

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ELETRICIDADE

**PROPOSTA DE CONTROLE BASEADO EM CRITÉRIO DE
ESTABILIDADE ROBUSTA: UMA ABORDAGEM EM
TERMOS DE FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA APLICADA A
SISTEMAS DINÂMICOS NO TEMPO CONTÍNUO
COM ATRASO**

JOABE AMARAL DA SILVA

São Luís - MA, Brasil
2012

JOABE AMARAL DA SILVA

**PROPOSTA DE CONTROLE BASEADO EM CRITÉRIO DE
ESTABILIDADE ROBUSTA: UMA ABORDAGEM EM
TERMOS DE FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA APLICADA A
SISTEMAS DINÂMICOS NO TEMPO CONTÍNUO
COM ATRASO**

Dissertação de Mestrado submetida à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Eletricidade da UFMA como parte dos requisitos para obtenção do título de **Mestre em Engenharia de Eletricidade**. Área de concentração: Automação e Controle.

Orientador: Prof. Dr. Ginalber Luiz de Oliveira Serra

São Luís - MA, Brasil
2012

FICHA CATALOGRÁFICA

Silva, Joabe Amaral da

Proposta de Controle Nebuloso Baseado em Critério de Estabilidade Robusta: Uma Abordagem em Termos de Função de Transferência Aplicada a Sistemas Dinâmicos no Tempo Contínuo com Atraso / Joabe Amaral da Silva. – São Luís, MA.

92 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Ginalber L. O. Serra.

Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Maranhão, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Eletricidade.

1. Sistemas Dinâmicos-Controlador PID Nebuloso Robusto 2. Controle Robusto. 3. Controle Nebuloso. 4. Compensação Paralela e Distribuída (PDC).

CDU: 62-551.454:517.938

Título em Inglês: Proposal of Fuzzy Control Based on Robust Stability Criteria: An approach in terms of transfer function applied to continuous time dynamic systems with time delay.

Palavras-chave em Inglês: Robust Control, Fuzzy Control, Fuzzy Modeling, Fuzzy Clustering.

Área de concentração: Automação e Controle

Data da Defesa: 27/02/2012

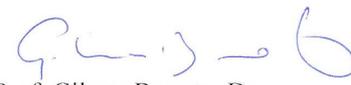
**PROPOSTA DE CONTROLE NEBULOSO BASEADO EM
CRITÉRIO DE ESTABILIDADE ROBUSTA: UMA
ABORDAGEM EM TERMOS DE FUNÇÃO DE
TRANSFERÊNCIA APLICADA A SISTEMAS DINÂMICOS
NO TEMPO CONTÍNUO COM ATRASO**

Joabe Amaral da silva

Dissertação aprovada em 27 de fevereiro de 2012.



Prof. Ginalber Luiz de Oliveira Serra, Dr.
(Orientador)



Prof. Gilmar Barreto, Dr.
(Membro da Banca Examinadora)



Prof. João Viana da Fonseca Neto, Dr.
(Membro da Banca Examinadora)

Ao meu filho, Gabriel Shai e à minha esposa, Nathália Ferreira. Amo vocês.

Agradecimentos

À Deus, "porque dEle e por Ele, e para Ele, são todas as coisas; Glória, pois, a Ele eternamente - Rm 11:36".

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, pelo apoio e fomento à pesquisa.

Ao meu orientador Prof. Dr. Ginalber L.O. Serra, pela grande oportunidade que me foi dada, pela orientação acadêmica, pela compreensão e suporte, pela amizade e confiança, pelo exemplo de vida e pelo incentivo de novos sonhos.

Aos colegas do Grupo de Pesquisa em Inteligência Computacional Aplicada à Tecnologia (ICAT) - IFMA, Adriano Mendes Magalhães e Rafael Jorge Menezes Santos, pelas sugestões e auxílios.

À minha esposa Nathália, pelo companheirismo, incentivo e orientação. Ao meu filho, Gabriel Shai, que ainda no ventre de sua mãe, incentiva-me a lutar por novas conquistas e um futuro melhor.

Aos meus pais Silvana e João, pelo suporte na minha vida. Aos meus irmãos, Simony e José Antonio pela companhia inseparável.

Ao IFMA por ter me oferecido um excelente ensino. E a todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente para realização deste trabalho.

A todos os amigos e companheiros de Mestrado pela amizade e conhecimentos adquiridos.

*"Basically, fuzzy logic is a precise
logic of imprecision."*

Loft A. Zadeh, 2010

Resumo

Nesta dissertação é proposta uma metodologia de controle PID nebuloso robusto baseado nas especificações das margens de ganho e fase, para sistemas dinâmicos com atraso, no domínio do tempo contínuo. Um modelo nebuloso com estrutura Takagi-Sugeno é utilizado para representar o sistema dinâmico a ser controlado. Assim, a partir dos dados de entrada e saída do sistema dinâmico, o algoritmo de agrupamento nebuloso Gustafson-Kessel é utilizado para estimar os parâmetros da proposição no antecedente (espaço de entrada) e o número de regras do modelo nebuloso, enquanto que o algoritmo de mínimos quadrados é utilizado para estimar os parâmetros dos sub-modelos lineares da proposição no conseqüente (espaço de saída) do modelo nebuloso. Uma formulação matemática fundamentada na estratégia de Compensação Paralela e Distribuída (PDC) é definida, a partir das especificações das margens de ganho e fase, para o cálculo dos parâmetros dos sub-controladores PID, na base de regras do controlador PID nebuloso robusto, em função dos parâmetros dos sub-modelos lineares na base de regras do modelo nebuloso do sistema dinâmico a ser controlado. Uma análise das condições necessárias e suficientes de projeto do controlador PID nebuloso robusto, com a proposta de um axioma e dois teoremas, são apresentados. Resultados computacionais para a validação da metodologia proposta comparada a dois métodos de controle nebuloso propostos por Teixeira e Zak (1999) e Wang, Tanaka e Griffin (1996), amplamente utilizados na literatura, com aplicação ao problema de controle de posição angular de um manipulador robótico, também são apresentados.

Palavras-chave: Controle Robusto; Controle Nebuloso; Modelagem Nebulosa; Agrupamento Nebuloso.

Abstract

In this dissertation, a robust fuzzy PID Takagi-Sugeno control methodology based on gain and phase margins specifications for dynamic systems with time delay in continuous time domain is proposed. A fuzzy model based on the Takagi-Sugeno structure is used to represent the dynamic system to be controlled. Thus, from the input and output data of the dynamic system, the Gustafson-Kessel fuzzy clustering algorithm is used to estimate the parameters of the antecedent proposition (input space) and the rules number of the fuzzy model, while the least mean squares algorithm is used to estimate the parameters of the sub-linear models of the consequent proposition (output space) of the fuzzy model. A mathematical formulation based on PDC (parallel and distributed compensation) strategy is defined from the gain and phase margins specifications for the calculation of PID controllers sub-parameters, in the robust fuzzy PID controller rule base, the linear sub-models parameters of the dynamic system model fuzzy rule base to be controlled. An analysis of necessary and sufficient conditions for robust fuzzy PID controller design, with the proposal of one axiom and two theorems are presented. Computational results to validation of the proposal compared to others control methods widely cited in the literature, with the application in the angular position control of a robotic manipulator, are also presented.

Keywords: Robust Control, Fuzzy Control, Fuzzy Modeling, Fuzzy Clustering.

Trabalhos Publicados Pelo Autor

Capítulos de Livros Publicados

1. Silva, J.A.; Serra, G.L.O. Takagi-Sugeno Fuzzy Control Based on Robust Stability Specifications. In: Lucian Grigorie (Ed.). (Org.). Fuzzy Controllers: Theory and Applications. Austria: InTech (ISBN: 9789533075433), v. 01, p. 45-68, 2010.

Artigos Completos Publicados em Periódicos

1. Silva, J.A.; Serra, G.L.O.; Silva, W.M.L.; Costa, C.; Lima, H. Robótica na Sala de Aula. Revista inovação (FAPEMA), v. 01, p. 28-29, 2009.

Artigos Aceitos para Publicação em Periódicos

1. Silva, J.A.; Serra, G.L.O. Fuzzy Model Based Control: Formulation and Analysis From Robust Stability Specifications. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2012.

Artigos Aceitos para Publicação em Congressos

1. Silva, J.A.; Serra, G.L.O. Controle PID Nebuloso Robusto para Sistemas Dinâmicos Incertos no Domínio do Tempo Contínuo. VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM 2012), 2012.
1. Silva, J.A.; Serra, G.L.O. Robust Takagi-Sugeno Fuzzy Model Based Control Design. In: 9th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA), Santiago, Chile, 2011.
2. Silva, J.A.; Serra, G.L.O. Robust Takagi-Sugeno Fuzzy Model Based Control Design. In: IEEE Symposium Series in Computational Intelligence (SSCI 2011). Paris, França, 2011.
3. Silva, J.A.; Serra, G.L.O. Controle Nebuloso Robusto Baseado nas Especificações das Margens de Ganho e Fase. In: X Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI). São João Del Rei, MG, 2011.
4. Silva, J.A.; Serra, G.L.O. TS Fuzzy Controller to Stochastic Systems. In: International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision Engineering (ICCARVE). Cingapura, World Academy of Science, Engineering and Technology, v. 70. p. 852-857, 2010.
5. Silva, J.A.; Serra, G.L.O.; Ferreira, C.C.T. Development method for a robust PID fuzzy controller of LPV systems. Proceedings of IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZY-IEEE). Jeju Island, Korea, ISSN: 1098-7584, p. 826-830, 2009.
6. Silva, J.A.; Serra, G.L.O. Gain-Scheduled Takagi-Sugeno fuzzy PI control methodology for LPV systems. 8th IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation (CIRA). Daejeon, Korea. ISSN:978-1-4244-4808-1, p. 222-227, 2009.
7. Silva, J.A.; Serra, G.L.O. Controle PID nebuloso Takagi-Sugeno de um servomotor DC. In: Congresso Norte-Nordeste de Pesquisa e Inovação (CONNEPI). 4., 2009, Belém, Anais... Belém: Redenet,1 CD-ROM., 2009.

8. SILVA, J. A.; Serra, G.L.O. Projeto de Controle Nebuloso Robusto de Sistemas Lineares e Variantes nos Parâmetros. In: 13th. Congresso Latinoamericano de Control Automático (CLCA), 13., Mérida, Venezuela. Anais, 2008.
9. Silva, J.A.; Serra, G.L.O. Controle Inteligente PID Nebuloso Robusto de Processos Industriais. In: Congresso Norte-Nordeste de Pesquisa e Inovação (CONNEPI). 3., Fortaleza, Anais... Fortaleza: RE-DENET, 1 CD-ROM, 2008.
10. Silva, J.A.; Serra, G.L.O. Proposal for Robust Fuzzy PI Control Design of Linear and Parameters Varying Systems. 4th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA), Xi'an, China, 2009.
11. Silva, J.A.; Serra, G.L.O. Proposal for Robust Fuzzy PID Control Design of Linear and Parameters Varying Systems. 4th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA), Xi'an, China, 2009.
12. Silva, J.A.; Serra, G.L.O. Criteria for robust fuzzy PID control design of linear and parameters varying systems. IEEE Global Congress on Intelligent Systems (GCIS), Xiamen, China, 2009.
13. Silva, J.A.; Serra, G.L.O. Takagi-Sugeno Fuzzy PI Control Methodology for LPV Systems. International Conference on Intelligent Control, Robotics, and Automation (ICICRA), Venezia, Italia, 2009.

Lista de Figuras

1.1	Pesquisas internacionais na área de controle nebuloso entre os anos 2000-2010, registradas na base do IEEE - Associação mundial dedicada ao avanço da inovação tecnológica cuja sigla significa Instituto de Engenheiros Eletrônicos e Eletricistas. . .	7
2.1	Representação de incerteza aditiva.	13
2.2	Incerteza aditiva no domínio da frequência	14
2.3	Representação de incertezas multiplicativas	14
2.4	Incerteza multiplicativa no domínio da frequência - Influências no ganho e na fase do sistema	15
2.5	Sistema massa-mola-amortecedor	16
2.6	Gráfico de Bode de um sistema massa-mola-amortecedor com parâmetros incertos .	17
2.7	Representação do tempo de atraso no (a) domínio do tempo e no (b) domínio da frequência	18
2.8	Comparação do efeito da aproximação de Padé no gráfico de fase	19
2.9	Métricas de distâncias	22
2.10	Ilustração de hiperesferas caracterizadas pelo algoritmo FCM	23
2.11	Ilustração de hiperelipsóides caracterizados pelo algoritmo GK	24
2.12	Funções de pertinência triangulares	28
2.13	Dados de identificação e validação	28
2.14	Comparação entre a não-linearidade real (linha sólida) e sua aproximação em termos da interpolação de sub-modelos lineares (linha pontilhada)	29
2.15	Agrupamento e classificação nebulosa de dados do antecedente via algoritmo de agrupamento GK	30
2.16	Funções de pertinência obtidas através da projeção da matriz de partições nebulosas sobre o espaço do antecedente	30
2.17	Comparação entre a resposta do modelo nebuloso e o sistema dinâmico - abordagem baseada em agrupamento nebuloso	31
2.18	A estratégia PDC: Controlador nebuloso compartilha os mesmos conjuntos no antecedente do modelo nebuloso da planta a ser controlada.	32
2.19	Margem de ganho (9.54dB) e margem de fase (25.4°) para sistema $G_1(s) = 10/s(s+1)(s+5)$	34
2.20	Margem de ganho (25.8dB) e margem de ganho (inf.) para sistema $G_2(s) = 10/(s^2+s+10)$	34

3.1	Diagrama do Sistema de Controle Proposto	36
3.2	Manipulador Robótico	45
3.3	Sinal de entrada, tipo <i>chirp</i> , para o manipulador robótico	46
3.4	Sinal de saída - posição angular - para o manipulador robótico	46
3.5	Agrupamento e classificação de dados de entrada-saída do manipulador robótico	47
3.6	Gráficos de desempenho do controle de posição angular do manipulador robótico considerando uma variação no instante $t = 40s$ de 1.58, em módulo para: (a) Metodologia proposta nesta dissertação; (b) Metodologia proposta por Teixeira e Zak (1999); Metodologia proposta por Wang, Tanaka e Griffin (1996). Considerando uma variação de 2, 10, em módulo, para: (d) Metodologia proposta nesta dissertação; (e) Metodologia proposta por Teixeira e Zak (1999); (f) Metodologia proposta por Wang, Tanaka e Griffin (1996)	49
3.7	Comparação entre as respostas em frequência: (a) Curvas de ganho para sub-modelo 1; (b) Curvas de fase para sub-modelo 1; (c) Curvas de ganho para sub-modelo 2; (d) Curvas de fase para sub-modelo e. Legenda: Preto - Metodologia proposta, Azul - a]Teixeira e Zak (1999)Teixeira e Zak (1999) e Vermelho - a]Wang, Tanaka e Griffin (1996)Wang, Tanaka e Griffin (1996)	50
A.1	Interseção entre os conjuntos nebulosos A e B	65
A.2	União entre os conjuntos nebulosos A e B	66
A.3	Complemento do conjunto nebuloso A	66
A.4	Relação nebulosa $\mu_R(x, y) = e^{-(x-y)^2}$	68
A.5	Exemplo de projeção de \Re^2 para \Re	69

Lista de Tabelas

3.1	Análise comparativa - Margens de ganho e fase, e parâmetros do controlador PID nebuloso robusto.	48
-----	--	----

Lista de Abreviaturas e Siglas

- SISO** - *Single Input - Single Output*
- MIMO** - *Multiple Input - Multiple Output*
- IEEE** - *Institute of Electrical and Electronic Engineers*
- WCCI** - *World Congress on Computational Intelligence*
- IC** - *Inteligência Computacional*
- IA** - *Inteligência Artificial*
- PI** - *Proporcional Integral*
- PD** - *Proporcional Derivativo*
- PID** - *Proporcional Integral Derivativo*
- TS** - *Takagi - Sugeno*
- PDC** - *Paralell Distributed Compensation*
- SLIT** - *Sistema Linear Invariante no Tempo*
- BIBO** - *Bounded - Input - Bounded - Output*
- T1FS** - *Type 1 Fuzzy System*
- T2FS** - *Type 2 Fuzzy System*
- LVP** - *Linear Variante nos Parâmetros*
- FCM** - *Fuzzy C - Means*
- GK** - *Gustafson - Kessel*
- FMLE** - *Fuzzy Maximum Likelihood Estimates*
- GG** - *Gath - Geva*
- RME** - *Relative Mean Error*

Sumário

Trabalhos Publicados Pelo Autor	viii
Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xii
Lista de Abreviaturas e Siglas	xiii
1 Introdução	1
1.1 Considerações Iniciais	2
1.2 Motivação e Relevância	4
1.3 Objetivos	9
1.3.1 Objetivos Gerais	9
1.3.2 Objetivos Específicos	9
1.4 Organização da Dissertação	9
2 O Problema de Controle Robusto Baseado em Modelo Nebuloso	11
2.1 Estabilidade Robusta em Plantas Complexas	11
2.1.1 Incertezas Estruturadas e Não-Estruturadas	12
2.1.2 Análise no Domínio da Frequência do Atraso Puro de Tempo	16
2.2 Modelagem Nebulosa Takagi-Sugeno Baseada em Dados Experimentais	18
2.2.1 Sistema de Inferência Nebuloso Takagi-Sugeno	20
2.2.2 Agrupamento Nebuloso de Dados	21
2.2.3 Estimacão Paramétrica dos Sub-modelos Lineares Locais	25
2.3 Controle Robusto Baseado em Modelo Nebuloso	31
2.3.1 Compensacão Paralela e Distribuída - PDC	31
2.3.2 Margens de Ganho e Fase	32
3 Metodologia de Controle PID Nebuloso Baseado em Estabilidade Robusta	35
3.1 Estrutura do Modelo Nebuloso Takagi-Sugeno do Sistema Dinâmico	35
3.2 Controlador PID Nebuloso Takagi-Sugeno	37
3.3 Projeto de Controlador PID Baseado em Modelo Nebuloso Takagi-Sugeno	38
3.3.1 Análise de Estabilidade Robusta	40
3.4 Resultados Computacionais	44
3.4.1 Representacão Dinâmica do Manipulador Robótico	44

3.4.2	Modelo Nebuloso TS do Manipulador Robótico	45
3.4.3	Projeto de Controlador PID Nebuloso Robusto para Posição Angular	47
4	Conclusões e Propostas Futuras	51
	Referências bibliográficas	53
A	Fundamentos da Teoria dos Conjuntos Nebulosos	62
A.1	Introdução	62
A.2	Conjuntos Nebulosos	62
A.3	Funções de Pertinência	63
A.4	Definições Básicas	63
A.4.1	corte- α	63
A.4.2	Corte- α Exato	63
A.4.3	Conjunto Nebuloso Convexo	63
A.4.4	Suporte	64
A.4.5	Núcleo	64
A.4.6	Cardinalidade	64
A.4.7	Altura	64
A.4.8	Conjunto Nebuloso Normal	64
A.5	Operações em Conjuntos Nebulosos	64
A.5.1	Interseção de Conjuntos Nebulosos	65
A.5.2	União de Conjuntos Nebulosos	65
A.5.3	Complemento de um Conjunto Nebuloso	66
A.5.4	Norma-T/Interseção Nebulosa	66
A.5.5	Conorma-T/União Nebulosa	67
A.6	Relações Nebulosas	67
A.7	Projeções e Extensões Cilíndricas	68
A.7.1	Universo n -dimensional	68
A.7.2	Projeção de um Conjunto Nebuloso	68
A.7.3	Extensão Cilíndrica de um Conjunto Nebuloso	69
B	Algoritmos de Agrupamento Nebuloso	70
B.1	<i>Fuzzy c-means</i> (FCM)	70
B.2	<i>Gustafson-Kessel</i> (GK)	71
B.3	<i>Estimação da Máxima Verossimilhança Nebulosa</i> (FLME)	72

Capítulo 1

Introdução

Com os avanços da automação industrial, diante da crescente demanda por sistemas de controle de alto desempenho para atender às características complexas de sistemas dinâmicos, o desenvolvimento e implementação de técnicas que garantam os requisitos de estabilidade e robustez, resultando em economia, segurança e eficiência do processo a ser controlado, são cada vez mais necessários. Neste contexto, várias ferramentas de análise computacional foram desenvolvidas nos últimos 10 a 15 anos, facilitando a resolução de problemas que anteriormente eram difíceis ou impossíveis de resolver. No último Congresso Mundial em Inteligência Computacional - IEEE WCCI 2010, realizado em Barcelona - Espanha, 1715 artigos explorando diversas aplicações das ferramentas de Inteligência Computacional, dentre elas modelagem e controle, foram publicados (SOBREVILLA; ARANDA; XAMBÓ, 2010). A Inteligência Computacional está intimamente relacionada com um campo chamado de *Computação Flexível (Soft Computing)*. Há, na verdade, uma sobreposição significativa entre as mesmas. De acordo com Zadeh (1998), o "pai" da lógica nebulosa e um dos principais proponentes da computação flexível:

"Computação Flexível não é uma metodologia única. Pelo contrário, é uma união de metodologias computacionais que coletivamente fornecem uma base para a concepção, projeto e implementação de sistemas inteligentes. Nesta conjuntura, as principais ferramentas são a Lógica Nebulosa, Redes Neurais Artificiais, Computação Evolutiva e Computação Probabilística. Em contraste com a computação clássica (rígida) tradicional, a computação flexível é tolerante à imprecisão, incerteza, e verdades parciais. O princípio fundamental da computação flexível é: explorar a tolerância à imprecisão, incerteza e verdade parcial com o objetivo de alcançar tratabilidade, robustez, soluções de baixo custo e uma melhor relação com a realidade".

Zadeh também acredita que a computação flexível está servindo como base para a emergente Inteligência Computacional, e que "Nessa perspectiva, a diferença entre Inteligência Artificial (IA) e Inteligência Computacional (IC) é que IA é baseada em computação rígida enquanto que IC baseia-se em computação flexível"(ZADEH, 1994). Zadeh afirma, nesta mesma publicação, que os "sistemas inteligentes são definitivamente a onda do futuro"(ZADEH, 1994).

Inicialmente definido por Fu (1971), o Controle Inteligente foi considerado como uma metodologia para gerar ações de controle através do emprego de aspectos de inteligência computacional, pesquisa operacional e sistemas de controle automático, combinando a teoria de controle convencio-

nal com técnicas de IC. Ibrahim (2003) justifica a fusão das técnicas de controle convencional com o controle inteligente da seguinte maneira:

"A necessidade de uma ferramenta de controle mais flexível e completa, que reaja de forma mais rápida e eficiente à dinâmica de sistemas físicos, é cada vez mais importante para projetistas e engenheiros, fomentando as pesquisas por uma combinação das técnicas de controle convencional com o controle inteligente".

Portanto, esta Dissertação incorpora uma técnica de IC para o desenvolvimento de uma proposta para projeto de controle PID nebuloso robusto, a partir das especificações das margens de ganho e fase, para aplicações em sistemas dinâmicos com atraso, no domínio do tempo contínuo. Nas últimas décadas, os sistemas nebulosos têm sido extremamente eficientes no controle de sistemas dinâmicos não-lineares complexos (RUTHERFORD; BLOORE, 1976; SINHA; WRIGHT, 1977; GUPTA; TROJAN; KISZKA, 1986; YAMAGUCHI; ENDO; HARUKI, 1988; TAKASHIMA, 1989; YING; SILER; BUCKLEY, 1990; LEE, 1990; SILVA, 1990; TANAKA; SUGENO, 1993; TEIXEIRA; ZAK, 1999; CHENG; LEI; JUNQIU, 2009; JING; XUESONG, 2011). Este rápido crescimento e o interesse nesta Dissertação, são motivados pelo fato de que no projeto de controle prático, em detrimento à presença de não-linearidades e incertezas no sistema dinâmico a ser controlado, as metodologias de controle sejam capazes de representar suficientemente bem o comportamento dinâmico deste, de forma que os controladores projetados possam garantir estabilidade e robustez (SERRA; BOTTURA, 2005; CETIN; DEMIR, 2008; WANG; WANG; ZHANG, 2008; ZEIAEE; KHARRATI; KHANMOHAMMADI, 2011).

1.1 Considerações Iniciais

Segundo Espinosa, Vandewalle e Wertz (2005), a teoria dos sistemas de controle, pode ser observada desde a Segunda Guerra Mundial, ou mesmo antes, quando o projeto, análise e síntese de servomecanismos foram essenciais na fabricação de sistemas eletromecânicos. O desenvolvimento da teoria de controle desde então, passou por um processo evolutivo, desde os conceitos básicos como projeto e análise no domínio da frequência para sistemas de controle linear SISO, até a teoria matemática sofisticada para controle de sistemas MIMO lineares e não-lineares no domínio do tempo contínuo e/ou discreto (KHOJASTEPOUR et al., 2008; CHABAAN, 2009; BARAKAT et al., 2011). Chen e Pham (2000) afirmam que os avanços da tecnologia espacial por volta de 1950 mudaram completamente a orientação da teoria de controle clássico:

"Os desafios devido à alta precisão e extrema complexidade dos sistemas espaciais, tais como veículos e estruturas espaciais, estimularam e promoveram o desenvolvimento da teoria de controle, desenvolvendo-a para um nível tão elevado matematicamente que novos conceitos e metodologias passaram a ser utilizados."

Entretanto, a matemática clássica e a teoria de controle convencional excluem a imprecisão e condições contraditórias. Como consequência, a teoria de controle convencional não busca qualquer formulação, análise e controle de sistemas dinâmicos incertos, imprecisos ou vagos. A teoria dos conjuntos nebulosos desempenha um papel central na busca pelo controle de tais sistemas. A principal contribuição da teoria de controle nebuloso, está em uma nova alternativa para teoria de sistemas de controle, cuja capacidade é a de lidar com muitos problemas práticos que não podem ser adequadamente abordados por técnicas de controle convencionais (SANTOS et al., 1996; SALMAN; WAN, 2007).

Ao mesmo tempo, os resultados da teoria de controle nebuloso são melhores que os obtidos por meio da lógica clássica quando o sistema a ser controlado é complexo (KHAN; RAPAL, 2006). Em outras palavras, basicamente, o objetivo da teoria de controle nebuloso é estender as bem sucedidas técnicas e métodos da teoria de sistemas de controle convencional, buscando desenvolver novas e poderosas técnicas, para uma classe de sistemas mais complexos.

De uma maneira geral, na lógica clássica, que fundamenta toda a teoria de controle de sistemas clássicos, uma determinada afirmação ou é verdadeira ou é falsa. Nada existe entre o verdadeiro e o falso, é a chamada lógica binária: chover, não chover, aceso ou apagado (BORBA; DILL, 2007). Grande parte dos sistemas especialistas é desenvolvida em linguagens convencionais de programação, baseadas na lógica booleana, a qual define a pertinência de um membro como 0 ou 1. Ou seja, o membro simplesmente pertence ou não pertence a determinado conjunto. Porém, em certos momentos, afirmações envolvendo somente verdadeiro ou falso não fazem sentido. As linguagens convencionais de programação não são eficientes e/ou suficientes para implementar o raciocínio humano na construção de um processo de decisão (TURKSEN, 1997). Mesmo com os avanços tecnológicos atuais, ainda existe um grande descompasso entre a capacidade criativa dos seres humanos e as possibilidades de solução que as máquinas computacionais proporcionam, devido ao fato de que as pessoas raciocinam de forma incerta, imprecisa, difusa ou nebulosa, enquanto as máquinas e computadores são movidos por raciocínio preciso e binário. A eliminação de tal restrição faria com que as máquinas se tornassem inteligentes, podendo tratar com informações imprecisas, como os seres humanos (WANG; DI, 2011). Tal forma de raciocínio é chamada em inglês por "*fuzzy*", cujo significado é incerto, impreciso, difuso ou nebuloso. De maneira geral, a Lógica Nebulosa deve ser vista como uma teoria matemática formal para a representação de incertezas (YAGER; OVCHINNIKOV; NGUYEN, 1987). Ou como o próprio Zadeh (2010a) afirma: "A lógica nebulosa é a lógica precisa da imprecisão".

A representação do conhecimento através da lógica nebulosa proposta por Zadeh (1965) é útil para aplicação em problemas do mundo real adaptados à compreensão humana, favorecendo a aquisição de conhecimento e a interpretação lingüística dos resultados. Neste sentido, os sistemas de controle nebulosos têm sido objeto de interesse especial pelos pesquisadores. Um controlador nebuloso, segundo Kandel e Langholz (1993), consiste em uma coleção de leis de controle cujas entradas são valores nebulosos e o tipo de saída depende do sistema nebuloso (Se do tipo Mandani (1974) - valores nebulosos; ou tipo Takagi e Sugeno (1985), funcionais matemáticos). Todas as regras do controlador são verificadas em paralelo e as ações de controle são combinadas de acordo com a mistura de regras nebulosas, ponderadas pelo grau de ativação (satisfação) do antecedente. Algum processo de defuzzificação, conforme o tipo de sistema nebuloso, é necessário para converter a descrição do conjunto nebuloso resultante em uma ação com valor específico para uma variável de controle. Embora a teoria dos sistemas de controle nebuloso seja utilizada para sistemas incertos, esta teoria em si não é incerta, pelo contrário, é precisa; ou seja, lógica nebulosa é uma lógica e matemática nebulosa é matemática.

Uma classe especial de problemas de controle é o controle de processos altamente não-lineares expostos à influência de perturbações externas (CASTI, 1985; POLA; BORRI; BENEDETTO, 2011). Em aplicações práticas, tais sistemas são controlados por operadores que utilizam os seus longos anos de experiência e conhecimento sobre as características estáticas e dinâmicas do sistema. A qualidade alcançada no controle é geralmente proporcional ao conhecimento e experiência dos operadores. A experiência do operador está ligada ao monitoramento das variáveis relevantes ao processo, e dependendo de seus estados e desvios dos valores de referência (*set-point*), os operadores decidem onde,

como e quanto eles precisam agir sobre o sistema dinâmico para alcançar um determinado objetivo de controle. Em outras palavras, eles executam o seu "programa" ou "algoritmo de controle" de acordo com sua experiência. Entretanto, tal *expertise* do operador não é suficiente para atingir determinados requisitos de desempenho, o que implica na necessidade de métodos computacionais que lidem com mais velocidade, eficiência e controle sobre o sistemas dinâmico e que, de preferência, não deixem de lado o aspecto qualitativo imposto por aqueles que operam tais sistemas.

Neste contexto, o problema principal de um projetista de controle é como encontrar uma maneira formal para converter o conhecimento e a experiência de um operador de sistema dinâmico em um algoritmo de controle bem projetado. Devido ao fato de que os sistemas nebulosos possuem características de um aproximador universal, um projetista é capaz de modelar (identificar) aspectos qualitativos, subjetivos ou linguísticos de um processo através de um conjunto de regras **SE-ENTÃO** (ZADEH, 1975; MANDANI, 1977), o que torna possível a introdução de elementos de controle baseados em modelo nebuloso (FENG, 2006). Há também situações em que os operadores não são capazes de expressar, em regras linguísticas, como eles estão conduzindo o sistema (geralmente eles diriam - por um "*feeling*"). Nesse caso, a saída é identificar as ações de controle e descrevê-las em termos de dados de entrada e saída (TAKAGI; SUGENO, 1985; ZAPATA et al., 1999). Se for considerada a aplicação da lógica nebulosa em sistemas previamente conhecidos, porém matematicamente complexos, o tempo necessário para o projeto do controlador e a aplicação prática pode ser significativamente reduzido, em alguns casos, até dez vezes (SELF, 1990). Neste sentido, o caráter não-linear de um controlador nebuloso pode contribuir para uma maior robustez dos sistemas que contêm elementos não-lineares possuindo uma estrutura simples do ponto de vista de controle (UANG; HUANG, 2004). Além de atuar como controlador em uma malha de controle, algoritmos com lógica nebulosa podem ser igualmente utilizados em esquemas de controle adaptativo, realizando tarefas diferentes como o ajuste de parâmetros de controladores convencionais (HE et al., 1993; ZHAO; TOMIZUKA; ISAKA, 1993; MANN; HU; GOSINE, 2001) ou trabalhando em paralelo com outros métodos de controle inteligente, tais como algoritmos genéticos (VARSEK; URBANCIC; FILIPIC, 1993; UZAIR; SAQIB, 2011), redes neurais artificiais (VERDU; VAZQUEZ, 1995; XU; ZHANG, 2011), ou uma fusão de ambas (AMARAL et al., 2001; PELUSI, 2011).

1.2 Motivação e Relevância

Um dos principais objetivos do projetista de controle é a construção de um sistema de controle capaz de trabalhar em ambiente real. Isto se deve ao fato deste, possivelmente, estar associado a variações com tempo (desgaste de componentes ou variações paramétricas associadas a condições ambientais) ou variantes em termos de condições operacionais (alterações na carga ou perturbações no sistema). Isto implica na necessidade de um sistema de controle capaz de resistir a estas variações. E, ainda que o ambiente permaneça constante, um problema adicional é a incerteza presente no modelo, pois qualquer representação matemática de um sistema envolve, freqüentemente, hipóteses simplificadoras. Consequentemente, não-linearidades ou são desconhecidas ou não modeladas; ou modeladas e, posteriormente, ignoradas para simplificar a análise. Neste sentido, diversos componentes de sistemas (atuadores, sensores, amplificadores, motores, engrenagens, correias, etc.) são algumas vezes modelados através de ganhos constantes, embora os mesmos sejam dinâmicos ou até não-lineares. Além disto, estruturas dinâmicas (por exemplo, aeronaves, satélites, mísseis, etc.) têm

características complexas em altas frequências, o que frequentemente é ignorada na fase de projeto. Portanto, torna-se necessário o desenvolvimento de métodos de controle que considerem as características imprecisas, variantes e não-lineares de sistemas dinâmicos complexos, garantindo estabilidade mediante tais aspectos.

Somado à necessidade da garantia de estabilidade e robustez dos sistemas de controle diante de variações temporais dos sistemas dinâmicos complexos (GAHINET; APKARIAN; CHILALI, 1996) está a necessidade de lidar corretamente com os atrasos de transporte. Sabe-se que, além das incertezas, atrasos de transporte (tempo de atraso ou tempo morto) também prejudicam o desempenho do sistema, podendo conduzir à instabilidade o sistema em malha-fechada (CHEN; GUAN; LU, 2003). Conseqüentemente, desconsiderar o atraso de transporte na fase de projeto do controlador, pode comprometer a eficiência do mesmo na fase de implementação. Portanto, torna-se necessário o desenvolvimento de métodos de controle que considerem o atraso de transporte em sua formulação, analisando os seus efeitos na margem de estabilidade do sistema a ser controlado.

Em condições reais, um sistema complexo não pode ser representado plenamente por um modelo fixo via métodos clássicos de modelagem. O que poderia comprometer, se adotado, toda a estratégia de controle desenvolvida para este. Assim, é necessário que o modelo transpasse as barreiras bivalentes da lógica clássica para que o seu grau de similaridade em relação ao sistema dinâmico real seja o maior possível. Isto se observa em um conceito proposto por Zadeh (1973) para o *Princípio da Incompatibilidade*, que diz:

"A minha opinião é que as técnicas quantitativas convencionais da análise de sistemas são intrinsecamente inadequadas para tratar sistemas humanísticos ou qualquer sistema cuja complexidade é comparável à dos sistemas humanísticos. Essa opinião está baseada no que poderia se denominar Princípio da Incompatibilidade. Definido informalmente, a essência desse princípio é que conforme aumenta a complexidade de um sistema, nossa habilidade de tornar ao mesmo tempo precisas e significantes as características do seu funcionamento diminui até um nível além do qual precisão e significância (ou relevância) tornam-se características quase mutuamente exclusivas."

A partir de 1994 (ZADEH, 1994; BEZDEK, 1994), técnicas denominadas de *"Inteligência Computacional"* (IC) foram propostas visando explorar a crescente necessidade de representar sistemas dinâmicos que frequentemente não podiam ser bem representados por modelos matemáticos determinísticos ou estocásticos convencionais, proporcionando robustez e soluções de baixo custo para modelagem e controle destes. Dentre as principais técnicas de IC, estão os Sistemas Nebulosos.

Desde a sua origem, a teoria dos conjuntos nebulosos têm gerado um grande número de produções científicas em meio a muitas comunidades científicas interdisciplinares. A idéia de limites nebulosos para o que era considerado clássico tornou-se um ingrediente importante em muitos campos da matemática, ciência da computação, engenharia e outros. *"Fuzzificar"* significa eliminar fronteiras clássicas e evitar decisões bivalentes que implicam em soluções sub-ótimas em muitas aplicações reais (ZADEH, 2010b). Portanto, a modelagem nebulosa tem sido impulsionada por causa de métodos de reconhecimento de padrões, aproximação de funções, e pelo processo de identificação na engenharia de controle, que permitem lidar com esta característica complexa inerente a esta classe de sistemas dinâmicos (ALMEIDA, 2005; CLAVIJO, 2008; GODOY, 2007; GRINITS, 2007). As técnicas de agrupamento nebuloso podem ser utilizadas na extração de modelos a partir de dados da observação de um sistema dinâmico, desempenhando um papel importante na identificação do modelo.

No reconhecimento de padrões, o agrupamento nebuloso é utilizado para atribuir objetos a classes. Enfim, dentre uma variedade de aplicações de sistemas nebulosos em engenharia, ciência, negócios, medicina, psicologia e outros campos, podem-se citar em engenharia, algumas áreas em destaque:

- **Aeronaves/Naves Espaciais:** controle de voo (LARKIN, 1984), controle de máquinas (ORTEGA; GIRON-SIERRA, 1995), diagnóstico de falhas (RONG; HUANG; SUNDARARAJAN, 2006; LUO et al., 2010) e controle de altitude de satélites (CHEN; RINE, 2001);
- **Sistemas Rodoviários Autônomos:** Direção automática (JIANJUN et al., 2008), frenagem e controle de aceleração para veículos;
- **Automóveis:** Controle de Freios, transmissão (XIE et al., 2008), suspensão (SHEN et al., 2010) e motor;
- **Veículos Autônomos:** de terra e sub-aquáticos (KHANMOHAMMADI; ALIZADEH; POORMAHMOOD, 2007);
- **Sistemas de Manufatura:** Programação (ZARANDI; ESMAEILIAN, 2003) e controle de estoques;
- **Indústria de Energia:** Controle de geração (CHIU, 2010), distribuição de energia e estimativa de carga (KONJIC; MIRANDA; KAPETANOVIC, 2005);
- **Controle do Processos:** Temperatura (SAMSUDDIN; HASBULLAH; AHMAD, 2011), pressão (OU; MAO, 2007), controle de nível e diagnóstico de falhas (BONISSONE, 1981);
- **Robótica:** Controle de posicionamento (NIANZU; RUHUI; MAOJI, 1994) e planejamento de rotas.

Na última década, o número de publicações na área de controle nebuloso cresceu 279% ¹, conforme ilustrado na Figura 1.1. O que demonstra o grande interesse da comunidade científica no potencial da lógica nebulosa aplicada ao controle de processos. Dentre os principais periódicos dedicados a tais publicações, estão: *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, *IEEE Transactions on System, Man. and Cybernetics*, *IEEE Transactions on Control System Technology*, *IEEE Intelligent Systems*, *IEEE Transactions on Robotics*, *Computing Science & Engineering*, dentre outras.

A aplicação da lógica nebulosa em sistemas de controle contempla, não somente a modelagem de sistemas dinâmicos, mas o controle dos mesmos. Além disto, a aplicação da lógica nebulosa no controle de sistemas dinâmicos é ampla e a sua implementação é menos complexa que estruturas clássicas convencionais. Os controladores nebulosos podem possuir uma estrutura similar à de controladores convencionais do tipo PI, PD ou PID. Entretanto, representados por regras linguísticas, estes controladores permitem que o sistema controlado alcance critérios de desempenho, no mínimo, semelhantes aos dos controladores clássicos, e melhores do que estes quando a complexidade do sistema dinâmico aumenta. Uma das explicações para o melhor desempenho dos controladores PID nebulosos para o controle de sistemas dinâmicos não-lineares se deve ao fato dos controladores nebulosos serem resultado de uma interpolação não-linear entre sub-controladores equivalentes a cada

¹Fonte: *IEEE Xplore Digital Library* - Consulta entre os anos de 2000-2010, para o tema *Fuzzy Control*.

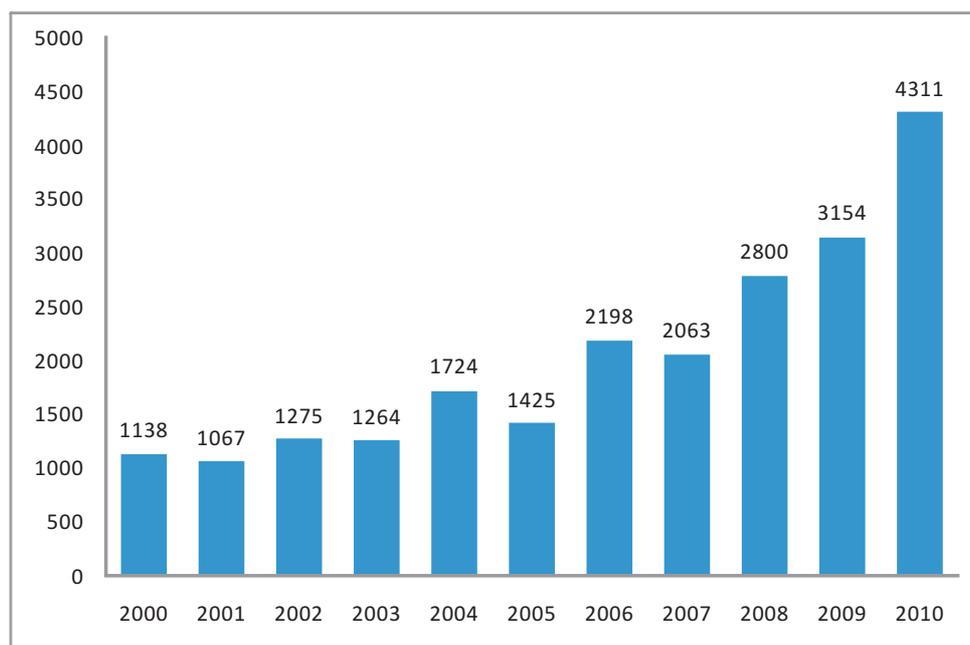


Figura. 1.1: Pesquisas internacionais na área de controle nebuloso entre os anos 2000-2010, registradas na base do IEEE - Associação mundial dedicada ao avanço da inovação tecnológica cuja sigla significa Instituto de Engenheiros Eletrônicos e Eletricistas.

regra linguística. Principalmente quando associados a funções de pertinência, no espaço do antecedente, com características puramente não-lineares (Por exemplo: Gaussianas, Sino-Generalizadas, Sigmóides, etc.) Dentre as muitas aplicações de sistemas nebulosos para controle de processos, com estrutura PID, estão as seguintes:

Em Hana e Su (2002) é proposta uma estratégia de controle nebuloso para sistemas não-lineares. Os resultados das pesquisas destacaram um erro de aproximação reduzido e um melhor desempenho do sistema de controle proposto em relação a abordagens clássicas, garantindo a estabilidade global do sistema.

Em Silva (2003) é comparado o desempenho de um sistema de refrigeração para resfriamento de líquido controlado a diferentes modos. Entre estes, a estratégia de controle nebuloso apresentou bom desempenho e um consumo de energia elétrica 14% menor que os controladores convencionais, o que credenciou o controle nebuloso como melhor alternativa para o controle da temperatura de saída do fluido refrigerante em questão.

Em Makiyama (2004) são realizadas simulação dinâmica e o projeto do controle de um pasteurizador a placas de três seções, com regeneração, aquecimento e resfriamento para suco de laranja artificial, utilizando estratégia de controle nebuloso SISO em malha fechada. A autora aplicou perturbações ao processo e os controladores PI-nebuloso e PID-nebuloso foram avaliados sob o aspecto de condições de estabilização do processo, apresentando desempenhos satisfatórios.

Em Fileti, Filho e Pereira (2002) são implementados algoritmos de controle nebuloso tipo PID para controle *on-line* da composição do produto em uma coluna de destilação em batelada, para mistura binária composta por n-hexano e n-heptano. O controlador nebuloso apresentou desempenho superior ao controlador convencional, necessitando de uma razão de refluxo 80% menor para manter

a composição em torno do *set-point* e propiciou um menor tempo de acomodação e menor consumo de energia quando comparado com o controlador PID tradicional.

Em Serra e Boturra (2006) é proposto um esquema de controle adaptativo com escalonamento de ganhos baseado em sistemas nebulosos, redes neurais e algoritmos genéticos. Após resultados de simulações, os autores concluíram que houve uma melhoria no desempenho da malha de controle por causa da otimização evolucionária multiobjetiva na estrutura de controle proposta, uma atualização inteligente de todos os parâmetros ajustáveis do controlador PI nebuloso, devido ao escalonador neural de ganhos e que a estrutura de controle proposta atingira um acompanhamento de trajetória eficientemente no controle de plantas não-lineares com ruídos por causa da sua natureza nebuloso-genética.

Em Park et al. (2007) é realizado um estudo experimental para controle de altitude de uma nave espacial utilizando um controlador nebuloso. Após simulações, o autor verificou a superioridade do controlador na presença de dinâmicas não-modeladas, distúrbios e não-linearidades como atrito de peças mecânicas e vibrações na carga.

Em Al-Odienat e Al-Lawama (2008) é realizado um estudo comparativo a respeito das vantagens do controlador PID nebuloso sobre os controladores convencionais. Através de simulações, constatou-se que a lógica nebulosa forneceu certo nível de inteligência aos controladores, bem como excelente desempenho e respostas mais rápidas em malhas de controle não-lineares. Observou-se que em malhas de controle com sinais ruidosos obtém-se uma melhor estabilidade e melhor desempenho quando a lógica nebulosa é aplicada.

Em Islam et al. (2008) é projetado um controlador PID nebuloso para sistemas de controle de tráfego de veículos (e.g. piloto-automático). O objetivo dos autores foi desenvolver um sistema para reduzir as colisões entre veículos nas estradas. Após a implementação do controlador em um carro da marca Mercedes Benz, os autores verificaram que a saída do controlador implicava num melhor controle sobre a velocidade do veículo, alertando aos condutores sobre a necessidade do uso dos freios ou, até mesmo, desacelerando o veículo automaticamente.

Em Subudhi, Reddy e Monangi (2010) é apresentada uma estrutura analítica para controladores PID nebuloso de diferentes classes, comparando-os com os controladores convencionais. Uma série de simulações computacionais foram desenvolvidas e demonstraram a eficiência do controlador PID nebuloso, com estrutura PDC, sobre os controladores convencionais aplicados a sistemas complexos, não-lineares e com tempo de atraso.

Em Shi e Zhou (2011) é desenvolvido um controlador PID nebuloso para controlar automaticamente a frequência cardíaca com precisão em um perfil predefinido para pacientes com bradicardias em repouso. Este controlador ofereceu uma boa taxa de batimentos cardíacos para as necessidades fisiológicas dos pacientes. Resultados de simulação confirmaram que o controlador proposto é mais eficaz para a recuperação e manutenção dos batimentos cardíacos, comparado com outros algoritmos de controle existentes.

Além das aplicações citadas, destacam-se as seguintes (QIU; YANG, 2011; JING; XUESONG, 2011; LI, 2011; LIN-KE et al., 2011; KUMAR; RANA, 2011; ZOU et al., 2011).

Entretanto, o desenvolvimento de métodos de controle robusto baseados em modelo nebuloso obtido a partir de dados experimentais de entrada e saída, no domínio do tempo, em termos de função de transferência estão em aberto. Neste contexto, está inserido a presente dissertação.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivos Gerais

Esta dissertação tem o objetivo de propor uma metodologia de controle PID nebuloso robusto, baseado nas especificações das margens de ganho e fase, para sistemas dinâmicos com atraso, no domínio do tempo contínuo.

1.3.2 Objetivos Específicos

Neste trabalho, são propostos os seguintes objetivos específicos:

- Obter um modelo nebuloso baseado em dados experimentais de entrada e saída, do sistema dinâmico a ser controlado, via agrupamento nebuloso e método dos mínimos quadrados;
- Propor uma formulação matemática, em termos de função de transferência, fundamentada na estrutura do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno, bem como na estratégia de compensação paralela e distribuída (PDC), para análise e síntese de controle PID nebuloso robusto baseado em modelo nebuloso, a partir das especificações das margens de ganho e fase;
- Analisar as condições de estabilidade e robustez, para o projeto do controlador PID nebuloso robusto;
- Validar a metodologia proposta comparando-a com outros dois métodos de controle nebuloso amplamente citados na literatura.

1.4 Organização da Dissertação

Este trabalho, fazendo uso das definições e considerações apresentadas neste capítulo, está organizado como segue:

No **Capítulo 2** apresentamos a problemática do controle robusto baseado em modelo nebuloso, onde os seguintes aspectos, ainda que brevemente, serão discutidos: definições e características dos tipos de incertezas existentes em sistemas complexos; o efeito do atraso de transporte em um sistema dinâmico bem como a sua representação em termos de função de transferência via aproximação de Padé; os sistemas de inferência nebulosos Takagi-Sugeno; os métodos de agrupamento nebuloso; a estimação de parâmetros nos sub-modelos característicos dos sistemas baseados em regras linguísticas do tipo Takagi-Sugeno; a estratégia de compensação paralela e distribuída e a definição das margens de ganho e fase.

No **Capítulo 3** apresentamos o método para projeto de controlador PID nebuloso robusto baseado em modelo nebuloso, a partir das especificações das margens de ganho e fase. A estrutura do controlador PID nebuloso robusto e as fórmulas de ajuste, a análise de estabilidade e robustez, assim como as condições necessárias e suficientes para o projeto do controlador PID nebuloso robusto, baseado na proposta de um axioma e dois teoremas, bem como os resultados computacionais para a aplicação da metodologia proposta para o controle de posição angular de um manipulador robótico, são apresentados.

No **Capítulo 4** apresentamos as conclusões e as propostas para trabalhos futuros.

No **Apêndice A** apresentamos os fundamentos da teoria dos conjuntos nebulosos.

No **Apêndice B** apresentamos algoritmos de agrupamento FCM (*Fuzzy C-Means*), GK (*Gustavson-Kessel*) e FLME (*Estimação da Máxima Verossimilhança Nebulosa*).

Capítulo 2

O Problema de Controle Robusto Baseado em Modelo Nebuloso

O principal objetivo de um especialista na área de controle é especificar um sistema de controle que trabalhe em condições de alta complexidade em termos de processos a serem controlados, a saber processos não-lineares, incertos, com atrasos de transporte, etc. O sistema de controle deve ser capaz de resistir a mudanças temporais em seus parâmetros (desgaste natural ou variação em função de parâmetros internos e/ou externos) ou variações nas condições operacionais (perturbações, mudanças de carga, etc.). Sendo assim, em condições reais, um processo complexo não pode ser representado plenamente por um modelo fixo via métodos clássicos de modelagem, pois poderia comprometer, se adotado, toda a estratégia de controle desenvolvida para este. Neste contexto, é necessário que o modelo do processo a ser controlado represente com o maior grau de similiaridade possível, não somente as leis físicas que regem o sistema mas as incertezas e dinâmicas características deste. A partir de 1994 (ZADEH, 1994; BEZDEK, 1994), técnicas denominadas de "*Inteligência Computacional*" (IC) foram propostas visando explorar a imprecisão e incertezas características de sistemas reais, proporcionando robustez e soluções de baixo custo para modelagem e controle destes. Dentre as principais técnicas de IC, estão: Sistemas Nebulosos, Redes Neurais Artificiais, Computação Evolutiva e Sistemas Híbridos (combinações de redes neurais, sistemas nebulosos e/ou computação evolutiva). Portanto, o desenvolvimento de métodos inteligentes capazes de considerar as complexidades de processos reais, bem como a garantia da robustez do sistema de controle, constitui um grande desafio para pesquisadores de sistemas de controle.

2.1 Estabilidade Robusta em Plantas Complexas

Uma questão essencial no projeto dos sistemas de controle é a *estabilidade*. Um sistema instável não tem valor prático. Isto se deve ao fato de que alguns sistemas de controle são vulneráveis a perturbações e ruídos no ambiente real, e isto afeta negativamente aos sinais de saída do sistema em relação ao esperado. Algumas técnicas de controle convencionais podem reduzir o efeito de alguns agentes desestabilizantes do sistema. No entanto, um controlador inadequado ou mal-projetado pode levar um sistema em malha-fechada à instabilidade.

A maioria dos projetos de controle é baseada no uso de um modelo do sistema dinâmico. A

relação entre o modelo utilizado e o processo real é sutil e complexa e à diferença ou erro entre o modelo de um sistema dinâmico e o sistema nominal, dar-se o nome de *incerteza*. Se o projeto de controle se desempenha bem mediante variações substanciais na dinâmica do sistema dinâmico a partir de determinados valores projetados, diz que o projeto é *robusto*. A Robustez tem sido uma questão importante no projeto de sistemas de controle desde 1769, quando James Watt desenvolveu seu controlador de bolas flutuante (*flyball*) (ORROK, 1936). Um sistema de controle bem projetado deve ser capaz de manter a estabilidade e um certo nível de desempenho, apesar de incertezas na dinâmica do sistema e/ou no ambiente da aplicação. Requisitos de projeto, tais como margens de ganho e fase fazem parte de técnicas clássicas no domínio da frequência e estão exclusivamente associadas ao propósito de robustez. Devido à sua importância, as pesquisas sobre robustez vem crescendo continuamente.

Quando, na presença de incertezas, a estabilidade é garantida, diz-se que o sistema possui uma propriedade chamada de *Estabilidade Robusta* (BATTACHARYA; CHAPPELLAT; KEEL, 1995). O estudo da estabilidade de sistemas tem seu marco inicial nas pesquisas desenvolvidas por Nyquist (1932) e Bode (1945), nas quais eram analisados, no domínio da frequência, os efeitos da realimentação na estabilidade em malha-fechada de circuitos elétricos em que eram consideradas variações paramétricas. Desde então, surge a necessidade de maiores pesquisas no desenvolvimento de sistemas de controle que garantam a estabilidade robusta na presença de incertezas.

Pesquisas destacam que processos reais não devem ser simplificados por modelos lineares fixos. Pois, simplificações deste tipo são capazes apenas de representar dinâmicas em torno de um único ponto de operação. Tal abordagem geralmente é adotada mediante a complexidade matemática e à restrições de custo. Entretanto, o negligenciamento de complexidades naturais intrínsecas ao sistema (Atraso puro de tempo, não-linearidades, variações paramétricas, etc.) no processo de modelagem somadas perturbações externas podem comprometer a estabilidade da malha de controle. Matematicamente, para que um sistema de controle possua *estabilidade robusta* significa dizer que o controlador projetado não deve funcionar satisfatoriamente só para uma planta, mas para uma família (ou conjunto) de plantas.

2.1.1 Incertezas Estruturadas e Não-Estruturadas

O termo *incerteza* refere-se aos erros entre os modelos e a realidade, e sempre que um mecanismo é utilizado para representar estes erros, denomina-se o mesmo como uma *representação de incertezas*. O conhecimento das características físicas que causam diferenças entre o modelo e o sistema dinâmico e nossa habilidade de representá-las de alguma maneira fornece grande auxílio no processo de representação de incertezas. Típicas fontes que conduzem a uma diferença entre o modelo e o sistema dinâmico nominal são: dinâmicas não modeladas (principalmente em altas frequências), não-linearidades desconsideradas na modelagem, efeitos de modelos de ordem reduzida e variações paramétricas. Estes erros de modelagem podem afetar a estabilidade do sistema de controle.

Uma planta complexa é definida como um sistema dinâmico com características complexas tais como: não-linearidades, incertezas, parâmetros variantes, atrasos de transporte, etc. Os tipos de incertezas podem ser caracterizados em duas categorias: *Incetezas Não-Estruturadas* e *Incetezas Estruturadas*.

Incetezas Não-Estruturadas

Perturbações dinâmicas que podem ocorrer em diferentes partes do sistema, podem ser agrupadas em um simples bloco de perturbações Δ ; *a priori*, considerando dinâmicas não-modeladas em altas frequências. A representação destas incertezas é chamada como incerteza *não-estruturada*. O bloco Δ pode ser representado por uma função de transferência desconhecida. A incerteza não-estruturada em um sistema de controle pode ser representada como incerteza *aditiva* ou *multiplicativa*. Suponha que a planta incerta é dada por,

$$G_p(s) = G(s) + \Delta_a(s) \quad (2.1)$$

Sendo $G(s)$ uma planta nominal, e $\Delta_a(s)$ é estável. $\Delta_a(s)$, é chamado de **Incerteza Aditiva**, dada por,

$$\Delta_a(s) = G_p(s) - G(s) \quad (2.2)$$

A estrutura de $\Delta_a(s)$ é usualmente desconhecida mas esta pode ser considerada de tal modo a satisfazer o limite superior no domínio da frequência, i.e.,

$$|\Delta_a(s)| \leq \delta_a(\omega) \quad \forall \omega \quad (2.3)$$

A partir de (2.1) e (2.3), tem-se uma família de plantas descritas por,

$$\prod_a = \{G / |G_p(j\omega) - G(j\omega)| \leq \delta_a(\omega)\} \quad (2.4)$$

O limite superior $\delta_a(\omega)$ de $\Delta_a(j\omega)$ pode ser obtido a partir de experimentos da resposta em frequência. A representação em termos de diagrama de blocos de uma incerteza aditiva é representada na Figura 2.1.

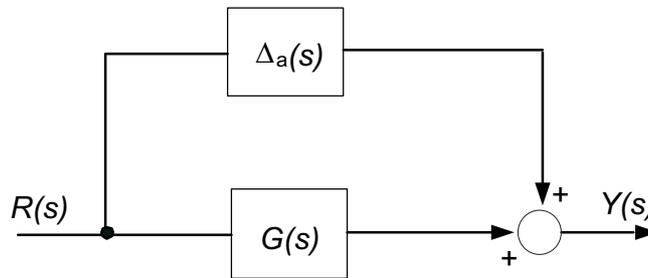


Figura. 2.1: Representação de incerteza aditiva.

Exemplo 1: Considere uma função de transferência nominal dada por $G(s) = 15/(2s + 1)$ e uma incerteza aditiva dada por $\Delta_a(s) = 12/(5s + 1)$. No domínio da frequência, a variação no ganho devido à presença da incerteza não-estruturada pode ser visto na Figura 2.2.

No caso de uma **incerteza multiplicativa**, G_p e $G(s)$ são relacionados da seguinte maneira,

$$G_p(s) = G(s) (1 + \Delta_m(s)) \quad (2.5)$$

onde $\Delta_m(s)$ é estável e pode ser restrito de algum modo a satisfazer um limite superior no domínio da frequência, i.e.,

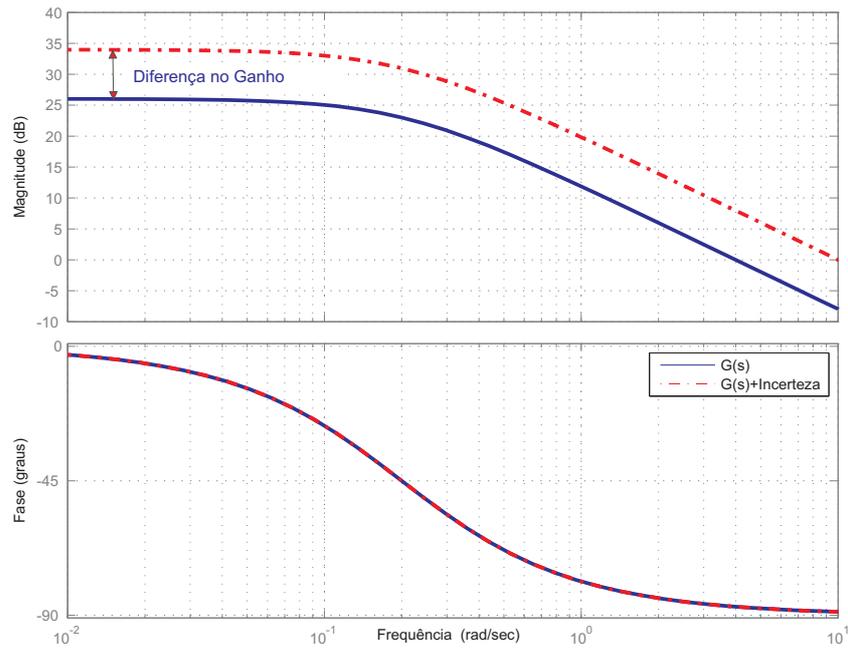


Figura. 2.2: Incerteza aditiva no domínio da frequência

$$|\Delta_m(s)| \leq \delta_m(\omega) \quad \forall \omega \tag{2.6}$$

$\delta_m(\omega)$ pode ser gerado a partir de experimentos de resposta em frequência. As equações (2.5) e (2.6) descreve uma família de plantas dadas por,

$$\prod_m = \left\{ G \mid \frac{|G_p(j\omega) - G(j\omega)|}{|G(j\omega)|} \leq \delta_m(\omega) \right\} \tag{2.7}$$

A representação por diagramas de blocos para incertezas multiplicativas é ilustrada na Figura 2.3.

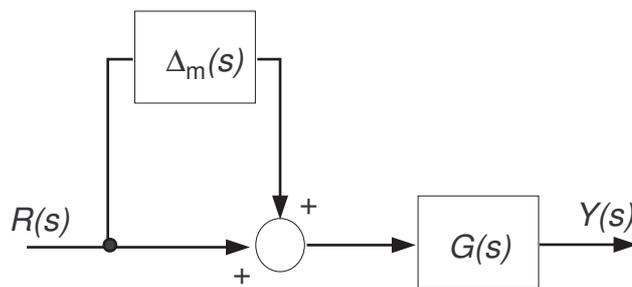


Figura. 2.3: Representação de incertezas multiplicativas

Exemplo 2: Considere uma função de transferência nominal dada por,

$$G(s) = \frac{7(s + 1)}{s^2(s + 3)} \tag{2.8}$$

O modelo do sistema dinâmico, $G_p(s)$, é dado por,

$$G_p(s) = \left[\frac{7(s+1)}{s^2(s+3)} \right] \left(\frac{s^2 + 2.4s + 144}{s^2 + s + 100} \right) \left(\frac{100}{144} \right) \quad (2.9)$$

Utilizando uma representação multiplicativa, tem-se,

$$\Delta_m(s) = \frac{G_p(s) - G(s)}{G(s)} = \frac{-3.05s(s - 2.18)}{s^2 + s + 1} \quad (2.10)$$

No domínio da frequência, a influência no ganho e na fase do sistema, devido à presença de uma incerteza não-estruturada representada por incerteza multiplicativa, pode ser vista na Figura ??.

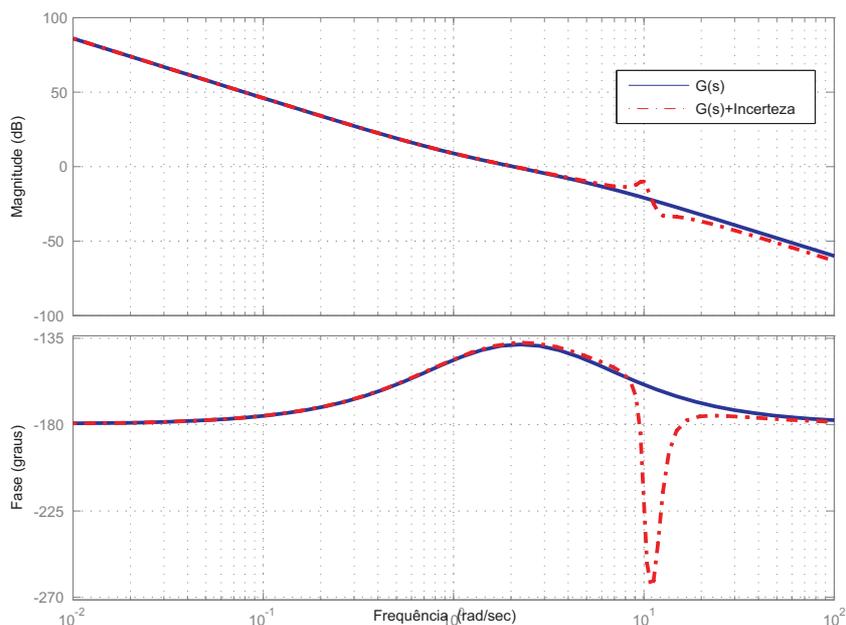


Figura. 2.4: Incerteza multiplicativa no domínio da frequência - Influências no ganho e na fase do sistema

Incertezas Estruturadas

As representações de incertezas não-estruturadas apresentadas anteriormente são úteis para descrever dinâmicas não-modeladas. Estas incertezas complexas ocorrem geralmente em faixas de alta frequência e podem incluir atrasos não-modelados (tempos de atraso) (LIN, 1992), acoplamento parasita, histerese e outras não-linearidades. No entanto, as perturbações dinâmicas em muitos sistemas de controle industrial também podem ser causadas devido a uma descrição imprecisa de características de seus componentes, efeitos de uso-desuso sobre componentes da planta, mudanças nos pontos de operação, etc. Tais perturbações podem ser representadas por variações dos parâmetros do sistema sobre alguns possíveis intervalos de valores (complexos ou reais). Eles afetam o desempenho em baixas frequências e são chamados de *incertezas estruturadas* ou *incertezas paramétricas*.

Exemplo 3: Um sistema massa-mola-amortecedor, ilustrado na Figura 2.5, pode ser descrito pela seguinte equação diferencial ordinária de segunda ordem:

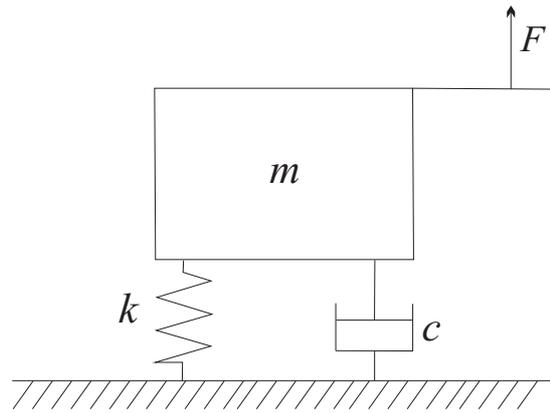


Figura. 2.5: Sistema massa-mola-amortecedor

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + c \frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = f(t) \quad (2.11)$$

onde, m é a massa, c é a constante de amortecimento, k é a rigidez da mola, $x(t)$ o deslocamento e $f(t)$ a força externa. Em um sistema real, os três parâmetros físicos m , c e k não são conhecidos exatamente. No entanto, pode-se supor que seus valores estão dentro de certos intervalos conhecidos. Isto é,

$$(m_o + \delta_m) \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + (c_o + \delta_c) \frac{dx(t)}{dt} + (k_o + \delta_k) x(t) = f(t) \quad (2.12)$$

onde $m = 3$, $c = 1$, $k = 2$ são os chamados valores nominais dos parâmetros m_o , c_o e k_o . p_m , p_c e p_k e δ_m , δ_c e δ_k representam as possíveis perturbações nos três parâmetros. Neste exemplo, considera-se $p_m = 0,4$, $p_c = 0,2$ e $p_k = 0,3$ e $-1 \leq \delta_m, \delta_c, \delta_k \leq 1$. Nota-se que isto representa uma incerteza de até 40% na massa, uma incerteza de 20% no coeficiente de amortecimento e uma incerteza de 30% na rigidez da mola. Esta característica incerta dos parâmetros implica na resposta em frequência mostrada na Figura 2.6. A curva tracejada em cor vermelha, representa as curvas de ganho e fase para o sistema nominal e as curvas em azul a resposta do sistema mediante as incertezas paramétricas.

Como observado, as incertezas influenciam diretamente na resposta em frequência do sistema a ser controlado, alterando o ganho e/ou fase do mesmo. Assim, as curvas da resposta em frequência podem revelar o efeito das incertezas no modelo tanto em baixas quanto em altas frequências, podendo servir como uma excelente ferramenta para análise da influência dos parâmetros do sistema no projeto de controle com estabilidade robusta.

2.1.2 Análise no Domínio da Frequência do Atraso Puro de Tempo

Ao realizar o projeto de controle, é desejável a garantia de estabilidade ainda que existam parâmetros físicos incertos do sistema (GAHINET; APKARIAN; CHILALI, 1996). Sabe-se que a incerteza devido a atrasos de transporte não modelados também prejudica o desempenho do sistema, podendo levar à instabilidade o sistema de controle em malha-fechada (CHEN; GUAN; LU, 2003).

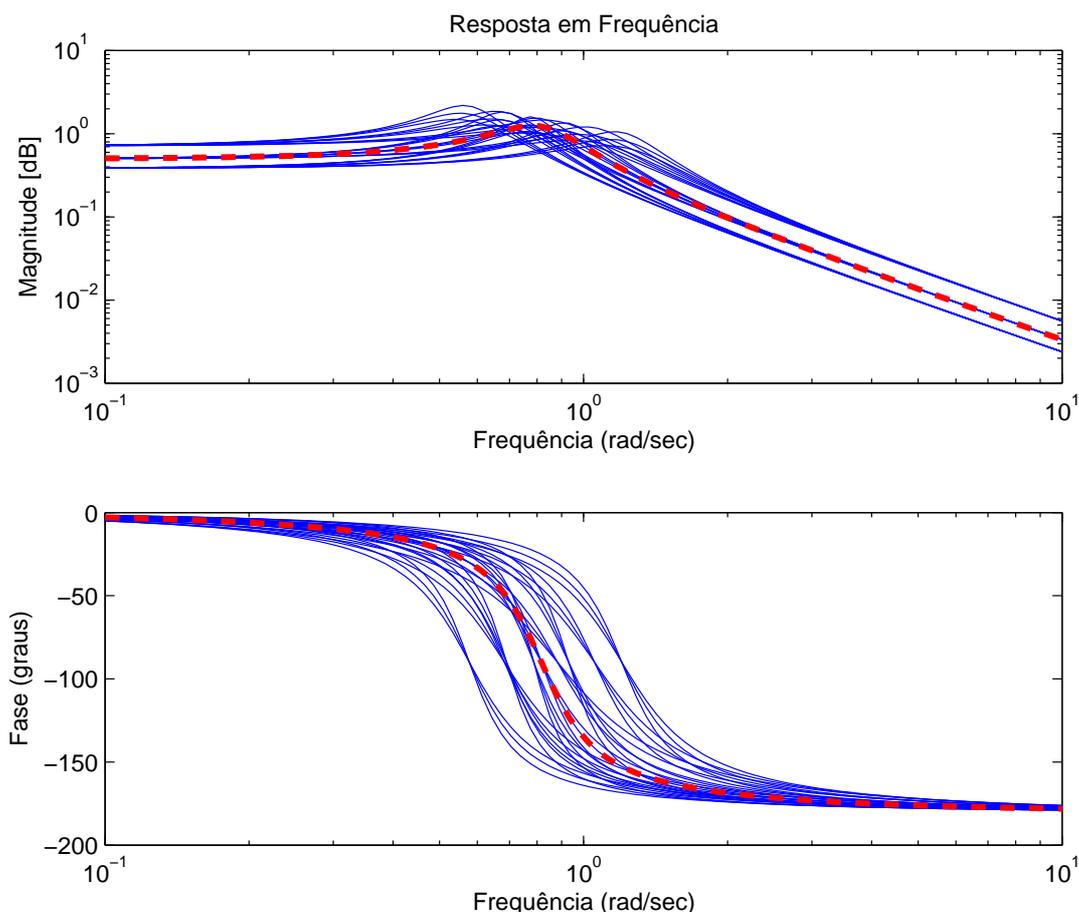


Figura. 2.6: Gráfico de Bode de um sistema massa-mola-amortecedor com parâmetros incertos

Sistemas com atraso de transporte (ou atraso puro de tempo) aparecem frequentemente em aplicações reais, tais como processos químicos, biosistemas, submarinos, etc. A presença do atraso de transporte torna a análise e projeto de controle mais complexa, e isto tem incentivado a pesquisa e desenvolvimento de técnicas de controle robusto para esta classe de sistemas (CHEN; GUAN; LU, 2003; WANG; WANG; ZHANG, 2008; WANG et al., 2010; KIM; SON, 2010).

Atraso de Transporte é a propriedade de um sistema físico no qual a resposta a uma entrada aplicada (ação) é atrasada em relação ao seu efeito normal (ZHONG, 2006). É importante que o modelo utilizado no projeto de controle inclua o atraso de transporte existente no sistema real. Entretanto, há uma dificuldade em representar o atraso de transporte em termos de função de transferência, pois o mesmo não é expresso em termos de uma razão de polinômios em s com *rank* finito. Neste caso, um método amplamente utilizado no projeto e análise de controle de sistemas dinâmicos com atraso de transporte é a *Aproximação de Padé* (BREZINSKI, 1985), representada como segue:

$$e^{-sL} \approx R_n(s) = \frac{Q_n(-Ls)}{Q_n(Ls)} \quad (2.13)$$

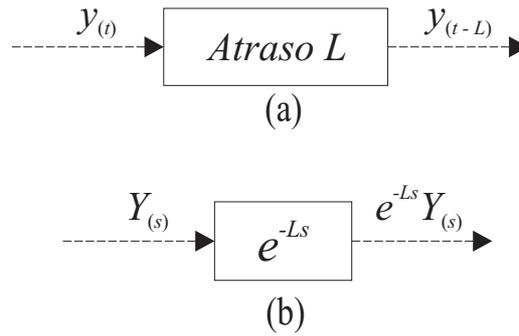


Figura. 2.7: Representação do tempo de atraso no (a) domínio do tempo e no (b) domínio da frequência

com,

$$Q_n(s) = \sum_{j=0}^n \frac{(1+j)!}{j!(1-j)!} (Ls)^{1-j} \quad (2.14)$$

onde L é o tempo de atraso, n é a ordem da aproximação de Padé e s é o operador de Laplace. Uma representação do tempo atraso, em termos de diagrama de blocos, no domínio do tempo e da frequência, é ilustrada na Figura 2.7.

Para ilustrar o comportamento da aproximação de Padé, no domínio da frequência, considera-se o caso do atraso de transporte variando de 0.1 s a 1.5 s, e a ordem da aproximação de Padé variando de $n = 1$ a $n = 4$. A Figura 2.8 mostra o erro de aproximação de acordo com a ordem de aproximação e do tempo de atraso na curva de fase para um sistema dinâmico com atraso, no domínio da frequência.

Pode-se observar que o erro entre a representação do tempo de atraso real e sua respectiva aproximação tende a zero em altas frequências para ordens de aproximação elevadas. Na prática, a ordem utilizada no projeto de controle depende do tempo de atraso do sistema real e do critério adotado pelo especialista, em relação ao erro de aproximação, no domínio da frequência.

2.2 Modelagem Nebulosa Takagi-Sugeno Baseada em Dados Experimentais

A teoria dos conjuntos nebulosos, a partir da sua origem por Zadeh (1965), tem encontrado grandes aplicações em uma ampla variedade de áreas do conhecimento. A modelagem de sistemas dinâmicos pertence às áreas nas quais as técnicas da lógica nebulosa tem recebido considerável atenção, não somente da comunidade científica mas também da indústria.

Os sistemas dinâmicos reais não recebem o tratamento adequado por parte de técnicas convencionais (baseadas na lógica *Booleana*) de modelagem devido à sua característica imprecisa, necessidade de caracterização por parte do usuário do sistema, características não-lineares, alto grau de incertezas ou variação temporal. Entretanto, a modelagem nebulosa juntamente com outras técnicas de inteligência computacional tem servido com uma poderosa ferramenta para o desenvolvimento facilitado e eficiente de modelos. Uma das razões para essa característica é a capacidade dos sistemas nebulosos

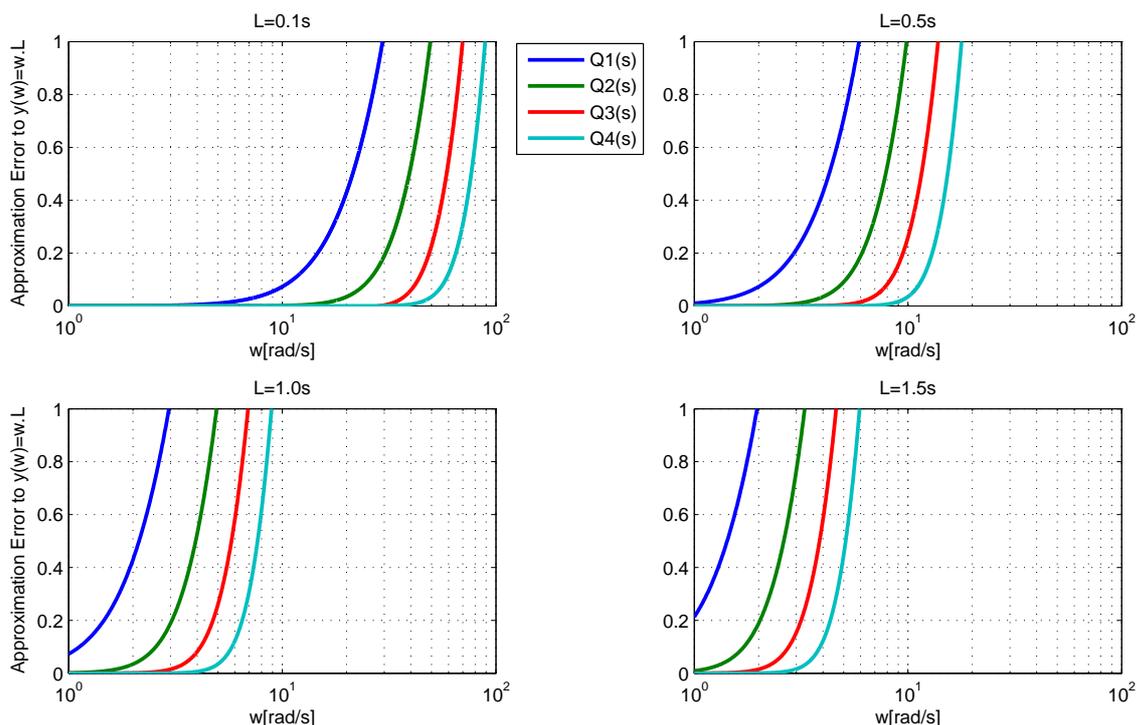


Figura. 2.8: Comparação do efeito da aproximação de Padé no gráfico de fase

de integrar informações de diferentes fontes, tais como dados experimentais ou modelos empíricos, leis físicas e conhecimentos de especialistas. No último Congresso Mundial de Inteligência Computacional, várias aplicações bem sucedidas de modelagem nebulosa de sistemas dinâmicos. Dentre elas Chen e Mahfouf (2010), Schwung e Adamy (2010), Saénz e Vela (2010), Hsiao et al. (2010), Israel, Yu e Cordova (2010), Ferreira e Serra (2010) e etc. Neste contexto, estão inseridas as técnicas de agrupamento nebuloso, as quais possuem um potencial de revelar estruturas características em um conjunto de dados explorados, não somente para classificação e reconhecimento de padrões (aplicações típicas), mas também para a redução da complexidade no processo de modelagem. Para o desenvolvimento de modelos nebulosos Takagi-Sugeno baseados em dados experimentais, com ajuste paramétrico via mínimos quadrados, os tópicos a seguir devem ser considerados.

Métodos que encontram estruturas em dados, tais como técnicas de análise de cluster são objeto de interesse crescente, estimulada pela disponibilidade de grandes conjuntos de dados acessíveis por meio de redes de informação distribuídos. Desde a sua criação, as abordagens de agrupamento com base na teoria dos conjuntos fuzzy tem sido amplamente aplicada, devido à sua rica capacidades de representação, as suas bases matemáticas formais, e as relações entre a natureza da classificação fuzzy e concepções utilitaristas e métricas, tais como preferências e semelhanças.

2.2.1 Sistema de Inferência Nebuloso Takagi-Sugeno

Dentre os sistemas nebulosos existentes¹, o sistema de inferência nebuloso Takagi-Sugeno (TS), originalmente proposto por Takagi e Sugeno (1985), é caracterizado por uma base de regras nebulosas **SE-ENTÃO** na qual a $i^{\text{ésima}}$ regra, sem perda de generalidade, possui a seguinte estrutura:

$$R^{(i)} : \text{SE } \tilde{x}_1 \text{ é } F_{j|\tilde{x}_1}^i \text{ E } \cdots \text{ E } \tilde{x}_n \text{ é } F_{j|\tilde{x}_n}^i \text{ ENTÃO } \tilde{y}_i = f_i(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (2.15)$$

onde l é o número máximo de regras. O vetor $\tilde{\mathbf{x}}^T = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n] \in \mathfrak{R}^n$ contém as variáveis linguísticas do antecedente. $\tilde{\mathbf{y}}^T = [\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_n] \in \mathfrak{R}^n$ é a variável do consequente, a qual contém uma expressão funcional na i -th regra. Cada variável linguística tem o seu próprio universo de discurso $U_{\tilde{x}_1}, \dots, U_{\tilde{x}_n}$ particionado pelos conjuntos nebulosos representando os termos linguísticos correspondentes. A variável \tilde{x}_t pertence ao conjunto nebuloso $F_{j|\tilde{x}_t}^i$ com um valor $\mu_{F_{j|\tilde{x}_t}^i}^i$ definido por uma função de pertinência $\mu_{\tilde{x}_t}^i : \mathfrak{R} \rightarrow [0, 1]$, com $\mu_{F_{j|\tilde{x}_t}^i}^i \in \mu_{F_{1|\tilde{x}_t}^i}^i, \mu_{F_{2|\tilde{x}_t}^i}^i, \mu_{F_{3|\tilde{x}_t}^i}^i, \dots, \mu_{F_{p_{\tilde{x}_t}|\tilde{x}_t}^i}^i$, onde $p_{\tilde{x}_t}$ é o número de partições do universo de discurso associado à variável linguística \tilde{x}_t . O grau de ativação h_i para a regra i , é dado por:

$$h_i(\tilde{\mathbf{x}}) = \mu_{F_{j|\tilde{x}_1}^i}^i \otimes \mu_{F_{j|\tilde{x}_2}^i}^i \otimes \cdots \otimes \mu_{F_{j|\tilde{x}_n}^i}^i \quad (2.16)$$

onde \tilde{x}_t^* algum ponto em $U_{\tilde{x}_t}$. O grau de ativação normalizado para a regra i , é dado por:

$$\gamma_i(\tilde{\mathbf{x}}) = \frac{h_i(\tilde{\mathbf{x}})}{\sum_{\lambda=1}^l h_{\lambda}(\tilde{\mathbf{x}})} \quad (2.17)$$

onde,

$$\sum_{\lambda=1}^l h_{\lambda}(\tilde{\mathbf{x}}) > 0,$$

$$h_{\lambda}(\tilde{\mathbf{x}}) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, l$$

Esta normalização implica em,

$$\sum_{i=1}^l \gamma_i(\tilde{\mathbf{x}}) = 1 \quad (2.18)$$

A resposta do sistema de inferência nebuloso TS é uma soma ponderada dos parâmetros do consequente, i.e., uma combinação convexa das funções lineares locais (modelos) f_i , como segue:

$$f(\tilde{\mathbf{x}}) = \sum_{i=1}^l \gamma_i(\tilde{\mathbf{x}}) f_i(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (2.19)$$

¹Sistemas Nebulosos Tipo 1 (T1FS) e Sistemas Nebulosos Tipo 2 (T2FS). Sendo que o primeiro é dividido em T1FS Mandani e T1FS Takagi-Sugeno.

Este sistema de inferência pode ser interpretado como um sistema Linear Variante nos Parâmetros (LVP) (BALAS et al., 1997; SHAMMA; ATHANS, 1991). Esta propriedade simplifica a análise de sistemas de inferência nebulosos TS em um contexto robusto tanto para identificação como para projeto de controladores com características desejadas de desempenho e estabilidade para sistemas controle em malha-fechada.

2.2.2 Agrupamento Nebuloso de Dados

O processo de modelagem pode ser desenvolvido por meio da utilização de leis físicas ou por meio do processamento de dados de entrada/saída do sistema dinâmico a ser modelado. Os métodos amplamente utilizados na obtenção de modelos nebulosos simplificados são: Linearização em torno de pontos de operação e agrupamento nebuloso.

- Linearização: Nesta aplicação o sistema dinâmico é aproximado por um modelo linear válido em torno de um dado ponto de operação. Diferentes pontos de operação podem conduzir a diferentes modelos lineares. A Linearização é realizada através de expansões e aproximações via série de Taylor, por exemplo;
- Algoritmo de Agrupamento Nebuloso: Nesta aplicação, utilizada nesta Dissertação, o algoritmo de agrupamento nebuloso é utilizado para construir modelos nebulosos a partir de dados experimentais. Entre os métodos de agrupamento mais populares estão: *Fuzzy C - Means (FCM)*, *Gustafson - Kessel (GK)* e *Algoritmo de Estimação através da máxima verossimilhança nebulosa (FMLE)* (BEZDEK, 1981; JAIN; DUBES, 1988).

As técnicas de agrupamento de dados podem ser aplicadas a dados quantitativos (numéricos), qualitativos (categóricos) ou uma mistura de ambos. Neste trabalho, o agrupamento de dados experimentais/numéricos é considerado. Os dados experimentais são observações de algum processo físico. Cada observação consiste de n variáveis medidas, agrupadas em um vetor coluna $z_k = [z_{1k}, z_{2k}, \dots, z_{nk}]^T$, $z_k \in \mathfrak{R}^n$. Um conjunto de n observações é expresso por $Z = \{z_k | k = 1, 2, \dots, N\}$, Z é representado como uma matriz $n \times N$:

$$Z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1N} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & \cdots & z_{nN} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

As colunas da matriz são chamadas de *padrões* ou *objetos*, as linhas são chamadas de *características* ou *atributos*, e Z é chamada de *matriz de dados*.

Embora não haja um consenso entre os pesquisadores a respeito de uma definição formal para *clusters*, a definição mais comum é que um *cluster* é um grupo de dados/objetos com um certo grau de similaridade entre si e em relação aos membros de outros *clusters*. O termo *similaridade* pode ser entendido como uma medida de similaridade matemática definida adequadamente conforme os requisitos desejados. Em termos métricos, *similaridade* pode ser definida por meio de uma *norma de distância*. A distância pode ser medida a partir de um vetor de dados até um dado *cluster* (centro) por

meio de diversas métricas (Euclideana, Mahalanobis, *City Block*², etc.) (ALMEIDA, 2005), aplicáveis a dados numéricos normalizados. A Figura 2.9 ilustra as métricas Euclideana, City-Block e Mahalanobis. Essas estruturas métricas podem considerar pesos para diferentes atributos, podendo revelar *clusters* de diferentes formas geométricas, tamanhos e densidades, além de permitir a caracterização por subespaços lineares/não-lineares dentro do conjunto de dados.

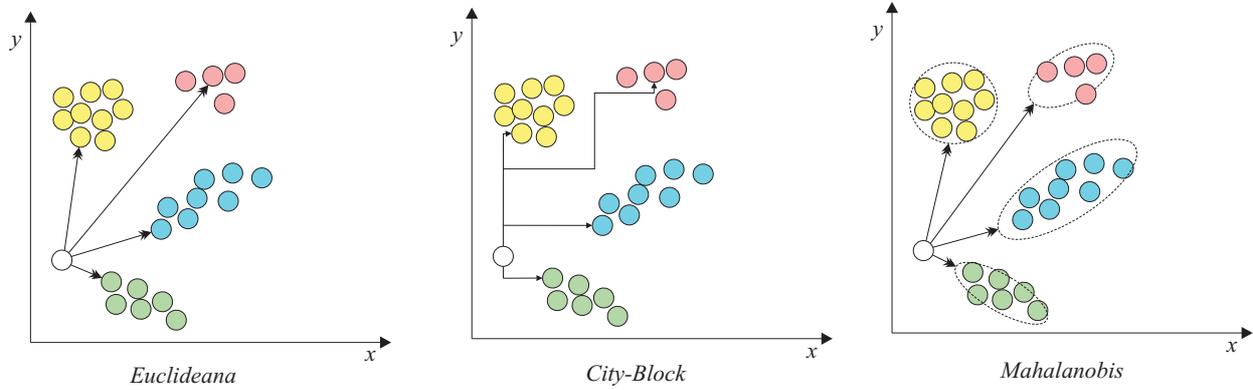


Figura. 2.9: Métricas de distâncias

O objetivo do agrupamento é particionar um conjunto de dados Z em c *clusters*. Considerando que c é conhecido *a priori*. A **partição nebulosa** de Z pode ser definida como uma família de sub-conjuntos $\{A_i | 1 \leq i \leq c\} \subset P(Z)$, com as seguintes propriedades:

$$\bigcup_{i=1}^c A_i = Z \quad (2.21)$$

$$A_i \cap A_j = \emptyset \quad (2.22)$$

$$\emptyset \subset A_i \subset Z_i \quad (2.23)$$

A equação (2.21) expressa que o sub-conjunto A_i coletivamente contém todos os dados em Z . Os sub-conjuntos devem ser disjuntos, conforme (2.22), ou nenhum deles pode ser vazio ou conter todos os dados em Z , conforme (2.23).

Em termos de *função de pertinência*, μ_{A_i} é a função de pertinência de A_i . Para simplificar a notação, nesta Dissertação é utilizado μ_{ik} ao invés de $\mu_i(z_k)$. A matriz $c \times N$, $\mathbf{U} = [\mu_{ik}]$ representa um espaço de particionamento nebuloso se, e somente se:

$$M_{fc} = \left\{ \mathbf{U} \in \mathbb{R}^{c \times N} \mid \mu_{ik} \in [0, 1], \forall i, k; \sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1, \forall k; 0 < \sum_{k=1}^N \mu_{ik} < N, \forall i \right\} \quad (2.24)$$

A i -ésima linha da matriz de partição nebulosa \mathbf{U} contém os valores da i -ésima função de pertinência do sub-conjunto nebuloso A_i de Z .

²Também conhecida como métrica de Manhattan.

O algoritmo de agrupamento otimiza um conjunto inicial de centróides através da minimização de uma *função de custo* \mathbf{J} em um processo iterativo. Esta função é usualmente formulada como:

$$\mathbf{J}(\mathbf{Z}; \mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{A}) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N \mu_{ik}^m D_{ikA_i}^2 \quad (2.25)$$

onde, $\mathbf{Z} = \{z_1, z_2, \dots, z_N\}$ é um conjunto de dados finito. O termo $\mathbf{U} = [\mu_{ik}] \in M_{fc}$ é a partição nebulosa de \mathbf{Z} . O termo $\mathbf{V} = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_c\}$, $\mathbf{v}_i \in \mathfrak{R}^n$, é um vetor de protótipos de *clusters* (centros). O termo \mathbf{A} representa uma c -tupla de matrizes de norma-induzida: $\mathbf{A} = (\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_c)$. O termo $D_{ikA_i}^2$ é uma norma de distância quadrada. O termo $m \in [1, \infty)$ é o grau de ponderação o que determina a “fuzzificação” dos *clusters*.

Os algoritmos de agrupamento nebulosos diferem na escolha da norma de distância. A *norma métrica* influencia no critério de agrupamento pela escolha da medida de dissimilaridade.

A norma *Euclidiana* induz a *clusters* hiperesféricos, caracterizando o algoritmo *Fuzzy C-Means* (FCM), conforme ilustrado na Figura 2.10. Neste algoritmo, a matriz-norma de indução \mathbf{A}_{iFCM} é igual à matriz identidade ($\mathbf{A}_{iFCM} = \mathbf{I}$), a qual impõe, estritamente, uma forma circular a todos os *clusters*. A norma Euclidiana é dada por:

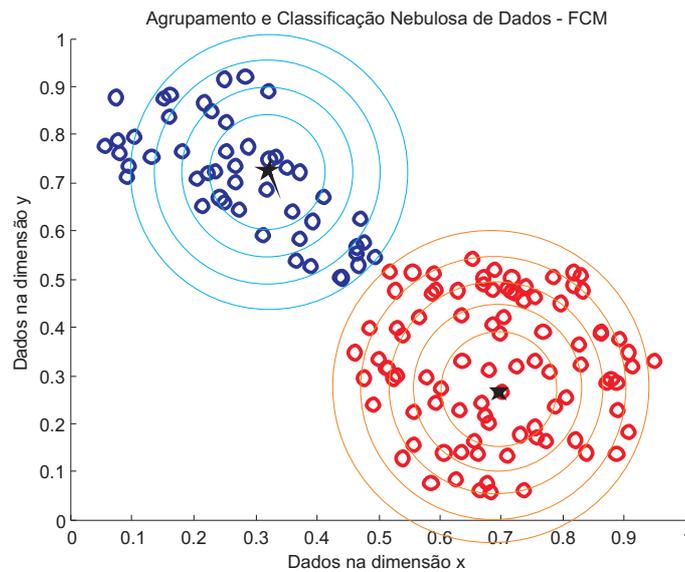


Figura. 2.10: Ilustração de hiperesferas caracterizadas pelo algoritmo FCM

$$D_{ikFCM}^2 = (z_k - v_i)^T \mathbf{A}_{iFCM} (z_k - v_i) \quad (2.26)$$

O Algoritmo FCM é apresentado em detalhes no Apêndice B.1.

No algoritmo de agrupamento Gustafson-Kessel (GK), uma norma de distância adaptativa pode detectar *clusters* de diferentes formas geométricas em um conjunto de dados, conforme ilustrado na figura 2.11. A Norma de distância para o algoritmo GK, é dada por:

$$D_{ikGK}^2 = (z_k - v_i)^T \mathbf{A}_{iGK} (z_k - v_i) \quad (2.27)$$

Neste algoritmo, cada cluster possui sua própria matriz de norma-indução $\mathbf{A}_{i_{GK}}$, onde cada *cluster* adapta a distância em relação à estrutura tipológica do conjunto de dados. $\mathbf{A}_{i_{GK}}$ é dado por:

$$\mathbf{A}_{i_{GK}} = [\rho_i \det(\mathbf{F}_i)]^{1/n} \mathbf{F}_i^{-1}, \quad (2.28)$$

onde ρ_i representa o volume do *cluster*, fixado usualmente em 1. O termo n é a dimensão dos dados. O termo \mathbf{F}_i é a *matriz de covariância nebulosa* do i -ésimo *cluster* definido por:

$$\mathbf{F}_i = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m (z_k - v_i)(z_k - v_i)^T}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m} \quad (2.29)$$

A auto-estrutura da matriz de covariância do *cluster* fornece informação a respeito da forma e da orientação do *cluster*. A razão entre os eixos do elipsóide é dado pela razão entre a raiz quadrada dos autovalores de \mathbf{F}_i . A direção dos eixos é dada pelos autovetores de \mathbf{F}_i . O autovetor correspondente ao menor autovalor determina a normal ao hiperplano, e pode ser utilizado para encontrar o modelo linear ótimo local a partir da matriz de covariância. O Algoritmo GK é apresentado em detalhes no Apêndice B.1.

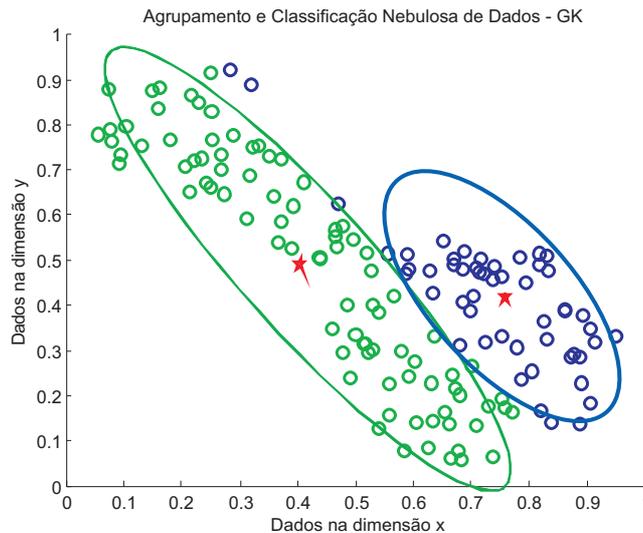


Figura. 2.11: Ilustração de hiperelipsóides caracterizados pelo algoritmo GK

O algoritmo de *Estimação da Máxima Verossimilhança Nebulosa - FMLE* emprega uma norma de distância baseada na estimação da máxima verossimilhança:

$$D_{ik_{FMLE}} = \frac{[\det(\mathbf{G})_{i_{FMLE}}]^{1/2}}{P_i} \exp \left[\frac{1}{2} (z_k - v_i)^T \mathbf{F}_{i_{FMLE}}^{-1} (z_k - v_i) \right] \quad (2.30)$$

Observa-se que, ao contrário do algoritmo GK, a norma de distância envolve um termo exponencial que decresce em função da norma produto-interno. O termo $\mathbf{F}_{i_{FMLE}}$ expressa a matriz de

covariância nebulosa do i -ésimo *cluster*, dado por (2.29). Se m é igual a 1, classifica-se o algoritmo como *FMLE Restrito*. Se m é maior que 1, denomina-se algoritmo *FMLE Extendido*, ou *Algoritmo Gath-Geva (GG)*. O termo P_i é a probabilidade a priori de seleção do *cluster* i , dado por:

$$\mathbf{P}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m \quad (2.31)$$

Gath e Geva (GATH; GEVA, 1989) verificaram que o Algoritmo FMLE é capaz de detectar *clusters* de formas, tamanhos e densidades variantes. Isto se deve à característica de utilização da matriz de covariância do *cluster* em conjunto com uma norma de distância "exponencial", onde os *clusters* não são restritos em volume.

2.2.3 Estimação Paramétrica dos Sub-modelos Lineares Locais

Na seção anterior, observou-se que *cluster* é obtido a partir de um agrupamento do conjunto de dados experimentais de entrada e saída, e são considerados como aproximações lineares locais da hipersuperfície de regressão. O modelo global pode ser representado como um conjunto de regras Takagi-Sugeno. Os conjuntos nebulosos do antecedente, das regras nebulosas, podem ser obtidos através da projeção da matriz de partições nebulosas. Os parâmetros do consequente podem ser estimados a partir do conjunto de dados experimentais via *método dos mínimos quadrados ponderado* (ALMEIDA, 2005). Este método será explicado a seguir.

Considere, sem perda de generalidade, o vetor de regressores das variáveis do consequente dado por $\mathbf{x}^T = [\dot{y}_i \ \ddot{y}_i \ \cdots \ y_i^m \ u_i]$, em que y_i^m é a m -ésima derivada de y_i . A matriz de regressores é dada por:

$$\mathbf{X}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T(1) \\ \mathbf{x}^T(2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T(k) \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

A inferência nebulosa em um modelo com l regras, de acordo com (2.19), é dado por:

$$\begin{aligned} \tilde{y}(t) = & \gamma_1(c_1^1 \ddot{y} + c_2^1 \dot{y} + \cdots + y_i^m c_m^1 + c_{m+1}^1 u) + \gamma_2(c_1^2 \ddot{y} + c_2^2 \dot{y} + \cdots + y_i^m c_m^2 + c_{m+1}^2 u) + \cdots \\ & + \cdots \gamma_l(c_1^l \ddot{y} + c_2^l \dot{y} + \cdots + y_i^m c_m^l + c_{m+1}^l u) \end{aligned} \quad (2.33)$$

Reescrevendo (2.33) na forma matricial, tem-se:

$$\tilde{y}(t) = \gamma_1 [\ddot{y} \ \dot{y} \ \cdots \ y^m \ u] \begin{bmatrix} c_1^1 \\ c_2^1 \\ \vdots \\ c_m^1 \\ c_{m+1}^1 \end{bmatrix} + \gamma_2 [\ddot{y} \ \dot{y} \ \cdots \ y^m \ u] \begin{bmatrix} c_1^2 \\ c_2^2 \\ \vdots \\ c_m^2 \\ c_{m+1}^2 \end{bmatrix} + \cdots$$

$$\cdots + \gamma_l [\ddot{y} \quad \dot{y} \quad \cdots \quad y^m \quad u] \begin{bmatrix} c_1^l \\ c_2^l \\ \vdots \\ c_m^l \\ c_{m+1}^l \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

$$\begin{bmatrix} y^{(l+1)} \\ y^{(l+2)} \\ \vdots \\ y^{(N+2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{1l} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \gamma_{2l} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \gamma_{Nl} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 & \dot{y}_1 & \cdots & y_1^m & u_1 \\ \ddot{y}_2 & \dot{y}_2 & \cdots & y_2^m & u_2 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \ddot{y}_N & \dot{y}_N & \cdots & y_N^m & u_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1^2 \\ c_2^2 \\ \vdots \\ c_m^2 \\ c_{m+1}^2 \end{bmatrix} + \cdots$$

$$\cdots + \begin{bmatrix} \gamma_{1l} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \gamma_{2l} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \gamma_{Nl} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 & \dot{y}_1 & \cdots & y_1^m & u_1 \\ \ddot{y}_2 & \dot{y}_2 & \cdots & y_2^m & u_2 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \ddot{y}_N & \dot{y}_N & \cdots & y_N^m & u_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1^2 \\ c_2^2 \\ \vdots \\ c_m^2 \\ c_{m+1}^2 \end{bmatrix}$$

Considerando,

$$\Psi_l = \begin{bmatrix} \gamma_{1l} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \gamma_{2l} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \gamma_{Nl} \end{bmatrix}, \quad \Xi_e = \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 & \dot{y}_1 & \cdots & y_1^m & u_1 \\ \ddot{y}_2 & \dot{y}_2 & \cdots & y_2^m & u_2 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \ddot{y}_N & \dot{y}_N & \cdots & y_N^m & u_N \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} y^{(l+1)} \\ y^{(l+2)} \\ \vdots \\ y^{(N+2)} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Os graus de pertinência das matriz de partições nebulosas, da l -ésima regra, a matriz de dados e o vetor de saídas, respectivamente, tem-se:

$$X = [\Psi_1 \Xi_e \quad \Psi_2 \Xi_e \quad \cdots \quad \Psi_l \Xi_e], \quad e \quad \Theta = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1^1 \\ c_2^1 \\ \vdots \\ c_m^1 \\ c_{m+1}^1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} c_1^2 \\ c_2^2 \\ \vdots \\ c_m^2 \\ c_{m+1}^2 \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} c_1^l \\ c_2^l \\ \vdots \\ c_m^l \\ c_{m+1}^l \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Considerando que cada *cluster* representa um sub-modelo linear local do modelo do sistema, o vetor de parâmetros do consequente Θ_i , $i = 1, 2, \dots, l$ pode ser estimado via método dos mínimos quadrados. O grau de pertinência μ_{ik} da partição nebulosa serve como uma expressão de ponderação que fornece a relevância do par de dados (x_k, y_k) para o sub-modelo local. Se as colunas de Ξ_e são linearmente independentes e $\mu_{ik} > 0$ para $1 \leq k \leq N$, então:

$$\Theta = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (2.37)$$

A equação (2.37), portanto, é utilizada para o cálculo dos parâmetros dos sub-modelos lineares locais do consequente das regras nebulosas TS. ■

Exemplo 4: Considere um sistema dinâmico não-linear descrito pela seguinte equação a diferenças (??):

$$y(k+1) = y(k) + u(k) e^{-2|y(k)|} \quad (2.38)$$

Duas metodologias podem ser utilizadas para a modelagem do sistema dinâmico não-linear, descrito em (2.38). Uma abordagem considera o conhecimento do especialista na determinação, *a priori*, do tipo de função de pertinência e quantos conjuntos nebulosos serão utilizados no antecedente das regras **SE-ENTÃO**. Estes conjuntos nebulosos estão ilustrados na Figura 2.12. A experiência do especialista informa que a estrutura do sistema é de primeira ordem e que a não-linearidade é causada somente por $y(k)$. Portanto, a seguinte estrutura de regras nebulosas é escolhida:

$$\mathbf{SE} \ y(k) \ \mathbf{é} \ A_i \ \mathbf{ENTÃO} \ y_i(k+1) = a_i y(k) + b_i u(k) \quad (2.39)$$

Um conjunto de 150 dados simulados de entrada-saída foram gerados e são ilustrados na Figura 2.13.

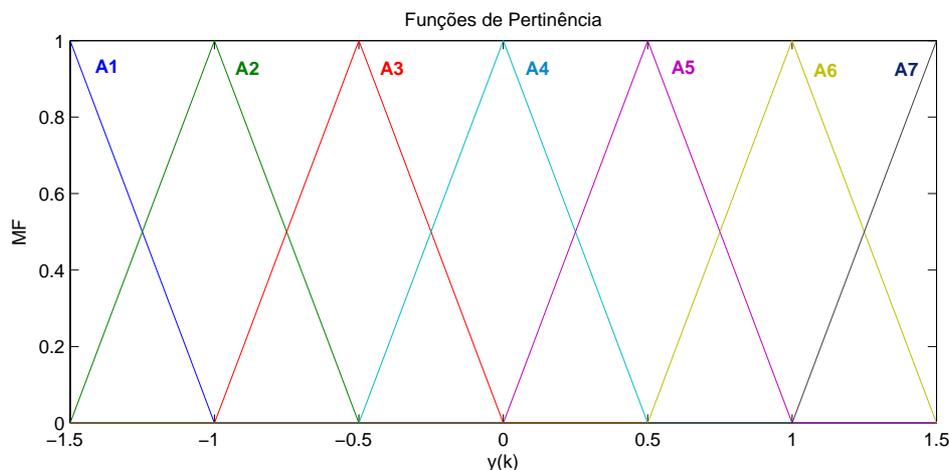


Figura. 2.12: Funções de pertinência triangulares

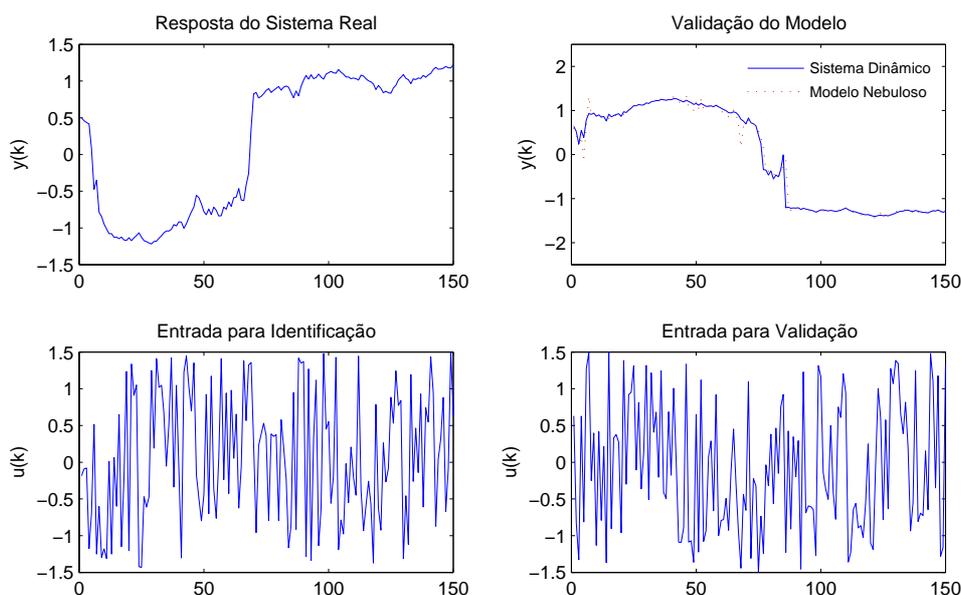


Figura. 2.13: Dados de identificação e validação

Os parâmetros do consequente foram estimados via método dos mínimos quadrados, conforme seção 2.2.3. A Figura 2.14 exibe os parâmetros a_i e b_i obtidos para os sub-modelos do consequente, para os respectivos núcleos dos conjuntos nebulosos A_i do antecedente, bem como a interpolação entre os sub-modelos (linha pontilhada) e a não-linearidade real do sistema (linha sólida). Pode-se observar que a dependência dos parâmetros do consequente, em relação às variáveis do antecedente,

aproxima com uma certa precisão a não-linearidade do sistema, fornecendo um modelo com certa transparência.

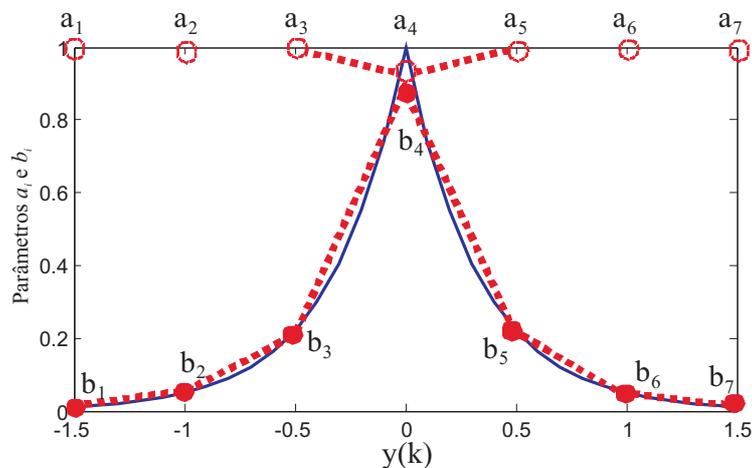


Figura 2.14: Comparação entre a não-linearidade real (linha sólida) e sua aproximação em termos da interpolação de sub-modelos lineares (linha pontilhada)

Uma desvantagem desta metodologia é que o número de regras do modelo nebuloso pode crescer conforme o grau de complexidade do sistema dinâmico. A existência de um número elevado de regras linguísticas requer um número elevado de dados experimentais para estimação paramétrica do consequente. A complexidade das características do sistema nos leva, portanto, a um problema em que é necessário uma representação eficiente do sistema, sem o aumento exagerado do número de regras (complexidade computacional). Entretanto, o modelo deve ser o mais simples possível (transparente), sem comprometer a representatividade do mesmo. Logo, para obter uma representação eficiente do sistema, com um número reduzido de regras, as funções de pertinência devem ser geradas de tal modo que representem a característica não-uniforme do sistema. Isto pode ser obtido por meio da aquisição das funções de pertinência extraídas a partir dos dados experimentais, especificamente, por meio de métodos de agrupamento nebuloso. A solução do problema anterior por este método, inicia com o agrupamento e classificação nebulosa dos dados do antecedente, conforme ilustrado na Figura 2.15.

Por meio da projeção da matriz de partições nebulosas sobre o eixo da variável do antecedente, as seguintes funções de pertinência são obtidas, ilustradas na Figura 2.16, para os respectivos centros gerados por meio do algoritmo de agrupamento nebuloso GK,

A comparação entre a resposta do modelo nebuloso e o sistema dinâmico real, para esta segunda abordagem baseada em agrupamento nebuloso GK, é mostrada na Figura 2.17. A diferença entre as duas abordagens está no fato de que a primeira metodologia necessitou de um conhecimento prévio do especialista para a escolha do tipo e quantidade das funções de pertinência. Especificamente, a escolha foi baseada em tentativa-e-erro. Neste caso, por meio de 7 regras linguísticas, o RME (erro médio relativo) foi de 0,0173. Na 2ª abordagem, baseada em agrupamento nebuloso dos dados de entrada e saída do sistema dinâmico, foram obtidas apenas 2 regras equivalentes ao número mínimo de *clusters* identificados na estrutura do conjunto de dados. Com um número de regras menor, o RME foi de 0,0139. Ou seja, com carga computacional reduzida foi atingido um resultado mais eficiente para a modelagem do sistema dinâmico não-linear apresentado.

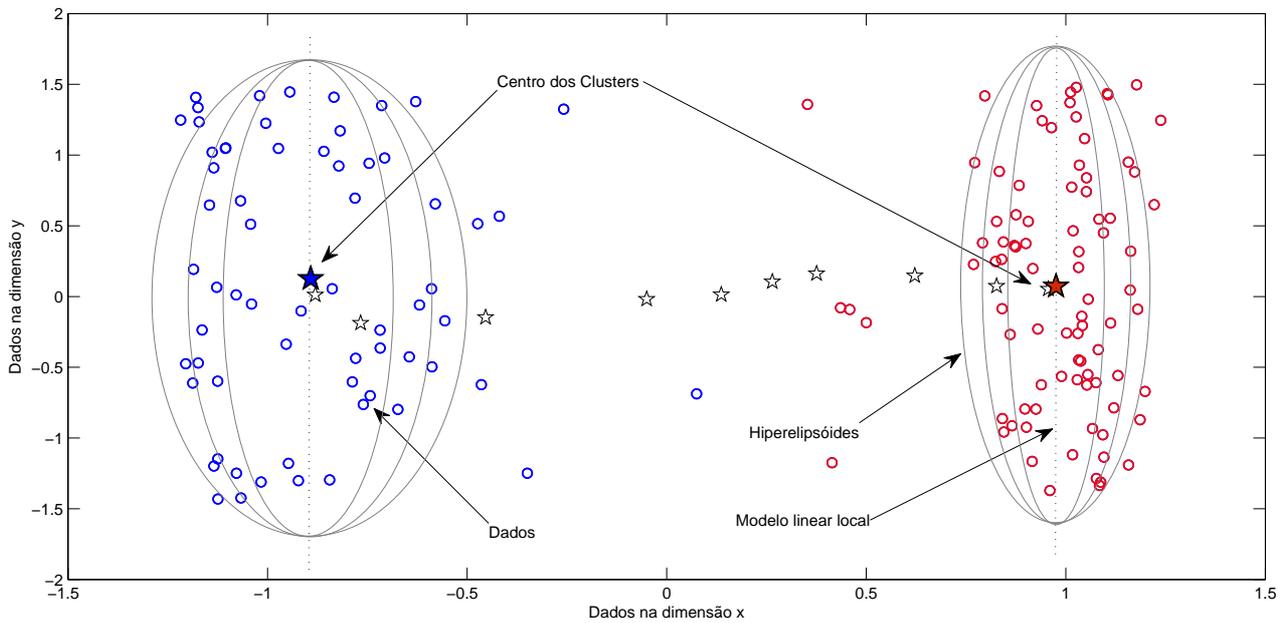


Figura. 2.15: Agrupamento e classificação nebulosa de dados do antecedente via algoritmo de agrupamento GK

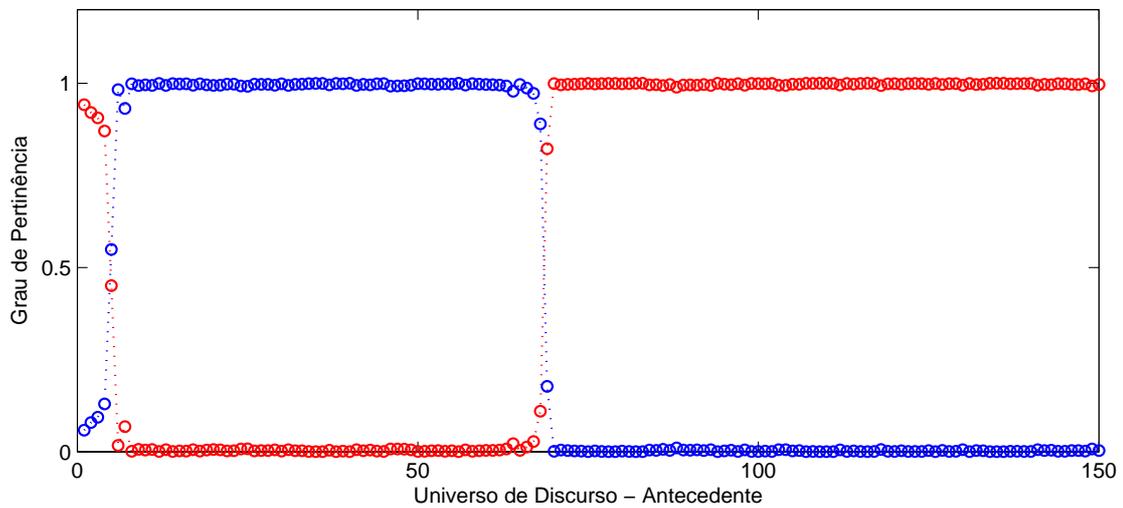


Figura. 2.16: Funções de pertinência obtidas através da projeção da matriz de partições nebulosas sobre o espaço do antecedente

Nesta dissertação, será desenvolvido um modelo nebuloso, para controle, baseado no agrupamento de dados experimentais de entrada e saída, via algoritmo de agrupamento Gustafson-Kessel, para um sistema dinâmico não-linear a ser apresentado na seção 3.4.

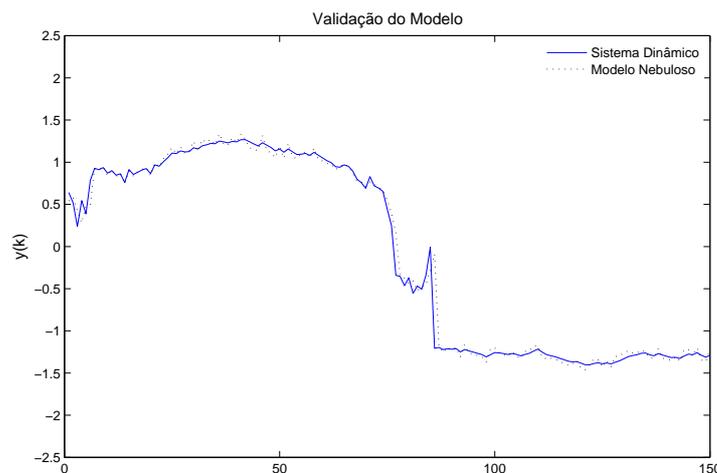


Figura. 2.17: Comparação entre a resposta do modelo nebuloso e o sistema dinâmico - abordagem baseada em agrupamento nebuloso

2.3 Controle Robusto Baseado em Modelo Nebuloso

As técnicas de projeto de controle baseado em modelo fazem parte dos métodos utilizados para atingir requisitos de alto desempenho e controlar sistemas mais complexos. Projeto de controle baseado em modelo significa que, primeiramente, um modelo matemático do sistema dinâmico, a ser controlado, é obtido; a partir deste modelo, um controlador é projetado para atender a determinados requisitos de desempenho. Se o modelo é uma boa aproximação do sistema dinâmico, então o desempenho do controlador para o modelo será bem próximo ao obtido pelo mesmo controlador quando aplicado ao sistema dinâmico real. Nesta dissertação, o projeto do controlador é baseado em modelo nebuloso do sistema dinâmico, compartilhando os mesmos conjuntos nebulosos existentes no antecedente das regras linguísticas deste, via estratégia de compensação paralela e distribuída, visando atender às especificações de estabilidade robusta das margens de ganho e fase.

2.3.1 Compensação Paralela e Distribuída - PDC

A história da compensação paralela e distribuída (PDC) iniciou com um procedimento de projeto de controlador baseado em modelo proposto por Wang, Tanaka e Griffin (1995). A estratégia PDC caracteriza-se por um procedimento de projeto do controlador a partir de um dado modelo nebuloso da planta a ser controlada. Inicialmente, o sistema dinâmico a ser controlada é representada por modelo nebuloso TS. Em seguida, cada regra de controle é projetada a partir da sua correspondente regra no modelo do sistema dinâmico. Portanto, o controlador nebuloso projetado compartilha os mesmos conjuntos nebulosos existentes no antecedente da regra linguística do modelo nebuloso do sistema dinâmico. O conceito da estratégia PDC é ilustrado na Figura 2.18.

Wang, Tanaka e Griffin (1995) empregaram a metodologia PDC para estabilização de uma classe de sistemas não-lineares. A principal idéia para o projeto do controlador nebuloso é encontrar cada regra de controle de tal modo a compensar cada regra do modelo nebuloso do sistema. O controlador resultante, o qual é não-linear, é considerado uma "mistura nebulosa" de cada controlador linear indi-

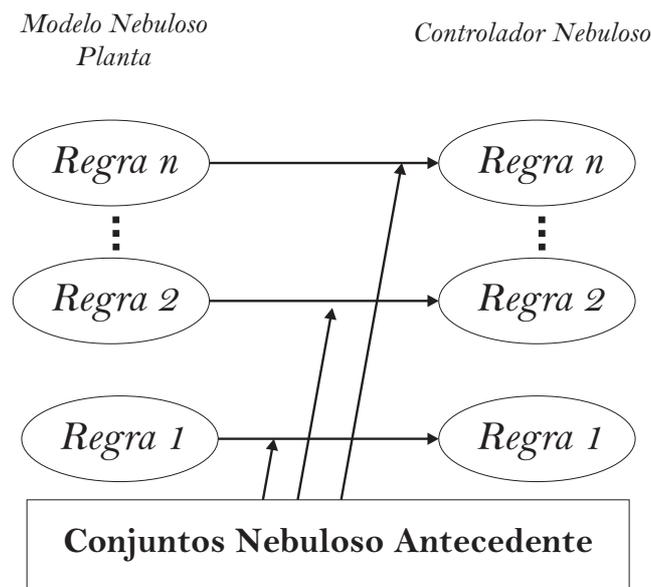


Figura. 2.18: A estratégia PDC: Controlador nebuloso compartilha os mesmos conjuntos no antecedente do modelo nebuloso da planta a ser controlada.

vidual. Esta aplicação fornece uma poderosa técnica para o projeto de sistemas de controle baseados em modelo. Dentre as diversas aplicações desta estratégia, destacam-se Wang, Wang e Zhang (2008), Farajollahi e Markazi (2010), Zeiaee, Kharrati e Khanmohammadi (2011), Wang e Lin (2011).

2.3.2 Margens de Ganho e Fase

O métodos de *resposta em frequência* tornaram-se poderosas ferramentas não somente nas áreas de comunicação e processamento de sinais, mas também no projeto de sistemas de controle. Isto se deve à facilidade de serem realizados testes experimentais com exatidão a partir de geradores de sinais senoidais e equipamentos de medição precisos, além da vantagem de permitir o projeto dos sistemas de controle de modo que os efeitos de ruídos indesejáveis sejam desprezíveis e a análise e projeto de sistemas de controle possam ser estendidos a determinadas classes de sistemas não-lineares. A resposta em frequência representa a resposta de estado estacionário do sistema a uma entrada senoidal e fornece informação suficiente para se analisar a estabilidade do mesmo, ainda que na presença de incertezas paramétricas. Neste contexto duas importantes medidas, em termos de resposta em frequência, tem sido amplamente utilizadas (THALER; BROWN, 1960; SEZER; SILJAK, 1981; LEE; TENG, 2002; IBRAHIM, 2004; WANG; YE; HANG, 2006; WANG et al., 2010) para se verificar a robustez de um sistema de controle: *As Margens de Ganho e Fase* (FRANKLIN; POWELL; BAEINI, 1986; TANAKA; SUGENO, 1993).

A **Margem de Fase** é o atraso adicional na frequência de cruzamento do ganho, necessário para levar o sistema à instabilidade. A frequência de cruzamento de ganho é a frequência na qual o módulo da função de transferência em malha-aberta, $|G(j\omega_g)|$, é unitária. A margem de fase ϕ_m é 180° mais o ângulo de fase $G(j\omega_g)$ da função de transferência a malha-aberta na frequência de cruzamento de ganho, ou seja:

$$\phi_m = \angle G(j\omega_g) + \pi \quad (2.40)$$

onde ω_g é a frequência de cruzamento de ganho. A margem de fase é positiva para $\phi_m > 0$ e negativa para $\phi_m < 0$. A margem de fase deve ser positiva para sistemas estáveis.

A **margem de ganho** é o recíproco do módulo $|G(j\omega_p)|$ na frequência onde o ângulo de fase é -180° . A frequência de cruzamento de fase ω_p , é a frequência na qual o ângulo de fase da função de transferência a malha-aberta é igual a -180° , e:

$$A_m = \frac{1}{|G(j\omega_p)|} \quad (2.41)$$

A margem de ganho, em dB, é positiva se A_m é maior que a unidade e negativa se A_m menor que a unidade. Assim, uma margem de ganho positiva (em decibéis) significa que o sistema é estável, e uma margem de ganho negativa (em decibéis) significa que o sistema é instável. Para um sistema estável, a margem de ganho indica o quanto o ganho pode ser incrementado antes do sistema se tornar instável. Para um sistema instável, a margem de ganho é o indicativo do quanto o ganho deve ser decrementado para tornar o sistema estável. Margens de ganho e fase apropriadas previnem contra variações dos componentes no sistema e são especificadas para valores definidos no domínio da frequência. Esses dois valores limitam o comportamento do sistema a malha-fechada próxima à frequência de ressonância.

Considere as funções de transferência para um sistema dinâmico e um controlador dadas por $G_p(s)$ e $G_c(s)$, respectivamente; e as margens de ganho e fase especificadas por A_m e ϕ_m , respectivamente. As fórmulas para as margens de ganho e fase são as seguintes:

$$\arg [G_c(j\omega_p)G_p(j\omega_p)] = -\pi \quad (2.42)$$

$$A_m = \frac{1}{|G_c(j\omega_p)G_p(j\omega_p)|} \quad (2.43)$$

$$|G_c(j\omega_g)G_p(j\omega_g)| = 1 \quad (2.44)$$

$$\phi_m = \arg [G_c(j\omega_g)G_p(j\omega_g)] + \pi \quad (2.45)$$

As Figuras 2.19 e 2.20 ilustram dois exemplos, no domínio da frequência, das margens de ganho e fase de dois sistemas diferentes.

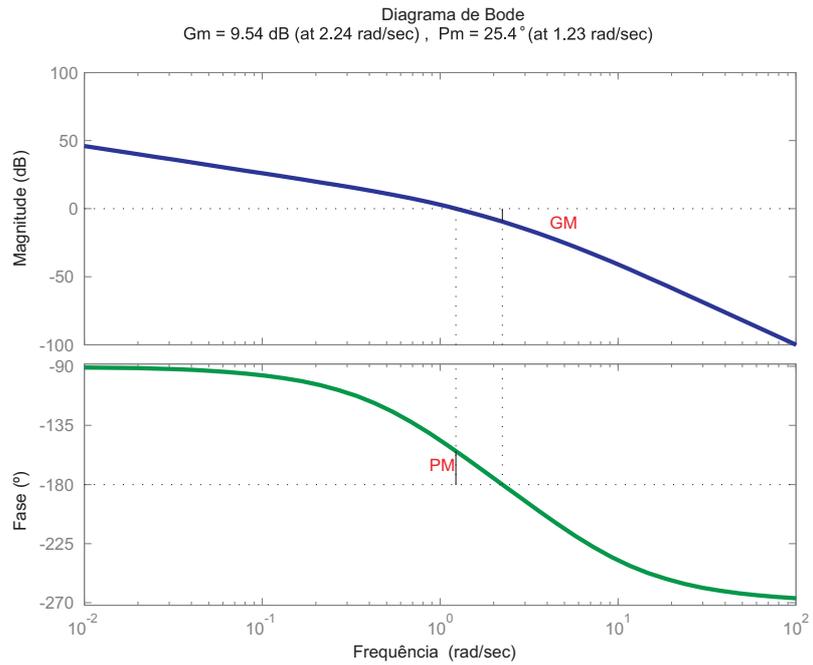


Figura. 2.19: Margem de ganho (9.54dB) e margem de fase (25.4°) para sistema $G_1(s) = 10/s(s + 1)(s + 5)$

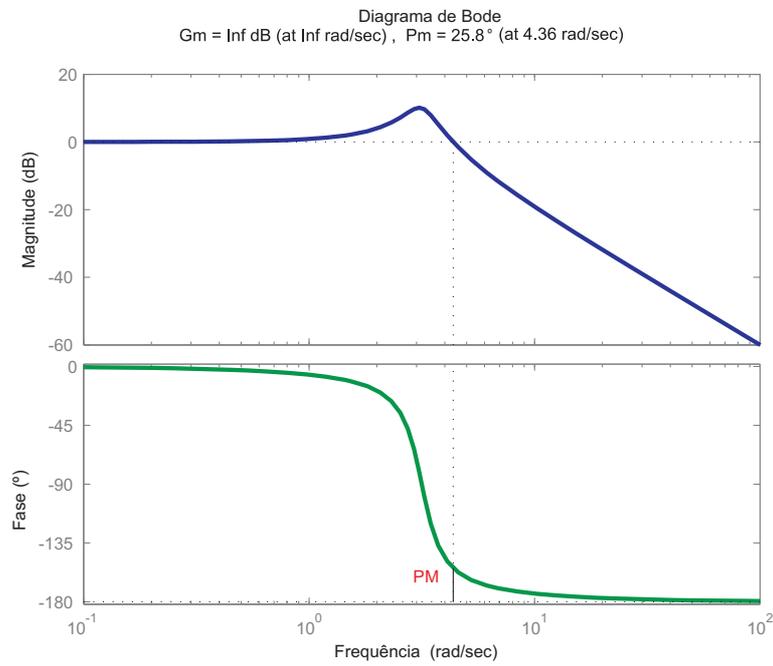


Figura. 2.20: Margem de ganho (25.8dB) e margem de ganho (inf.) para sistema $G_2(s) = 10/(s^2 + s + 10)$

Capítulo 3

Metodologia de Controle PID Nebuloso Baseado em Estabilidade Robusta

No projeto de sistemas de controle clássico, a primeira etapa é estabelecer um modelo matemático adequado para descrever as características do sistema dinâmico a ser controlado (TAKAGI; SUGENO, 1985). Entretanto, em situações práticas, tal requisito não está acessível em virtude dos sistemas dinâmicos reais serem, em sua maioria, não-lineares ou incertos. Isto torna o projeto dos sistemas de controle muito mais complexo para tais sistemas (CETIN; DEMIR, 2008; PARK et al., 2007; DONG; WANG; YANG, 2009). Este fato tem motivado o uso dos sistemas nebulosos no desenvolvimento de sistemas de controle baseado em modelo. Neste contexto, o controle nebuloso tem se mostrado uma alternativa viável ao controle convencional de sistemas dinâmicos com parâmetros variantes no tempo, não-lineares e/ou com informações imprecisas (CHENG; LEI; JUNQIU, 2009).

O procedimento adotado para o desenvolvimento da metodologia de controle PID robusto baseado em modelo nebuloso, para sistemas dinâmicos complexos, é ilustrado na Figura 3.1.

A metodologia proposta consiste em propôr um método de controle nebuloso robusto, a partir das especificações das margens de ganho e fase, baseado em modelo nebuloso TS de sistemas dinâmicos, no domínio do tempo contínuo. Uma formulação matemática baseada na estrutura do modelo nebuloso Takagi-Sugeno bem como na estratégia PDC, também é apresentada. Fórmulas analíticas são deduzidas para o cálculo dos parâmetros dos sub-controladores, na base de regras do controlador PID nebuloso robusto, de acordo com os parâmetros do modelo nebuloso do sistema dinâmico a ser controlado, obtidos via método dos mínimos quadrados. Resultados sobre as condições necessárias e suficientes para o projeto do controlador PID nebuloso, a partir da metodologia robusta proposta, com um axioma e dois teoremas bem como de simulações para o controle de posição angular de um manipulador robótico são apresentados.

3.1 Estrutura do Modelo Nebuloso Takagi-Sugeno do Sistema Dinâmico

O sistema de inferência nebuloso TS para um sistema dinâmico de 2ª ordem $G_p(s)$ apresenta na i ª [i=1,2,...,l]-ésima regra, sem perda de generalidade, a seguinte estrutura:

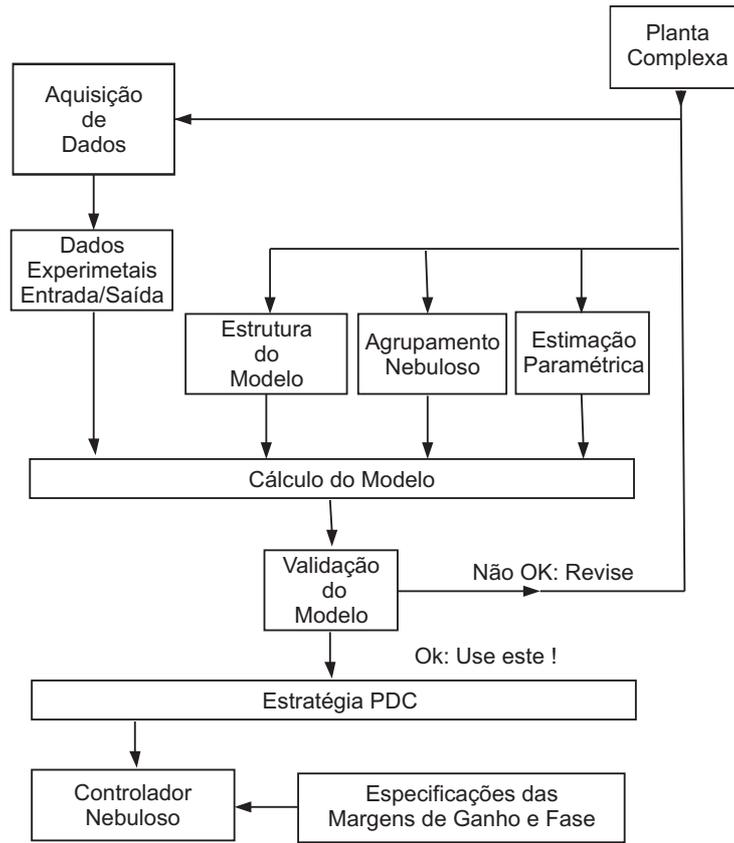


Figura. 3.1: Diagrama do Sistema de Controle Proposto

$$R^{(i)} : \quad SE \quad \tilde{\tau} \quad \acute{e} \quad F_{k|\tilde{\tau}}^i \quad E \quad \tilde{\tau}' \quad \acute{e} \quad G_{k|\tilde{\tau}'}^i \quad E \quad \tilde{K}_p \quad \acute{e} \quad H_{k|\tilde{K}_p}^i$$

$$\text{ENT\~AO} \quad G_p^i(s) = \frac{K_p^i}{(1 + s\tau^i)(1 + s\tau'^i)} e^{-sL} \quad (3.1)$$

Os parâmetros $\tilde{\tau}$ e $\tilde{\tau}'$, onde $\tilde{\tau} \geq \tilde{\tau}'$, e o ganho \tilde{K}_p , representam as variáveis linguísticas do antecedente. O grau de ativação h_i para a regra i , é dado por:

$$h_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) = \mu_{F_{k|\tilde{\tau}}^i}^i \otimes \mu_{G_{k|\tilde{\tau}'}^i}^i \otimes \mu_{H_{k|\tilde{K}_p}^i}^i \quad (3.2)$$

O grau de ativação normalizado para a regra i , é dado por:

$$\gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) = \frac{h_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p)}{\sum_{\lambda=1}^l h_\lambda(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p)} \quad (3.3)$$

E, esta normalização implica em,

$$\sum_{i=1}^l \gamma_i \left(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right) = 1 \quad (3.4)$$

Portanto, o modelo TS, $G_p^i(s)$, do sistema dinâmico é uma soma ponderada de sub-modelos lineares locais de 2ª ordem, como segue,

$$G_p \left(s, \tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right) = \sum_{i=1}^l \gamma_i \left(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right) \frac{K_p^i}{(1 + s\tau^i)(1 + s\tau'^i)} e^{-sL} \quad (3.5)$$

3.2 Controlador PID Nebuloso Takagi-Sugeno

O sistema de inferência nebuloso TS para o controlador PID nebuloso robusto proposto, $G_c(s)$, de acordo com a estratégia PDC, apresenta na j^{a} [j=1,2,...,l]-ésima regra, sem perda de generalidade, a seguinte estrutura:

$$R^{(j)} : \quad SE \ \tilde{\tau} \ \acute{e} \ F_{k|\tilde{\tau}}^j \ E \ \tilde{\tau}' \ \acute{e} \ G_{k|\tau'}^j \ E \ \tilde{K}_p \ \acute{e} \ H_{k|\tilde{K}_p}^j$$

$$\text{ENTÃO } G_c^j(s) = \frac{K_c^j (1 + sT_I^j) (1 + sT_D^j)}{sT_I^j} \quad (3.6)$$

O grau de ativação h_j para a regra j , é dado por:

$$h_j \left(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right) = \mu_{F_{k|\tilde{\tau}}^j}^j \otimes \mu_{G_{k|\tau'}^j}^j \otimes \mu_{H_{k|\tilde{K}_p}^j}^j \quad (3.7)$$

onde $\tilde{\tau}^*$, $\tilde{\tau}'^*$ e \tilde{K}_p^* são algum ponto em $U_{\tilde{\tau}}$, $U_{\tilde{\tau}'}$ e $U_{\tilde{K}_p}$, respectivamente. O grau de ativação normalizado para a regra j , é dada por:

$$\gamma_j \left(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right) = \frac{h_j \left(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right)}{\sum_{\lambda=1}^l h_{\lambda} \left(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right)} \quad (3.8)$$

e, esta normalização implica em,

$$\sum_{j=1}^l \gamma_j \left(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right) = 1 \quad (3.9)$$

Portanto, o controlador PID nebuloso TS, $G_c \left(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p, s \right)$, é uma soma ponderada dos sub-controladores PID locais, como segue:

$$G_c \left(s, \tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right) = \sum_{i=1}^l \gamma_j \left(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right) \frac{K_c^j (1 + sT_I^j) (1 + sT_D^j)}{sT_I^j} \quad (3.10)$$

O sistema nebuloso em malha-aberta, a partir de (3.5) e (3.10), é dado por:

$$G_p(s)G_c(s) = \sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^l \gamma_j(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \frac{K_c^j K_p^i (1 + sT_I^j) (1 + sT_D^j)}{sT_I^j (1 + s\tau^i) (1 + s\tau'^i)} e^{-sL} \quad (3.11)$$

3.3 Projeto de Controlador PID Baseado em Modelo Nebuloso Takagi-Sugeno

Considere as funções de transferência do sistema dinâmico e controlador dadas por $G_p(s)$ e $G_c(s)$, respectivamente, e as margens de ganho e fase especificadas por A_m e ϕ_m , respectivamente, como definido previamente na seção 2.3.2. As expressões para as margens de ganho e fase, no contexto nebuloso, são:

$$\arg \left[G_c(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p, j\omega_p) G_p(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p, j\omega_p) \right] = -\pi \quad (3.12)$$

$$A_m = \frac{1}{\left| G_c(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p, j\omega_p) G_p(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p, j\omega_p) \right|} \quad (3.13)$$

$$\left| G_c(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p, j\omega_g) G_p(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p, j\omega_g) \right| = 1 \quad (3.14)$$

$$\phi_m = \arg \left[G_c(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p, j\omega_g) G_p(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p, j\omega_g) \right] + \pi \quad (3.15)$$

Substituindo (3.11) em (3.12)-(3.15), tem-se:

$$l \left[\sum_{i=1}^l (\arctan(\omega_p T_I^i) - \arctan(\omega_p \tau^i)) - \frac{\pi}{2} - \omega_p L \right] = -\pi \quad (3.16)$$

$$A_m = \frac{1}{\sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^l \gamma_j(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \left(\frac{K_c^j K_p^i}{\omega_p T_I^j} \right) \left(\sqrt{\frac{(\omega_p T_I^j)^2 + 1}{(\omega_p \tau^i)^2 + 1}} \right)} \quad (3.17)$$

$$\sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^l \gamma_j(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \left(\frac{K_c^j K_p^i}{\omega_g T_I^j} \right) \left(\sqrt{\frac{(\omega_g T_I^j)^2 + 1}{(\omega_g \tau^i)^2 + 1}} \right) = 1 \quad (3.18)$$

$$\phi_m = l \left[\sum_{i=1}^l (\arctan(\omega_g T_I^i) - \arctan(\omega_g \tau^i)) - \frac{\pi}{2} - \omega_p L \right] + \pi \quad (3.19)$$

Para um dado sub-modelo linear, $G^i(s, \tilde{K}_p^i, \tilde{\tau}^i, \tilde{\tau}'^i)$, e especificações das margens de ganho e fase (A_m, ϕ_m), as equações (3.16)-(3.19) podem ser utilizadas para determinar os parâmetros dos sub-controladores PID, $G_c^j(s, K_c^j, T_I^j, T_D^j)$.

Para um determinado sub-modelo linear, $G^i(s, \tilde{K}_p^i, \tilde{\tau}^i, \tilde{\tau}'^i)$, e especificações de margem de ganho fase (A_m, ϕ_m), as equações (3.16)-(3.19) podem ser utilizadas para determinar os parâmetros dos sub-controladores PID, $G_c^j(s, K_c^j, T_I^j, T_D^j)$, numericamente, mas não analiticamente, por causa da presença da função arctan. Todavia, uma solução analítica aproximada pode ser obtida se for utilizada a seguinte aproximação para a função arctan:

$$\arctan x \approx \frac{1}{2}\pi - \frac{\pi}{4x}, \quad \forall |x| > 1 \quad (3.20)$$

A solução numérica das equações (3.17)-(3.18), usando a aproximação dada por (3.20) para a função arctan, considerando $|x| > 1$, são dadas por:

$$\sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^l \gamma_j(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \frac{A_m}{\omega_p} \left(\frac{K_c^j K_p^i}{\tau^i} \right) = 1 \quad (3.21)$$

$$\sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^l \gamma_j(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \left(\frac{K_c^j K_p^i}{\omega_g \tau^i} \right) = 1 \quad (3.22)$$

respectivamente. Utilizando a mesma aplicação, as equações (3.16) e (3.19) são dadas por:

$$l \left[\sum_{i=1}^l \left(\frac{\pi}{4\omega_p \tau^i} - \frac{\pi}{\omega_p T_I^i} - \frac{\pi}{2} - \omega_p L \right) \right] = -\pi \quad (3.23)$$

$$\phi_m = l \left[\sum_{i=1}^l \left(\frac{\pi}{4\omega_g \tau^i} - \frac{\pi}{\omega_g T_I^i} - \frac{\pi}{2} - \omega_g L \right) \right] + \pi \quad (3.24)$$

respectivamente. Portanto, a solução analítica para as fórmulas de ajuste dos parâmetros dos sub-controladores PID, $G_c^j(s) \mid_{[i=1,2,\dots,l]}$, de acordo com (3.21)-(3.24), são dadas por:

$$T_D^j = \tau'^i \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{ccc} \sum_{i=1}^l \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \left(\frac{K_p^i}{\tau^i} \right) & \cdots & \sum_{i=1}^l \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \left(\frac{K_p^i}{\tau^i} \right) \\ \sum_{i=1}^l \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \left(\frac{K_p^i}{\tau^i} \right) & \cdots & \sum_{i=1}^l \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \left(\frac{K_p^i}{\tau^i} \right) \end{array} \right] \times \\ & \times \left[\begin{array}{ccc} \gamma_1(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \gamma_l(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} K_c^1 \\ \vdots \\ K_c^l \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \omega_p \\ A_m \\ \omega_g \end{array} \right] \quad (3.26) \end{aligned}$$

e,

$$\begin{bmatrix} l \frac{\pi}{\omega_p} & \dots & l \frac{\pi}{\omega_p} \\ l \frac{\pi}{\omega_g} & \dots & l \frac{\pi}{\omega_g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (T_I^1)^{-1} \\ \vdots \\ (T_I^l)^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l \left\{ \sum_{i=1}^l \left(\frac{\pi}{4\omega_p \tau^i} \right) - \frac{\pi}{2} - \omega_p L \right\} + \pi \\ l \left\{ \sum_{i=1}^l \left(\frac{\pi}{4\omega_g \tau^i} \right) - \frac{\pi}{2} - \omega_g L \right\} - \phi_m + \pi \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

onde ω_p é dado por:

$$\omega_p = \frac{A_m \phi_m + \frac{1}{2} \pi A_m (A_m - 1)}{(A_m^2 - 1)L} \quad (3.28)$$

3.3.1 Análise de Estabilidade Robusta

Para o projeto do controlador PID nebuloso robusto, a partir de (3.25)-(3.27), respectivamente, baseado nas especificações das margens de ganho e fase, os seguintes axiomas e teoremas são propostos:

Axioma: Os sub-modelos lineares $G_p^i(s) \mid^{[i=1,2,\dots,l]}$ do sistema dinâmico, são necessariamente de fase mínima, i.e., todos os pólos da equação característica estão localizados no lado esquerdo do plano complexo.

Teorema 1: Cada sub-controlador PID robusto $G_c^j(s) \mid^{[j=1,2,\dots,l]}$ garante as especificações das margens de ganho e fase para o sub-modelo linear correspondente, $G_p^i(s) \mid^{[i=1,2,\dots,l]}$ com $i = j$, do sistema dinâmico a ser controlado.

Prova: O grau de ativação normalizado, em um dado ponto de operação “ p ”, na base de regras do controlador PID nebuloso robusto, satisfaz a seguinte condição:

$$\sum_{i=1}^l \gamma_j \left(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right) = 1 \quad (3.29)$$

O grau de ativação normalizado, para uma dada p -ésima regra ativada, como definida em (2.18), é dada por:

$$\gamma_p \left(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right) = 1 \quad (3.30)$$

Baseada na estratégia de compensação paralela e distribuída, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \gamma_p \left(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right) \left(\frac{K_p^p}{\tau^p} \right) & \dots & \gamma_p \left(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right) \left(\frac{K_p^p}{\tau^p} \right) \\ \gamma_p \left(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right) \left(\frac{K_p^p}{\tau^p} \right) & \dots & \gamma_p \left(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right) \left(\frac{K_p^p}{\tau^p} \right) \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \gamma_1(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ K_c^p \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\omega_p}{A_m} \\ \omega_g \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Resolvendo (3.31) para K_c , tem-se:

$$\gamma_p(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \left(\frac{K_p^p}{\tau^p} \right) \gamma_p(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) (K_c^p) = \frac{\omega_p}{A_m} \quad (3.32)$$

e,

$$\gamma_p(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \left(\frac{K_p^p}{\tau^p} \right) \gamma_p(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) (K_c^p) = \omega_g \quad (3.33)$$

Isolando K_c^p , a equação (3.32), é dada por:

$$K_c^p = \left(\frac{\tau^p}{K_p^p} \right) \left(\frac{\omega_p}{A_m} \right) \left(\frac{1}{\gamma_p(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p)^2} \right) \quad (3.34)$$

Para obter o parâmetro T_I^p , como definido previamente, tem-se:

$$\begin{bmatrix} l \frac{\pi}{\omega_p} & \dots & l \frac{\pi}{\omega_p} \\ l \frac{\pi}{\omega_g} & \dots & l \frac{\pi}{\omega_g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ (T_I^p)^{-1} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l \left(\frac{\pi}{4\omega_p \tau^p} - \frac{\pi}{2} - \omega_p L \right) + \pi \\ l \left(\frac{\pi}{4\omega_g \tau^p} - \frac{\pi}{2} - \omega_g L \right) + \pi - \phi_m \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

o qual resulta em,

$$l \frac{\pi}{\omega_p} = \left(\frac{\pi}{4\omega_p \tau^p} - \frac{\pi}{2} - \omega_p L \right) + \pi \quad (3.36)$$

e,

$$l \frac{\pi}{\omega_g} \frac{1}{T_I^p} = l \left(\frac{\pi}{4\omega_g \tau^p} - \frac{\pi}{2} - \omega_g L \right) + \pi - \phi_m \quad (3.37)$$

Isolando ϕ_m em (3.37), é dado por:

$$\phi_m = l \left(\frac{\pi}{4\omega_g \tau^p} - \frac{\pi}{\omega_g} \frac{1}{T_I^p} - \frac{\pi}{2} - \omega_g L \right) + \pi \quad (3.38)$$

e,

$$\gamma_p \left(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right) \gamma_p \left(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right) \left(\frac{K_p^p A_m}{\tau^p \omega_p} \right) \left(\frac{\tau^p \omega_p}{K_p^p A_m} \right) \left(\frac{1}{\gamma_p \left(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right) \gamma_p \left(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right)} \right) = 1 \quad (3.39)$$

e,

$$A_m = A_m \quad (3.40)$$

Considerando a ativação total de uma simples regra p , como definido previamente, em (3.8), tem-se:

$$\phi_m = l \left(\frac{\pi}{4\omega_g \tau^p} - \frac{\pi}{\omega_g T_I^p} - \frac{\pi}{2} - \omega_g L \right) + \pi \quad (3.41)$$

Comparando (3.41) com (3.38), tem-se:

$$\phi_m = \phi_m \quad (3.42)$$

A partir desta análise, conclui-se que o controlador PID robusto garante as especificações das margens de ganho e fase para o sub-modelo a ser controlado.

■

Teorema 2: Cada sub-controlador PID robusto $G_c^j(s) \mid [j=1,2,\dots,l]$ garante a estabilidade para todos os sub-modelos lineares $G_p^i(s) \mid [i=1,2,\dots,l]$ do sistema dinâmico não-linear a ser controlado.

Prova: A função de transferência a malha-fechada é dada por:

$$G_{MF} \left(s, \tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right) = \sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^l \gamma_j \left(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right) \gamma_i \left(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p \right) \frac{K_c^j K_p^i (1 + sT_I^j) e^{-sL}}{[sT_I^j (1 + s\tau^i) + K_c^j K_p^i (1 + sT_I^j)]} \quad (3.43)$$

De acordo com a seção 2.1.2, considerando a aproximação de Padé de 2 ordem para o tempo de atraso do sistema dinâmico, a função de transferência do sistema de controle nebuloso em malha-fechada é dada por:

$$G_{MF}(s) = \frac{K_p^i K_c^j (sT_I^j + 1) (L^2 s^2 - 6Ls + 12)}{(12 + 6Ls + L^2 s^2) (K_c^j K_p^i + sT_I^j + K_c^j K_p^i sT_I^j + s^2 \tau^i T_I^j)} \quad (3.44)$$

Para a condição de estabilidade robusta, a equação característica da função de transferência, dada em (3.44), deve possuir todas as raízes (pólos) no lado esquerdo do plano complexo (Parte real não negativa). Portanto, tem-se:

$$\begin{aligned}
& \tau^i T_I^j L^2 s^4 + (6\tau^i T_I^j L + T_I^j K_p^i K_c^j L^2 + T_I^j L^2) s^3 + \dots \\
& \dots + (12\tau^i T_I^j + 6T_I^j K_p^i K_c^j L + K_p^i K_c^j L^2 + 6LT_I^j) s^2 + \dots \\
& \dots + (12T_I^j K_p^i K_c^j + 6K_p^i K_c^j L + 12T_I^j) s + 12K_p^i K_c^j = 0
\end{aligned} \tag{3.45}$$

Pela aplicação do critério da Estabilidade de Routh (FRANKLIN; POWELL; BAEINI, 1986) em (3.45), tem-se:

$$\begin{array}{lcl}
s^4 : & \tau^i T_I^j L^2 & (12\tau^i T_I^j + 6T_I^j K_p^i K_c^j L + K_p^i K_c^j L^2 + 6LT_I^j) \quad 12K_p^i K_c^j \\
s^3 : & (6\tau^i T_I^j L + T_I^j K_p^i K_c^j L^2 + T_I^j L^2) & (12T_I^j K_p^i K_c^j + 6K_p^i K_c^j L + 12T_I^j) \quad 0 \\
s^2 : & B_1 & 12K_p^i K_c^j \\
s^1 : & C_1 & 0 \\
s^0 : & 12K_p^i K_c^j &
\end{array} \tag{3.46}$$

onde,

$$B_1 = \frac{6 \left(L^2 + 6L\tau^i + 12\tau^{i^2} \right) T_I^j + K_c^j K_p^i L^2 (L + 6T_I^j) + K_c^j K_p^i L (L^2 + 12LT_I^j + 36\tau^i T_I^j)}{(L + K_c^j K_p^i L + 6\tau^i)}$$

$$\begin{aligned}
C_1 = & \frac{(6(1 + K_c^j K_p^i)(12(L^2 + 6L\tau^i + 12\tau^{i^2})T_I^j + 6K_c^j K_p^i LT_I^j (L(L + 2\tau^i) + 4(L + 3\tau^i)T_I^j)) + \dots}{(6(L^2 + 6L\tau^i + 12\tau^{i^2})T_I^j + K_c^j K_p^i L^2(L + 6T_I^j) + K_c^j K_p^i L(L^2 + 12(L + 3\tau^i)T_I^j))} \\
& \frac{\dots + K_c^j K_p^i L^2(L^2 + 6LT_I^j + 12T_I^j)}{(6(L^2 + 6L\tau^i + 12\tau^{i^2})T_I^j + K_c^j K_p^i L^2(L + 6T_I^j) + K_c^j K_p^i L(L^2 + 12(L + 3\tau^i)T_I^j))}
\end{aligned}$$

Sendo necessário que todos os termos da primeira coluna sejam positivos:

$$\tau^i T_I^j L^2 > 0 \tag{3.47}$$

$$(6\tau^i T_I^j L + T_I^j K_p^i K_c^j L^2 + T_I^j L^2) > 0 \quad (3.48)$$

$$12K_p^i K_c^j > 0 \quad (3.49)$$

$$B_1 > 0 \quad (3.50)$$

$$C_1 > 0 \quad (3.51)$$

Uma vez que todos os parâmetros dos sub-modelos estáveis do sistema dinâmico a ser controlado (L , τ^i , τ'^i e K_p^i), de acordo com o **Axioma**, são positivos bem como as especificações das margens de ganho e fase (A_m e ϕ_m), a partir de (3.25)-(3.27), os valores dos parâmetros dos sub-controladores PID nebuloso robusto (K_c^j , T_I^j , T_D^j) são positivos. Portanto, as desigualdades em (3.47)-(3.51), são satisfeitas, e cada sub-controlador PID robusto garante a estabilidade para todos os sub-modelos do sistema dinâmico a ser controlado. ■

3.4 Resultados Computacionais

Nesta dissertação é proposto um esquema de controle nebuloso robusto a partir da estrutura do modelo nebuloso TS, da estratégia PDC e das especificações robustas das margens de ganho e fase. Na metodologia proposta, os parâmetros dos controladores nebuloso TS são obtidos através de fórmulas analíticas a partir das definições das especificações das margens de ganho e fase. O controlador nebuloso robusto projetado e o modelo nebuloso TS do sistema dinâmico não-linear a ser controlado compartilham os mesmos conjuntos nebulosos, no espaço do antecedente. Esta seção descreve os resultados computacionais para o controlador PID nebuloso robusto aplicado no controle da posição angular de um manipulador robótico com atraso de transporte.

3.4.1 Representação Dinâmica do Manipulador Robótico

Um manipulador robótico é um sistema mecânico composto por um ou vários *links* conectados em uma configuração em cadeia, com rotação ou grau-de-liberdades em cada junta (a conexão entre dois links). Este sistema é utilizado na mesma função como um braço humano e, portanto, é por vezes referido como um braço mecânico (ou braço robótico). A equação do movimento para este manipulador robótico é não-linear. Controladores não-lineares para este tipo de sistema são normalmente difíceis de serem projetados (principalmente com o aumento do número de graus de liberdade), por vezes muito complexos para implementação prática, ou sem robustez o suficiente para tolerar qualquer erro nas considerações comumente realizadas na modelagem clássica. A equação dinâmica do manipulador robótico, ilustrado na Figura 3.2, é dada por:

$$ml^2\ddot{\theta} + d\dot{\theta} + mgl\sin(\theta) = u \quad (3.52)$$

com,

$m = 1 \text{ kg}$, massa,

$l = 1 \text{ m}$, comprimento do braço do manipulador,

$g = 9.81 \text{ m/s}^2$, constante gravitacional,

$d = 1 \text{ kgm}^2/\text{s}$, fator de amortecimento,

u =variável de controle (kgm^2/s^2).

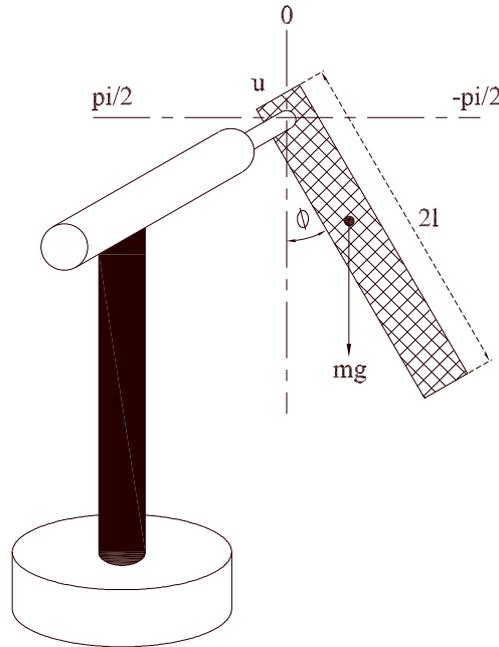


Figura. 3.2: Manipulador Robótico

A entrada $u(t)$ é o torque aplicado ao manipulador e a saída é a posição angular, θ , do braço do manipulador robótico.

3.4.2 Modelo Nebuloso TS do Manipulador Robótico

O manipulador robótico será excitado com um sinal *chirp*. O qual é uma senóide com uma frequência gradualmente crescente, conforme mostrado na Figura 3.3. Assim, pode-se excitar diversas faixas de regime dinâmico, conforme uma frequência desejada. Este sinal pode ser gerado da seguinte forma (SERRA, 2005):

$$w_k = w_{inicial} + \frac{k}{N} (w_{final} - w_{inicial}) \quad (3.53)$$

onde w_k é a frequência do sinal senoidal com valor inicial $w_{inicial}$ e o valor final w_{final} , N é o total de amostras, k é o instante discreto no tempo, e u_k é o sinal de entrada com valor inicial u_0 , A é a amplitude da senóide e T_s é o valor do período de amostragem. A saída resultante para esta entrada é ilustrada na Figura 3.4.

A partir do conjunto de dados de entrada e saída obtidos para o manipulador robótico, aplicou-se o algoritmo de agrupamento nebuloso Gustafson-Kessel, descrito na seção 2.2.2, com fator de

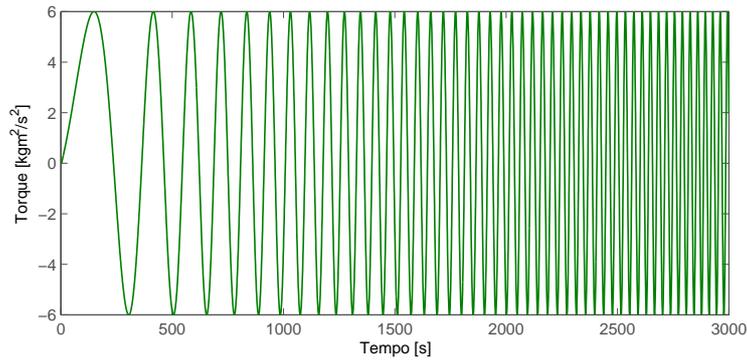


Figura. 3.3: Sinal de entrada, tipo *chirp*, para o manipulador robótico

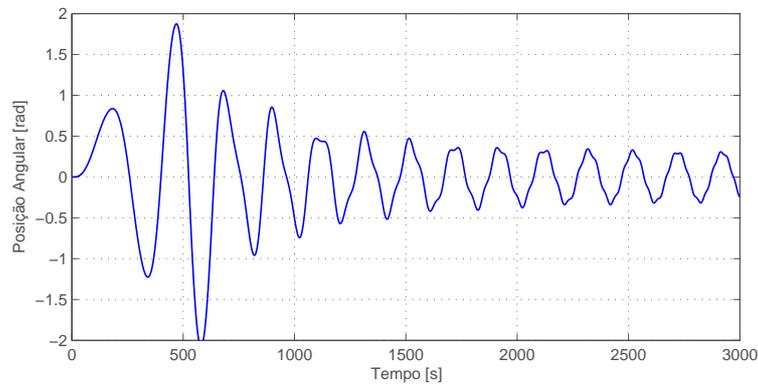


Figura. 3.4: Sinal de saída - posição angular - para o manipulador robótico

fuzificação $m = 2$, critério de tolerância $\epsilon = 0.001$ e o número de *clusters* igual a 2. O agrupamento e a classificação dos dados experimentais obtidos está ilustrado na figura 3.5. Os pontos em destaque (estrela e losângulo) representam os centros dos *clusters* identificados pelo algoritmo de agrupamento. Os *cluster* equivalem aos dois sub-modelos locais equivalentes aos dois funcionais no consequente das regras nebulosas TS, em número equivalente à quantidade destes.

Baseado no conhecimento *a priori* do processo, pode-se estabelecer uma estrutura de segunda ordem em termos de função de transferência para cada sub-modelo a ser identificado no consequente das regras nebulosas. A seguinte estrutura geral é adotada:

$$\text{SE } \tilde{\theta}(t) \text{ é } A_{k|\tilde{\theta}}^i \text{ ENTÃO } G_p^i(s) = \frac{b^i}{s^2 + a_1^i s + a_2^i} e^{-sL} \quad (3.54)$$

onde $\tilde{\theta}(t)$ é a posição angular no tempo t . A matriz de dados \mathbf{Z} contém os regressores $u(t)$, $\dot{\theta}(t)$ e $\ddot{\theta}(t)$, dados por:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} u(1) & \dot{\theta}(1) & \ddot{\theta}(1) \\ u(2) & \dot{\theta}(2) & \ddot{\theta}(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ u(t-1) & \dot{\theta}(t-1) & \ddot{\theta}(t-1) \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

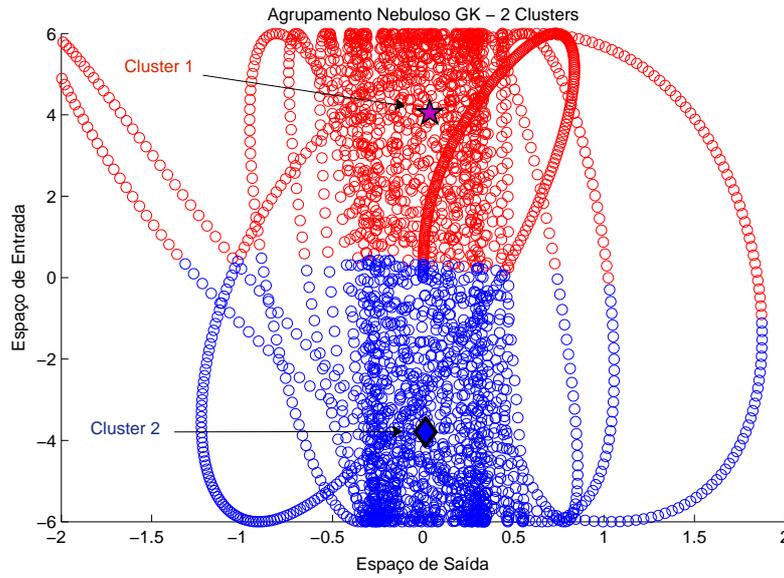


Figura. 3.5: Agrupamento e classificação de dados de entrada-saída do manipulador robótico

Os graus de pertinência do antecedente são obtidos diretamente a partir do espaço-produto das variáveis do antecedente, e os parâmetros do consequente b^i , a_1^i e a_2^i foram estimados a partir do método dos mínimos quadrados, de acordo com a seção 2.2.3. Utilizando o método de identificação baseado em agrupamento nebuloso, as seguintes regras nebulosas foram extraídas a partir dos dados de entrada e saída:

$$\text{Regra 1 : SE } \tilde{\theta}(t) \text{ é } A_{k|\tilde{\theta}}^1 \text{ ENTÃO } G_p^1(s) = \frac{0.9059}{s^2 + 0.2462s + 7.757} e^{-0.1s}$$

$$\text{Regra 2 : SE } \tilde{\theta}(t) \text{ é } A_{k|\tilde{\theta}}^2 \text{ ENTÃO } G_p^2(s) = \frac{0.9812}{s^2 + 0.4729s + 8.325} e^{-0.1s}$$

onde o tempo de atraso adotado para o processo a ser controlado foi de $L = 0.1 s$.

3.4.3 Projeto de Controlador PID Nebuloso Robusto para Posição Angular

Baseado na estratégia PDC, cada regra de controle na base de regras do controlador PID nebuloso robusto é projetada a partir de cada regra correspondente para o modelo nebuloso TS do sistema dinâmico a ser controlado. Considerando as expressões analíticas para projeto dos parâmetros do controlador PID nebuloso robusto, apresentadas na seção 3.2, as seguintes regras compõem a base de regras nebulosas TS para o controlador:

$$\text{Regra1 : SE } \tilde{\theta}(t) \text{ é } A_{k|\tilde{\theta}}^1 \text{ ENTÃO } G_c^1(s) = \frac{30.44s^2 + 57.29s + 3.53}{15.68s}$$

$$\text{Regra2 : SE } \tilde{\theta}(t) \text{ é } A_{k|\tilde{\theta}}^2 \text{ ENTÃO } G_c^2(s) = \frac{14.10s^2 + 27.43s + 3.25}{7.89s}$$

Após a obtenção dos sub-controladores PID que compõem a base de regras do controlador PID nebuloso robusto, uma análise comparativa entre os resultados obtidos para a metodologia proposta nesta dissertação e outras duas metodologias propostas por (TEIXEIRA; ZAK, 1999) e (WANG; TANAKA; GRIFFIN, 1996), amplamente citadas na literatura, são mostrados na Tabela 3.1.

Especificações para as Margens de Ganho e Fase: $A_m = 7.80$ e $\phi_m = 55.5^\circ$						
Sub-modelo nebuloso	Metodologia	A_m^*	ϕ_m^*	K_p	T_I	T_D
$\frac{0.9059}{s^2+0.2462s+7.757}e^{-0.1s}$	Proposta nesta Dissertação	7.93	49.16	3.53	15.68	0.55
	Teixeira e Zak (1999)	1.69	26.91	--	--	--
	Wang, Tanaka e Griffin (1996)	1.83	22.89	--	--	--
$\frac{0.9812}{s^2+0.4729s+8.325}e^{-0.1s}$	Proposta nesta Dissertação	8.00	55.21	3.25	7.89	0.55
	Teixeira e Zak (1999)	2.92	31.23	--	--	--
	Wang, Tanaka e Griffin (1996)	1.33	16.92	--	--	--

Tabela 3.1: Análise comparativa - Margens de ganho e fase, e parâmetros do controlador PID nebuloso robusto.

Conforme observado na Tabela 3.1, as margens de ganho e fase obtidas por meio da metodologia proposta nesta dissertação estão bem próximas do valor especificado para as mesmas. Enquanto que as margens de ganho e fase obtidas por Teixeira e Zak (1999) e Wang, Tanaka e Griffin (1996), apresentam resultado bem inferior.

A eficiência da metodologia proposta nesta dissertação, no domínio do tempo, quando comparada com Teixeira e Zak (1999) e Wang, Tanaka e Griffin (1996), é ilustrada na Figura 3.6. Observa-se que, mediante a uma variação, no valor de 1,58, em módulo, no instante $t = 40$ s, no ganho do sistema dinâmico a ser controlado, além da metodologia proposta nesta dissertação, apenas a metodologia proposta por Teixeira e Zak (1999) garante a estabilidade do sistema dinâmico a ser controlado (Figura 3.7(a)-(c)). Ao aumentar a variação no ganho do sistema dinâmico para 2, 10, em módulo, a única metodologia que garante a estabilidade da malha de controle é a proposta nesta dissertação, conforme pode ser observado nas (Figura 3.7(d)-(f)).

Verificando a resposta em frequência para cada um dos controladores PID locais, juntamente com os sub-modelos nebulosos TS do sistema dinâmico a ser controlado, observa-se que as margens de ganho e fase, além de mais próximas das especificações de projeto, são maiores que as obtidas nas metodologias propostas por Teixeira e Zak (1999) e Wang, Tanaka e Griffin (1996). O que mostra que cada controlador local garante, não somente a estabilidade do sistema dinâmico, mas as margens de ganho e fase especificadas.

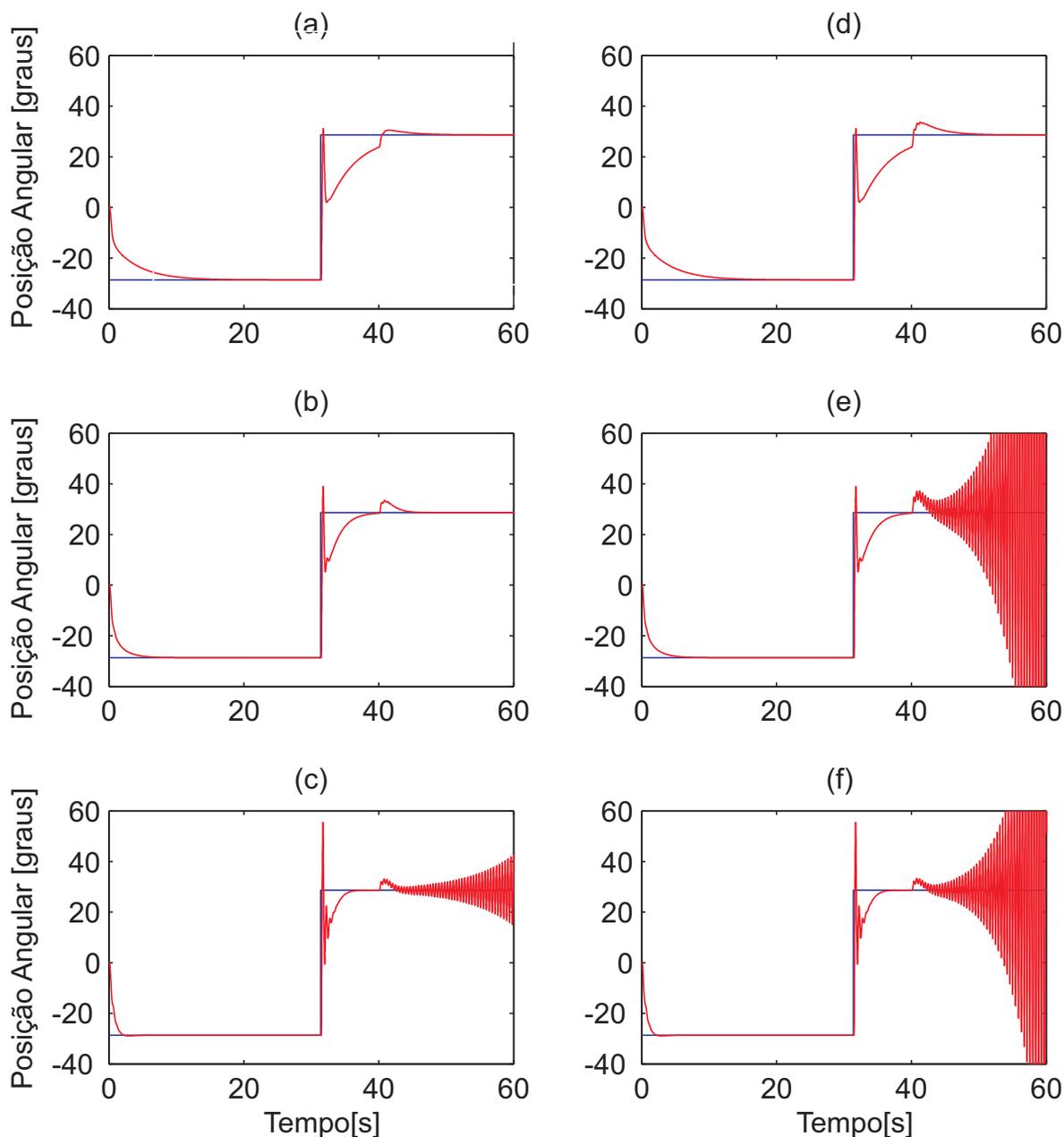


Figura. 3.6: Gráficos de desempenho do controle de posição angular do manipulador robótico considerando uma variação no instante $t = 40s$ de 1.58, em módulo para: (a) Metodologia proposta nesta dissertação; (b) Metodologia proposta por Teixeira e Zak (1999); Metodologia proposta por Wang, Tanaka e Griffin (1996). Considerando uma variação de 2, 10, em módulo, para: (d) Metodologia proposta nesta dissertação; (e) Metodologia proposta por Teixeira e Zak (1999); (f) Metodologia proposta por Wang, Tanaka e Griffin (1996)

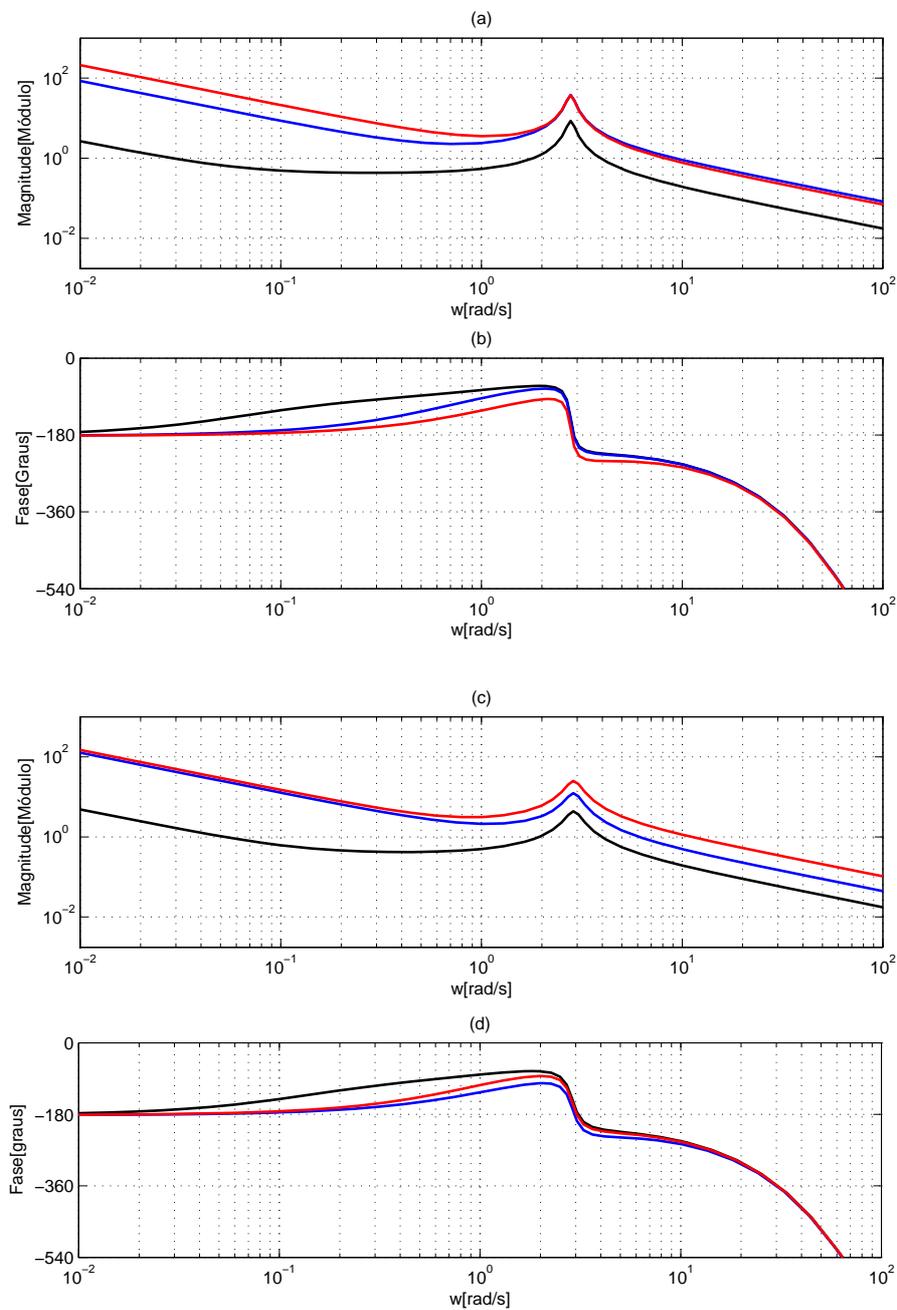


Figura. 3.7: Comparação entre as respostas em frequência: (a) Curvas de ganho para sub-modelo 1; (b) Curvas de fase para sub-modelo 1; (c) Curvas de ganho para sub-modelo 2; (d) Curvas de fase para sub-modelo e. Legenda: Preto - Metodologia proposta, Azul - Teixeira e Zak (1999) e Vermelho - Wang, Tanaka e Griffin (1996)

Capítulo 4

Conclusões e Propostas Futuras

A busca por sistemas de controle mais sofisticados, as restrições impostas sobre o tempo de tomada de decisões para satisfazer múltiplos objetivos e, ainda, o alto grau de competitividade na busca por soluções mais rápidas e eficientes, têm motivado o desenvolvimento de estruturas alternativas de controle inteligente. Com este objetivo em mente, as ferramentas de IC têm sido utilizadas fortemente, no intuito de representar ao máximo as características particulares dos sistemas dinâmicos reais, extremamente complexos, para a obtenção de modelos destes, bem como permitindo um grande número de contribuições para o projeto de controle.

Dentre os dois tipos mais comuns de modelos nebulosos, estão o Mandani (linguístico) e o Takagi-Sugeno (Funcional), sendo este último, caracterizado por representar no consequente das regras linguísticas, sub-modelos funcionais por meio de uma combinação entre modelos locais. Dependendo do tipo de conjuntos nebulosos utilizados, tem-se representação do sistemas dinâmico com grande aproximação, de acordo com a experiência do especialista. Dentre os modos de obtenção dos modelos locais, destaca-se o modo via dados experimentais do sistema dinâmico. Neste método, as regras linguísticas que compõem a base de regras do sistema nebuloso, são obtidas por meio de um agrupamento nebuloso do conjunto de dados de entrada-saída obtidos em um experimento estruturado. Na tarefa de agrupamento de dados, um algoritmo localiza um centro para as estruturas de dados contidos em um conjunto obtido, classificando-os de acordo com a medidas de similaridade entre os dados e os centros dos grupos de dados. Após agrupados em *clusters*, a projeção dos dados fornece as funções de pertinência que serão utilizadas no antecedente das regras nebulosas, as quais representam a quantidade de sub-modelos necessários para representar o sistema dinâmico real. A partir de então, é definida uma estrutura matemática para os sub-modelos do consequente das regras linguísticas, com vista à identificação dos parâmetros de cada sub-modelo. Após isto, os parâmetros são obtidos via método dos mínimos quadrados. Ao final do processo, um modelo nebuloso TS é obtido para o sistema dinâmico a ser controlado.

Nesta dissertação, além dos estudos referentes à modelagem de sistemas dinâmicos com atraso de tempo, utilizando modelos nebulosos TS, a partir de dados experimentais, via algoritmo de agrupamento nebuloso, desenvolveu-se uma metodologia de controle baseada em modelo. Esta proposta, aplicada a um sistema não-linear, demonstrou robustez, conforme especificado, diante de variações paramétricas sistema dinâmico real a ser controlado. Tal incerteza, caracterizada como estruturada, somada ao atraso de transporte existente, foi suficiente para desestabilizar os controladores, baseados em modelo nebuloso, propostos por dois autores amplamente citados na literatura, para o assunto em

questão.

Dentre as principais conclusões sobre a metodologia de controle proposta nesta Dissertação, a partir da análise realizada, podemos ressaltar as seguintes considerações:

- Fornece uma formulação matemática, em termos de função de transferência, fundamentada na estrutura do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno, bem como na estratégia de compensação paralela e distribuída, para análise e síntese de controle nebuloso robusto baseado em modelo;
- Permite a análise das condições de estabilidade e robustez, para o projeto do controlador nebuloso, baseado nas especificações de margens de ganho e fase;
- Demonstra fórmulas analíticas para o cálculo dos parâmetros dos sub-controladores PID, na base de regras do controlador nebuloso robusto, de acordo com os parâmetros do modelo nebuloso do sistema dinâmico a ser controlado.

Propostas Futuras

A partir dos resultados obtidos e visando a continuação e a extensão da pesquisa realizada consideram-se as seguintes sugestões para trabalhos futuros:

- A metodologia de controle proposta, preservando-se a estrutura de controle, pode ser estendida para sistemas dinâmicos multivariáveis com atraso de transporte;
- A análise e projeto de controladores PID nebuloso robusto no domínio do tempo discreto;
- O estudo e análise da metodologia proposta utilizando-se Sistemas Nebulosos Tipo 2;
- Outras técnicas de IC, tais como redes neurais e algoritmos genéticos, podem ser incorporadas à metodologia, no intuito de otimizar o ajuste dos parâmetros do controlador PID nebuloso robusto proposto;
- Implementação da metodologia proposta utilizando uma plataforma baseada em instrumentação virtual de alto desempenho.

Referências Bibliográficas

AL-ODIENAT, A.; AL-LAWAMA, A. The advantages of PID fuzzy controllers over the conventional types. *Mutah University: American Journal of Applied Sciences*, v. 6, p. 653–658, 2008.

ALMEIDA, F. *Identificação multivariável de um processo de incineração de resíduos líquidos utilizando modelos nebulosos Takagi-Sugeno*. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2005.

AMARAL, J. et al. A neuro-fuzzy-genetic system for automatic setting of control strategies. In: NAFIPS INTERNATIONAL CONFERENCE, 20th. *Proceedings* [S.l.], 2001. v. 3, p. 1553 – 1558.

BALAS, G. et al. *Theory and Application of Linear Parameter Varying Control Techniques*. [S.l.]: 1997 ACC Workshop notes, 1997.

BARAKAT, A. et al. Monovariável and multivariável voltage regulator design for a synchronous generator modeled with fixed and variable loads. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 26, p. 811–821, 2011.

BATTACHARYA, S.; CHAPPELLAT, H.; KEEL, L. *Robust Control: The Parametric Approach*. Edição Har/Dsk: Prentice Hall PTR, 1995.

BEZDEK, J. *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function*. [S.l.]: New York, 1981.

BEZDEK, J. *What is computational intelligence*. New York: Computational intelligence: imitating life: IEEE Press, 1994. 1-12 p.

BODE, W. *Network Analysis and Feedback Amplifier Design: The bell telephone laboratories series*. [S.l.]: D. Van Nostrand Company, Inc, 1945.

BONISSONE, P. Failure diagnosis and decision making in industrial processes: A fuzzy set application. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL INCLUDING THE SYMPOSIUM ON ADAPTIVE PROCESSES, 20th. *Proceedings* [S.l.], 1981. v. 20, p. 1087–1093.

BORBA, J.; DILL, R. Análise de rentabilidade de empresas: uma abordagem baseada na lógica nebulosa (fuzzy logic). *RAC eletrônica*, v. 1, n. 1, p. 47–66, Jan/Abril 2007.

- BREZINSKI, C. *The birth and early developments of Padé Approximation: Differential geometry, calculus of variations, and their applications*. [S.l.]: Lecture notes in pure and appl. math., 1985. 105-121 p.
- CASTI, J. *Nonlinear System Theory: Mathematics in science and engineering*. University of Southern California: Mathematics in Science and Engineering, 1985. Ed Richard Bellman.
- CETIN, S.; DEMIR, O. Fuzzy PID controller with coupled rules for a nonlinear quarter car model. In: *Proceedings* [S.l.: s.n.], 2008. v. 31, p. 238–241.
- CHABAAN, R. Optimal control and gain scheduling of electrical power steering systems. *IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*, p. 53–59, 2009.
- CHEN, G.; PHAM, T. *Introduction to fuzzy sets, fuzzy logic, and fuzzy control systems*. Boston: CRC Press, 2000.
- CHEN, J.; MAHFOUF, M. Interpretable fuzzy modeling using multi-objective immune-inspired optimization algorithms. In: IEEE WORLD CONGRESS ON COMPUTATIONAL INTELLIGENCE, Barcelona, Spain. *Proceedings* [S.l.], 2010. p. 2027–2034.
- CHEN, J.; RINE, D. Training fuzzy logic software components: a spacecraft flight attitude control application. In: IFSA WORLD CONGRESS, 9th. *Proceedings* [S.l.], 2001. v. 1, p. 179–184.
- CHEN, W.; GUAN, Z.; LU, X. Delay-dependent guaranteed cost control for uncertain discrete-time systems with delay. *Control Theory Appl.*, v. 150, n. 4, p. 412–416, 2003.
- CHENG, X.; LEI, Z.; JUNQIU, Y. Fuzzy PID controller for wind turbines. In: *Proceedings* [S.l.: s.n.], 2009. p. 74–77.
- CHIU, C. TS fuzzy maximum power point tracking control of solar power generation systems. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 25, p. 1123–1132, 2010.
- CLAVIJO, D. *Métodos de subespaços para identificação de sistemas: propostas de alterações, implementações e avaliações*. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2008.
- DONG, J.; WANG, Y.; YANG, G. Control synthesis of continuous-time TS fuzzy systems with local nonlinear models. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, v. 39, n. 5, p. 1245–1258, oct. 2009.
- ESPINOSA, J.; VANDEWALLE, J.; WERTZ, V. *Fuzzy logic, identification and predictive control - Advances in industrial control*. [S.l.]: Springer - Verlag London, 2005.
- FARAJOLLAHI, M.; MARKAZI, A. PDC controller design for aircraft glide-slope trajectory tracking. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER ENGINEERING AND TECHNOLOGY, 2nd. *Proceedings* [S.l.], 2010. p. 372–377.
- FENG, G. Arithmetic fuzzy models. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, v. 14, p. 676–697, 2006.

- FERREIRA, C.; SERRA, G. Fuzzy frequency response: Definition and analysis for complex dynamic systems. In: IEEE WORLD CONGRESS ON COMPUTATIONAL INTELLIGENCE, Barcelona, Spain. *Proceedings* [S.l.], 2010. p. 1635–1642.
- FILETI, A.; FILHO, R. P.; PEREIRA, J. The development and experimental testing of a fuzzy control system for batch distillation. *Brazil Journal Chemical Engineering*, v. 19, 2002.
- FRANKLIN, G.; POWELL, J.; BAEINI, A. *Feedback control of dynamic systems*. [S.l.]: Addison-Wesley, 1986.
- FU, K. Learning control systems and intelligent control systems: an intersection of artificial intelligence and automatic control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 16, p. 70–72, fev. 1971. School Elect. Eng., Purdue University, Lafayette.
- GAHINET, P.; APKARIAN, P.; CHILALI, M. Affine parameter-dependent lyapunov functions and real parametric uncertainty. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 41, n. 3, p. 436–442, 1996.
- GATH, I.; GEVA, A. Unsupervised optimal fuzzy clustering. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v. 7, p. 773–781, 1989.
- GODOY, A. *Modelagem de processos de acumulação de biomassa e de cana-de-açúcar via sistemas nebulosos*. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2007.
- GRINITS, E. *Propostas de metodologias para controle inteligente de sistemas não-lineares com incertezas paramétricas e funcionais*. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2007.
- GUPTA, M.; TROJAN, G.; KISZKA, J. Controllability of fuzzy control systems. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, v. 16, p. 576–582, 1986.
- HANA, H.; SU, C. Robust fuzzy control of nonlinear systems using shape-adaptive radial basis functions. *IEEE Transactions on Fuzzy Sets and Systems*, v. 125, p. 23–38, 2002.
- HE, S. et al. Fuzzy self-tuning of PID controller. *IEEE Fuzzy Sets and Systems*, v. 56, p. 37–46, 1993.
- HSIAO, M. et al. A takagi-sugeno fuzzy-model-based modeling method. In: IEEE WORLD CONGRESS ON COMPUTATIONAL INTELLIGENCE, Barcelona, Spain. *Proceedings* [S.l.], 2010. p. 476–481.
- IBRAHIM, A. *Fuzzy Logic for Embedded Systems Applications*. USA: Elsevier Science, 2003.
- IBRAHIM, K. Tuning PI controllers for stable processed with specifications on gain and phase margins. *ISA Transactons*, v. 43, p. 297–304, 2004.

- ISLAM, S. et al. Fuzzy based PID controller using VHDL for transportation application. *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, v. 2, p. 143–147, 2008.
- ISRAEL, C.; YU, W.; CORDOVA, J. Multiple fuzzy neural networks modeling with sparse data. In: IEEE WORLD CONGRESS ON COMPUTATIONAL INTELLIGENCE, Barcelona, Spain., *Proceedings* [S.l.], 2010. p. 2362–2368.
- JAIN, A.; DUBES, R. *Algorithms for Clustering Data*. [S.l.]: Prentice Hall, 1988.
- JIANJUN, Z. et al. Fuzzy control for automatic steering and line tracking of agricultural robot. In: *Proceedings* [S.l.: s.n.], 2008. v. 1, p. 1094–1097.
- JING, J.; XUESONG, Z. Inverter air-conditioning control system using PID fuzzy controller. In: CHINESE CONTROL AND DECISION CONFERENCE. *Proceedings* [S.l.], 2011. p. 3465–3470.
- KANDEL, A.; LANGHOLZ, G. *Fuzzy Control Systems*. [S.l.]: CRC Press LLC, 1993.
- KHAN, A.; RAPAL, N. Fuzzy PID controller: Design, tuning and comparison with conventional PID controller. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENGINEERING OF INTELLIGENT SYSTEMS. *Proceedings* [S.l.], 2006. p. 1–6.
- KHANMOHAMMADI, S.; ALIZADEH, G.; POORMAHMOOD, M. Design of a fuzzy controller for underwater vehicles to avoid moving obstacles. In: IEEE INTERNATIONAL FUZZY SYSTEMS CONFERENCE. *Proceedings* [S.l.], 2007. p. 1–6.
- KHOJASTEPOUR, M. et al. Optimal power control in MIMO systems with quantized feedback - [transactions papers]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 7, p. 4859–4866, 2008.
- KIM, I.; SON, Y. Robust control for input time-delay systems: A disturbance observer approach. In: SICE ANNUAL CONFERENCE. *Proceedings* [S.l.], 2010. p. 179–183.
- KONJIC, T.; MIRANDA, V.; KAPETANOVIC, I. Fuzzy inference systems applied to LV substation load estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, p. 742–749, 2005.
- KUMAR, V.; RANA, K. Real time comparative study of the performance of FPGA based PID and fuzzy controllers for a rectilinear plant. In: INDIA INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER ELECTRONICS. *Proceedings* [S.l.], 2011. p. 1–7.
- LARKIN, L. A fuzzy logic controller for aircraft flight control. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 23rd. *Proceedings* [S.l.], 1984. v. 23, p. 894–897.
- LEE, C. Fuzzy logic in control systems: fuzzy logic controller - part i. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, v. 20, p. 404–418, 1990.
- LEE, C.; TENG, C. Tuning of PID controllers for stable and unstable processed based on gain and phase margin specifications: A fuzzy neural approach. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 128, p. 95–106, 2002.

- LI, Q. A new PID fuzzy controller (fuzzy P(I+D)). In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INFORMATION MANAGEMENT, INNOVATION MANAGEMENT AND INDUSTRIAL ENGINEERING. *Proceedings* [S.l.], 2011. v. 2, p. 310–313.
- LIN, J. *Control System Design for Robust Stability and Robust Performance*. Tese — University of Leicester, Leicester, UK, Department of Engineering, May 1992.
- LIN-KE, Y. et al. Fuzzy PID control for direct drive electro-hydraulic position servo system. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONSUMER ELECTRONICS, COMMUNICATIONS AND NETWORKS. *Proceedings* [S.l.], 2011. p. 370–373.
- LUO, X. et al. Fuzzy dynamic characteristic modeling and intelligent adaptive control for complex spacecraft. In: WORLD CONGRESS ON INTELLIGENT CONTROL AND AUTOMATION, 8th. *Proceedings* [S.l.], 2010. p. 64–69.
- MAKIYAMA, P. *Modelagem e simulação de uma planta integrada HTST de suco de laranja natural com controles fuzzy e convencional*. São Paulo: [s.n.], 2004.
- MANDANI, E. Application of fuzzy algorithms for simple dynamic plant. In: IEE. *Proceedings* [S.l.], 1974. v. 121, p. 1585–1588.
- MANDANI, E. Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Sets and Systems*, v. 26, p. 1182–1191, 1977.
- MANN, G.; HU, B.; GOSINE, R. Two-level tuning of fuzzy PID controllers. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, v. 31, p. 263–269, 2001.
- NIANZU, Z.; RUHUI, Z.; MAOJI, F. Fuzzy control used in robotic arm position control. In: IEEE WORLD CONGRESS ON COMPUTATIONAL INTELLIGENCE. *Proceedings* [S.l.], 1994. p. 1484–1489.
- NYQUIST, H. Regeneration theory. *Bell Systems Technical Journal*, v. 11, p. 126–147, 1932.
- ORROK, G. The influence of James Watt on the central station industry. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, v. 55, p. 358–358, 1936.
- ORTEGA, G.; GIRON-SIERRA, J. Fuzzy logic techniques for intelligent spacecraft control systems. *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, v. 3, p. 2460–2465, 1995.
- OU, C.; MAO, L. A investigation of fuzzy control for gas-injection pressure in gas-assisted injection molding. *IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, p. 153–158, 2007.
- PARK, J. et al. *An experimental study on attitude control of spacecraft using fuzzy controller*. [S.l.]: Advanced Institute of Science and Technology, 2007. Dept. of Aerospace Engineering, Korea.
- PELUSI, D. Genetic-neuro-fuzzy controllers for second order control systems. In: UKSIM EUROPEAN SYMPOSIUM ON COMPUTER MODELING AND SIMULATION, 5th. *Proceedings* [S.l.], 2011. p. 12–17.

- POLA, G.; BORRI, A.; BENEDETTO, M. D. A least squares model for fuzzy rules of inference. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011.
- QIU, L.; YANG, D. PID fuzzy control of activated sludge system. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRONICS, COMMUNICATIONS AND CONTROL. *Proceedings* [S.l.], 2011. p. 1573–1576.
- RONG, H.; HUANG, G.; SUNDARARAJAN, N. Fuzzy fault tolerant controller for actuator failures during aircraft autoland. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS. *Proceedings* [S.l.], 2006. p. 1200–1204.
- RUTHERFORD, D.; BLOORE, G. The implementation of fuzzy algorithms for control. In: IEEE. *Proceedings* [S.l.], 1976. v. 64, p. 572–573.
- SALMAN, S.; WAN, Z. Comparison between conventional and fuzzy logic controller-based AVC relay for voltage control application of distribution networks. In: INTERNATIONAL POWER ENGINEERING CONFERENCE. *Proceedings* [S.l.], 2007. p. 526–531.
- SAMSUDDIN, N.; HASBULLAH, N.; AHMAD, S. Fuzzy logic based temperature control of thermoelectric cooler (TEC) for single photon avalanche diode SPAD application. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MECHATRONICS, 4th. *Proceedings* [S.l.], 2011. p. 1–7.
- SANTOS, M. et al. Between fuzzy-PID and PID-conventional controllers: a good choice. In: BIENNIAL CONFERENCE OF THE NORTH AMERICAN FUZZY INFORMATION PROCESSING SOCIETY. *Proceedings* [S.l.], 1996. p. 123–127.
- SAÉNZ, T.; VELA, V. Fuzzy modeling for vehicle maneuver detection in a scene. In: IEEE WORLD CONGRESS ON COMPUTATIONAL INTELLIGENCE, Barcelona, Spain. *Proceedings* [S.l.], 2010. p. 1688–1695.
- SCHWUNG, A.; ADAMY, J. Nonlinear system modeling via hybrid system representation of recurrent fuzzy systems. In: IEEE WORLD CONGRESS ON COMPUTATIONAL INTELLIGENCE, Barcelona, Spain. *Proceedings* [S.l.], 2010. p. 2381–2387.
- SELF, K. Designing with fuzzy logic. *IEEE Spectrum*, p. 42–44, 1990.
- SERRA, G. *Propostas de metodologias de identificação e controle inteligentes*. Tese — Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2005.
- SERRA, G.; BOTTURA, C. Multiobjective evolution based fuzzy PI controller design for nonlinear systems. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, v. 19, p. 157–167, 2005. Elsevier.
- SERRA, G.; BOTURRA, C. Genetic approach for neural scheduling of multiobjective fuzzy PI controllers. In: *Proceedings* [S.l.: s.n.], 2006. p. 274–279.
- SEZER, M.; SILJAK, D. Robustness of suboptimal control: Gain and phase margin. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 26, p. 907–911, 1981.

- SHAMMA, J.; ATHANS, M. Guaranteed properties of gain scheduled control for linear parameter varying plants. *Automatica*, v. 27, p. 559–564, 1991.
- SHEN, D. et al. Modelling and simulation of a fuzzy PID controller for active suspension system. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS AND KNOWLEDGE DISCOVERY, 7th. *Proceedings* [S.l.], 2010. v. 2, p. 701–705.
- SHI, W.; ZHOU, M. PID controllers for dual-sensor pacing systems in patients with bradycardias. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS. *Proceedings* [S.l.], 2011. p. 1117–1122.
- SILVA, C. Fuzzy adaptation and control of a class of dynamic systems. In: IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INTELLIGENT CONTROL, 5th. *Proceedings* [S.l.], 1990. v. 1, p. 304–3095.
- SILVA, F. *Comparação de desempenho de um sistema de refrigeração para resfriamento de líquido, controlado a diferentes modos de controle*. Dissertação — Faculdade de Engenharia de Alimentos, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2003.
- SINHA, N.; WRIGHT, J. Application of fuzzy control to a heat exchanger system. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL. *Proceedings* [S.l.], 1977. v. 16, p. 1424–1428.
- SOBREVILLA, P.; ARANDA, J.; XAMBÓ, S. Preface. In: IEEE WORLD CONGRESS ON COMPUTATIONAL INTELLIGENCE. *General Chair and Publications Chairs*. [S.l.], 2010. p. 372–377.
- SUBUDHI, B.; REDDY, B.; MONANGI, S. Parallel structure of fuzzy PID controller under different paradigms. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, CONTROL & ROBOTICS. *Proceedings* [S.l.], 2010. p. 114–121.
- TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, v. 15, p. 116–132, 1985.
- TAKASHIMA, S. *100 Examples of Fuzzy Theory Applications mostly in Japan*. Japan: Trigger, 1989.
- TANAKA, K.; SUGENO, M. Concept of stability margin of fuzzy systems and design of robust fuzzy controller. In: *Proceedings* [S.l.: s.n.], 1993. v. 1, p. 29–34.
- TEIXEIRA, M.; ZAK, S. Stabilizing controller design for uncertain nonlinear systems using fuzzy models. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, v. 7, n. 2, p. 133–142, apr 1999.
- THALER, G.; BROWN, R. *Analysis and Design of Feedback Control Systems*. [S.l.]: New York: McGraw-Hill, 1960.
- TURKSEN, I. Fuzzy logic: review of recent concerns. In: *Proceedings* [S.l.: s.n.], 1997. v. 3, p. 2975–2978.

- UANG, H.; HUANG, G. A robust fuzzy model following observer-based control design for nonlinear system. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL APPLICATIONS. *Proceedings* [S.l.], 2004. v. 1, p. 171–176.
- UZAIR, A.; SAQIB, A. Hybrid genetic algorithm fuzzy rule based guidance and control for launch vehicl. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT SYSTEMS DESIGN AND APPLICATIONS, 11th. *Proceedings* [S.l.], 2011. p. 178–185.
- VARSEK, A.; URBANCIC, T.; FILIPIC, B. Genetic algorithms in controller design and tuning. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, v. 23, p. 1330–1339, 1993.
- VERDU, V.; VAZQUEZ, R. Using building blocks to design analog neuro-fuzzy controllers. *IEEE Micro*, v. 15, p. 49–57, August 1995.
- WANG, H.; TANAKA, K.; GRIFFIN, M. Parallel distributed compensation of nonlinear systems by takagi-sugeno fuzzy model. In: *Proceedings* [S.l.: s.n.], 1995. v. 2, p. 531–538.
- WANG, H.; TANAKA, K.; GRIFFIN, M. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, v. 4, n. 1, p. 14–23, feb 1996.
- WANG, Q.; YE, Z.; HANG, C. Tuning of phase-lead compensators for exact gain and phase margins. *Automatica*, v. 42, p. 349–352, 2006.
- WANG, S.; DI, H. Machine intelligence and intelligent machines. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON FLUID POWER AND MECHATRONICS. *Proceedings* [S.l.], 2011. p. 487–491.
- WANG, S.; WANG, W.; ZHANG, L. Parallel distributed compensation fuzzy control based on time-delay predictive controller of time-delay TS model's subsystems. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS AND KNOWLEDGE DISCOVERY, 5th. *Proceedings* [S.l.], 2008. p. 105–109.
- WANG, W.; LIN, W. Decentralized PDC for large-scale TS fuzzy systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, p. 779–786, 2011.
- WANG, Y. et al. Graphical computation of gain and phase margin specifications-oriented robust PID controllers for uncertain systems with time-varying delay. In: *Proceedings* [S.l.: s.n.], 2010. p. 2034–2040.
- XIE, X. et al. Fuzzy control of clutch for automatic mechanical transmission vehicle starting. In: IEEE VEHICLE POWER AND PROPULSION CONFERENCE. *Proceedings* [S.l.], 2008. p. 1–4.
- XU, K.; ZHANG, G. Dynamic neuro-fuzzy control design for civil aviation aircraft in intelligent landing system. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MECHATRONICS AND AUTOMATION. *Proceedings* [S.l.], 2011. p. 2359–2363.
- YAGER, R.; OVCHINNIKOV, R. T.; NGUYEN, H. *Fuzzy sets and applications*. New York: John Wiley, 1987. Selected paper by L. A. Zadeh.

- YAMAGUCHI, T.; ENDO, T.; HARUKI, K. Fuzzy predict and control method and its application. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL. *Proceedings* [S.l.], 1988. p. 287–292.
- YING, H.; SILER, W.; BUCKLEY, J. Fuzzy control theory: a nonlinear case. *Automatica*, v. 26, p. 513–520, 1990.
- ZADEH, L. Outline of new approach to the analysis of a complex system and decision processes. *IEEE Transactions Systems, Man, and Cybernetics*, v. 3, p. 28–44, 1973.
- ZADEH, L. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning, part i. *Inf. Sci*, v. 8, p. 199–249, 1975.
- ZADEH, L. *A theory of approximate reasoning*. [S.l.]: Halstead Press, 1979.
- ZADEH, L. Soft computing and fuzzy logic. *IEEE Software*, p. 48–56, November 1994.
- ZADEH, L. *Roles of soft computing and fuzzy logic in the conception, design and deployment of information/intelligent systems*. Berlin:Springer-Verlag: Computational Intelligence: Soft Computing and Fuzzy-Neuro Integration with Applications, 1998. 10-37 p. Fuzzy Computing: Theory, Hardware, and Applications.
- ZADEH, L. A summary and update of "fuzzy logic". In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON GRANULAR COMPUTING. *Proceedings* [S.l.], 2010. p. 42–44.
- ZADEH, L. A summary and update of "fuzzy logic". In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON GRANULAR COMPUTING. *Proceedings* [S.l.], 2010. p. 42–44.
- ZADEH, L. A. *Fuzzy Sets*. [S.l.]: Information and Control, 1965. 338-353 p.
- ZAPATA, G. et al. Extracting fuzzy control rules from experimental human operator data. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, v. 29, p. 398–406, 1999.
- ZARANDI, M.; ESMAEILIAN, M. A. A systematic fuzzy modeling for scheduling of textile manufacturing system. In: INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE NORTH AMERICAN FUZZY INFORMATION PROCESSING SOCIETY, 22nd. *Proceedings* [S.l.], 2003. p. 359–364.
- ZEIAEE, A.; KHARRATI, H.; KHANMOHAMMADI, S. Optimized fuzzy PDC controller for nonlinear systems with TS model mismatch. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ADVANCED MECHATRONIC SYSTEMS. *Proceedings* [S.l.], 2011. p. 61–66.
- ZHAO, Z.; TOMIZUKA, M.; ISAKA, S. Fuzzy gain scheduling of PID controller. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, v. 23, p. 1392–1398, 1993.
- ZHONG, Q. *Robust Control of Time-delay Systems*. USA: British Library, 2006.
- ZOU, Z. et al. Fuzzy auto-tuning PID control of a small electric-heating reactor. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT CONTROL AND INFORMATION PROCESSING, 2nd. *Proceedings* [S.l.], 2011. p. 1045 – 1050.

Apêndice A

Fundamentos da Teoria dos Conjuntos Nebulosos

A.1 Introdução

O marco inicial da história da lógica nebulosa está relacionado à publicação do artigo *Fuzzy Sets* por Zadeh (ZADEH, 1979), no qual a teoria dos conjuntos nebulosos foi introduzida com o objetivo de tratar o aspecto vago da informação.

Este apêndice fornece as definições dos conceitos da Teoria dos Conjuntos Nebulosos, as quais são utilizadas nesta dissertação.

A.2 Conjuntos Nebulosos

Um conjunto nebuloso A em um *universo de discurso* (domínio) U é definido pela *função de pertinência* a qual é um mapeamento do universo U no intervalo:

$$\mu_A(U) : \rightarrow [0, 1] \quad (\text{A.1})$$

sendo que, o universo de discurso é um conjunto no qual todos os objetos possuem as mesmas características, podendo este ser contínuo ou discreto. Assim, se o universo U for discreto e finito, ele é representado pela seguinte notação:

$$A = \sum_i \mu_A(x_i) / x_i \quad (\text{A.2})$$

Caso seja contínuo e infinito é expresso por:

$$A = \int \mu_A(x) / x \quad (\text{A.3})$$

$\mathcal{Q}(x)$ expressa o conjunto de todos os conjuntos nebulosos em X .

A teoria dos conjuntos nebulosos permite a um determinado elemento uma pertinência parcial a um conjunto. Se o valor da função de pertinência, chamado *grau de pertinência* (ponderação), for

igual a um, x pertence completamente ao conjunto nebuloso. Se for igual a zero, x não pertence ao conjunto. Se o grau de pertinência está entre 0 e 1, x é um membro parcial do conjunto nebuloso. Na literatura dos conjuntos nebulosos, o termo *crisp* é freqüentemente utilizado para denotar quantidades não-nebulosas, por exemplo, um número *crisp*, um conjunto *crisp*, etc.

A.3 Funções de Pertinência

A função de pertinência mostra o grau de pertinência de um elemento em relação a um determinado conjunto. Em um universo discreto $U = \{x_i | i = 1, 2, 3, \dots, n\}$, um conjunto nebuloso A pode ser definido por uma lista de pares ordenados: grau de pertinência/elemento do conjunto:

$$A = \{\mu_A(x_1)/x_1, \mu_A(x_2)/x_2, \dots, \mu_A(x_n)/x_n\} \quad (\text{A.4})$$

ou na forma de dois vetores relacionados:

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T; \quad \mu = \{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2), \dots, \mu_A(x_n)\} \quad (\text{A.5})$$

No domínio do tempo contínuo, os conjuntos nebulosos são definidos analiticamente por suas funções de pertinências.

A.4 Definições Básicas

A.4.1 corte- α

O corte- α A_α de um conjunto nebuloso A é um sub-conjunto *crisp* do universo de discurso U cujos elementos têm grau de pertinência igual ou maior que α :

$$A_\alpha = \{x | \mu_A(x) \geq \alpha\}, \quad \alpha \in [0, 1] \quad (\text{A.6})$$

O operador corte- α é também expresso por corte- $\alpha(A, \alpha)$.

A.4.2 Corte- α Exato

Um corte- α é exato se $\mu_A(x) \neq 0$ para todo $x \in A_\alpha$.

A.4.3 Conjunto Nebuloso Convexo

Um conjunto nebuloso definido em \mathbb{R}^n é convexo se cada um de seus corte- α for um conjunto convexo.

A.4.4 Suporte

O suporte de um conjunto nebuloso A é o sub-conjunto *crisp* de U cujos elementos têm grau de pertinência não-nulos:

$$supp = (A) = \{x | \mu_A(x) > \alpha\} \quad (A.7)$$

A.4.5 Núcleo

O núcleo de um conjunto nebuloso A é o sub-conjunto *crisp* de U consistindo de todos elementos com grau de pertinência igual a um:

$$Nu(A) = \{x | \mu_A(x) = 1\} \quad (A.8)$$

A.4.6 Cardinalidade

Cardinalidade de um conjunto nebuloso $A = \{\mu_A(x_i) / x_i | i = 1, 2, \dots, n\}$ é definida como a soma dos graus de pertinência:

$$|A| = \sum_{i=1}^n \mu_A(x_i) \quad (A.9)$$

A.4.7 Altura

A altura de um conjunto nebuloso A é o maior grau de pertinência dos elementos em A .

$$Al(A) = sup_{x \leq U} \mu_A(x) \quad (A.10)$$

A.4.8 Conjunto Nebuloso Normal

Um conjunto nebuloso A é normal se $\exists x \leq U$ tal que $\mu_A(x) = 1$. O operador $norm(A)$ expressa a normalização de um conjunto nebuloso, i.e.,

$$norm(A) \Leftrightarrow \mu_{A'}(x) = \mu_A(x) / Alt(A) \quad (A.11)$$

A.5 Operações em Conjuntos Nebulosos

Definições de operações em conjuntos expandidos a partir da teoria dos conjuntos clássicos para os conjuntos nebulosos. Em muitos casos, há várias maneiras de expandir estas operações. Esta seção

apresenta as definições básicas de interseção nebulosa, união e complemento, e definições de algumas outras operações.

A.5.1 Interseção de Conjuntos Nebulosos

Dados A e B como sendo dois conjuntos nebulosos em U . A interseção de A e B , ilustrada na Fig. A.1, é um conjunto nebuloso C , expresso por $C = A \cap B$ tal que $x \in U$:

$$\mu_c(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \tag{A.12}$$

O operador \min é também expresso por \wedge , i.e.,

$$\mu_c(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) \tag{A.13}$$

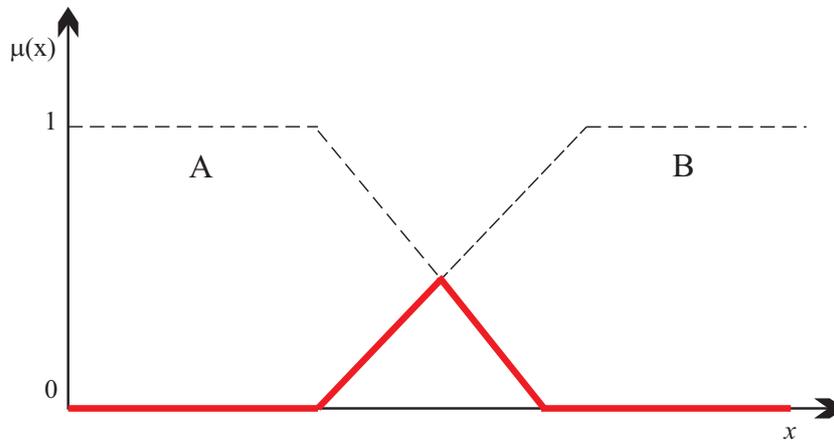


Figura. A.1: Interseção entre os conjuntos nebulosos A e B

A.5.2 União de Conjuntos Nebulosos

Dados A e B como sendo dois conjuntos nebulosos em U . A união de A e B é um conjunto nebuloso C , expresso por $C = A \cup B$ tal que $x \in U$ tal que:

$$\mu_c(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \tag{A.14}$$

O operador \max é também expresso por \cup , i.e.,

$$\mu_c(x) = \mu_A(x) \cup \mu_B(x) \tag{A.15}$$

A interseção nebulosa de dois conjuntos nebulosos, ilustrada na Fig. A.2, pode ser especificada de uma maneira mais geral dada por uma operação binária no intervalo unitário, i.e., uma função da seguinte maneira:

$$\mathbf{i} = [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1] \tag{A.16}$$

Para que uma função i seja classificada como uma interseção nebulosa, ela deve possuir propriedades apropriadas. Funções conhecidas como norma- T possuem as propriedades necessárias para a interseção. Similarmente, funções chamadas conormas- T podem ser utilizadas para a união nebulosa.

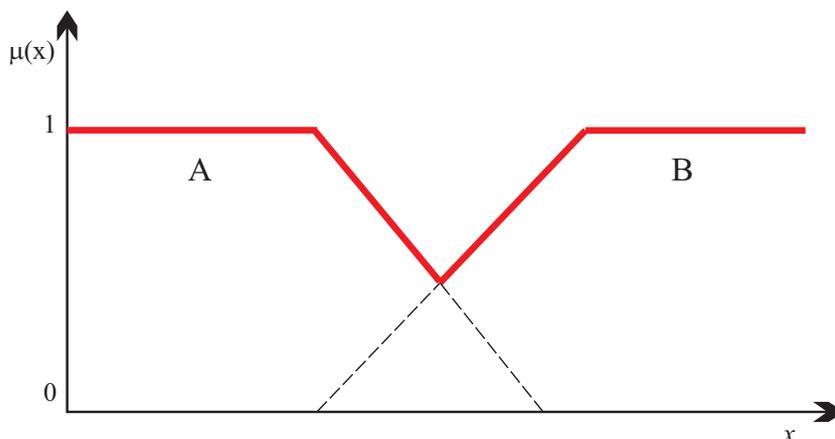


Figura. A.2: União entre os conjuntos nebulosos A e B

A.5.3 Complemento de um Conjunto Nebuloso

Dado A como sendo um conjunto nebuloso em U . O complemento de A é um conjunto nebuloso, ilustrado na Fig. A.3, expresso por \bar{A} , tal que $x \in U$:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \tag{A.17}$$

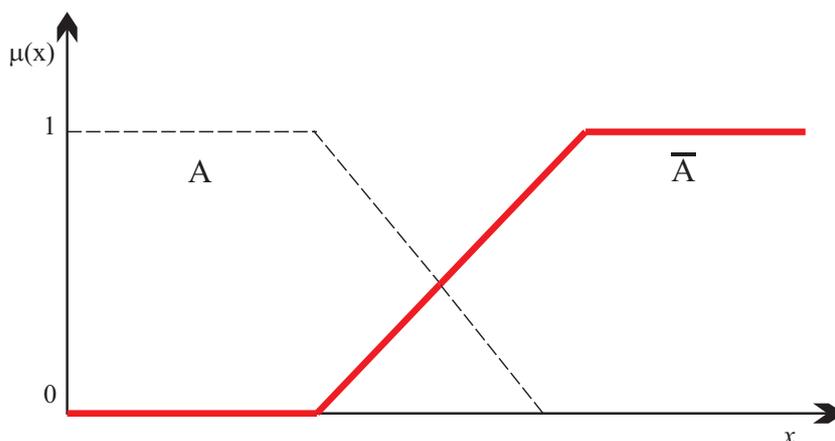


Figura. A.3: Complemento do conjunto nebuloso A

A.5.4 Norma-T/Interseção Nebulosa

Um operador norma- T i é uma operação binária no intervalo unitário que satisfaça no mínimo os seguintes axiomas para todo $a, b, c \in [0, 1]$:

$$\mathbf{i}(a, 1) = a \quad (\text{condiodecontorno}) \quad (\text{A.18})$$

$$b \leq c \text{ implica } \mathbf{i}(a, b) \leq \mathbf{i}(a, c) \quad (\text{monotonicidade}) \quad (\text{A.19})$$

$$\mathbf{i}(a, b) = \mathbf{i}(b, a) \quad (\text{comutatividade}) \quad (\text{A.20})$$

$$\mathbf{i}(a, \mathbf{i}(b, c)) = \mathbf{i}(\mathbf{i}(a, b), c) \quad (\text{associatividade}) \quad (\text{A.21})$$

Alguns norma- T freqüentemente utilizados são:

$$\mathbf{i}(a, b) = \mathbf{min}(a, b) \quad (\text{intercesso padro}) \quad (\text{A.22})$$

$$\mathbf{i}(a, b) = ab \quad (\text{produto algbrico}) \quad (\text{A.23})$$

$$\mathbf{i}(a, b) = \mathbf{max}(a, a + b, -1) \quad (\text{interseo de Lukasiewicz}) \quad (\text{A.24})$$

A.5.5 Conorma-T/União Nebulosa

Um operador conorma- T u é uma operação binária no intervalo unitário que satisfaça no mínimo os seguintes axiomas para todo $a, b, c \in [0, 1]$:

$$\mathbf{u}(a, 1) = a \quad (\text{condio de contorno}) \quad (\text{A.25})$$

$$b \leq c \text{ implica } \mathbf{u}(a, b) \leq \mathbf{i}(a, c) \quad (\text{monotonicidade}) \quad (\text{A.26})$$

$$\mathbf{u}(a, b) = \mathbf{u}(b, a) \quad (\text{comutatividade}) \quad (\text{A.27})$$

$$\mathbf{u}(a, \mathbf{i}(b, c)) = \mathbf{u}(\mathbf{i}(a, b), c) \quad (\text{associatividade}) \quad (\text{A.28})$$

Alguns conorma- T freqüentemente utilizados são:

$$\mathbf{u}(a, b) = \mathbf{max}(a, b) \quad (\text{unio padro}) \quad (\text{A.29})$$

$$\mathbf{u}(a, b) = a + b - ab \quad (\text{soma algbrica}) \quad (\text{A.30})$$

$$\mathbf{u}(a, b) = \mathbf{min}(1, a + b) \quad (\text{unio de Lukasiewicz}) \quad (\text{A.31})$$

A.6 Relações Nebulosas

Uma relação nebulosa é um mapeamento

$$R : U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n \rightarrow [0, 1] \quad (\text{A.32})$$

a qual determina o grau de pertinência para todos os n -conjuntos de variáveis (x_1, x_2, \dots, x_n) do produto cartesiano $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$.

Uma relação nebulosa é, de fato, um conjunto nebuloso no produto cartesiano $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$. O grau de pertinência representa o grau de associação (correlação) entre os elementos de diferentes domínios U_i . Para implementações computacionais, R é convenientemente representado como uma matriz n -adimensional: $R = |r_{i_1, i_2, \dots, i_n}|$.

Exemplo: Considere uma relação nebulosa R descrevendo a relação ("x é aproximadamente igual a y") definida pela seguinte função de pertinência $\mu_R(x, y) = e^{-(x-y)^2}$. A Fig. A.4 exibe esta relação.

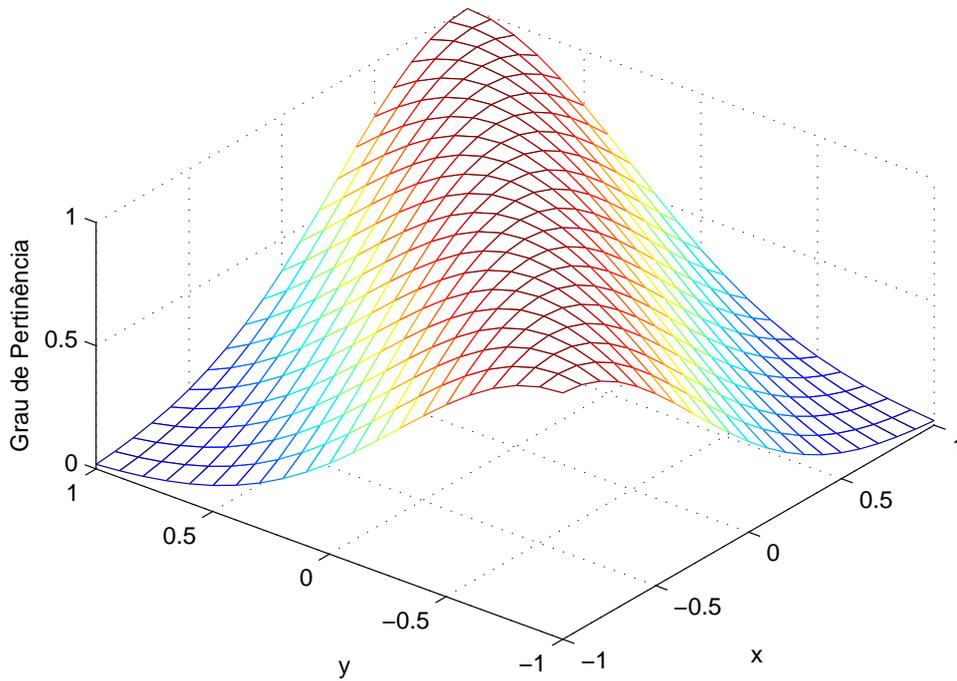


Figura. A.4: Relação nebulosa $\mu_R(x, y) = e^{-(x-y)^2}$

A.7 Projeções e Extensões Cilíndricas

A.7.1 Universo n -dimensional

Uma família $\Psi = (U^{(i)})_{i \in N_n}$ de domínios não-nulos $U^{(i)}$, $i = 1, 2, \dots, n$. $n \in N$, é chamado de dimensão do universo n . $\mathbf{N}_m = \{1, 2, \dots, m\}$ é o conjunto indicador relacionado a este universo. Para um sub-conjunto indexado não-nulo $\mathbf{I} = \mathbf{N}_m$ o produto espacial é definido por:

$$\mathbf{U}^{\mathbf{I}} = x_{i \in \mathbf{I}} U^{(i)} \quad (\text{A.33})$$

O produto espacial é expresso por $U^{\mathbf{N}_m}$. Um conjunto nebuloso definido em um universo multi-dimensional é chamado de *conjunto nebuloso multi-dimensional*.

A.7.2 Projeção de um Conjunto Nebuloso

Dado $\Psi = (U^{(i)})_{i \in N_n}$ como sendo um universo de dimensão n . M é um conjunto indicador com $0 \neq M \subseteq \mathbf{N}_m$. A projeção de A em U^M é o mapeamento $proj_M : F(x \rightarrow F(U^M))$, ilustrado na Fig. A.5 definido por:

$$proj_M(\mu(x)) = sup \{ \mu(x') \mid x' \in U \wedge x = red_M^{\mathbf{N}_m}(x') \}, \quad \text{onde } red_S^T : U^T \rightarrow U^S \quad (\text{A.34})$$

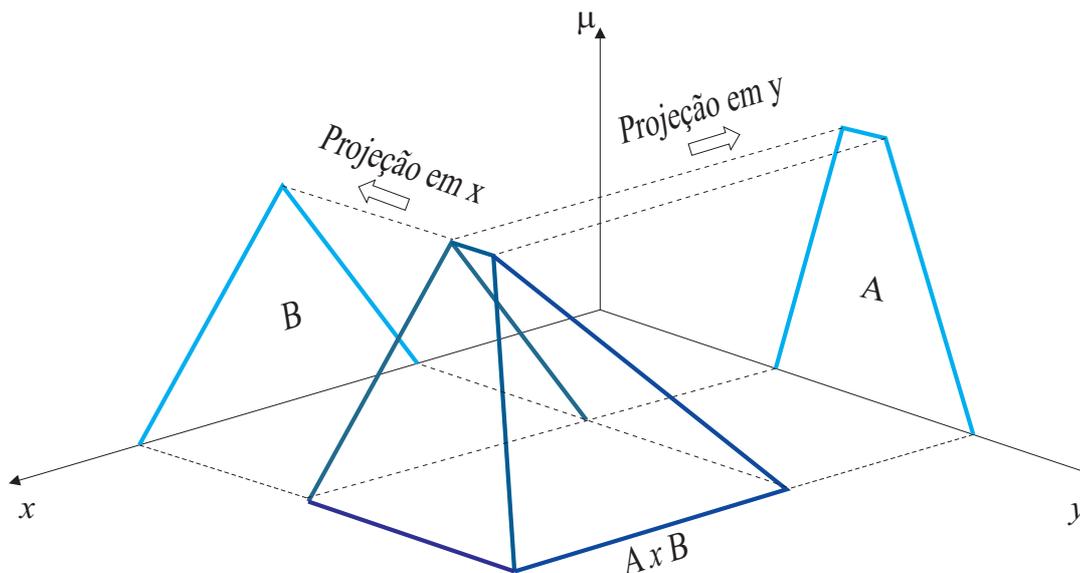


Figura. A.5: Exemplo de projeção de \mathbb{R}^2 para \mathfrak{R}

A.7.3 Extensão Cilíndrica de um Conjunto Nebuloso

Dado $\Psi = (U^{(i)})_{i \in N_n}$ como sendo um universo de dimensão n . Dados M e N como subconjuntos indicadores com $0 \neq M \subseteq N \subseteq N_m$. A extensão cilíndrica de A em U^N é o mapeamento $ext_M^N : F(U^M) \rightarrow F(U^N)$ definido por:

$$ext_M^N(\mu(x)) : \mu(red_M^N(x)) \tag{A.35}$$

Apêndice B

Algoritmos de Agrupamento Nebuloso

B.1 *Fuzzy c-means* (FCM)

Dado um conjunto de dados \mathbf{Z} , escolha o número de *clusters* $1 < c < N$, o expoente de ponderação $m > 1$, a tolerância de encerramento $\epsilon > 0$ e a matriz norma-indução \mathbf{A} . Inicialize a matriz de partições aleatoriamente, tal que $\mathbf{U}^0 \in M_{fc}$.

Repita para $l = 1, 2, \dots$

Passo 1: Calcule os protótipos de *clusters* (médios):

$$\mathbf{v}_i^l = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{l-1})^m \mathbf{z}_k}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{l-1})^m}, \quad 1 \leq i \leq c. \quad (\text{B.1})$$

Passo 2: Calcule as distâncias:

$$D_{ikA}^2 = \left(\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)} \right)^T \mathbf{A} \left(\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)} \right), \quad 1 \leq i \leq c, \quad 1 \leq k \leq N. \quad (\text{B.2})$$

Passo 3: Atualiza a matriz de partições:

Se, $D_{ikA} > 0$ para $1 \leq i \leq c$, $1 \leq k \leq N$,

$$\mu_{ik}^{(l)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikA}/D_{jkA})^{2/m-1}}, \quad (\text{B.3})$$

Senão,

$$\mu_{ik}^{(l)} = 0 \text{ se } D_{ikA} > 0, \text{ e } \mu_{ik}^{(l)} \in [0, 1] \text{ com } \sum_{i=1}^c \mu_{ik}^{(l)} = 1.$$

Até,

$$\left\| \mathbf{U}^l - \mathbf{U}^{(l-1)} \right\| < \epsilon.$$

B.2 Gustafson-Kessel (GK)

Dado um conjunto de dados \mathbf{Z} , escolha o número de *clusters* $1 < c < N$, o expoente de ponderação $m > 1$, a tolerância de encerramento $\epsilon > 0$ e a matriz norma-indução \mathbf{A} . Inicialize a matriz de partições aleatoriamente, tal que $\mathbf{U}^0 \in M_{fc}$.

Repita para $l = 1, 2, \dots$

Passo 1: Calcule os protótipos de *clusters* (médios):

$$\mathbf{v}_i^l = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{l-1})^m \mathbf{z}_k}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{l-1})^m}, \quad 1 \leq i \leq c. \quad (\text{B.4})$$

Passo 2: Calcule a matriz de covariância do *cluster*:

$$\mathbf{F}_i = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{l-1})^m (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)}) (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)})^T}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{l-1})^m}, \quad 1 \leq i \leq c, \quad 1 \leq k \leq N. \quad (\text{B.5})$$

Passo 3: Calcule as distâncias:

$$D_{ikA}^2 = (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)})^T \left[\rho_i \det(\mathbf{F}_i^{1/n} \mathbf{F}_i^{-1}) \right] (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)}), \quad 1 \leq i \leq c, \quad 1 \leq k \leq N. \quad (\text{B.6})$$

Passo 4: Atualiza a matriz de partições:

Se, $D_{ikA} > 0$ para $1 \leq i \leq c$, $1 \leq k \leq N$,

$$\mu_{ik}^{(l)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikA}/D_{jkA})^{2/m-1}}, \quad (\text{B.7})$$

Senão,

$$\mu_{ik}^{(l)} = 0 \text{ se } D_{ikA} > 0, \text{ e } \mu_{ik}^{(l)} \in [0, 1] \text{ com } \sum_{i=1}^c \mu_{ik}^{(l)} = 1.$$

Até,

$$\|\mathbf{U}^l - \mathbf{U}^{(l-1)}\| < \epsilon.$$

B.3 Estimação da Máxima Verossimilhança Nebulosa (FLME)

Dado um conjunto de dados \mathbf{Z} e uma matriz de partições inicial $\mathbf{U}^0 \in M_{fc}$, escolha o a tolerância de encerramento $\epsilon > 0$.

Repita para $l = 1, 2, \dots$

Passo 1: Calcule os protótipos de *clusters* (médios):

$$\mathbf{v}_i^l = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{l-1}) \mathbf{z}_k}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{l-1})^m}, \quad 1 \leq i \leq c. \quad (\text{B.8})$$

Passo 2: Calcule a matriz de covariância do *cluster* e a probabilidade *a priori*:

$$\sum_i = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_{ik}^{(l-1)} (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)}) (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)})^T}{\sum_{k=1}^N \mu_{ik}^{(l-1)}}, \quad 1 \leq i \leq c. \quad (\text{B.9})$$

$$\mathbf{P}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mu_{ik}^{(l-1)}, \quad 1 \leq i \leq c. \quad (\text{B.10})$$

Passo 3: Calcule as distâncias:

$$D_{ik \sum_i} = \frac{[\det(\sum_i)]^{1/2}}{\mathbf{P}_i} \exp \left[\frac{1}{2} (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)})^T \sum_i^{-1} (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)}) \right], \quad 1 \leq i \leq c, \quad 1 \leq k \leq N. \quad (\text{B.11})$$

Passo 4: Atualiza a matriz de partições:

Se, $D_{ikA} > 0$ para $1 \leq i \leq c$, $1 \leq k \leq N$,

$$\mu_{ik}^{(l)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikA}/D_{jkA})^{2/m-1}}, \quad (\text{B.12})$$

Senão,

$$\mu_{ik}^{(l)} = 0 \text{ se } D_{ikA} > 0, \text{ e } \mu_{ik}^{(l)} \in [0, 1] \text{ com } \sum_{i=1}^c \mu_{ik}^{(l)} = 1.$$

Até,

$$\|\mathbf{U}^l - \mathbf{U}^{(l-1)}\| < \epsilon.$$

Índice Remissivo de Palavras-Chave

- Computação
 - Flexível, 1
 - Rígida, 1
- Controle, 1
 - Adaptativo, 4
 - Algoritmo, 4
 - Análise, 2
 - Automático, 1
 - Baseado
 - Modelo, 4, 11, 31
 - Clássico, 1, 2, 35
 - Compensação Paralela e Distribuída, 31, 37, 47
 - Estabilidade, 5, 11, 12, 16, 40, 42–44
 - Inteligente, 1, 4
 - Nebuloso, 3, 4, 6
 - PID, 2, 6, 8
 - Nebuloso, 6, 7, 35, 37–40, 42, 44, 47
 - Projeto, 2, 5
 - Domínio da Frequência, 2, 16, 32, 33
 - Domínio do Tempo, 2
 - Robusto, 1, 2, 4, 5, 11, 12, 16, 17, 21, 31, 35, 40, 44
- Inteligência, 1
 - Computacional, 1, 5, 11, 18
 - Humana, 3
- Margens
 - Fase, 2, 12, 31, 32, 35, 38, 40, 48
 - Ganho, 2, 12, 31, 33, 35, 38, 40, 48
- Modelagem, 1
 - Agrupamento Nebuloso, 5, 19, 21, 23, 29
 - Clusters, 21, 24
 - FLME, 21
 - Fuzzy C-Means, 21, 23
 - Gustafson-Kessel, 21, 23, 29, 30, 45
 - Dados Experimentais, 8
- Princípio
 - Incompatibilidade, 5
- Sistemas
 - Com Atraso, 2, 5, 11, 17, 47
 - Aproximação de Padé, 17
 - Complexos, 2, 4, 5, 12, 31
 - Dinâmicos, 2
 - Espaciais, 2
 - Especialistas, 3
 - Estabilidade, 1, 2, 5, 21
 - Híbridos, 11
 - Incertos, 2, 3, 11, 12, 15, 16
 - Modelagem
 - Mínimos Quadrados, 19, 28, 47
 - Modelo
 - Clássico, 5
 - Estocástico, 5
 - Incerteza, 4
 - Nebuloso, 18, 29, 31, 35
 - Não-Lineares, 2, 3, 11, 18, 27, 30, 31, 35, 44
 - Modelagem, 4
 - Nebulosos, 2, 3, 5, 11, 18–20
 - Aproximador, 4
 - Pertinência, 7, 47
 - Regras, 4, 25, 29, 46
- Variações
 - Paramétricas, 4, 11, 12, 15, 21
 - Temporais, 4, 5

Índice Remissivo de Autores

- Teixeira e Zak (1999), 50
Wang, Tanaka e Griffin (1996), 50
Al-Odienat e Al-Lawama (2008), 8
Amaral et al. (2001), 4
Barakat et al. (2011), 2
Battacharya, Chapellat e Keel (1995), 12
Bezdek (1981), 21
Bezdek (1994), 5, 11
Bode (1945), 12
Bonissone (1981), 6
Casti (1985), 3
Cetin e Demir (2008), 2, 35
Chabaan (2009), 2
Chen, Guan e Lu (2003), 5, 16, 17
Chen e Rine (2001), 6
Cheng, Lei e Junqiu (2009), 2, 35
Chen e Mahfouf (2010), 19
Chiu (2010), 6
Clavijo (2008), 5
Grinits (2007), 5
Espinosa, Vandewalle e Wertz (2005), 2
Farajollahi e Markazi (2010), 32
Almeida (2005), 5, 22, 25
Feng (2006), 4
Fileti, Filho e Pereira (2002), 7
Franklin, Powell e Baeini (1986), 32, 43
Fu (1971), 1
Gahinet, Apkarian e Chilali (1996), 5, 16
Gath e Geva (1989), 25
Godoy (2007), 5
Gupta, Trojan e Kiszka (1986), 2
Hana e Su (2002), 7
He et al. (1993), 4
Hsiao et al. (2010), 19
Ibrahim (2004), 32
Ibrahim (2003), 2
Islam et al. (2008), 8
Israel, Yu e Cordova (2010), 19
Jain e Dubes (1988), 21
Jing e Xuesong (2011), 2, 8
Jianjun et al. (2008), 6
Dong, Wang e Yang (2009), 35
Borba e Dill (2007), 3
Kandel e Langholz (1993), 3
Khanmohammadi, Alizadeh e Poormahmood (2007), 6
Khan e Rapal (2006), 3
Khojastepour et al. (2008), 2
Kim e Son (2010), 17
Konjic, Miranda e Kapetanovic (2005), 6
Kumar e Rana (2011), 8
Larkin (1984), 6
Lee e Teng (2002), 32
Lee (1990), 2
Lin-ke et al. (2011), 8
Lin (1992), 15
Li (2011), 8
Luo et al. (2010), 6
Makiyama (2004), 7
Mandani (1974), 3
Mandani (1977), 4
Mann, Hu e Gosine (2001), 4
Nyquist (1932), 12
Orrok (1936), 12
Ortega e Giron-Sierra (1995), 6
Ou e Mao (2007), 6
Brezinski (1985), 17
Park et al. (2007), 8, 35

- Pelusi (2011), 4
Chen e Pham (2000), 2
Pola, Borri e Benedetto (2011), 3
Qiu e Yang (2011), 8
Rong, Huang e Sundararajan (2006), 6
Rutherford e Bloore (1976), 2
Salman e Wan (2007), 2
Samsuddin, Hasbullah e Ahmad (2011), 6
Santos et al. (1996), 2
Schwung e Adamy (2010), 19
Self (1990), 4
Serra e Boturra (2006), 8
Serra e Bottura (2005), 2
Ferreira e Serra (2010), 19
Serra (2005), 45
Sezer e Siljak (1981), 32
Shen et al. (2010), 6
Shi e Zhou (2011), 8
Silva (2003), 7
Silva (1990), 2
Sinha e Wright (1977), 2
Sobrevilla, Aranda e Xambó (2010), 1
Subudhi, Reddy e Monangi (2010), 8
Takagi e Sugeno (1985), 3, 4, 20, 35
Takashima (1989), 2
Tanaka e Sugeno (1993), 2, 32
Teixeira e Zak (1999), 2, 48
Saéñz e Vela (2010), 19
Thaler e Brown (1960), 32
Turksen (1997), 3
Uang e Huang (2004), 4
Uzair e Saqib (2011), 4
Varsek, Urbancic e Filipic (1993), 4
Verdu e Vazquez (1995), 4
Wang e Di (2011), 3
Wang, Ye e Hang (2006), 32
Wang et al. (2010), 17, 32
Wang, Tanaka e Griffin (1996), 48
Wang, Tanaka e Griffin (1995), 31
Xie et al. (2008), 6
Xu e Zhang (2011), 4
Yager, Ovchinikov e Nguyen (1987), 3
Yamaguchi, Endo e Haruki (1988), 2
Ying, Siler e Buckley (1990), 2
Zadeh (2010a), 3
Zadeh (2010b), 5
Zadeh (1965), 3, 18
Zadeh (1975), 4
Zadeh (1973), 5
Zadeh (1994), 5, 11
Zadeh (1998), 1
Zapata et al. (1999), 4
Zarandi e Esmailian (2003), 6
Zeiaee, Kharrati e Khanmohammadi (2011),
2, 32
Nianzu, Ruhui e Maoji (1994), 6
Zhao, Tomizuka e Isaka (1993), 4
Zhong (2006), 17
Zou et al. (2011), 8
Balas et al. (1997), 21
Shamma e Athans (1991), 21
Wang e Lin (2011), 32
Wang, Wang e Zhang (2008), 2, 17, 32