	10	5	0	0	5	10	5	0	10	10	55
IA14	10	10	5	15	5	10	15	5	10	10	95
IA15	10	3	3	10	5	10	5	5	10	10	71
IA16	5	0	5	5	5	10	5	0	7	5	47
IA17	10	5	5	15	5	10	15	5	10	10	90
IA18	10	5	5	15	5	10	10	5	5	10	80
IA19	5	0	5	15	5	10	5	5	10	10	70
IA20	5	5	5	15	5	5	0	0	10	3	53
IA21	0	0	5	10	5	10	5	5	10	6	56
IA22	5	10	5	15	5	10	15	5	10	10	90

Tabela 3.7: Resultado da Turma IA - Avaliação Final

X	QUESTÕES										X
ALUNO	1A	1B	2A	2B	3A	3B	4A	4B	5A	5B	NOTA
IB01	10	0	10	5	5	10	10	5	10	10	75
IB02	5	10	5	10	5	5	5	0	0	0	45
IB03	10	5	5	5	5	15	10	5	10	10	80
IB04	5	0	5	15	5	0	15	5	5	10	65
IB05	0	0	5	15	5	15	10	5	10	10	75
IB06	10	0	5	15	5	5	15	5	0	10	70
IB07	0	0	5	15	5	5	7	0	0	5	42
IB08	0	5	5	15	5	5	5	0	0	0	40
IB09	0	0	5	15	5	7	7	5	0	0	44
IB10	5	0	10	0	5	10	5	5	0	5	45
IB11	10	5	5	5	5	15	10	5	10	10	80
IB12	5	0	5	5	5	10	5	0	0	0	35
IB13	5	0	5	15	5	7	5	0	0	0	42
IB14	5	0	5	5	5	5	5	0	0	0	30
IB15	5	0	5	15	0	3	15	0	0	0	43
IB16	5	5	5	10	5	10	15	5	5	10	75
IB17	5	0	5	10	5	5	5	0	0	0	35
IB18	10	10	5	15	5	10	5	0	5	10	75

Tabela 3.8: Resultado da Turma IB - Avaliação Final

x	QUESTÕES										x
ALUNO	1A	1B	2A	2B	3A	3B	4A	4B	5A	5B	TOTAL
IIA01	10	3	5	5	5	5	15	5	10	5	68
IIA02	10	3	5	15	5	15	5	0	10	6	74
IIA03	0	0	5	10	5	15	0	5	8	10	58
IIA04	5	0	5	10	5	0	10	5	5	5	50
IIA05	10	2	5	15	5	5	15	5	10	10	82
IIA06	0	3	5	10	5	10	5	5	10	10	63
IIA07	10	4	4	15	4	15	10	5	5	5	77
IIA08	10	0	2	5	5	15	0	5	0	0	42
IIA09	10	5	5	12	5	10	15	5	5	5	77
IIA10	10	3	5	15	5	10	15	5	10	10	88
IIA11	0	0	5	10	5	10	0	5	0	0	35
IIA12	0	0	5	10	5	15	5	0	10	10	60
IIA13	0	0	3	8	5	15	5	2	0	0	38
IIA14	10	2	5	15	5	15	15	5	10	10	92

Tabela 3.9: Resultado da Turma IIA - Avaliação Final

x	QUESTÕES										x
ALUNO	1A	1B	2A	2B	3A	3B	4A	4B	5A	5B	NOTA
IIB01	0	0	5	15	5	10	15	5	10	0	65
IIB02	5	0	5	15	5	2	15	5	10	10	72
IIB03	0	0	5	5	0	0	5	5	5	0	25
IIB04	0	0	5	15	5	5	15	5	10	10	70
IIB05	0	0	5	15	5	15	5	5	10	10	70
IIB06	0	0	5	15	0	0	15	5	5	10	55
IIB07	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	5
IIB08	10	0	5	15	5	15	15	5	10	10	90
IIB09	0	0	5	10	5	5	15	5	10	5	60
IIB10	0	0	5	15	5	15	15	0	5	10	70
IIB11	0	0	5	15	5	10	15	5	0	0	55
IIB12	5	0	5	15	5	15	10	5	10	10	80
IIB13	0	0	3	15	3	5	15	5	5	0	51
IIB14	10	5	5	15	5	0	15	5	10	10	80
IIB15	0	0	5	15	3	5	15	5	10	5	63

Tabela 3.10: Resultado da Turma IIB - Avaliação Final

x	QUESTÕES										x
ALUNO	1A	1B	2A	2B	3A	3B	4A	4B	5A	5B	NOTA
IIC01	0	0	5	0	5	10	5	5	5	0	35
IIC02	10	0	5	15	5	5	15	5	10	10	80
IIC03	10	0	5	15	5	15	15	5	0	10	80
IIC04	10	5	5	5	5	5	0	5	0	0	40
IIC05	10	0	5	10	5	5	8	5	0	10	58
IIC06	0	0	3	10	5	10	5	5	5	0	43
IIC07	3	0	5	15	5	15	15	5	0	10	73
IIC08	7	5	0	0	5	0	15	5	10	10	57
IIC09	10	0	5	15	5	10	0	5	10	10	70
IIC10	0	0	5	10	5	10	0	0	10	0	40
IIC11	10	10	5	15	5	15	15	5	10	5	95
IIC12	10	10	5	15	5	15	15	5	5	10	95
IIC13	10	0	5	15	5	0	15	5	0	10	65
IIC14	10	10	5	15	5	10	5	5	5	5	75
IIC15	0	0	5	15	5	15	15	5	0	0	60

Tabela 3.11: Resultado da Turma IIC - Avaliação Final

X	QUESTÕES										x
ALUNO	1A	1B	2A	2B	3A	3B	4A	4B	5A	5B	NOTA
IID01	10	5	5	15	5	15	15	5	10	10	95
IID02	10	0	5	5	5	15	15	5	10	10	80
IID03	0	0	5	0	5	15	15	5	5	5	55
IID04	0	0	5	15	5	15	10	5	10	10	75
IID05	0	0	0	10	5	10	15	5	10	10	65
IID06	0	0	5	15	5	15	15	5	10	5	75
IID07	10	5	5	15	5	15	15	5	0	0	75
IID08	10	0	3	15	5	8	15	5	10	10	81
IID09	10	5	5	15	5	7	15	0	0	10	72
IID10	0	0	5	15	5	10	15	5	10	10	75
IID11	2	0	10	5	5	7	15	5	10	10	69
IID12	5	0	5	10	5	10	2	5	5	10	57
IID13	0	0	5	15	5	15	15	5	10	10	80
IID14	5	5	5	15	5	10	15	0	10	10	80
IID15	0	0	5	15	5	10	15	5	8	8	71
IID16	7	5	5	15	5	10	5	5	0	5	62
IID17	5	0	5	15	5	15	15	5	10	10	85
IID18	5	0	5	15	0	15	10	5	10	10	75
IID19	10	10	5	15	5	15	15	5	10	10	100
IID20	5	0	5	15	5	15	15	5	10	10	85
IID21	6	0	5	15	5	15	15	5	10	10	86
IID22	10	0	5	15	5	12	15	5	10	10	87

Tabela 3.12: Resultado da Turma IID - Avaliação Final

4 A Competição

4.1 Seleção dos Alunos

Seleção dos alunos A partir dos resultados obtidos nas tabelas do capítulo anterior, as equipes foram montadas com a ajuda dos professores de cada turma para determinar desempates e, no caso do nível I, quais alunos integrariam cada equipe. Com base nisso, sorteando as equipes a serem nomeadas como equipe 1, equipe 2, equipe 3 e equipe 4, as equipes ficaram organizadas da seguinte forma:

Nível I

Equipe 1 – Turma IB

- Aluna IB16
- Aluna IB18
- Aluno IB06
- Aluno IB04

Equipe 2 – Turma IA

- Aluna IA22
- Aluno IA02
- Aluna IA17
- Aluna IA10

Equipe 3 – Turma IB

- Aluna IB01
- Aluna IB11
- Aluno IB05

- Aluna IB03

Equipe 4 – Turma IA

- Aluno IA05
- Aluna IA08
- Aluna IA14
- Aluna IA06

Nível II

Equipe 1 – Turma IID

- Aluno IID19
- Aluno IID01
- Aluna IID22
- Aluno IID21

Equipe 2 – Turma IIB

- Aluno IIB08
- Aluna IIB12
- Aluna IIB14
- Aluna IIB02

Equipe 3 – Turma IIC

- Aluno IIC11
- Aluno IIC12
- Aluno IIC03
- Aluno IIC02

Equipe 4 – Turma IIA

- Aluno IIA14
- Aluna IIA10
- Aluno IIA05
- Aluna IIA09

4.2 Regras da competição

A competição foi organizada em formato de confrontos diretos entre duas equipes. Cada equipe ficava posicionada em uma mesa, com o apresentador ao centro para conduzir as perguntas e garantir o andamento do desafio.

Figura 4.1: Formato da Competição

Fonte: Imagem do autor.

4.2.1 Formato dos Confrontos

- Duas equipes competiam entre si.
- O apresentador realizava as perguntas de forma intercalada.

Os alunos que não foram selecionados a participar da competição formaram uma plateia muito animada e empolgante que abrilhantou ainda mais a competição.

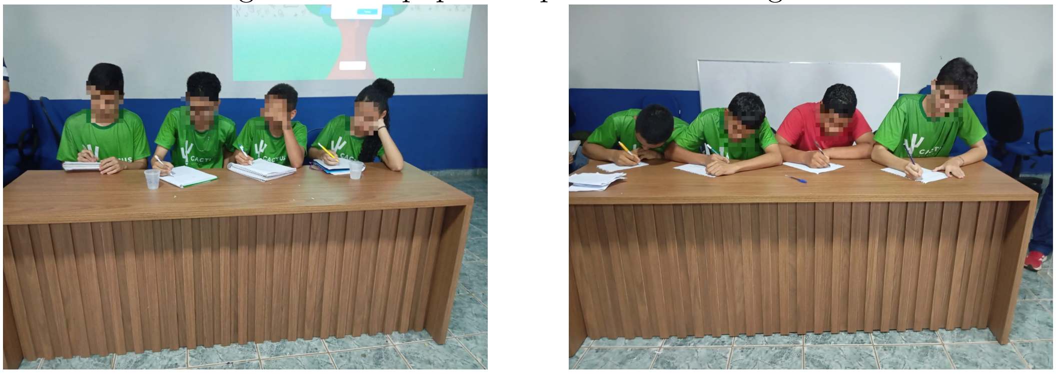
Figura 4.2: Plateia da Competição

Fonte: Imagem do autor.

4.2.2 Distribuição das Perguntas e Pontuação

- Para cada equipe eram feitas seis perguntas.
- Duas perguntas fáceis (com alternativas) → 10 pontos cada, 1 minuto para resposta.
- Duas perguntas médias → 20 pontos cada, 2 minutos para resposta.
- Duas perguntas difíceis → 30 pontos cada, 3 minutos para resposta.

Figura 4.3: Equipes Respondendo às Perguntas



Fonte: Imagem do autor.

4.2.3 Oportunidade de Resposta e Roubo de Pontos

- Caso a equipe não respondesse a tempo ou errasse, a equipe adversária teria a oportunidade de responder, mas valendo apenas metade da pontuação original.

Exemplo: Se uma pergunta fácil (10 pontos) fosse errada, a outra equipe poderia tentar respondê-la valendo 5 pontos.

4.2.4 Definição da Equipe Vencedora

- Ao final das perguntas, a equipe com maior pontuação era declarada vencedora do confronto.

4.3 Chaveamento e resultado dos Confrontos

4.3.1 Nível I

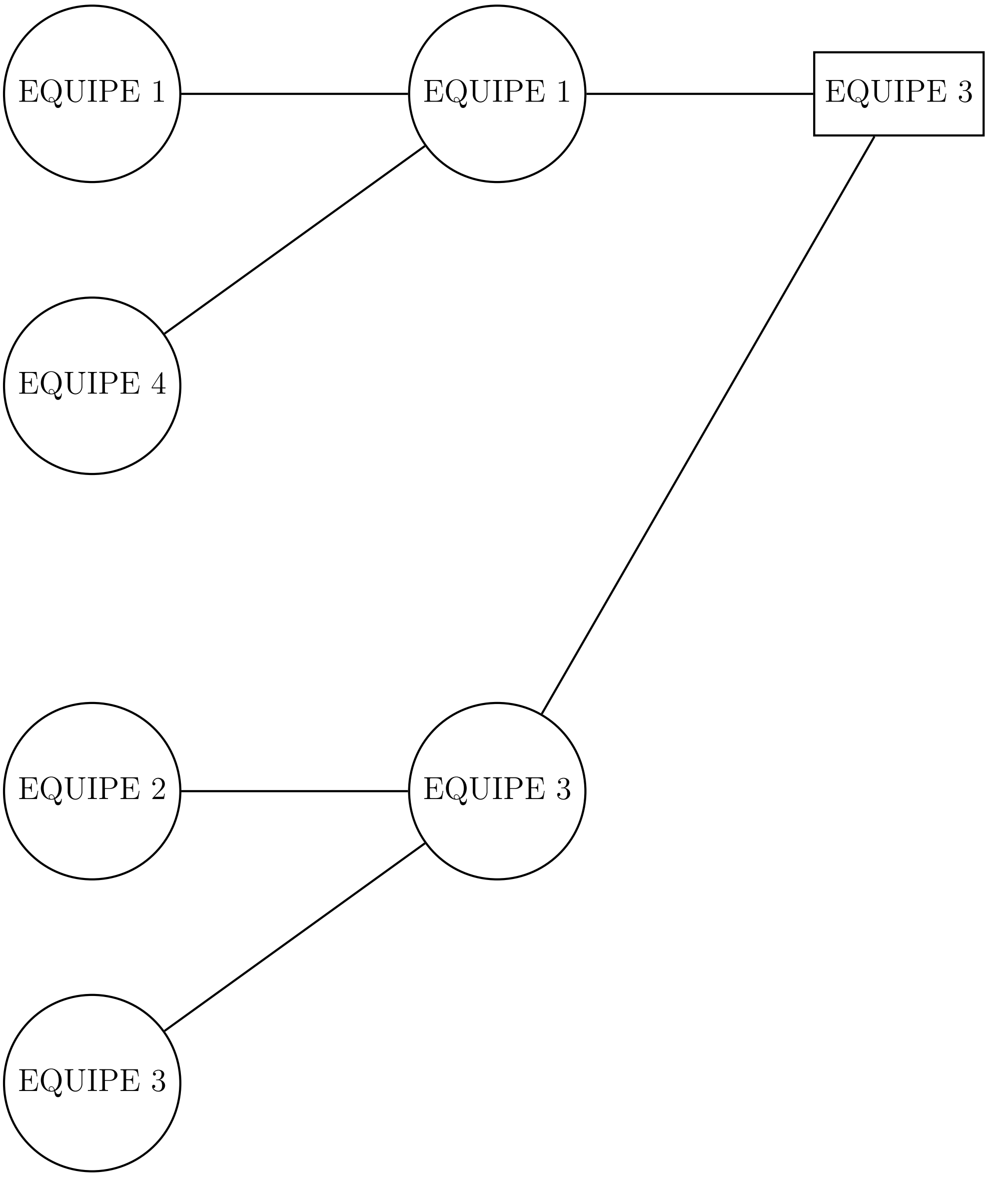


Figura 4.4: Equipe 3 - Vencedora da Competição no Nível I

Fonte: Imagem do autor.

4.3.2 Nivel II

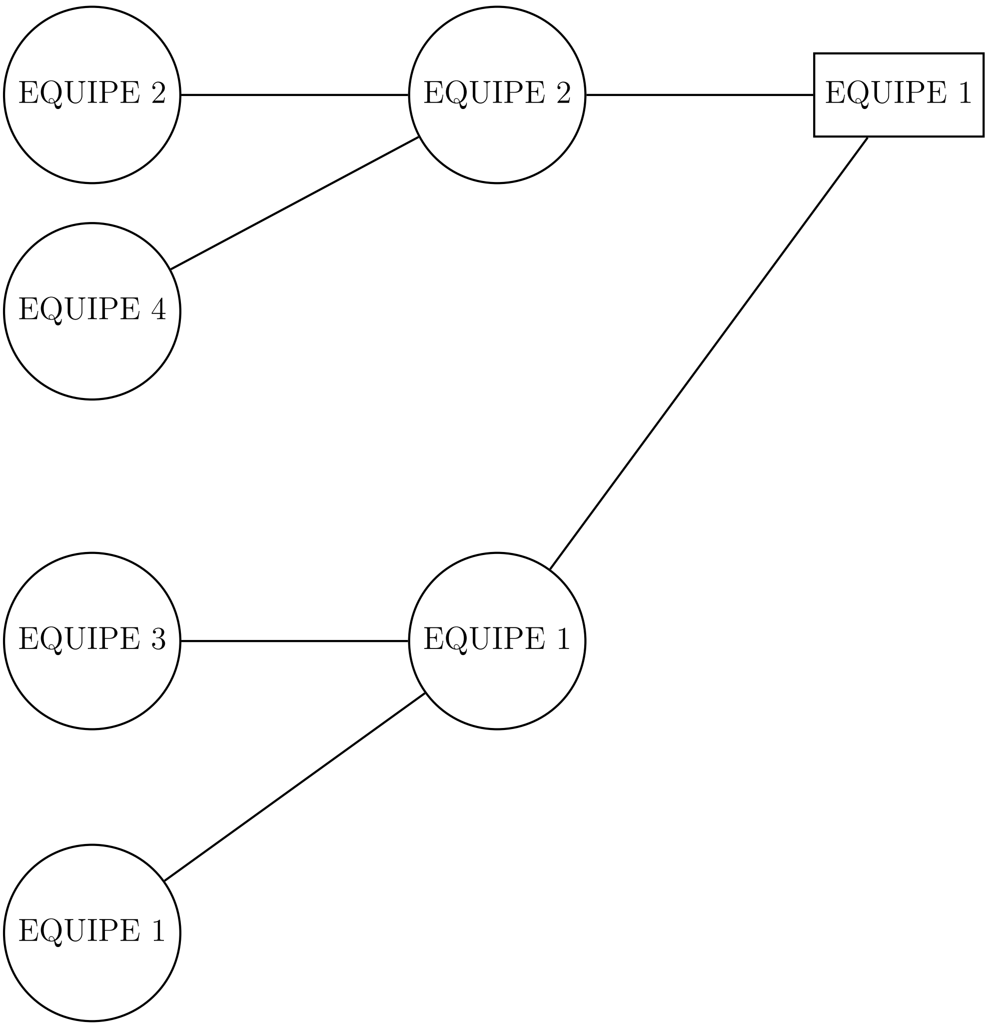


Figura 4.5: Equipe 1 - Vencedora da Competição no Nível II

Fonte: Imagem do autor.

4.4 Premiação

Os alunos das equipes vencedoras receberam como prêmio uma medalha e um troféu personalizados cada, além de, como presente surpresa, um exemplar do livro "O Homem que Calculava", obra de Júlio César de Mello e Souza, sob o pseudônimo de Malba Tahan.

Figura 4.6: Premiação dos Alunos Campeões

Fonte: Imagem do autor.

5 Análise dos Resultados

5.1 Análise da Avaliação diagnóstica

A elaboração da avaliação diagnóstica (conforme demonstrado no Apêndice A) foi pensada com o intuito de analisar o nível de conhecimento dos alunos em diferentes áreas da matemática. Para isso, foram formuladas cinco questões discursivas, cada uma abordando um conteúdo específico, selecionado para proporcionar um panorama claro das habilidades e dificuldades dos estudantes.

A primeira questão teve como foco o estudo dos ângulos e as relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal. Esse conteúdo é fundamental para o desenvolvimento da compreensão geométrica, pois permite que os alunos identifiquem e estabeleçam relações entre ângulos. Além disso, essa base é essencial para estudos mais avançados em geometria, como semelhança de triângulos e trigonometria, sendo um fundamental na avaliação da capacidade dos alunos em reconhecer padrões e aplicar propriedades geométricas.

A segunda questão explora a análise combinatória, especificamente por meio do princípio fundamental da contagem. Esse conceito é imprescindível para desenvolver o raciocínio multiplicativo e a capacidade de organização lógica na resolução de problemas que envolvem possibilidades e contagens. Avaliando esse tema, é possível identificar se os alunos compreendem a estruturação das escolhas e se conseguem visualizar as diferentes maneiras de organizar elementos de acordo com restrições impostas pelo enunciado.

Na terceira questão, são abordados os conceitos de fatoração e divisibilidade, conteúdo importante para o entendimento das propriedades dos números inteiros e suas decomposições. A fatoração é um dos pilares da aritmética e da álgebra, sendo fundamental para a simplificação de expressões algébricas e a resolução de equações. Já a divisibilidade está diretamente relacionada à compreensão dos números primos e compostos, além de estar presente em diversos contextos matemáticos, como o cálculo de Máximo Divisor Comum (MDC) e Mínimo Múltiplo Comum (MMC). A inclusão dessa questão teve como objetivo avaliar o domínio dessas técnicas e sua aplicabilidade na resolução de problemas.

A quarta questão foi elaborada para testar o raciocínio lógico dos alunos. A matemática não se restringe apenas a cálculos e fórmulas; a capacidade de interpretar, organizar informações e estruturar um pensamento lógico é um diferencial essencial para a resolução de problemas. Questões dessa natureza permitem avaliar a flexibilidade cognitiva dos alunos, sua habilidade de identificar padrões e sua destreza em argumentar matematicamente, elementos que transcendem a disciplina e impactam diretamente o desenvolvimento de competências analíticas aplicáveis a diversas áreas do conhecimento.

Por fim, a quinta questão traz um desafio envolvendo áreas de figuras não convencionais e a aplicação do Teorema de Pitágoras. O objetivo dessa questão foi analisar a capacidade dos alunos em decompor figuras em formas conhecidas, calcular áreas de maneira estratégica e reconhecer quando o Teorema de Pitágoras pode ser utilizado para encontrar medidas desconhecidas. Esse tipo de problema estimula a criatividade na resolução, além de reforçar a importância da visão espacial e da aplicação de conceitos geométricos fundamentais na prática.

A avaliação teve um nível razoavelmente fácil, abordando, em geral, temas já conhecidos pelos alunos. Porém algumas dificuldades foram detectadas em ambos os níveis, principalmente nas questões que envolvem divisibilidade, observações de padrões e cálculos de áreas. Levando isso em consideração, foram elaborados os roteiros de aula detalhados (conforme o capítulo 3) para direcionar os professores durante as aulas subsequentes.

A avaliação diagnóstica do Nível I contou com 40 estudantes de duas turmas (22 alunos da turma IA e 18 da turma IB) que atingiram uma média geral de 56,4%, sendo distribuídas entre as questões, conforme tabela abaixo:

Questão	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
Acertos	39%	37,5%	67,5%	80,1%	58%

Tabela 5.1: Resultado por questão da Avaliação Diagnóstica Nível I

Avaliando por turma, o nivelamento das turmas evidenciado nos resultados, com a média da turma IA chegando a 63,7 % enquanto a média da turma IB chegou apenas à 47,5%. Vale destacar que tivemos um único aluno (IA02) que conseguiu responder toda a avaliação de forma satisfatória, atingindo a nota máxima de 100%, já a menor nota foi da aluna IB14 com apenas 5%.

Já no nível II, a avaliação diagnóstica foi realizada com 66 alunos (14 alunos da turma IIA, 15 da turma IIB, 15 da turma IIC e 22 alunos na turma IID) e obteve um resultado geral de 58,3%. A turma IIA obteve média de 57,4%, a turma IIB teve uma média de 61,2%, a turma IIC 64%, já a turma IID chegou a uma média de 53%, seguindo a distribuição abaixo:

Questão	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
Acertos	33,1%	57,3%	77%	69,3%	54,9%

Tabela 5.2: Resultado por questão da Avaliação Diagnóstica Nível II

Para o nível II já é possível analisar que a turma classificada com o maior nível de aprendizagem foi a turma que obteve menor desempenho na avaliação, provavelmente por desatenção e desmotivação, o que despertou ainda mais interesse no desenvolvimento posterior da turma.

5.2 Análise dos Roteiros de Aula

Os roteiros de aula foram modificados com base nos resultados da avaliação diagnóstica (conforme demonstrado nos Apêndices B e C), fornecidos como um instrumento para orientar os professores na identificação e no enfrentamento das principais dificuldades apresentadas pelos alunos. Além disso, a motivação gerada pela competição desempenhou um papel essencial no engajamento dos estudantes, tornando o aprendizado mais dinâmico e participativo. Essa motivação ficou evidente no relato do professor da turma IB, que destacou a satisfação dos alunos em relação às premiações e medalhas: *"Os alunos estavam muito curiosos em saber das premiações e se iriam ganhar medalhas. Nos cálculos, tiveram um pouco de dificuldade, mas acho que eles gostaram das aulas, ficaram animados também para a montagem das equipes."*

No roteiro de aula 1 do nível I, por exemplo, foi adotada uma abordagem que partiu da maneira como os próprios alunos resolveram as questões. Esse aspecto foi aproveitado para discussão em sala de aula, demonstrando que, embora a resolução direta tenha sido uma escolha predominante, ela pode se tornar inviável à medida que os cálculos se tornem mais complexos. Ao evidenciar essa limitação, os alunos foram incentivados a explorar estratégias mais eficientes e generalizáveis, desenvolvendo um pensamento matemático mais estruturado e analítico.

A partir dos roteiros foram elaboradas as questões da Avaliação final, tentando manter os conteúdos selecionados de modo parecido com a avaliação diagnóstica para conseguir uma comparação mais fiel do avanço de cada aluno ao longo do desenvolvimento do projeto.

5.3 Avaliação Final

A avaliação final (conforme demonstrado no Apêndice D) foi planejada como parte fundamental do projeto, permitindo analisar a evolução dos alunos após a implementação dos roteiros de aula baseados na avaliação diagnóstica. O principal objetivo dessa etapa foi medir o progresso dos estudantes, identificando os avanços obtidos ao longo das aulas e comparando os resultados com a avaliação inicial contando com a motivação dos alunos pela perspectiva de participar de uma competição matemática e conquistar premiações, incentivando os alunos a se dedicarem ainda mais ao processo de aprendizagem.

Figura 5.1: Realização da Avaliação Final

Fonte: Imagem do autor.

A construção da avaliação final seguiu critérios que garantissem coerência entre os conteúdos abordados nos roteiros de aula e os resultados esperados. Assim, os temas selecionados foram baseados tanto nos diagnósticos iniciais quanto nos conceitos trabalhados ao longo das aulas. A estrutura da prova buscou contemplar questões de diferentes níveis de dificuldade, promovendo uma avaliação equitativa do desempenho dos alunos, ficando determinados da seguinte forma:

- 1ª questão - Área de triângulos que possuem mesma base e mesma altura;
- 2ª questão - Divisibilidade
- 3ª questão - Questão de olimpíada OBMEP
- 4ª questão - Raciocínio lógico
- 5ª questão - Observação de padrões

Durante a realização da prova, observou-se um alto nível de engajamento, impulsionado pela expectativa da competição matemática e das possíveis premiações. A motivação gerada pela perspectiva de participar da competição foi um dos fatores determinantes para o esforço e dedicação dos alunos. Muitos estudantes demonstraram maior concentração e empenho na resolução dos problemas, buscando utilizar estratégias mais refinadas para obter melhores resultados, fato evidenciado também na argumentação feita pelos alunos para resolver os problemas propostos.

Apesar da avaliação final ter sido elaborada de forma mais contextualizada e com um grau de dificuldade superior à avaliação diagnóstica, os resultados evidenciam que de fato a motivação gerada pela possibilidade de competir e vencer foi extremamente decisiva para os avanços atingidos, não somente pelas notas, mas por todo o clima que foi criado durante a realização da avaliação, com pequenas disputas sendo criadas de forma saudável para a determinação da montagem das equipes.

No nível I os alunos atingiram uma média geral de 66,2%distribuída entre as questões da seguinte forma:

Questões	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Acertos	45,9%	81,6%	70,3%	66,8%	66,4%

Tabela 5.3: Distribuição dos Acertos por Questão no Nível I

Observando o desempenho por turma, temos a turma IA com uma nota média de 75 % enquanto a turma IB obteve média de 55,3%. Podemos destacar na avaliação das notas que a maior nota obtida foi de 95 % pelos alunos IA02, IA05 e IA14, enquanto o menor desempenho registrado foi de 30 % pela aluna IB14.

Já no nível II, a média geral atingida foi de 67,7%, com a seguinte distribuição:

Questões	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Acertos	45,9%	81,6%	70,3%	66,8%	66,4%

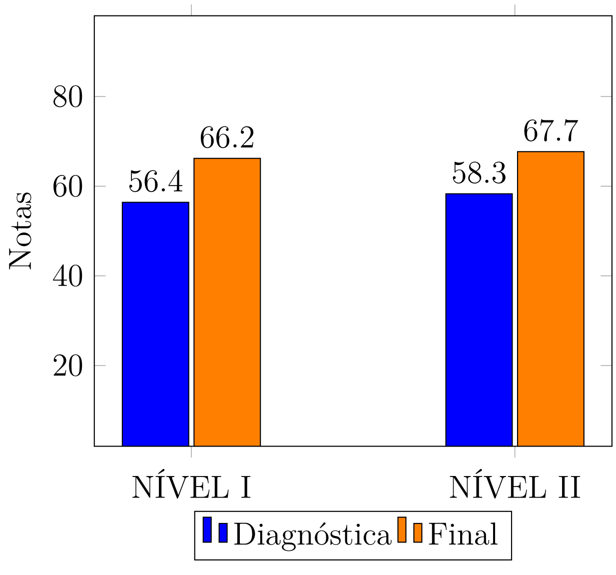
Tabela 5.4: Distribuição dos Acertos por Questão no Nível II

Observando por turma, temos um desempenho na turma IIA de 64,6%, na turma IIB 60,7%, já na turma IIC o resultado foi de 64,4 % e na turma IID 76,6%. O destaque com a maior nota da avaliação final do nível II foi o aluno IID19 com 100%, já a menor nota atingida foi de 5 % pelo aluno IIB07.

5.4 Comparação das Notas por Nível

Ao analisar todos os alunos do nível I foi possível verificar um avanço de 9,8%, subindo de uma nota anterior de 56,4 % para 66,2%. Já entre os alunos do nível II tivemos um avanço de 9,4%.

Gráfico: Comparação de notas por nível



5.4.1 Nível I

Gráfico: Comparação de notas por turma

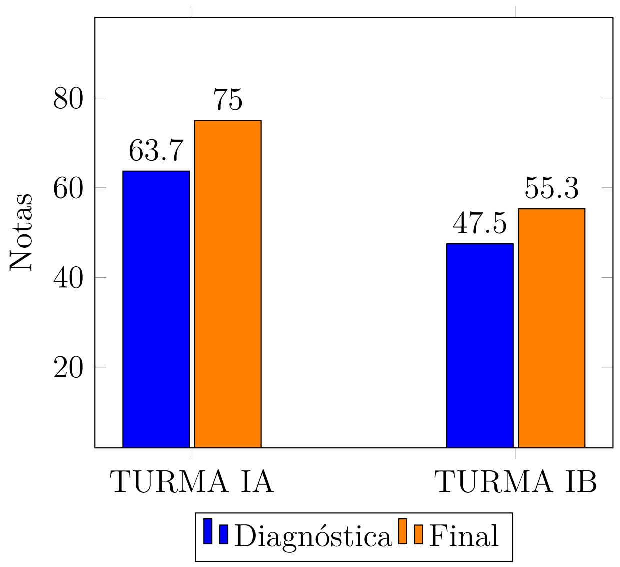
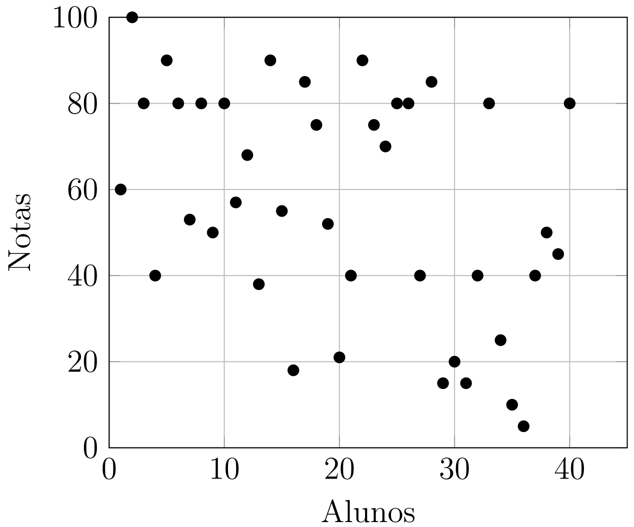
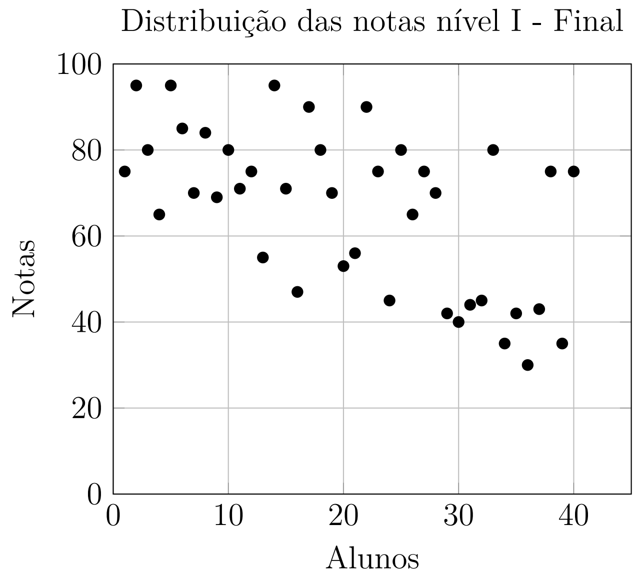


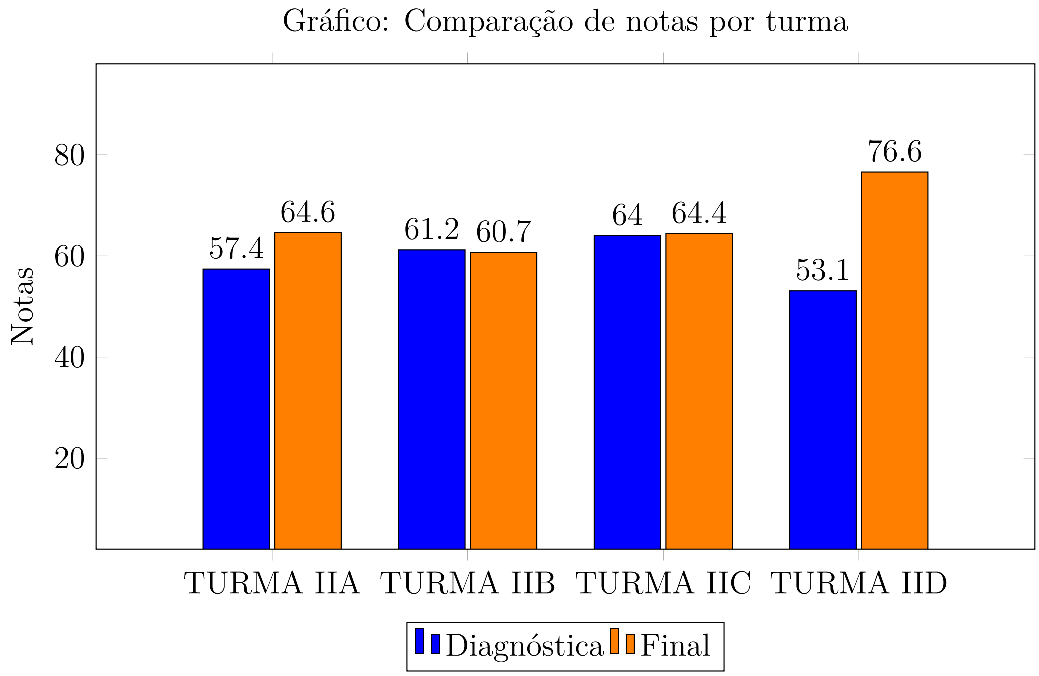
Gráfico: Distribuição das notas nível I - Diagnóstica



Podemos observar a partir da dispersão das notas que dos 40 alunos que realizaram a prova, 14 deles ficaram com nota inferior ou igual a 40%, representando 35 % dos alunos.

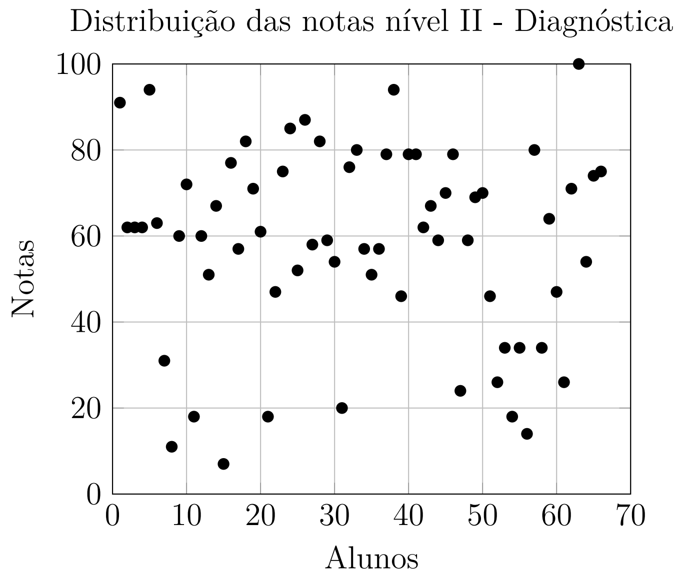


5.4.2 Nível II

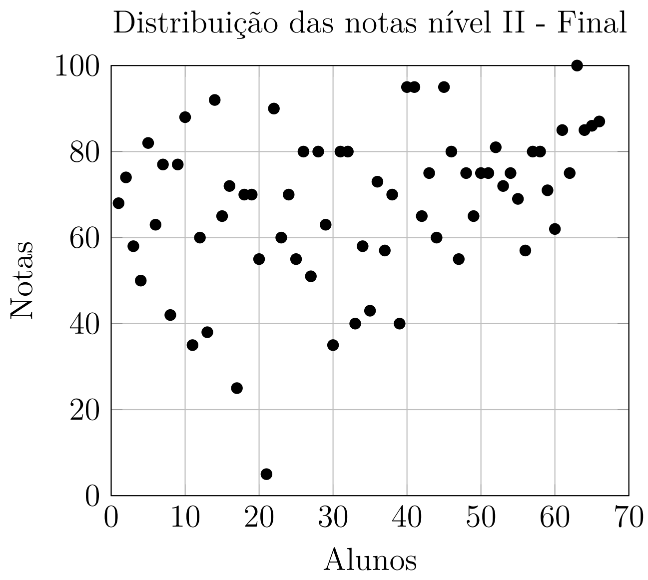


Fazendo as mesmas observações da distribuição das notas da avaliação diagnóstica, notamos que a quantidade de alunos com nota inferior ou igual a 40 % diminuiu consideravelmente de 35 % (14 alunos) para 12,5 % (5 alunos).

Realizando a mesma análise no Nível II, temos:



Na avaliação diagnóstica, tivemos 20,9 % (14 alunos) com notas iguais ou menores do que 40 %

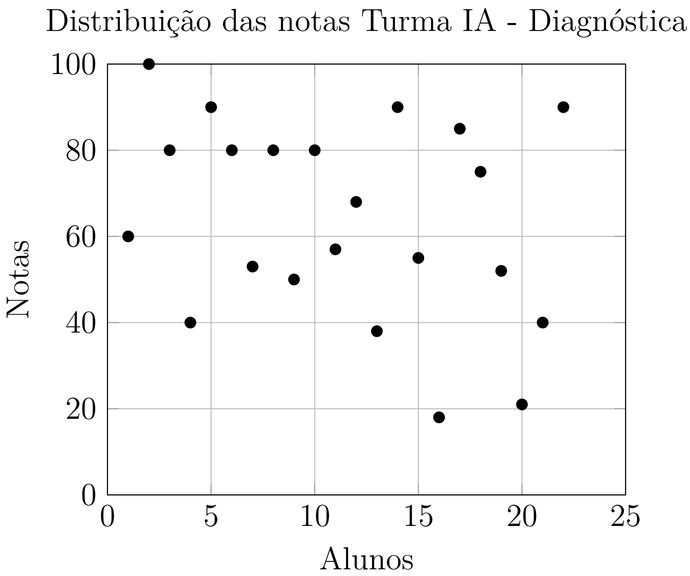


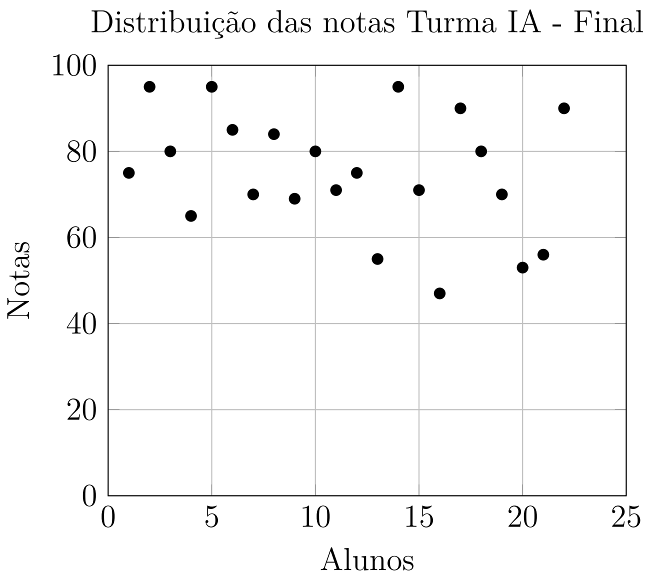
Na avaliação final, tivemos uma queda de 20,9%(14 alunos) para 10,4%(7 alunos) na condição de aproveitamento inferior ou igual a 40%.

5.5 Comparação de Notas por Turma

5.5.1 Turma IA

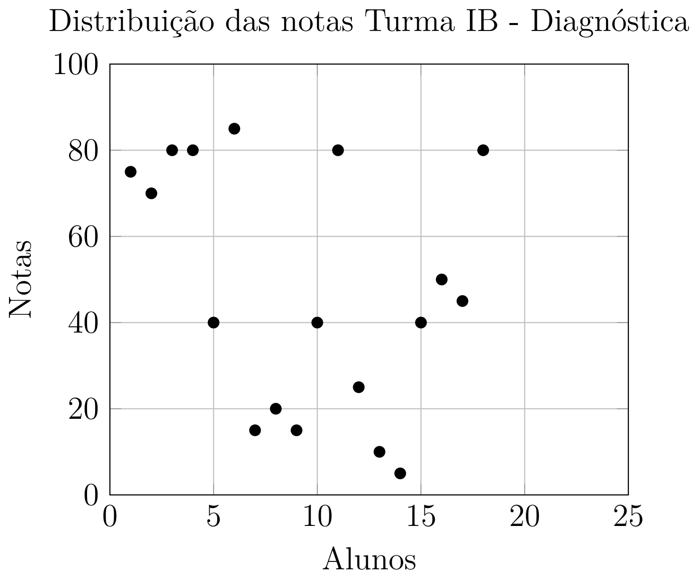
Turma IA – A turma IA teve um desempenho na avaliação diagnóstica de 63,7%, com uma nota média na avaliação final de 75%, um avanço de 11,3%.

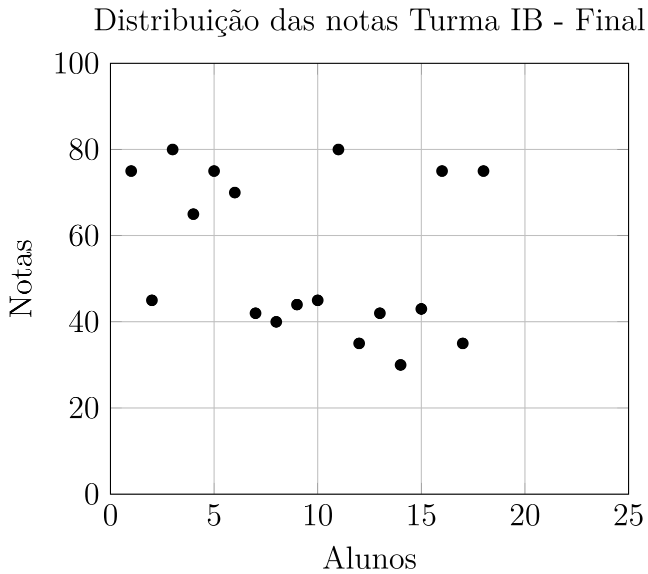




5.5.2 Turma IB

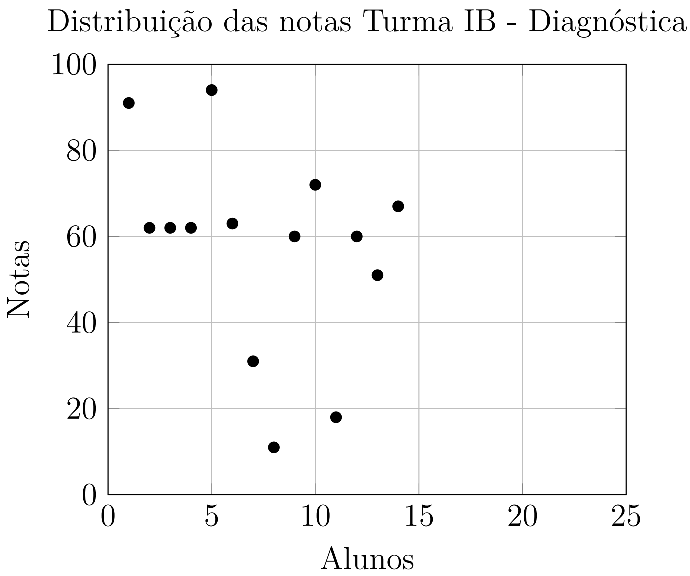
Turma IB – A turma IB teve um desempenho na avaliação diagnóstica de 47,5%, com uma nota média na avaliação final de 55,3%, um avanço de 7,8%.

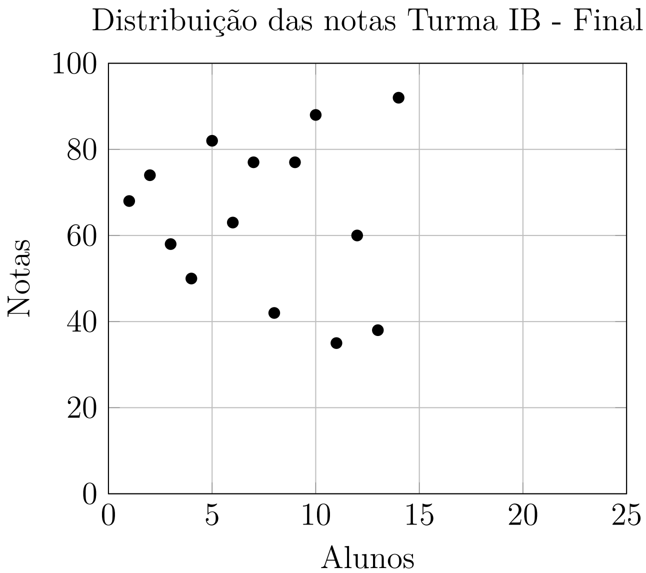




5.5.3 Turma IIA

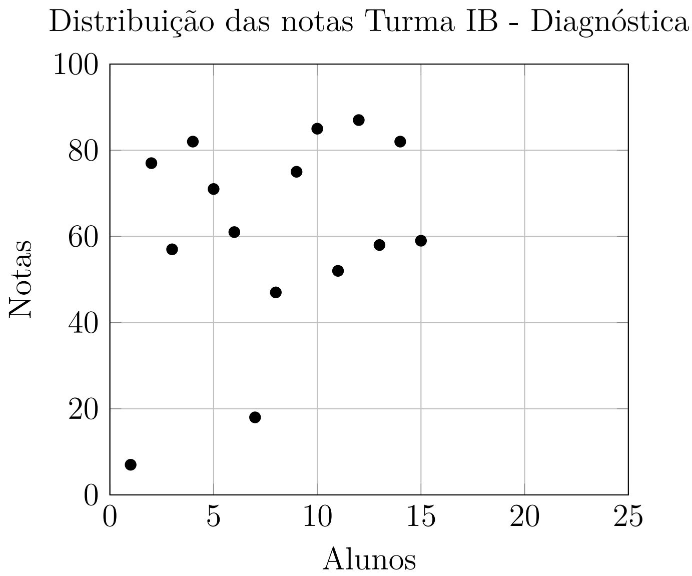
Turma IIA – A turma IIA teve um desempenho na avaliação diagnóstica de 57,4%, com uma nota média na avaliação final de 64,6%, um avanço de 7,2%.

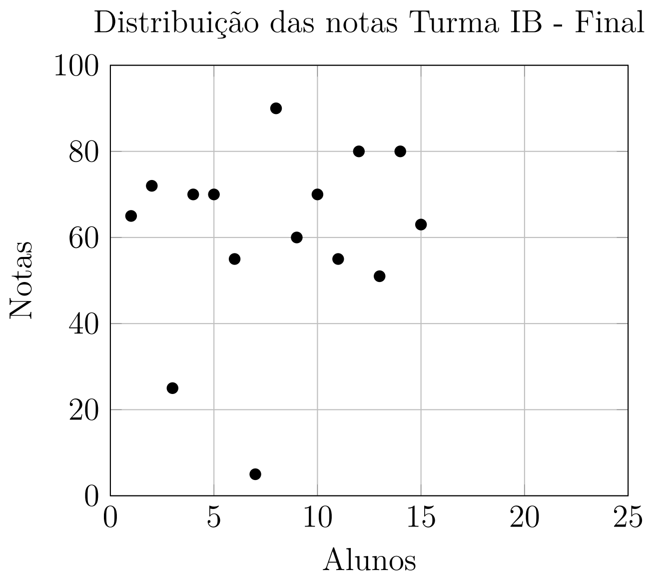




5.5.4 Turma IIB

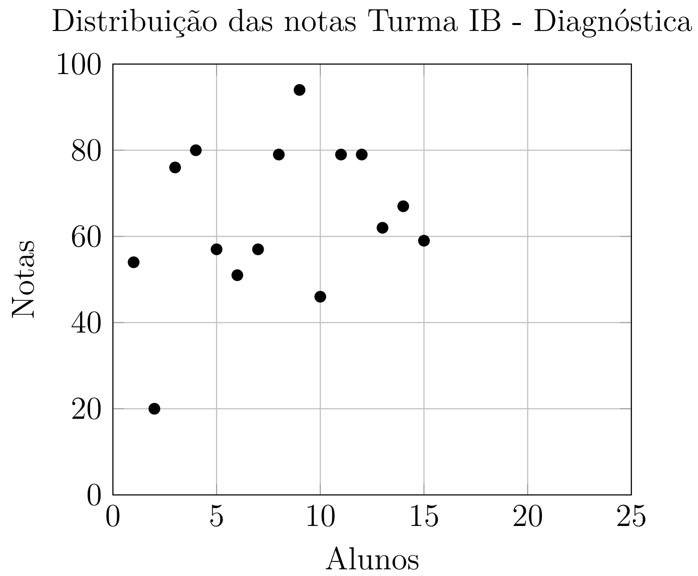
Turma IIB – A turma IIB teve um desempenho na avaliação diagnóstica de 61,2%, com uma nota média na avaliação final de 60,7%, um regresso de 0,5%.

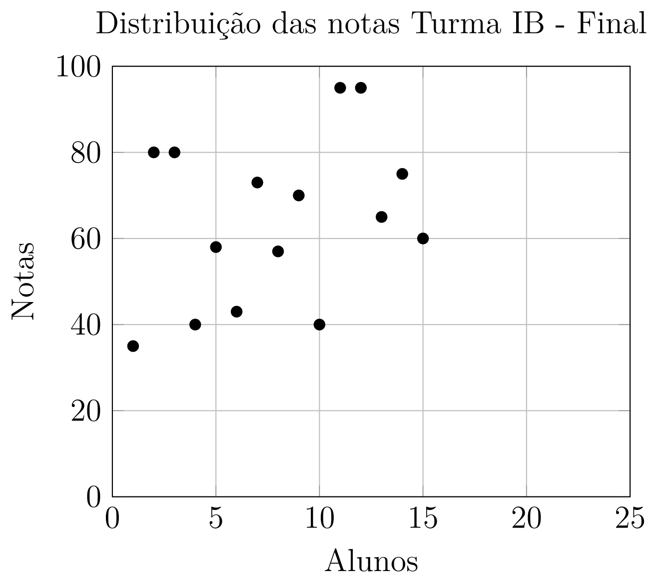




5.5.5 Turma IIC

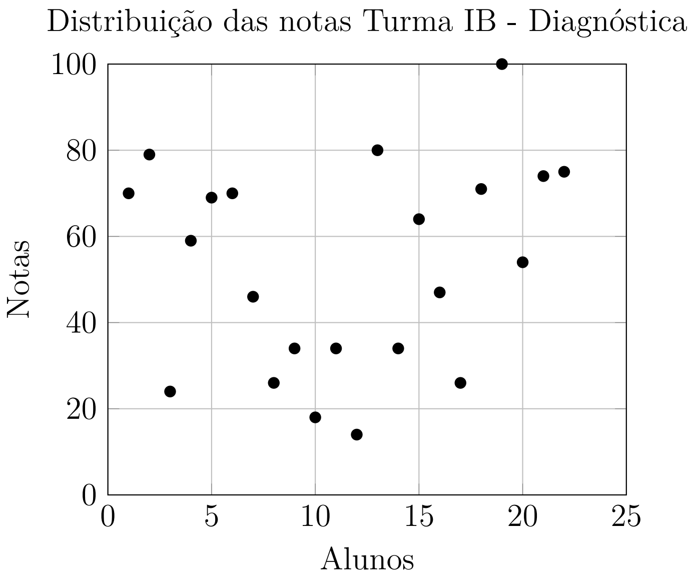
Turma IA – A turma IA teve um desempenho na avaliação diagnóstica de 64%, com uma nota média na avaliação final de 64,4%, um avanço de 0,4%.

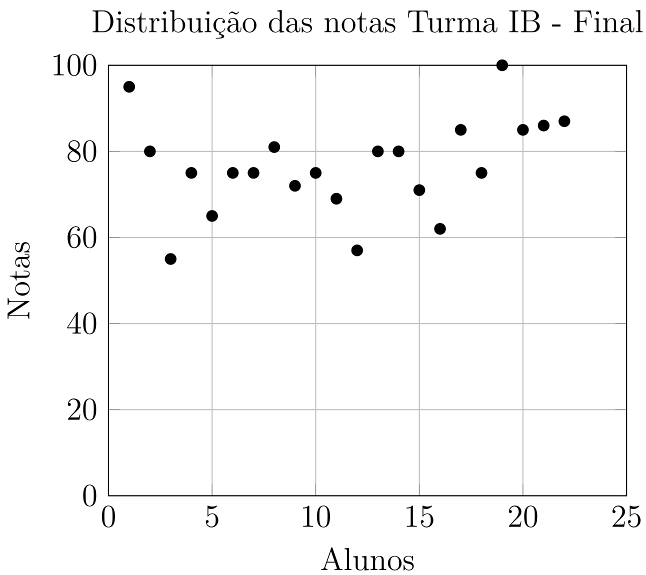




5.5.6 Turma IID

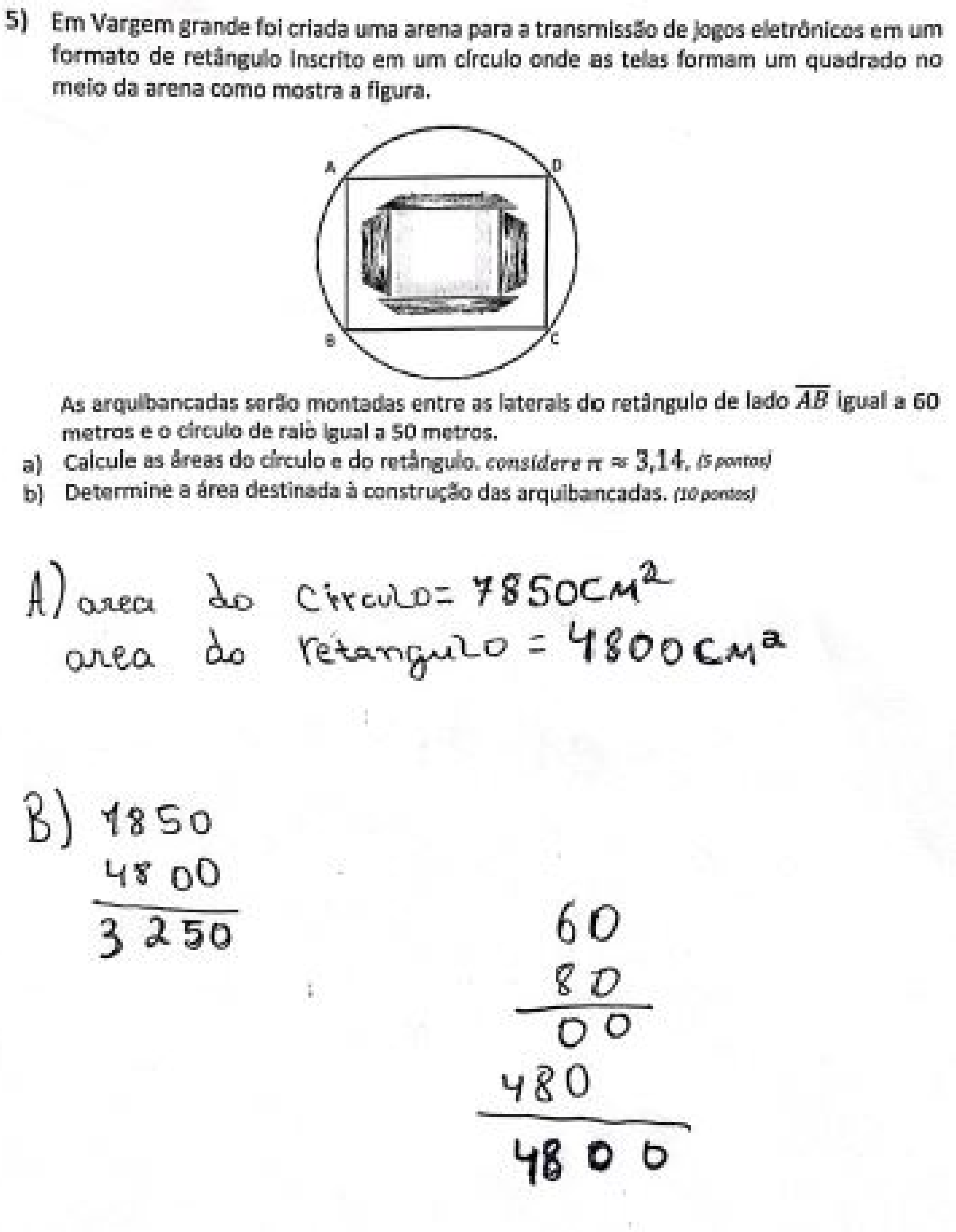
Turma IA – A turma IA teve um desempenho na avaliação diagnóstica de 53,1%, com uma nota média na avaliação final de 76,5%, um avanço de 23,4%.


Distribuição das notas Turma IB - Diagnóstica
Notas
Alunos
0
20
40
60
80
100
0
5
10
15
20
25


Distribuição das notas Turma IB - Final
Notas
Alunos
0
20
40
60
80
100
0
5
10
15
20
25

5.6 Análise da Argumentação dos Alunos

A resposta do Aluno IIA06 nos mostra como na Avaliação diagnóstica alguns alunos, apesar de chegarem ao resultado final, tiveram muita dificuldade em argumentar os métodos utilizados para conseguir resolver os problemas propostos.



5) Em Vargem grande foi criada uma arena para a transmissão de jogos eletrônicos em um formato de retângulo inscrito em um círculo onde as telas formam um quadrado no meio da arena como mostra a figura.

As arquibancadas serão montadas entre as laterais do retângulo de lado $\overline{AB}$ igual a 60 metros e o círculo de raio igual a 50 metros.

a) Calcule as áreas do círculo e do retângulo. *considere* $\pi \approx 3{,}14$. *(5 pontos)*

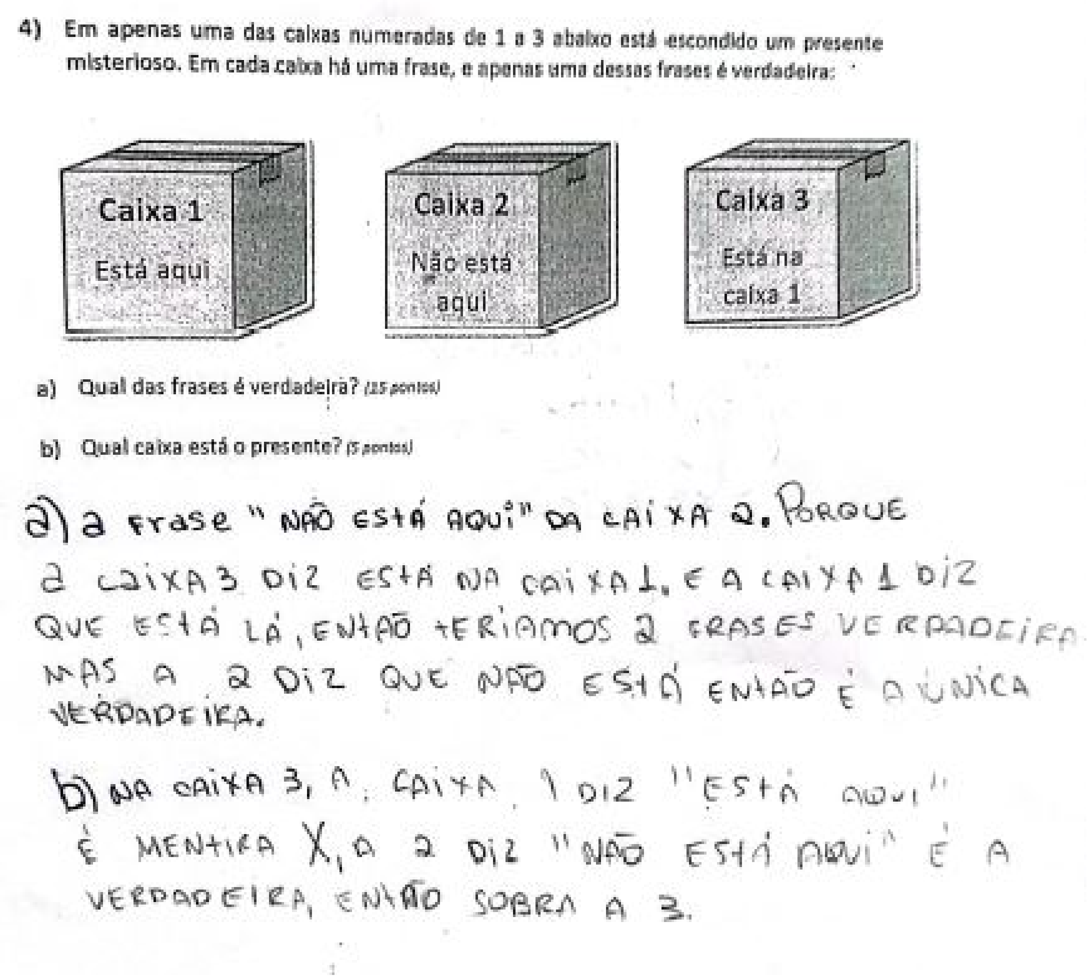
b) Determine a área destinada à construção das arquibancadas. *(10 pontos)*

A) area do circulo = 7850CM²
area do retangulo = 4800CM²

B)
$$\begin{array}{r} 7850 \\ 4800 \\ \hline 3250 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 60 \\ 80 \\ \hline 00 \\ 480 \\ \hline 4800 \end{array}$$

Figura 5.2: Resposta do Aluno IIA06 na Questão 5 da Avaliação Diagnóstica

Ao contrário da resposta anterior, a solução da Aluna IA22 ilustra como na Avaliação Final, após as aulas estruturadas os alunos conseguiram não só responder de forma correta, mas também argumentar de modo satisfatório às questões.



4) Em apenas uma das caixas numeradas de 1 a 3 abaixo está escondido um presente misterioso. Em cada caixa há uma frase, e apenas uma dessas frases é verdadeira:

Caixa 1
Está aqui

Caixa 2
Não está aqui

Caixa 3
Está na caixa 1

a) Qual das frases é verdadeira? (15 pontos)

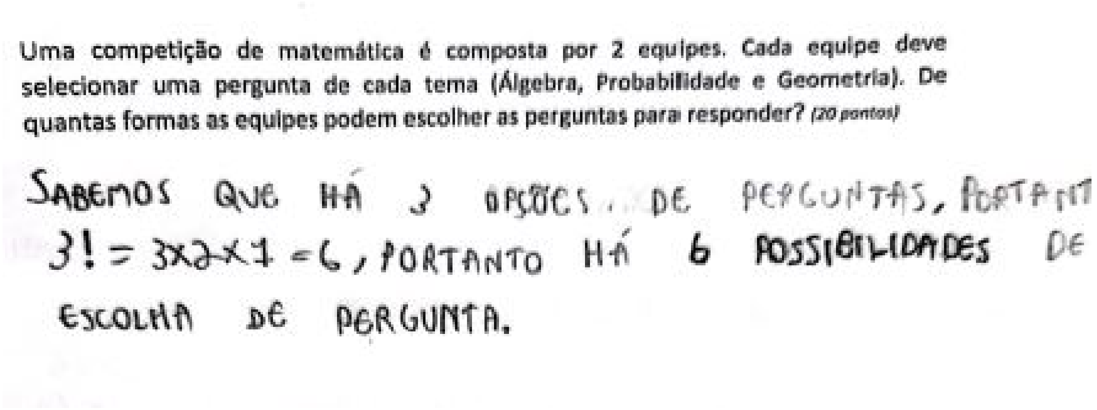
b) Qual caixa está o presente? (5 pontos)

a) a frase "NÃO ESTÁ AQUI" DA CAIXA 2. PORQUE A CAIXA 3 DIZ ESTÁ NA CAIXA 1, E A CAIXA 1 DIZ QUE ESTÁ LÁ, ENTÃO TERIAMOS 2 FRASES VERDADEIRA MAS A 2 DIZ QUE NÃO ESTÁ ENTÃO É A ÚNICA VERDADEIRA.

b) NA CAIXA 3, A CAIXA 1 DIZ "ESTÁ AQUI" É MENTIRA X, A 2 DIZ "NÃO ESTÁ AQUI" É A VERDADEIRA, ENTÃO SOBRA A 3.

Figura 5.3: Resposta do Aluno IA22 na Questão 4 da Avaliação Final

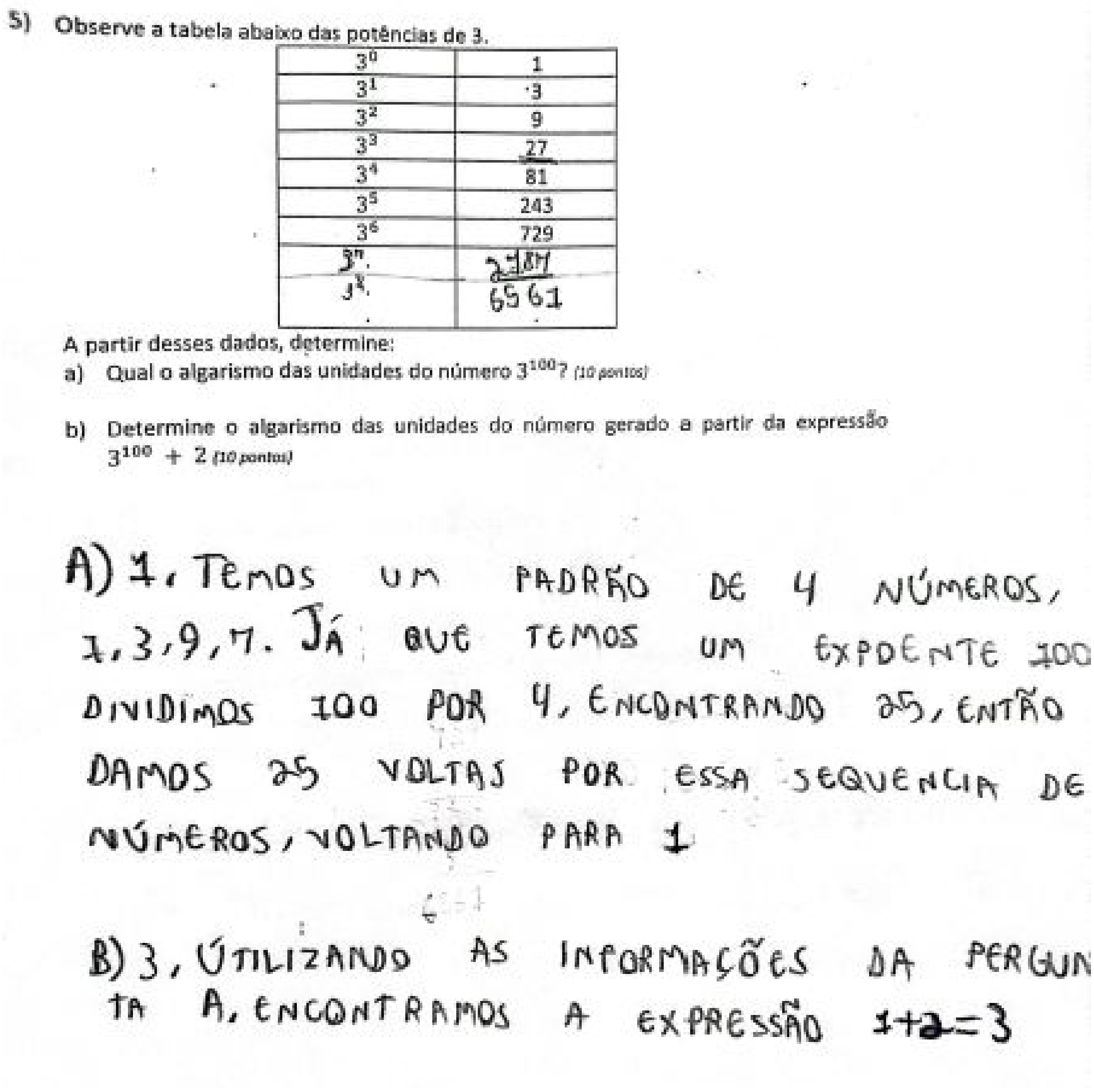
Tivemos também alunos com um conhecimento prévio bem adequado ao nível da avaliação, como o caso do Aluno IA02, que conseguiu resolver de forma clara, objetiva e correta as questões tanto da Avaliação Diagnóstica quanto da Avaliação Final.



Uma competição de matemática é composta por 2 equipes. Cada equipe deve selecionar uma pergunta de cada tema (Álgebra, Probabilidade e Geometria). De quantas formas as equipes podem escolher as perguntas para responder? *(20 pontos)*

SABEMOS QUE HÁ 3 OPÇÕES DE PERGUNTAS, PORTANTO
$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$, PORTANTO HÁ 6 POSSIBILIDADES DE
ESCOLHA DE PERGUNTA.

Figura 5.4: Resposta do Aluno IIA02 na Questão 2 da Avaliação Diagnóstica



5) Observe a tabela abaixo das potências de 3.

3^0	1
3^1	3
3^2	9
3^3	27
3^4	81
3^5	243
3^6	729
3^7	2187
3^8	6561

A partir desses dados, determine:

a) Qual o algarismo das unidades do número 3^{100}? *(10 pontos)*

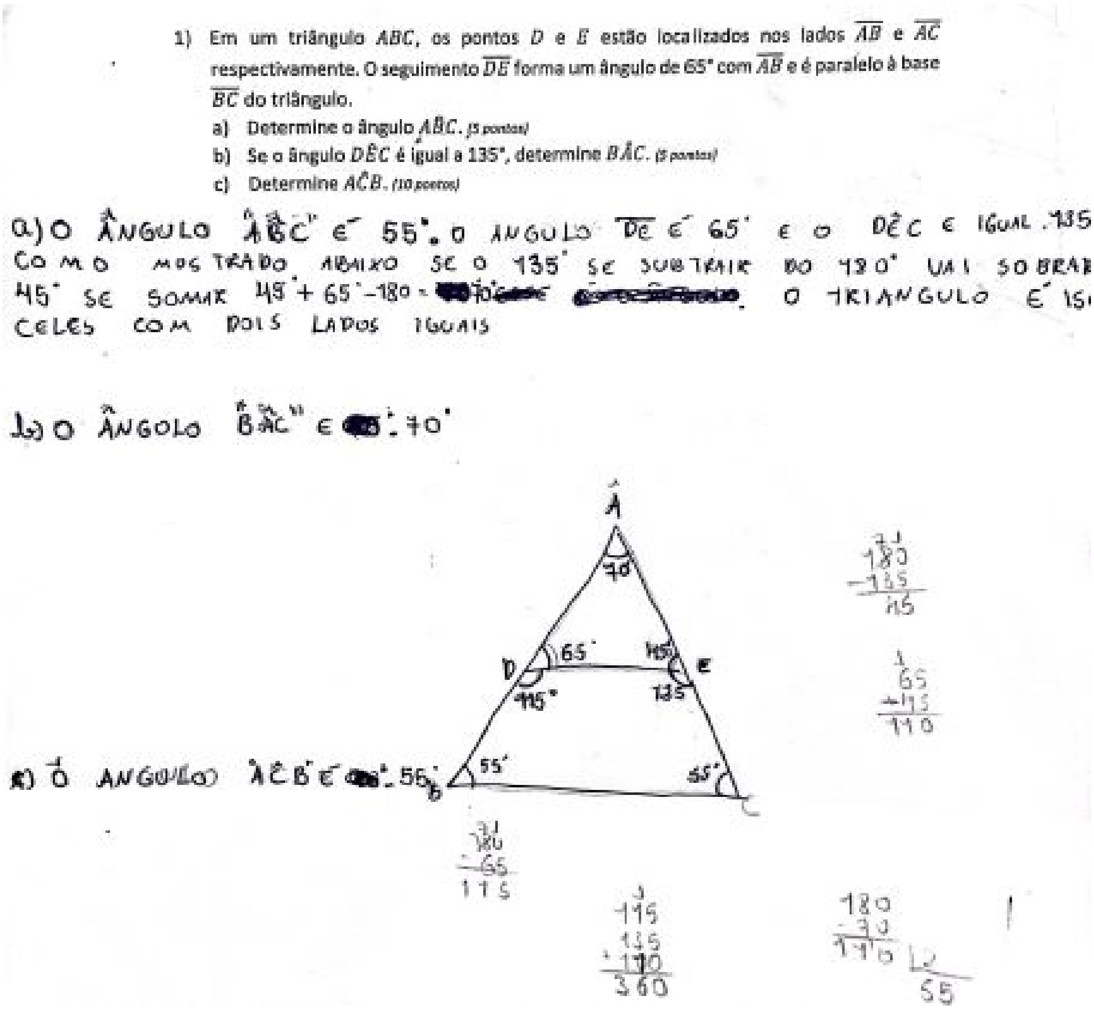
b) Determine o algarismo das unidades do número gerado a partir da expressão $3^{100} + 2$ *(10 pontos)*

A) 1, TEMOS UM PADRÃO DE 4 NÚMEROS, 1, 3, 9, 7. JÁ QUE TEMOS UM EXPOENTE 100 DIVIDIMOS 100 POR 4, ENCONTRANDO 25, ENTÃO DAMOS 25 VOLTAS POR ESSA SEQUENCIA DE NÚMEROS, VOLTANDO PARA 1

B) 3, UTILIZANDO AS INFORMAÇÕES DA PERGUNTA A, ENCONTRAMOS A EXPRESSÃO 1+2=3

Figura 5.5: Resposta do Aluno IIA02 na Questão 5 da Avaliação Final

Porém o que mais pôde ser observado durante a correção das avaliações foi a evolução demonstrada de uma avaliação para a outra, como é o caso do aluno IIC, que na primeira questão da Avaliação Diagnóstica mostrou até certo conhecimento, mas se equivocou em vários pontos, não conseguindo argumentar de forma satisfatória, nem mesmo interpretar a contento a questão, inclusive concluindo erroneamente que o triângulo era isósceles, quando na verdade não era e nada indicava isso.



1) Em um triângulo ABC, os pontos D e E estão localizados nos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ respectivamente. O seguimento $\overline{DE}$ forma um ângulo de 65° com $\overline{AB}$ e é paralelo à base $\overline{BC}$ do triângulo.

a) Determine o ângulo $A\hat{B}C$. (5 pontos)

b) Se o ângulo $D\hat{E}C$ é igual a 135°, determine $B\hat{A}C$. (5 pontos)

c) Determine $A\hat{C}B$. (10 pontos)

a) O ÂNGULO ÂBC É 55°. O ANGULO DE É 65° E O DÊC É IGUAL 135 COMO MOSTRADO ABAIXO SE O 135° SE SUBTRAIR DO 180° VAI SOBRAR 45° SE SOMAR 45°+65°-180 = [redacted] 70° [redacted]. O TRIANGULO É ISOCELES COM DOIS LADOS IGUAIS

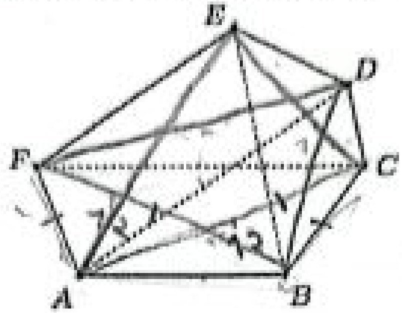
b) O ÂNGULO BÂC É [redacted] 70°

c) O ANGULO ACB É [redacted] 55°

Figura 5.6: Resposta do Aluno IIC12 na Questão 1 da Avaliação Diagnóstica

Já na Avaliação Final, em uma questão mais estruturada e com um grau de dificuldade ainda maior, o aluno conseguiu sintetizar sua resposta e determinar o resultado em uma questão que foi utilizada em um Exame Nacional de Qualificação do Profmat.

1) *(Adaptado de ENQ 2024.1)* No hexágono convexo $ABCDEF$ da figura abaixo, $\overline{AB}$ é paralelo a $\overline{FC}$, $\overline{CD}$ é paralelo a $\overline{BE}$, e $\overline{EF}$ é paralelo a $\overline{DA}$.



Sabendo que as áreas dos triângulos ABC, CDE e EFA são, respectivamente, $12cm^2$, $7cm^2$ e $15cm^2$, determine:

a) A área dos triângulos ABF, CDB e EFB. (10 pontos)
EFD

b) Explique o motivo das áreas dos triângulos ACE e BDF serem iguais. (10 pontos)

A) AS AREAS SÃO ABF: 12cm², CDE = 7, EFA = 15. SE $\overline{AB}$ É PARALE[LO] A $\overline{FC}$, $\overline{CD}$ É PARALELO A $\overline{BE}$, E $\overline{EF}$ É PARALELO A $\overline{DA}$ A BASE E A ALTURA NÃO MUDA SÓ TROCA DE LUGAR.

B) SE AS ÁRES ABC = 12cm², CDE = 7cm² E EFA = 15cm² E SÓ SOBRA O TRIÂNGULO AFC, NO OUTRO CASO OS TRIÂNGULOS SÃO ABF = 12cm², CDE = 7, EFA = 15 E O QUE SOBRA O HEXAGONO É O TRIÂNGULO BDF E COMO ÁS ÁREAS DO LADO DE FORA DESSE DOIS TRIÂNGULOS SÃO IGUAIS OS TRIÂNGULOS ACE E BDF TEM A MESMA ÁREA.

Figura 5.7: Resposta do Aluno IIC12 na Questão 1 da Avaliação Final

6 Considerações Finais

A partir dos resultados obtidos, é possível perceber a importância de adotar estratégias inovadoras para motivar os alunos, especialmente nos anos finais do ensino fundamental. O modelo de competição apresentado mostrou-se uma ferramenta eficaz nesse processo, promovendo o engajamento e estimulando a aprendizagem de forma mais natural e eficaz.

Durante a análise dos resultados, observamos que praticamente todas as turmas obtiveram avanços significativos. Esse progresso pôde ser medido não apenas pelo desempenho individual dos alunos, mas também pelo rendimento geral das turmas. Chamou a atenção o fato de que os grupos com alunos que já possuíam um nível mais elevado de aprendizado foram aqueles que registraram os avanços mais expressivos. Isso sugere que, quando estimulados, esses estudantes conseguem atingir um desempenho extremamente surpreendente, superando suas próprias expectativas e ampliando seus conhecimentos de maneira consistente.

Outro aspecto relevante identificado na análise foi a evolução dos dados de dispersão de notas. Os gráficos indicaram uma tendência geral de melhoria no rendimento, acompanhada de uma redução na amplitude da variação entre as notas mais altas e mais baixas dentro de cada turma. Esse aspecto é um indicativo positivo, pois demonstra que a competição não apenas incentivou os alunos com melhor desempenho, mas também promoveu uma participação mais equilibrada e inclusiva. Ao criar um ambiente de aprendizado estimulante, a competição conseguiu envolver todos os estudantes, garantindo que mesmo aqueles que, em um primeiro momento, apresentassem dificuldades no avanço de forma significativa.

Além disso, vale destacar que a avaliação de final apresenta um nível de dificuldade maior do que a avaliação diagnóstica inicial. Mesmo assim, os avanços observados nas turmas foram bastante relevantes, o que comprova que a experiência competitiva teve um impacto direto e positivo na aprendizagem dos alunos. Esse dado é especialmente importante, pois evidencia que o formato adotado não apenas motivou os participantes, mas também contribuiu para o desenvolvimento das habilidades matemáticas e para a consolidação dos conteúdos trabalhados.

O evento da competição em si foi um momento marcante para todos os envolvidos. A participação dos alunos superou as expectativas, indo além dos participantes do torneio. Muitos estudantes da plateia demonstraram grande interesse e buscaram resolver questões que eram apresentadas, o que reforça a ideia de que o clima criado favoreceu um aprendizado coletivo. A energia da plateia contribuiu para tornar a experiência ainda mais enriquecedora. Essa interação reforça a importância de tornar o ensino mais dinâmico, transformando a matemática em algo desafiador, porém prazeroso e instigante.

Diante desse cenário positivo, fica evidente que esse modelo de ensino pode ser transportado para a sala de aula regular de maneira contínua. Criar um ambiente de aprendizado dinâmico, que dialogue com a realidade dos alunos e desperte seu interesse, é um caminho promissor para aprimorar o ensino da matemática, pois o perfil dos estudantes da atualidade é diferente das gerações passadas, e as metodologias educacionais precisam evoluir para acompanhar essa transformação.

A implementação de um projeto dessa natureza no município trouxe uma transformação significativa na forma como os alunos do ensino fundamental II são motivados e engajados no aprendizado de matemática. Muitas vezes, observa-se uma atenção considerável voltada à educação infantil, à alfabetização na primeira etapa do ensino fundamental e a estratégias voltadas ao ensino médio, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e programas de incentivo financeiro como o Pé-de-Meia. No entanto, os alunos do 6º ao 9º ano nem sempre recebem o mesmo nível de incentivo ou um olhar mais atento para suas necessidades e interesses.

Diante desse cenário, a competição de matemática surge como uma alternativa para preencher essa lacuna, promovendo uma abordagem inovadora que alia ensino e metodologias compatíveis com os gostos e interesses dos alunos. O impacto dessa iniciativa foi muito positivo: os estudantes demonstraram um alto grau de envolvimento, entusiasmo e dedicação, refletindo diretamente na melhoria do desempenho acadêmico. Os resultados mensurados nas avaliações escolares evidenciaram avanços expressivos, confirmando a validade de ações desse tipo.

Com base nesse sucesso, espera-se que o município implemente de forma fixa a cultura de competições escolares anuais, consolidando essa prática como parte do calendário pedagógico. Ao fazer isso, a gestão pública estará investindo em uma estratégia educacional comprovadamente eficiente, capaz de estimular o interesse dos alunos pelo conhecimento e pelo aprendizado matemático.

Além disso, espera-se que os resultados obtidos por meio dessa iniciativa extrapolem os limites do projeto Cactus e reflitam positivamente nos indicadores de avaliação a nível municipal, estadual e nacional. A cultura competitiva fomentada pelo projeto também tem potencial para impulsionar a participação dos alunos em olimpíadas acadêmicas de matemática, como a OBMEP, OBA, Olimpíadas Canguru, etc. Contribuindo para elevar o padrão de ensino no município.

Ao consolidar a competição de matemática como uma ferramenta pedagógica permanente, o município não apenas amplia os horizontes educacionais dos estudantes, mas também fortalece o compromisso com a qualidade do ensino, garantindo que a educação continue em sua trajetória ascendente.

Apesar da relevância e dos impactos positivos das competições escolares, ainda há uma escassez significativa de trabalhos acadêmicos, livros e referências que abordem essa estratégia de ensino como um método estruturado e sistematizado. A literatura educacional frequentemente prioriza abordagens tradicionais ou direcionadas a avaliações padronizadas, deixando pouco espaço para a discussão aprofundada sobre a contribuição das competições para o desenvolvimento acadêmico e socioemocional dos alunos. Essa lacuna evidencia que esta é uma área pouco explorada, mas com grande potencial para contribuir com o avanço da educação, tornando-se um campo valioso para estudos futuros e para a ampliação de práticas pedagógicas inovadoras.

Referências

BOALER, Jo. Mente Sem Barreiras: Como liberar o potencial do seu cérebro. 1. ed. São Paulo: Penso Editora, 2016.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB). Dados de desempenho no município de Vargem Grande, MA. Disponível em: http://www.inep.gov.br. Acesso em: 3 mar. 2025.

MARANHÃO. Secretaria de Estado da Educação do Maranhão. Portaria nº 383, de 5 de maio de 2023. São Luís, 2023. Disponível em: https://www.educacao.ma.gov.br/wp-content/uploads/2023/05/Portaria-no-383-2023-Tornar-publico-IDE-MA.pdf. Acesso em: 3 mar. 2025.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. Princípios e Padrões para Matemática Escolar.NCTM, 2000, p.50.

PÓLYA, George. How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method. 2. ed. Princeton: Princeton University Press, 1957.

PÓLYA, George. Mathematics and Plausible Reasoning. Princeton: Princeton University Press, 1954.

SOUZA, M. A. de e MOREIRA, M. A. Aprendizagem significativa na educação matemática: um olhar por David Ausubel. João Pessoa: Universidade Federal da Paraíba, 2006. Disponível em: REPOSITORIO.UFPB.BR. Acesso em: 3 mar. 2025.

VYGOTSKY, Lev. Pensamento e Linguagem. São Paulo: Martins Fontes, 1991. p. 101.

Apêndice

Apêndice A - Avaliação Diagnóstica

Nível I

Aluno: ____

Escola: ______________________________ **Data:** __________

Professor (Na Cactus): ____________________ **Nível:** _________

Avaliação Diagnóstica

Questão 1 (20 pontos)

Em um triângulo ABC, os pontos D e E estão localizados nos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$, respectivamente. O segmento $\overline{DE}$ forma um ângulo de 65° com $\overline{AB}$ e é paralelo à base $\overline{BC}$ do triângulo.

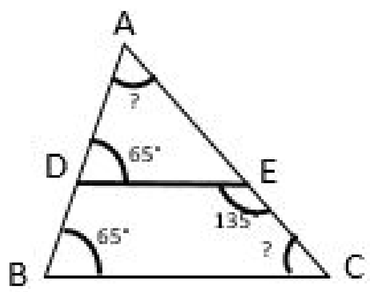


Figura 6.1: Triangulo ABC - Questão 1 da Avaliação Diagnóstica Nível I

A.(5 pontos) Se o ângulo $\widehat{DEC}$ é igual a 135°, determine $\widehat{BAC}$.

B.(15 pontos) Determine $\widehat{ACB}$

Questão 2 (20 pontos)

Uma competição de matemática é composta por 2 equipes. Cada equipe deve selecionar uma pergunta de cada tema (Álgebra, Probabilidade e Geometria). De quantas formas cada equipe pode escolher as perguntas para responder?

Questão 3 (20 pontos)

Seja $2^3 \cdot 5^2$ a fatoração do número K. Determine:

A.(10 pontos) Mostre que K é divisível por 20.

B.(10 pontos) Verifique se K é divisível por 3.

Questão 4 (20 pontos)

Em um prédio de três andares moram três amigos: Isa, Domingos e Rose. Cada um possui um animal de estimação diferente: cachorro, gato e coelho. Sabemos que:

- Isa não mora no andar mais baixo e não tem um gato.
- O gato pertence ao amigo que mora imediatamente abaixo de Domingos.
- Rose não mora no andar central e o cachorro não mora no andar imediatamente acima do dela.

Determine:

A.(10 pontos) Qual o animal de estimação de cada um dos amigos?

B.(10 pontos) Em qual andar mora cada um dos amigos?

Questão 5 (20 pontos)

Em Vargem Grande foi criada uma arena para a transmissão de jogos eletrônicos, com formato de um retângulo inserido dentro de outro. As telas formam um quadrado no centro da arena, conforme a figura.

As arquibancadas serão montadas na região delimitada entre a parte interna do retângulo maior e a parte externa do retângulo menor. O retângulo maior tem dimensões de 80×60 metros, e o menor tem dimensões de 60×40 metros.

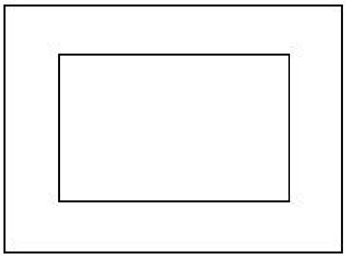


Figura 6.2: Formato da Arena de Jogos Eletrônicos- Questão 5 da Avaliação Diagnóstica Nível I

Calcule:

A.(10 pontos) As áreas dos retângulos maior e menor.

B.(10 pontos) A área destinada à construção das arquibancadas.

Nível II

Aluno: ____

Escola: ______________________________ **Data:** __________

Professor (Na Cactus): ____________________ **Nível:** __________

Avaliação Diagnóstica

Questão 1 (20 pontos)

Em um triângulo ABC, os pontos D e E estão localizados nos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$, respectivamente. O segmento $\overline{DE}$ forma um ângulo de $65°$ com $\overline{AB}$ e é paralelo à base $\overline{BC}$ do triângulo.
Determine:

A.(5 pontos) O ângulo $\widehat{ABC}$.

B.(5 pontos) Se o ângulo $\widehat{DEC} = 135°$, determine $\widehat{BAC}$.

C.(10 pontos) Determine $\widehat{ACB}$.

Questão 2 (20 pontos)

Uma competição de matemática é composta por 8 equipes de 4 alunos cada. Cada equipe deve selecionar uma pergunta de cada tema (Álgebra, Probabilidade e Geometria). Sabendo que os temas de Álgebra e Probabilidade têm 3 perguntas cada, e Geometria tem 4 questões, qual a quantidade de combinações diferentes que uma equipe pode escolher para responder?

Questão 3 (20 pontos)

Seja $2^3 \cdot 5^2 \cdot 7^1$ a fatoração do número K. Determine:

A.(10 pontos) Mostre que K é divisível por 140.

B.(10 pontos) Verifique se K é divisível por 3.

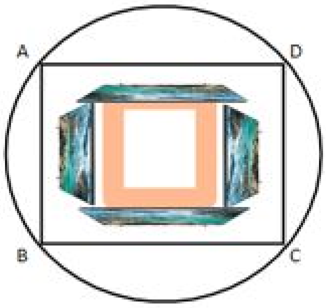


Figura 6.3: Formato da Arena de Jogos Eletrônicos- Questão 5 da Avaliação Diagnóstica Nível II

Questão 4 (20 pontos)

Em um prédio de três andares moram três amigos: Isa, Domingos e Rose. Cada um possui um animal de estimação diferente: cachorro, gato e coelho. Sabemos que:

- Isa não mora no andar mais baixo e não tem um gato.
- O gato pertence ao amigo que mora imediatamente abaixo de Domingos.
- Rose não mora no andar central e o cachorro não mora no andar imediatamente acima do dela.

Determine:

A.(10 pontos) Qual o animal de estimação de cada um dos amigos?

B.(10 pontos) Em qual andar mora cada um dos amigos?

Questão 5 (20 pontos)

Em Vargem Grande foi criada uma arena para a transmissão de jogos eletrônicos, com um retângulo inscrito em um círculo, onde as telas formam um quadrado no meio da arena, conforme a figura.

As arquibancadas serão montadas entre as laterais do retângulo de lado $\overline{AB}$ igual a 60 metros e o círculo de raio igual a 50 metros.
Calcule:

A.(10 pontos)As áreas do círculo e do retângulo. Considere $\pi \approx 3,14$.

B.(10 pontos) A área destinada à construção das arquibancadas.

Apêndice B - Roteiro de Aula 1

Precisamos iniciar entendendo como funcionam as operações dentro do conjunto dos números inteiros, pois toda a noção de divisibilidade que iremos trabalhar acontece dentro dele.

1. Adição e subtração – Ao realizarmos uma operação de adição ou subtração entre dois ou mais números inteiros, o resultado será sempre um número inteiro.

Exemplo:

- -15 + 7 = -8
- 8 - 6 = 2
- 15 + 25 = 40
- -17 - (-8) = -9

2. Multiplicação – A operação de multiplicação entre dois números inteiros também sempre resultará em um número inteiro.

Exemplo:

- 7 . 5 = 35
- -15 . 17 = -255
- -9 . (-3) = 27
- 4 . (-5) = -20

Estas operações citadas acima são conclusões diretas e válidas para quaisquer que sejam os números inteiros utilizados. Porém para a divisão isso nem sempre é verdade, vejamos:

O resultado de $5 \div 2$ não pertence ao conjunto dos números inteiros.

Este será o nosso objeto de estudo nessa aula, conseguir, através da manipulação matemática e baseado nas premissas 1. e 2., determinar quando um número inteiro é ou não divisível por outro.

Vamos analisar e resolver a questão 3 da avaliação diagnóstica aplicada no dia 26/10/2024.

Seja $2^3 \cdot 5^2$ a fatoraç ao do n'umero K, determine:

- Mostre que K é divisível por 20. (10 pontos)
- Verifique se K 'e divisível por 3. (10 pontos)

Muitos alunos resolveram essa questão encontrando o número K e em seguida realizando a divisão a fim de verificar se o resto seria igual a zero, é uma solução bem prática para o número em questão que é obtido sem muito trabalho, porém imagine o caso em que a fatoração é composta por muitos fatores, como por exemplo $2^{10}.3^{16}.5^2.7^{51}$ ficaria inviável resolvê-la de tal modo.

Precisamos lembrar que:

- Todo número, exceto o zero, dividido por si mesmo é igual a 1.
- A multiplicação é comutativa (ou seja, a ordem dos fatores não altera o produto).
- A multiplicação e a divisão são equivalentes em relação à prioridade de resolução.

Sabendo disso, eu posso verificar se um número em sua forma fatorada é divisível por um determinado valor se, e somente se, for possível obtê-lo a partir da combinação de alguns (ou todos) os fatores. Vejamos:

A letra A pedia para verificar a divisibilidade por 20, então vamos ver se a partir dos fatores dados ($2^3.5^2$), é possível obter 20 multiplicado por outro número inteiro.

De fato, se separarmos os fatores temos 2 .2 .2 .5 .5, pela comutatividade, temos que esse número é igual a 2 .2 .5 .2 .5 e multiplicando os três primeiros fatores temos 20 .2 .5 Logo é divisível!

Para a letra B), bastava verificar que não temos fator 3 e não há como obtê-lo a partir da multiplicação dos fatores, logo não é divisível.

Vamos ver alguns problemas mais gerais.

Escolha 3 números inteiros consecutivos e verifique que pelo menos um desses números é divisível por 3. Por que isso acontece?

Podemos ver que uma sequência de 3 números inteiros se dá sempre da mesma forma, teremos um múltiplo de 3, seguido de 2 que não são múltiplos. Logo, nunca haverá 3 números consecutivos sem que nenhum seja divisível por 3.

Analisando sob um ponto de vista de divisão, todo número ao ser dividido por 3 deixa resto 0 , 1 ou 2, pois quando o resto é 3, significa que podemos dividí-lo uma vez mais.

Uma outra análise muito interessante é a da observação de padrões.

Ex: Qual o último algarismo do número 4^{2024}?

Obviamente, não há a necessidade de resolver a potência para verificar qual seu último algarismo, vejamos:

Potências de 4	**Resultado**
4^1	4
4^2	16
4^3	64
4^4	256
4^5	1024
4^6	4096
$\vdots$	$\vdots$

Tabela 6.1: Tabela de potências de 4 - Roteiro de Aula 1

Observe que, quando o expoente do 4 é ímpar, o último algarismo é “4” e quando o expoente é par, o último algarismo é “6”, portanto o último algarismo do número 4^{2024} é igual a “6”.

Atividades sugeridas

1. Sabendo que qualquer número par é divisível por 2, Qual é o menor número de três dígitos que é divisível por 2 e também por 5?

2. João encontrou um número de três dígitos divisível por 6 e por 5. Qual é o menor número que ele pode ter encontrado?

3. Um número de dois dígitos é tal que o dobro da soma de seus dígitos é igual ao próprio número. Que número é esse? (dica: escreva o número na forma posicional)

4. Determine o algarismo das unidades do número $2^{2024} + 1$

5. Um hotel de 3 andares está sendo construído. Cada andar terá 100 quartos. Os quartos serão numerados de 100 a 399 e cada um terá seu número afixado à porta. Cada número será composto por peças individuais, cada uma simbolizando um único algarismo. Qual a quantidade mínima de peças, simbolizando o algarismo 2, necessárias para identificar o número de todos os quartos?

Apêndice C - Roteiro de Aula

Vamos ver neste tópico como podemos resolver questões de áreas que à primeira vista parecem difíceis, mas que com algumas noções básicas e raciocínio lógico se tornam exercícios de simples resolução.

Inicialmente, vamos relembrar algumas fórmulas que iremos utilizar ao longo dessa aula.

1. Triângulo: dado um triângulo qualquer, temos que sua área é calculada como a metade do produto entre a base e a altura do triângulo relativa à essa base.

$$A = \frac{b.h}{2} \tag{6.1}$$

Com b sendo a medida da base do triângulo e h igual a altura relativa à base b.

2. Trapézio: A fórmula da área do trapézio é calculada como:

$$A = \frac{(B+b).h}{2} \tag{6.2}$$

Com B sendo a medida da base maior, b sendo a medida da base menor e h a altura ou distância entre as duas bases.

Vejamos os problemas a seguir:

1. A figura abaixo mostra um trapézio de bases $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$. Os números que aparecem dentro dos triângulos representam suas áreas e o ponto P em destaque representa a interseção de $\overline{AC}$ com $\overline{BD}$.

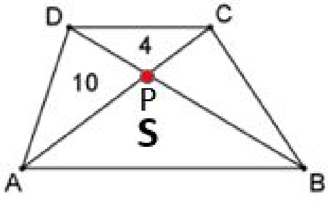


Figura 6.4: Trapézio - Exemplo 1 do Roteiro de Aula 2

Determine a medida da área S, sabendo que a área do trapézio é igual a 49.

Solução: Para resolver esse problema, precisamos verificar uma propriedade bem elementar da matemática básica e facilmente verificada. Dados dois triângulos de mesma base e mesma altura, suas áreas serão obviamente equivalentes.

Com base nessa propriedade, observamos na figura que as áreas ADB = BCA, e como DAC é igual a 10+S, BCA também é, logo a área BPC é igual a 10.

Então, basta somar as áreas para encontrar o valor de S.

A = 10 + 4 + 10 + S → A = 24 + S → 49 = 24 + S → S = 25

2. A figura a seguir mostra o trapézio ABCD. Sabe-se que $\overline{AB}$ = 15, $\overline{CD}$ = 9, e $\overline{AD}$ = $\overline{BC}$ = 5 e que a altura do trapézio ABCD é igual a 4.

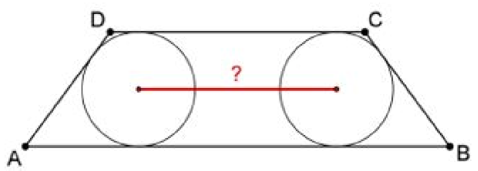


Figura 6.5: Trapézio - Exemplo 2 do Roteiro de Aula 2

Qual é a distância entre os centros das duas circunferências da figura?

Solução: Examinando o trapézio, temos a situação da figura abaixo. Concluímos que o raio da circunferência é igual a 2.

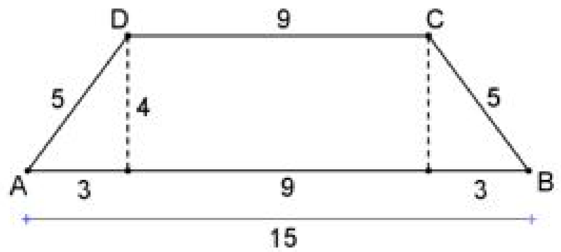


Figura 6.6: Medidas do Trapézio - Exemplo 2 do Roteiro de Aula 2

Passamos, então a examinar a próxima figura.

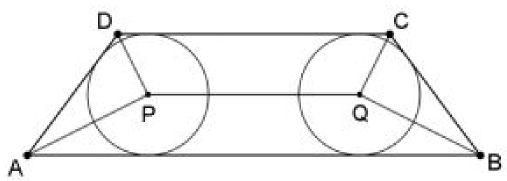


Figura 6.7: Distâncias do Trapézio - Exemplo 2 do Roteiro de Aula 2

Se P e Q são os centros das duas circunferência, vamos dividir o trapézio em quatro partes: dois trapézios com base comum $\overline{PQ}$ = x com alturas iguais ao raio das circunferências e, nas laterais, dois triângulos congruentes de bases $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$ com alturas também iguais ao raio das circunferências A soma das áreas das quatro partes é igual à área do trapézio, ou seja,

$$(\text{ABQP}) + (\text{CDPQ}) + (\text{APD}) + (\text{BCQ}) = (\text{ABCD})$$

$$\rightarrow \tfrac{(15+x).2}{2} + \tfrac{(15+x).2}{2} + \tfrac{(9+x).2}{2} + \tfrac{5.2}{2} + \tfrac{5.2}{2} = \tfrac{(15+9).4}{2}$$

$$\rightarrow 15 + \text{x} + 9 + \text{x} + 5 + 5 = 48 \rightarrow 2\text{x} + 34 = 48 \rightarrow 2\text{x} = 14 \rightarrow \text{x} = 7$$

Atividades sugeridas

1. (Canguru de matemática - 2020) O vitral quadrado mostrado abaixo tem $81cm^2$ e é composto por 6 triângulos de áreas iguais. Uma mosca está pousada exatamente no ponto onde esses seis triângulos se tocam. A que distância a mosca está da base inferior do vitral?

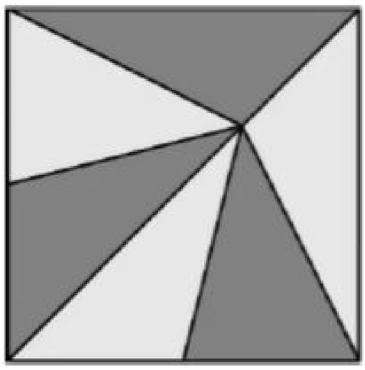


Figura 6.8: Vitral - Questão 1 das Atividades sugeridas do Roteiro de Aula 2

2. (Banco de questões OBMEP – 2012) A figura abaixo representa o terreno de Dona Marta. Esse terreno é dividido em duas partes por uma cerca, representada pelo segmento $\overline{AC}$. A parte triangular ABC tem área igual a $120m^2$.

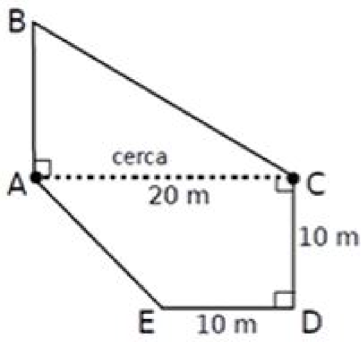


Figura 6.9: Terreno de dona Marta - Questão 2 das Atividades Sugeridas do Roteiro de Aula 2

A. Qual é a área total do terreno?

B. Dona Marta quer fazer uma nova cerca, representada pelo segmento $\overline{AF}$ na figura abaixo, de modo a dividir o terreno em duas partes de mesma área. Qual deve ser a distância $\overline{CF}$?

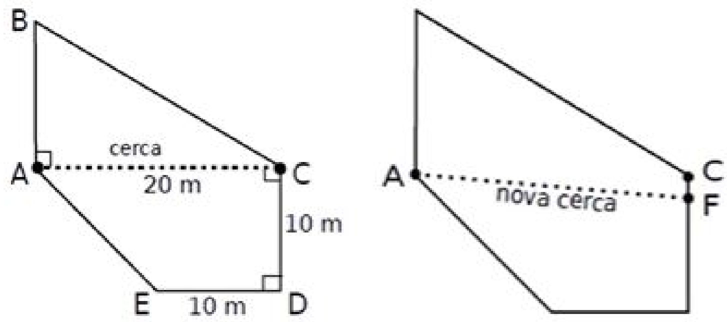


Figura 6.10: Terreno ajustado de dona Marta - Questão 2 das Atividades Sugeridas do Roteiro de Aula 2

Apêndice D - Avaliação Final

Nível I

Aluno: ____

Escola: ______________________________ **Data:** __________

Professor (Na Cactus): ____________________ **Nível:** _________

Avaliação Final

Questão 1 (20 pontos)

(Adaptado de ENQ 2024.1) No hexágono convexo ABCDEF da figura abaixo, $\overline{AB}$ é paralelo a $\overline{FC}$, $\overline{CD}$ é paralelo a $\overline{BE}$, e $\overline{EF}$ é paralelo a $\overline{DA}$.

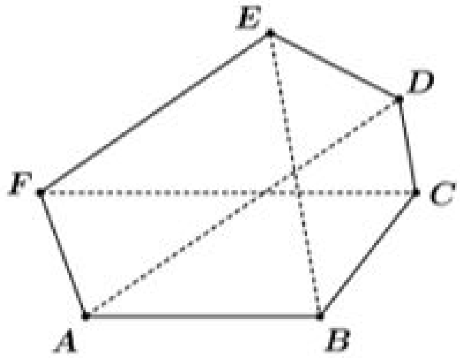


Figura 6.11: Hexágono - Questão 1 da Avaliação Final

Sabendo que as áreas dos triângulos ABC,CDE e EFA são, respectivamente, $12cm^2$, $7cm^2$ e $15cm^2$, determine:

A. (10 pontos) A área dos triângulos ABF,CDB e EFB.

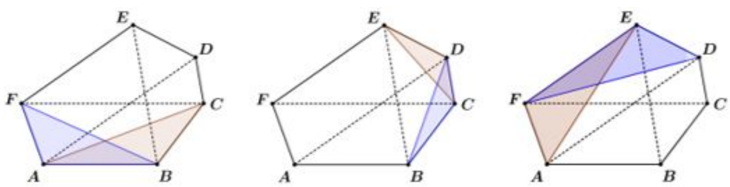


Figura 6.12: Áreas dos triângulos laterais - Questão 1 da Avaliação Final

B. (10 pontos) Explique o motivo das áreas dos triângulos ACE e BDF serem iguais.

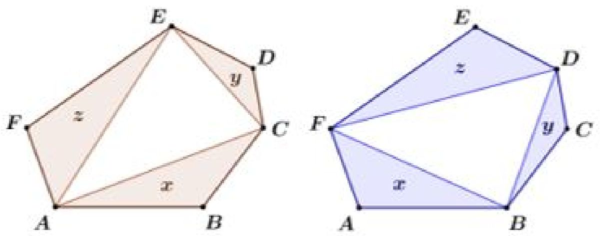


Figura 6.13: Áreas internas dos triângulos - Questão 1 da Avaliação Final

Questão 2 (20 pontos)

João Victor resolveu uma questão de matemática em um pedaço de papel e guardou em seu bolso para levar até o seu professor. No caminho até a escola, começou a chover e seu papel molhou, impossibilitando a leitura do resultado que ele havia encontrado. João não lembrava exatamente o número que havia encontrado, mas sabia que:

- Era um número par;
- Possuía 3 algarismos;
- O primeiro e o último algarismos eram números primos;
- Era divisível por 3;
- O algarismo central era 0.

A. (5 pontos) Determine o último algarismo desse número.

B. (15 pontos) Determine o número que João Victor havia escrito no papel.

Questão 3 (20 pontos)

(Adaptado de 2ª fase – OBMEP 2019 – Nivel 2) Dizemos que uma fila de cadeiras de cinema está ocupada de forma quase-cheia quando não há duas cadeiras consecutivas ocupadas, mas a próxima pessoa que chegar será obrigada a sentar-se ao lado de uma cadeira já ocupada. Uma fila com 3 cadeiras, por exemplo, tem exatamente duas ocupações quase-cheias como mostrado abaixo. As cadeiras com um X indicam que elas estão ocupadas.

Figura 6.14: Exemplo de ocupações "*Quase – cheias*" - Questão 3 da Avaliação Final

A. (5 pontos) Uma fila de 5 cadeiras possui quatro ocupações quase-cheias. Marque com um X as cadeiras dessas ocupações.

Figura 6.15: Cadeiras para preenchimento das ocupações "*Quase – cheias*" - Questão 3 da Avaliação Final

B. (15 pontos) Determine a quantidade de ocupações quase cheias em uma fila de 6 cadeiras.

Questão 4 (20 pontos)

Em apenas uma das caixas numeradas de 1 a 3 abaixo está escondido um presente misterioso. Em cada caixa há uma frase, e apenas uma dessas frases é verdadeira:

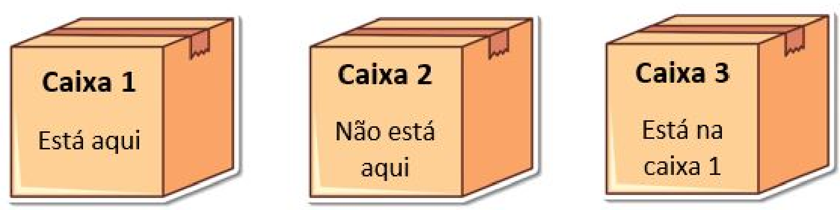


Figura 6.16: Caixas - Questão 4 da Avaliação Final

A.(15 pontos) Qual das frases é verdadeira?

B.(5 pontos) Em qual caixa está o presente?

Questão 5 (20 pontos)

Observe a tabela abaixo das potências de 3.

Potências de 3	**Resultado**
3^1	3
3^2	9
3^3	27
3^4	81
3^5	243
3^6	729
$\vdots$	$\vdots$

Tabela 6.2: Tabela de potências de 3 - Questão 5 da Avaliação Final do Nível I

A partir desses dados, determine:

A. (10 pontos) O algarismo das unidades do número 3^{100}?

B.(10 pontos) O algarismo das unidades do número gerado a partir da expressão $3^{100}+ 2$.

Nível II

Aluno: ____

Escola: ______________________________ **Data:** __________

Professor (Na Cactus): ____________________ **Nível:** __________

Avaliação Final

Questão 1 (20 pontos)

(Adaptado de ENQ 2024.1) No hexágono convexo ABCDEF da figura abaixo, $\overline{AB}$ é paralelo a $\overline{FC}$, $\overline{CD}$ é paralelo a $\overline{BE}$, e $\overline{EF}$ é paralelo a $\overline{DA}$.

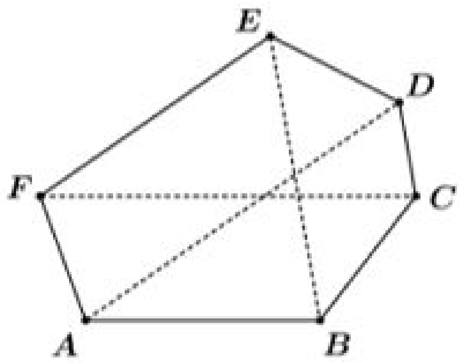


Figura 6.17: Hexágono - Questão 1 da Avaliação Final

Sabendo que as áreas dos triângulos ABC,CDE e EFA são, respectivamente, $12cm^2$, $7cm^2$ e $15cm^2$, determine:

A. (10 pontos) A área dos triângulos ABF,CDB e EFB.

B. (10 pontos) Explique o motivo das áreas dos triângulos ACE e BDF serem iguais.

Questão 2 (20 pontos)

João Victor resolveu uma questão de matemática em um pedaço de papel e guardou em seu bolso para levar até o seu professor. No caminho até a escola, começou a chover e seu papel molhou, impossibilitando a leitura do resultado que ele havia encontrado. João não lembrava exatamente o número que havia encontrado, mas sabia que:

- Era um número par;
- Possuía 3 algarismos;
- O primeiro e o último algarismos eram números primos;
- Era divisível por 3;
- O algarismo central era 0.

A. (5 pontos) Determine o último algarismo desse número.

B. (15 pontos) Determine o número que João Victor havia escrito no papel.

Questão 3 (20 pontos)

(Adaptado de 2ª fase – OBMEP 2019 – Nivel 2) Dizemos que uma fila de cadeiras de cinema está ocupada de forma quase-cheia quando não há duas cadeiras consecutivas ocupadas, mas a próxima pessoa que chegar será obrigada a sentar-se ao lado de uma cadeira já ocupada. Uma fila com 3 cadeiras, por exemplo, tem exatamente duas ocupações quase-cheias como mostrado abaixo. As cadeiras com um X indicam que elas estão ocupadas.

Figura 6.18: Exemplo de ocupações ”$Quase - cheias$” - Questão 3 da Avaliação Final

A. (5 pontos) Uma fila de 5 cadeiras possui quatro ocupações quase-cheias. Marque com um X as cadeiras dessas ocupações.

Figura 6.19: Cadeiras para preenchimento das ocupações "$Quase - cheias$" - Questão 3 da Avaliação Final

B. (15 pontos) Determine a quantidade de ocupações quase cheias em uma fila de 6 cadeiras.

Questão 4 (20 pontos)

Em apenas uma das caixas numeradas de 1 a 3 abaixo está escondido um presente misterioso. Em cada caixa há uma frase, e apenas uma dessas frases é verdadeira:

Figura 6.20: Caixas - Questão 4 da Avaliação Final

A.(15 pontos) Qual das frases é verdadeira?

B.(5 pontos) Em qual caixa está o presente?

Questão 5 (20 pontos)

Observe a tabela abaixo das potências de 3.

A partir desses dados, determine:

A. (10 pontos) O algarismo das unidades do número 3^{100}?

B.(10 pontos) O algarismo das unidades do número gerado a partir da expres-

Potências de 3	**Resultado**
3^1	3
3^2	9
3^3	27
3^4	81
3^5	243
3^6	729
$\vdots$	$\vdots$

Tabela 6.3: Tabela de potências de 3 - Questão 5 da Avaliação Final do Nível II

são $4.(3^{100} + 2)$.

Apêndice E - Banco de Questões

Nível I

Questões fáceis

1. Qual letra grega representa a constante que relaciona o perímetro da circunferência com seu diâmetro?
    - α
    - π
    - Δ
    - $\mathbb{X}$
2. Que nome é dado a uma figura que possui todos os lados e ângulos iguais?
    - Côncava
    - Equivalente
    - Regular
    - Perfeita
3. Que nome é dado ao ponto em que duas arestas se encontram?
    - Vértice
    - Face
    - Ponto de contato
    - Junção
4. O que são os números primos?
    - Números que só podem ser divididos por eles mesmos
    - Números que só podem ser divididos por 1
    - Números que só podem ser divididos por 1 e por eles mesmos
    - Números que não podem ser divididos

5. Qual o MMC entre 12 e 48?

   - 2
   - 12
   - 48
   - 576

6. Qual o MDC entre 27 e 81?

   - 3
   - 9
   - 27
   - 81

7. A figura gerada a partir dos pontos $A = (-7, 5)$, $B = (7, 3)$ e $C = (5, -4)$ é um:

   - Duodecaedro
   - Trapézio
   - Retângulo
   - Triângulo

8. O volume de um cubo de aresta igual a $6m^2$ é igual a:

   - $36m^2$
   - $216m^2$
   - $24m^2$
   - $240m^2$

9. Qual das frações é equivalente a 30%?

   - $\frac{3}{100}$
   - $\frac{30}{10}$
   - $\frac{21}{70}$
   - $\frac{18}{60}$

10. Qual número é representado por MCMXCVI em algarismos romanos?

- 1996
- 2116
- 1994
- 2106

11. Se todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado, qual das afirmações abaixo é verdadeira?

- Todo retângulo é um quadrado.
- Todo quadrado é um retângulo.
- Nenhum quadrado é um retângulo.
- Nenhum retângulo é um quadrado.

12. Qual número continua a sequência: $1, 3, 6, 10, \_$?

- 12
- 14
- 15
- 16

Questões Médias

1. Qual a média final de um aluno que tirou as notas 7, 9, 8 e 10 nos 1º, 2º, 3º e 4º bimestre respectivamente?

2. Qual a fórmula para encontrar a soma dos ângulos (S_n) internos de um polígono?

3. Qual o resto da divisão de 214 por 8?

4. Qual o algarismo das unidades do número 2^{20}?

5. Qual a fórmula da área do trapézio?

6. O triângulo ABC tem área igual a $24\,\text{m}^2$, o triângulo DEF tem o dobro da medida da base e o dobro da medida da altura de ABC. Qual a área de DEF?

7. Qual o valor de Z na expressão $Z = -3.X - (-2)^Y$, quando $X = 2$ e $Y = 3$?

8. Uma impressora faz 3 banners em alta qualidade por hora. Quantos dias ela levará para produzir 288 banners em alta qualidade?

9. Um condomínio decidiu numerar os apartamentos dos seus prédios com placas individuais que vão do 01 ao 99. Qual a quantidade de placas com o número nove serão utilizadas para numerar todos os apartamentos?

10. Ana dobra o número de seguidores a cada nova publicação no Instagram. Se ela tinha 35 seguidores antes da primeira publicação, quantos seguidores ela tinha antes da sua 5ª publicação?

11. Três irmãos têm idades consecutivas que somam 51 anos. Qual é a idade do irmão mais velho?

12. Um hexágono tem perímetro de 48 cm. Qual é a medida de cada lado?

Questões Difíceis

1. Paula iniciou um programa de ginástica no qual os dias de treino são separados por dois dias de descanso. Se ela iniciou os treinos em uma Segunda-feira, em qual dia da semana cairá o 12º treino?

2. Em Vargem Grande choveu em janeiro de 2012, 10 manhãs e 17 tardes. Em 12 dias desse mês não houve chuva. Qual a quantidade máxima de dias que pode ter chovido apenas pela manhã?

3. Um queijo foi partido em 4 pedaços de mesmo peso. Três desses pedaços pesam o mesmo que um pedaço mais um peso de 0,8kg. Qual o peso do queijo inteiro?

4. João e Ana são irmãos. João tem 3 irmãos a mais do que irmãs. Quantos irmãos Ana tem a mais do que irmãs?

5. Oito baldes encaixados um no outro formam uma pilha de 30 cm de altura. Dezesseis baldes na mesma situação formam uma pilha de 46 cm de altura. Qual a altura

de cada balde?

6. Ao medir a cintura de Marta com uma fita métrica, Carla percebeu que as marcas de 23 cm e 77 cm ficaram sobrepostas. Qual a medida em centímetros da cintura de Marta?

7. A professora Lívia perguntou a seus alunos "Quantos anos vocês acham que eu tenho?". Monalisa respondeu 22, Pedro respondeu 25 e Daniel respondeu 30. A professora disse: "Um de vocês errou minha idade em 2 anos, outro errou em 3 e outro errou em 5 anos". Qual a idade da professora?

8. Milena começou a estudar quando seu relógio digital marcava 20 horas e 14 minutos, e só parou quando o relógio voltou a mostrar os mesmos quatro algarismos pela última vez antes da meia noite. Que horas ela parou de estudar?

9. Ester deu para sua mãe uma caixa com 13 bombons, dos quais 5 possuem a embalagem branca e os demais possuem embalagem vermelha. Desses 13 bombons, 7 são recheados. Qual é a menor quantidade possível de bombons de embalagem vermelha e recheados nessa caixa?

10. Um garrafão cheio de água pesa 10,8 kg. Se retirarmos metade da água nele contida, pesará 5,7 kg. Quanto pesa, em gramas, esse garrafão vazio?

11. A caminhonete do Tio Barnabé pode carregar até 2 toneladas. Ele aceita um serviço para transportar 150 sacas de arroz de 60 kg cada e 100 sacas de milho de 25 kg cada. Qual a menor quantidade de viagens possível para que ele transporte toda a carga?

12. Sem usar o algarismo 0, Carolina escreveu todos os números de três algarismos diferentes nos quais o algarismo do meio é maior do que os outros dois. Quais são os números que Carolina escreveu com o algarismo do meio igual a 3?

Questões Extras

1. Cite todos os 10 números primos entre 0 e 30.

2. Se a idade de Rita é 3 vezes maior que a idade de Marta e a soma das idades de ambas é 20, qual é a idade de Marta?

Nível II

Questões Fáceis

1. Em um número decimal, como se chama a parte que está à direita da vírgula?

- Parte inteira
- Parte fracionária
- Parte negativa
- Parte proporcional

2. Um número que não é primo é chamado de:

- Par.
- Simples.
- Composto.
- Primos entre si.

3. Como se chama a parte de uma reta que tem um ponto inicial e não tem fim?

- Reta
- Segmento de reta
- Semirreta
- Linha curva

4. Qual é o termo usado para descrever dois números inteiros cuja soma é igual a zero?

- Múltiplos
- Opostos

- Recíprocos
- Primos

5. Quantos graus tem um ângulo raso?

- 90°
- 120°
- 180°
- 360°

6. Qual é a forma geométrica que não é um paralelogramo?

- Trapézio
- Retângulo
- Quadrado
- Losango

7. Em um plano cartesiano, o eixo X é chamado de eixo das:

- Coordenadas
- Ordenadas
- Abscissas
- Cartesianas

8. Qual o conjunto não possui o número 42/14?

- Naturais
- Inteiros
- Racionais
- Irracionais

9. Quantas arestas tem um cubo?

- 6
- 8
- 12
- 16

10. Qual é o menor número inteiro dentre as opções a seguir?

- -20
- -10
- -16
- -11

11. Quantos minutos há em 1,20 horas?

- 72
- 62
- 120
- 108

12. Quantas diagonais tem um pentágono?

- 5
- 8
- 13
- 25

Questões Médias

1. Qual é o volume de um cubo com aresta de 7 cm?

2. Qual a fórmula que determina a quantidade de diagonais de um polígono?

3. Qual é o menor número inteiro positivo divisível por 3, 5 e 6?

4. A soma de dois números é 100, e o produto deles é 2400. Quais são os números?

5. Quantos números primos existem entre 1 e 50?

6. Se o perímetro de um quadrado é 64 cm, qual é a área desse quadrado?

7. Em um grupo de 30 pessoas, 18 gostam de futebol, 12 gostam de vôlei e 5 gostam de ambos. Quantas pessoas não gostam de nenhum dos dois esportes?

8. Um cilindro tem raio da base de 3 cm e altura de $\frac{8}{\pi}$ cm. Qual é seu Volume total?

9. Uma pessoa possui 5 camisas, 4 calças e 3 pares de sapatos. De quantas formas diferentes ela pode se vestir, escolhendo uma camisa, uma calça e um par de sapatos?

10. Sabe-se que 5 torneiras, com a mesma vazão de água, conseguem encher um tanque em 30 minutos. Quanto tempo levaria para encher esse mesmo tanque se fossem ligadas apenas 3 dessas torneiras?

11. Dos 800 alunos de uma escola, 60% já estão aprovados. Dos reprovados, sabe-se que 25% estão em apenas uma disciplina. O número de alunos com pendência em apenas uma disciplina é:

12. Larissa comprou uma sandália e deu R$ 60,00 de entrada, o que equivale a 40% do valor da sandália. Assim, o valor integral dessa sandália é:

Questões Difíceis

1. A Princesa Telassim cortou uma folha de papel retangular em 9 quadrados de lados 1, 4, 7, 8, 9, 10, 14, 15 e 18 centímetros. Qual era a área da folha antes de ser cortada?

2. Um número inteiro positivo esconde outro número quando, apagando alguns de seus algarismos, aparece o outro. Por exemplo, o número 123 esconde os números 1, 2, 3, 12, 13 e 23, mas não esconde 32, 123 e 213. Qual é o maior número de três algarismos escondido por 47239?

3. Catarina tem 210 cartões numerados de 1 a 210. Quantos são os cartões em que o seu número é um múltiplo de 3?

4. O múltiplo irado de um número natural é o menor múltiplo do número formado apenas pelos algarismos 0 e 1. Por exemplo, o múltiplo irado de 2, bem como de 5, é 10; já o múltiplo irado de 3 é 111 e o de 110 é ele mesmo. Qual o múltiplo irado de 20?

5. Começando com qualquer número natural não nulo, é sempre possível formar uma sequência de números que termina em 1, seguindo repetidamente as instruções abaixo:

- se o número for ímpar, soma-se 1;
- se o número for par, divide-se por 2.

Por exemplo, começando com o número 21, forma-se a seguinte sequência:

$21 \to 22 \to 11 \to 12 \to 6 \to 3 \to 4 \to 2 \to 1$

Qual o comprimento de uma sequência que começa com 37?

6. Fernanda precisa criar uma senha para poder usar o computador da escola. A senha deve ter cinco algarismos distintos de modo que, da esquerda para a direita, o algarismo da 1ª posição seja maior do que 1, o da 2ª posição seja maior do que 2, e assim por diante. Por exemplo, 25476 é uma senha possível, mas 52476 não é, pois o algarismo na segunda posição não é maior do que 2. Se a senha de Fernanda começar com 9467, qual deve ser o algarismo da 5ª posição?

7. Joãozinho comprou um álbum em que figurinhas numeradas devem ser coladas em ordem crescente, começando na página 2 e terminando na página 61. Nas páginas pares devem ser coladas 5 figurinhas e, nas ímpares, 6 figurinhas. No total, quantas figurinhas devem ser coladas no álbum?

8. Um número inteiro positivo é chamado de interessante quando termina com um algarismo que é igual ao produto de seus demais algarismos. Por exemplo, 326 e 1020

são interessantes, pois 3 x 2 = 6 e 1 x 0 x 2 = 0. Qual deve ser o valor do algarismo A para que o número 14A8 seja interessante?

9. Joãozinho fez todas as divisões possíveis com dois números diferentes pertencentes ao conjunto 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Por exemplo, com os números 5 e 2 ele fez 2/5 = 0,4 e 5/2 = 2,5. Em quantas divisões Joãozinho obteve como resultado um número inteiro?

10. O relógio digital de Pedrinho marca horas de 00:00 até 23:59, mas está com um problema: mostra o dígito 2 em vez de mostrar o dígito 8. Assim, por exemplo:

- em vez de mostrar 18:48 o relógio mostra 12:42;
- em vez de mostrar 22:28 o relógio mostra 22:22;
- em vez de mostrar 08:18 o relógio mostra 02:12.

Entre 00:00 e 04:00, quantas vezes o relógio de Pedrinho mostra incorretamente as horas?

11. Um comprimido efervescente contém 5 mg de vitamina C. Rafael toma 3 comprimidos por dia. Em uma semana, quantos miligramas de vitamina C Rafael ingere?

12. O dia em que Marcos fez 50 anos, seu primeiro neto nasceu. Há 10 anos, a idade de Marcos era 6 vezes a idade de seu neto. Qual a idade do seu neto hoje?

Extras

1. Em uma fazenda, há galinhas e vacas. Sabendo que há um total de 32 cabeças e 86 pés, quantas galinhas e quantas vacas há na fazenda?

2. Ao calcular a divisão de um número por 4, encontramos quociente 6 e resto 2, então podemos afirmar que esse número é igual a?