

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ELETRICIDADE

**IDENTIFICAÇÃO DE UM SISTEMA DE LODO ATIVADO DE PEQUENA ESCALA
DESENVOLVIDO EM LABORATÓRIO**

FREUD SEBASTIAN BACH CARVALHO LIMA

São Luís
2011

**IDENTIFICAÇÃO DE UM SISTEMA DE LODO ATIVADO DE PEQUENA ESCALA
DESENVOLVIDO EM LABORATÓRIO**

FREUD SEBASTIAN BACH CARVALHO LIMA

Dissertação apresentada ao Curso de Engenharia de Eletricidade da Universidade Federal do Maranhão, para obtenção do Título de Mestre em Ciência no domínio da Engenharia Elétrica, na área de concentração, Automação e Controle.

Profº Sebastian Yuri Cavalcanti Catunda (Orientador)
Doutor em Engenharia Elétrica
Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Profº João Viana da Fonseca Neto (Co-orientador)
Doutor em Engenharia Elétrica
Universidade Federal do Maranhão

São Luís

2011

Lima, Freud Sebastian Bach Carvalho

Identificação de um sistema de lodo ativado de pequena escala desenvolvido em laboratório / Freud Sebastian Bach Carvalho Lima. - 2011.

69f.

Impresso por computador (fotocópia)

Orientador: Sebastian Yuri Cavalcanti Catunda

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Maranhão, Mestrado em Engenharia de Eletricidade, 2011.

1. Sistemas contínuos 2. Sistema de lodo ativado 3. Oxigênio dissolvido 4. Estimação de parâmetros 5. Identificação de sistemas 6. Sistemas não lineares. I. Título

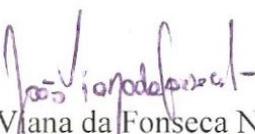
CDU 681.511.26

IDENTIFICAÇÃO DE UM SISTEMA DE LODO ATIVADO DE PEQUENA ESCALA DESENVOLVIDO EM LABORATÓRIO

Freud Sebastian Bach Carvalho Lima

Dissertação aprovada em 29 de julho de 2011.


Prof. Sebastian Yuri Cavalcanti Catunda, Dr.
(Orientador)


Prof. João Viana da Fonseca Neto, Dr.
(Co-orientador)


Prof. Amit Bhaya, Dr.
(Membro da Banca Examinadora)


Prof. Ginalber Luiz de Oliveira Serra, Dr.
(Membro da Banca Examinadora)

DEDICATÓRIA

Primeiramente ao meu Deus. A minha família, em especial a minha esposa (Charliane), meu filho (Kelvin) e minha mãe (Vanda), por todo amor, apoio e incentivo em todos os dias da minha vida.

“... perder tempo em aprender coisas que não interessam, priva – nos de descobrir coisas interessantes”.

Carlos Drummond de Andrade.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, que sempre esteve ao meu lado, e sei que sempre estará, me guiando, e cuidando do meu viver, sempre me guiando por caminhos retos, de acordo com sua vontade.

Ao meu orientador o professor Dr. Sebastian Yuri Cavalcanti Catunda pelos seus ensinamentos, paciência e as palavras de ânimos, aspectos que foram fundamentais para o desenvolvimento da pesquisa no transcorrer do Mestrado, ou seja, desde a fase de planejamento passando pelo desenvolvimento e a conclusão do mesmo.

Ao meu co-orientador professor Dr. João Viana da Fonseca Neto pela confiança e aprendizado adquiridos com seus ensinamentos no transcorrer das disciplinas do Mestrado e deste trabalho.

Agradeço aos demais professores do PPGEE (Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica), pela formação científica durante estes dois anos de Mestrado.

Aos meus amigos do LIEA (Laboratório de Instrumentação Eletrônica e Automação), em especial Jadilson pela sua contribuição nesta pesquisa, Pedro, Rafael, Shirlen, Evandro, Igor e Aldeman pelo apoio científico, companheirismo e momentos de descontração.

A CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela bolsa auxílio concedida de grande ajuda para que pudesse me dedicar exclusivamente aos estudos e a elaboração da dissertação durante o Mestrado.

RESUMO

Em sistemas de lodo ativado, o oxigênio dissolvido é utilizado por microorganismos para decomposição de matéria orgânica e tratamento de água residuárias. Nestes sistemas, a dinâmica de oxigênio dissolvido tem sido vista como a principal fonte de informação para obtenção de informações online sobre o processo de tratamento. Com isso, o desenvolvimento de um modelo apropriado para dinâmica do oxigênio dissolvido e a estimação dos parâmetros deste modelo, pode melhorar a qualidade das estimativas dos parâmetros do processo e, conseqüentemente, do sistema de medição. No presente trabalho, um modelo do reator em escala de bancada é desenvolvido considerando as dinâmicas relacionadas com a operação do sistema de aeração e com o sensor de oxigênio dissolvido. O sistema de aeração é composto por bombas de ar com dois estados de operação: ligada ou desligada, e a medição de oxigênio dissolvido é realizada por sensor eletroquímico baseado em célula de Clark. Usa-se abordagem de identificação de sistemas em tempo contínuo e filtros de variável de estado junto com o estimador dos mínimos quadrados para estimação dos parâmetros do modelo desenvolvido. Simulações e resultados experimentais, utilizando um reator em escala de bancada desenvolvido no laboratório, são apresentados para ilustrar o modelo proposto.

Palavras-chave: Sistema de lodo ativado; Oxigênio dissolvido; Estimação de parâmetros; Identificação de sistemas; Sistemas contínuos; Dados amostrados; Sistema não linear.

ABSTRACT

In activated sludge systems, the dissolved oxygen is used by microorganisms to decompose organic matter and treatment of wastewater. In these systems the dynamics of dissolved oxygen has been seen as the main source of information to obtain online information about the treatment process. Thus, the development of an appropriate model for the dynamics of dissolved oxygen and estimation of the parameters of this model can improve the quality of the estimates of process parameters and, consequently, the measurement system. In this study, a model of the bench-scale reactor is developed considering the dynamics associated with the operation of the aeration system and the dissolved oxygen sensor. The aeration system consists of air pumps with two operating states: on or off, and dissolved oxygen measurement is made by electrochemical cell based on Clark. Approach was used identification systems in continuous time and state variable filters with the least squares estimator for estimating the parameters of the model developed. Simulations and experimental results, using a bench scale reactor developed in the laboratory, are presented to illustrate the proposed model.

KEYWORDS: Activated sludge system; Dissolved oxygen; Parameter estimation; Continuous system identification; Continuous system; Sampled data; Nonlinear system.

SUMÁRIO

SUMÁRIO	9
LISTA DE TABELAS	11
LISTA DE FIGURAS	12
LISTA DE ACRÔNIMOS	13
LISTA DE SÍMBOLOS	14
1. INTRODUÇÃO	17
1.1 JUSTIFICATIVA	20
1.2 OBJETIVO GERAL	21
1.2.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	21
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	21
1.4 ARTIGO PUBLICADO	22
2. PROCESSO DE LODO ATIVADO	23
2.1 ESTRUTURA BÁSICA DO PROCESSO DE LODO ATIVADO	23
2.2 VARIANTES DO PROCESSO DE LODO ATIVADO	24
2.2.1 SISTEMA DE LODO ATIVADO FLUXO CONTÍNUO CONVENCIONAL	26
2.2.2 SISTEMA DE LODO ATIVADO FLUXO CONTÍNUO AERAÇÃO PROLONGADA	27
2.2.3 SISTEMA DE LODO ATIVADO DE FLUXO INTERMITENTE	28
2.2.4 SISTEMA DE LODO ATIVADO PARA PÓS-TRATAMENTO DE EFLUENTES DE REATORES ANAERÓBIOS	29
3. MODELAGEM DO SISTEMA DE LODO ATIVADO EM ESCALA DE BANCADA	31
3.1 SISTEMA DE LODO ATIVADO EM ESCALA DE BANCADA	31
3.2 DINÂMICA DE OXIGÊNIO DISSOLVIDO	32
3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA PROPOSTO	36
3.3.1 MODELAGEM DO SISTEMA DE AERAÇÃO	36

3.3.2	MODELAGEM DO SENSOR DE OXIGÊNIO DISSOLVIDO	38
3.3.3	MODELO MATEMÁTICO EM TEMPO CONTÍNUO	39
3.3.3.1	SIMULAÇÃO DINÂMICA DO MODELO PROPOSTO	40
3.3.4	MODELO MATEMÁTICO EM TEMPO DISCRETO	42
4.	ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DO REATOR	44
4.1	METODOLOGIA PARA ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS	44
4.1.1	MÉTODO PARA ESTIMAR A CONSTANTE DE TEMPO DO SENSOR	45
4.1.2	FILTRO DE VARIÁVEIS DE ESTADO	46
4.1.3	IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DO REATOR	51
5.	SIMULAÇÕES E RESULTADOS EXPERIMENTAIS	53
5.1	RESULTADOS DE SIMULAÇÃO DO SISTEMA PROPOSTO	53
5.1.1	VALIDAÇÃO DO MODELO PROPOSTO	55
5.2	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	56
5.2.1	ESTIMAÇÃO DA CONSTANTE DE TEMPO DO SENSOR	56
5.2.2	ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DO REATOR	57
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	60
6.1	PERSPECTIVAS FUTURAS	60
APÊNDICE A.	DESENVOLVIMENTO DAS EQUAÇÕES DO MODELO	62
APÊNDICE B.	ESQUEMAS SIMULADOS NO SIMULINK®	65
REFERÊNCIAS		67

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1. Classificação dos sistemas em função da idade do lodo	28
Tabela 3.1. Modelos para Função de transferência de oxigênio.	34
Tabela 3.2. Valores de simulação dos parâmetros do sistema.	41
Tabela 4.1. Relação dos coeficientes dos filtros Butterworth de ordem n .	50
Tabela 5.1. Valores de simulação do sistema.	53
Tabela 5.2. Comparação entre os valores de simulação e estimados.	55
Tabela 5.3. Descrição dos resultados da estimação da constante de tempo do sensor.	56

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Sistema básico de lodo ativado. _____	24
Figura 2.2. Fluxograma do sistema de lodos ativados convencional. _____	26
Figura 2.3. Fluxograma do sistema de lodo ativado aeração prolongada. _____	27
Figura 2.4. Fluxograma do sistema de lodo ativado de fluxo intermitente. _____	29
Figura 2.5. Fluxograma do sistema de lodo ativado para tratamento de efluentes do reator UASB. _____	30
Figura 3.1. Diagrama do protótipo de um sistema de tratamento de lodo ativado com sistema de aquisição de dados. _____	32
Figura 3.2 Tanque de aeração completamente misto [15]. _____	33
Figura 3.3. Sinal PWM para acionamento dos aeradores [4]. _____	34
Figura 3.4 Diagrama de blocos do sistema inteiro. _____	36
Figura 3.5. Função de transferência de oxigênio ($K_L a(u)$) em função da taxa de fluxo de ar [15]. _____	37
Figura 3.6. Corte transversal de uma sonda de OD [24]. _____	39
Figura 3.7. Concentração de OD simulados pelo modelo e pela equação diferencial. _____	41
Figura 3.8. Representação entre o modelo adotado e a equação determinada. _____	42
Figura 4.1. Representação da dinâmica do sensor como filtro. _____	45
Figura 4.2. Representação do experimento para estimar a constante de tempo do sensor ____	46
Figura 4.3. Esquema de estimação dos parâmetros. _____	51
Figura 5.1. Concentração de OD simulada e filtrada e entrada PWM. _____	54
Figura 5.2. Concentração de OD simulada e estimada. _____	55
Figura 5.3. Comparação entre os valores de OD experimentais e do modelo. _____	57
Figura 5.4. Concentração de OD medida e filtrada e entrada PWM. _____	58
Figura 5.5. Validação do modelo identificado. _____	59
Figura 5.6. Comportamento dos valores médio da função de transferência de oxigênio no tempo. _____	59
Figura 6.1. Diagrama do modelo proposto simulado no programa SIMULINK®. _____	65
Figura 6.2. Equação diferencial do modelo proposto simulada no SIMULINK®. _____	65
Figura 6.3. Esquema utilizado no SIMULINK® para validar o modelo. _____	66

LISTA DE ACRÔNIMOS

DQO	Demanda Química de Oxigênio;
DBO	Demanda Bioquímica de Oxigênio;
DSVF	Delay State Variable Filter (Filtro de variáveis de estado atrasado)
ETE's	Estações de Tratamento de Esgotos;
OD	Oxigênio Dissolvido;
PWM	Pulse Width Modulation (Modulação por largura de pulso);
PLA	Processo de Lodo Ativado;
SVF	State Variable Filter (Filtro de variáveis de estado);
SSVTA	Sólidos Suspensos Voláteis no Tanque de Aeração;
TTO	Taxa de Transferência de Oxigênio;
TCO	Taxa de Consumo de Oxigênio;
UASB	Upflow Anaerobic Sludge Blanket (Reator anaeróbico de fluxo ascendente);

LISTA DE SÍMBOLOS

$Q(t)$	Taxa de fluxo do esgoto afluente, em l/h;
V	Volume do tanque de aeração, em l;
$c_{in}(t)$	Concentração de oxigênio dissolvido do esgoto afluente, em mg/l;
$c(t)$	Concentração de oxigênio dissolvido, em mg/l;
$u(t)$	Taxa de fluxo de ar, em l/h;
$K_{La}(u(t))$	Função de transferência de oxigênio em função do fluxo de ar, em h^{-1} ;
c_{sat}	Valor de saturação da concentração de oxigênio dissolvido, em mg/l;
$R(t)$	Taxa de consumo de oxigênio, em $mg/l.h^{-1}$;
α	Parâmetro do modelo para função de transferência de oxigênio;
β	Parâmetro do modelo para função de transferência de oxigênio;
γ	Parâmetro do modelo para função de transferência de oxigênio;
$\tau(t)$	Tempo em que o aerador fica ligado, em s;
T	Período total de um ciclo de trabalho, em s;
$K_m(t)$	Valor médio efetivo da função de transferência de oxigênio, em h^{-1} ;
K_{max}	Valor de K_{La} quando o aerador está ligado, em h^{-1} ;
s	Variável de Laplace $s = \delta + i\omega$;
$U(s)$	Sinal PWM no domínio de Laplace;
$K(s)$	Função de transferência do sistema de aeração;
$K_m(s)$	Valor médio efetivo da função de transferência de oxigênio, no domínio de Laplace;
$O(s)$	Função de transferência de oxigênio dissolvido;
$C(s)$	Sinal da concentração de oxigênio dissolvido no reator, no domínio de Laplace;
$M(s)$	Função de transferência do sistema de medição (sensor);
$Y(s)$	Sinal de medição da concentração de oxigênio dissolvido no domínio de Laplace, em mg/l;
t_k	Constante de tempo da dinâmica de aeração, em s;
KCl	Solução eletrolítica de Cloreto de potássio;
V_{DC}	Potencial elétrico aplicado na sonda de oxigênio dissolvido, em volts;
t_m	Constante de tempo da dinâmica de medição, em s;
$y(t)$	Sinal de medição da concentração de oxigênio dissolvido, em mg/l;

k	Instante de tempo;
$y(0)$	Condição inicial da dinâmica do sensor, em mg/l;
$u(k)$	Sinal PWM no instante k ;
$c(k)$	Concentração de oxigênio dissolvido no reator no instante k , em mg/l;
$y(k)$	Sinal de medição da concentração de oxigênio dissolvido no instante k , em mg/l;
h	Intervalo de amostragem do sistema, em s;
$u^*(t)$	Sinal PWM filtrado pela dinâmica do sensor;
$U^*(s)$	Sinal PWM filtrado pela dinâmica do sensor no domínio de Laplace;
e	Número de experimentos realizados para estimar a constante de tempo do sensor;
$x(t)$	Saída de um sistema dinâmico, livre do ruído;
a_n	Enésimo coeficiente relacionado com termos da saída de uma equação diferencial;
b_m	Enésimo coeficiente relacionado com termos da entrada de uma equação diferencial;
p	Operador diferencial no domínio do tempo;
$A(p)$	Polinômio do denominador de uma função de transferência linear;
$B(p)$	Polinômio do numerador de uma função de transferência linear;
$v(t)$	Ruído branco;
$F(p)$	Função de transferência do filtro;
λ	Valor que especifica a largura de banda de um filtro;
n	Ordem mínima da função de transferência do filtro;
*	Operador de convolução;
$x_f^{(i)}$	i^{th} derivada do sinal de saída pré-filtrado do sistema, livre de ruído;
$u_f^{(i)}$	i^{th} derivada do sinal de entrada pré - filtrado do sistema;
$W(p)$	Sinal de entrada de um filtro;
$Z(p)$	Sinal de saída de um filtro;
w_0	Frequência de corte do filtro Butterworth, em rad/s;
S	Variável do filtro Butterworth normalizado em w_0 , $S = \frac{p}{w_0}$;
q_i	Coefficientes do filtro Butterworth normalizado em w_0 ;

$y_f^{(n)}$	Enésima derivada do sinal de medição filtrado;
$\Phi_f^T(t)$	Vetor de regressão filtrado;
$u_f(t)$	Sinal de entrada filtrado pelo filtro Butterworth;
$y_f(t)$	Sinal de medição filtrado pelo filtro Butterworth;
θ	Vetor de parâmetros;
$\hat{\theta}$	Vetor de parâmetros estimado;
Φ	Matriz do vetor de regressão;
Φ^T	Matriz transposta do vetor de regressão;
$Y_f^{(n)}$	Vetor-coluna com a enésima derivada do sinal filtrado $y_f(t)$;
N	Tamanho do conjunto de dados
D^N	Conjunto de dados amostrados da entrada - saída;
\hat{t}_k	Constante de tempo da dinâmica de aeração estimada, em s;
K_{\max}	Valor máximo de $K_L a$ estimado, em h^{-1} ;
\hat{c}_{sat}	Concentração de oxigênio dissolvido saturada estimada, em mg/l;
R	Taxa de consumo de oxigênio constante estimada;
\hat{t}_m	Constante de tempo da dinâmica do sensor estimada, em s;
σ_{t_m}	Desvio padrão dos valores da constante de tempo da dinâmica do sensor estimada;
$M(s)$	Dinâmica de medição (filtro dos valores de $c(t)$) estimada;
t_d	Tempo de atraso aplicado na entrada do sistema, em s;

1. INTRODUÇÃO

A preocupação do ser humano com a disponibilidade de água tratada e com a propagação de epidemias surgiu desde as civilizações antigas. Entretanto, só no final do século XVIII que o tratamento primário em águas residuais foi introduzido. O tratamento primário de esgoto afluente, não era suficiente para obter um efluente com boa qualidade. Ficou claro que este depurava o esgoto de forma parcial por uma razão simples: grande parte do material orgânico presente em águas residuais não é sedimentado [1]. Logo, surgiu à necessidade de projetar um tratamento secundário capaz de remover grande parte da matéria orgânica presente em águas residuais.

Com o objetivo de aumentar à eficiência no tratamento de águas residuais, as primeiras pesquisas sobre este processo iniciaram-se por volta de 1914, quando Arden e Lockett perceberam que a aeração de águas residuais municipais resultava na remoção de material orgânico, ao mesmo tempo em que se formavam flocos macroscópicos de microorganismos, que através da decantação simples poderiam ser separados da fase líquida, obtendo assim água tratada. Todavia, a grande contribuição deles foi a constatação de que a adição deste mesmo lodo a outro regime de batelada de águas residuais acelerava a remoção da matéria orgânica. Este aspecto de aceleração em águas residuais eles denominaram de lodo ativado [1].

Desde a sua concepção, o princípio de funcionamento do sistema de lodo ativado não sofreu alterações. No entanto, vários pesquisadores contribuíram para uma maior eficiência do sistema, melhorando aspectos como: remoção do material orgânico; capacidade de tratamento por unidade de volume e a estabilidade operacional do sistema [1]. Estas melhorias originaram algumas variantes deste sistema utilizadas atualmente, cujos detalhes serão apresentados no capítulo 2.

Contudo, o tratamento secundário não eliminava por completo o problema de poluição dos corpos receptores de água, por causa de grandes quantidades de nutrientes (nitrogênio e fósforo) presentes no efluente, ocasionando o fenômeno chamado eutrofização¹. Assim,

¹ Crescimento exacerbado da vida aquática.

surgiu a necessidade de implementar um sistema de tratamento terciário, capaz de remover os nutrientes contidos no efluente.

Atualmente, o funcionamento das Estações de Tratamento de Esgotos (ETE's) no tratamento de esgoto afluente compreende as seguintes etapas: pré-tratamento (gradeamento e remoção de areia), tratamento primário (floculação e sedimentação), tratamento secundário (processos biológicos de oxidação) e tratamento terciário (remoção de nutrientes de águas residuais) [2].

Para o tratamento secundário em ETE's, o Processo de Lodo Ativado (PLA) é o mais utilizado quando é necessária uma qualidade elevada do efluente. No entanto, este tipo de tratamento exige maior controle operacional em relação aos demais, devido à quantidade de equipamentos, resultando no consumo maior de energia. Desta forma, o monitoramento de algumas variáveis do sistema como, por exemplo, aeração, é importante, principalmente em sistemas com aeração prolongada. Os principais componentes de um sistema de lodo ativado básico são: reator biológico, decantador secundário e sistema de recirculação do lodo que serão apresentados com mais detalhes de forma teórica no capítulo 2.

Dentre os microorganismos aeróbios presentes no reator biológico destacam-se as bactérias aeróbias que, em condições ambientais apropriadas, são capazes de degradar o agente poluidor ambiental principal: a matéria orgânica. Nesse processo, o oxigênio dissolvido (OD) é o elemento principal, pois fornece a energia necessária para que as bactérias realizem suas atividades metabólicas. A reposição deste ao sistema é realizada através de aeradores.

Em sistemas com essa natureza, a dificuldade de obter informações confiáveis sobre o estado atual das reações biológicas e estimação de parâmetros do processo, deve-se a aspectos como: ter algumas variáveis que não podem ser medidas de forma direta, e condições de operação que variam no decorrer do processo, devido a resíduos que são colocados aleatoriamente no esgoto afluente, constituindo um desafio a engenharia de controle.

Para esse processo aeróbio, a dinâmica de OD, que descreve o balanço entre a taxa de transferência de oxigênio (TTO) e a taxa de consumo de oxigênio (TCO), é de fundamental importância na determinação em tempo real dos estados e parâmetros do sistema [3]. A TTO

é a taxa na qual o oxigênio é transferido para o licor misto² pelo sistema de aeração, enquanto que a TCO é a taxa na qual os microorganismos consomem oxigênio para realizarem suas atividades metabólicas. Através dela é possível obter informações sobre a qualidade do lodo ativado e do afluente, como também detectar indiretamente a presença de elementos tóxicos que possam envenenar os microorganismos e comprometer o sistema de tratamento [4].

A determinação destes dois parâmetros é de suma importância na identificação de modelos precisos para reatores biológicos. No entanto, o principal problema na estimação dessas grandezas é que as duas não podem ser estimadas ao mesmo tempo. Em relação à TTO, a principal dificuldade na identificação desta vem da sua dependência não linear em relação ao fluxo de ar. Muitos métodos e modelos desta grandeza têm sido relatados em [5]-[7]. Algumas destas abordagens têm utilizado hipóteses simplificadas, como, por exemplo, taxa de respiração invariante no tempo ou função transferência de oxigênio linear, o que têm conduzido a estimativas pouco confiáveis desta quantidade.

Para evitar a perda de identificabilidade destas duas grandezas, geralmente é necessário assumir suposições adequadas sobre uma variável, para que se possa determinar a outra, no modelo de OD. Quando utilizadas para propósitos de controle, a tarefa de identificação destas duas grandezas torna-se ainda mais complexa, especialmente quando a concentração de OD deve ser mantida constante em malha fechada, por longos períodos de tempo.

No sistema de lodo ativado em estudo, a aeração é realizada por aeradores do tipo liga-desliga que são acionados por controle PWM (Modulação por largura de pulso) e a medição de OD é feita por uma sonda de OD polarográfica baseada na célula de Clark, mais detalhes sobre esses subsistemas serão apresentados em suas respectivas modelagens, no capítulo 3.

A identificação de sistemas para este processo será realizada através do conhecimento prévio sobre o sistema, ou seja, será feita uma modelagem caixa-cinza, em que os parâmetros com significado físico do fenômeno podem ser obtidos em função dos parâmetros do modelo, utilizando dados da entrada e saída da planta. Devido à complexidade para estimar os parâmetros do modelo, adota-se neste estudo o método de identificação de sistemas no tempo contínuo, utilizando a dinâmica do sensor como filtro dos valores da concentração de OD real

² Mistura de esgoto afluente e massa biológica (colônia de bactérias).

e aplicada no sinal de entrada. Para determinar os regressores filtrados da equação diferencial, usa-se o método filtro de variáveis de estado (SVF).

1.1 JUSTIFICATIVA

Nos últimos anos, há uma grande preocupação das autoridades responsáveis com o tratamento de águas residuais. Sabe-se que um tratamento eficiente do esgoto bruto evita uma série de problemas relacionados ao meio ambiente e à saúde da população. Por exemplo, quando despejos são descarregados em corpos de água sem nenhum tipo de tratamento ou monitoramento adequado, estes servem de alimento a bactérias que decompõem as substâncias complexas do despejo em simples compostos químicos, enquanto consomem oxigênio [8]. Considerando esta situação em uma proporção maior, tem-se o aumento da população de bactérias consumindo praticamente todo o OD destes corpos de água prejudicando a vida dos seres aquáticos.

O aumento das propostas de modelagem para reatores biológicos, pela dinâmica de OD, tem como resultados a elaboração de modelos para monitorar as principais variáveis do sistema. Como, por exemplo, manter o nível adequado de OD em corpos de água. No entanto, a dificuldade para a utilização eficiente destes modelos para fins de controle, esta relacionada com as técnicas de medição, pois nem todas as variáveis, que descrevem o estado atual do processo, podem ser medidas em tempo real. [5].

Neste processo, também é importante obter informações em tempo real sobre a atividade biológica das bactérias presentes no licor misto, representado pela TCO. Para uma boa estimativa da TCO, através de medições da concentração de OD, é necessário primeiramente determinar a taxa na qual o oxigênio é transferido para o licor misto, exceto para o método clássico apresentado em [4]. Esta, por sua vez, se utilizada em conformidade com ações de controle, pode melhorar o desempenho do PLA, economizando energia e consequentemente minimizando os custos do processo.

Logo, a motivação para este estudo surgiu diante do contexto apresentado. A proposta deste trabalho é identificar um modelo para a dinâmica de oxigênio dissolvido do reator de lodo ativado em escala de bancada considerando a inclusão das dinâmicas, relacionada com a operação dos aeradores (dinâmica de aeração) e sensor de OD (dinâmica de medição).

A identificação da dinâmica de aeração é uma proposta de um modelo mais preciso que represente os valores médios da função de transferência de oxigênio pela operação dos aeradores do tipo liga-desliga, chaveado com sinal PWM com a largura de pulso e o período variando no tempo, em relação à aproximação descrita por [4] e [9]. Estas não consideram o comportamento dinâmico das bolhas de OD produzidas pela aeração (mais detalhes no capítulo 3).

A identificação da dinâmica do sensor de OD proporciona a medição dos valores da concentração de OD, de forma mais precisa. Em virtude do seu princípio de funcionamento, o sinal de saída do eletrodo segue a variação de OD real com um determinado atraso. Portanto, é importante considerar esta diferença (OD real e medido) pela dinâmica do sensor adotada no modelo.

Para identificar o modelo do reator, é proposto neste trabalho um algoritmo de estimação para determinar de forma on line os parâmetros do sistema.

1.2 OBJETIVO GERAL

- Identificar e estimar parâmetros de um modelo para o reator biológico de lodo ativado em escala de bancada a partir das medições de concentração de OD, considerando as dinâmicas relacionadas com a operação dos aeradores e sistema de medição.

1.2.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Realizar o estudo da dinâmica de OD e das técnicas de identificação de sistemas para desenvolver um modelo matemático que represente o comportamento do reator de lodo ativado montado em laboratório;
- Desenvolver e aplicar um algoritmo para a estimação dos parâmetros do reator em escala de bancada;

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho de dissertação está dividido em 6 capítulos, descritos a seguir.

No capítulo 2 o PLA é apresentado de forma teórica, descrevendo em detalhes o seu princípio de funcionamento e os principais compartimentos que compõem o sistema, além das principais variantes deste processo, originadas com o desenvolvimento e a necessidade das ETE's.

No capítulo 3 são apresentados detalhes sobre o funcionamento do protótipo em estudo, a modelagem do reator no qual é realizada uma análise da dinâmica de OD com detalhes sobre as dinâmicas de aeração e medição, parâmetros a serem estimados e simulações das equações determinadas para o modelo proposto. Uma comparação entre a estimação em tempos discreto e contínuo para a problemática também é apresentada com a finalidade de justificar a opção pela identificação em tempo contínuo.

No capítulo 4 é apresentado o procedimento para determinar os parâmetros do sistema. É realizada uma análise sobre identificação de sistemas em tempo contínuo através de filtro de variáveis de estado (SVF, *State variable filter*). Por fim, é descrito o algoritmo de estimação dos parâmetros.

No capítulo 5 são apresentados e discutidos os resultados obtidos por simulações e os experimentais identificando assim o modelo para o reator.

No capítulo 6 são apresentadas as conclusões e perspectivas futuras deste trabalho.

Para complementar este trabalho, foram elaborados os apêndices A e B, apresentando respectivamente: detalhamento das manipulações matemáticas realizadas no desenvolvimento das principais equações do modelo; e os diagramas do modelo proposto, equação do sistema inteiro e validação do modelo, utilizadas para simulações no programa SIMULINK[®].

1.4 ARTIGO PUBLICADO

F.S.B.C. Lima, F.J.S. Silva, S.Y.C. Catunda, e J.V. da Fonseca Neto, "Continuous-time identification of a PWM aerated bench scale activated sludge reactor using state-variable filters", *2011 IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC)*, IEEE, 2011, p. 1-5.

2. PROCESSO DE LODO ATIVADO

Desde a sua concepção, o PLA tem sido utilizado em todo mundo na sua forma convencional e formas modificadas. Isto se deve a capacidade que este sistema possui de atender os limites de um tratamento secundário de afluentes.

Neste capítulo, descreve-se o PLA, suas principais características operacionais e variantes do processo, de forma sucinta com o intuito de contextualização deste trabalho.

2.1 ESTRUTURA BÁSICA DO PROCESSO DE LODO ATIVADO

Em situações em que é necessária uma qualidade elevada do efluente, o PLA é o mais adequado para o tratamento secundário. No início, este sistema operava em regime de bateladas, em que as águas residuais eram misturadas com o lodo ativado dentro do reator até sua capacidade. Esta mistura era aerada para ocorrer à depuração das águas residuais. Depois, se interrompia o sistema de aeração e, através da sedimentação, a água era separada do lodo e descarregada para o início de um novo ciclo de tratamento.

O avanço mais significativo deste sistema foi a troca do regime de bateladas para um regime contínuo, por meio da adição de um decantador de lodo ao reator biológico para um tratamento eficiente do esgoto afluente. Deste modo, o PLA básico funciona com a seguinte estrutura: tanque de aeração (reator biológico), tanque de sedimentação (decantador secundário), sistema de recirculação do lodo e retirada do lodo em excesso (Figura 2.1).

O reator biológico (tanque de aeração), o componente mais importante no processo, tem por finalidade remover grande parte da matéria orgânica do afluente. O reator recebe uma entrada contínua de esgoto decantado com baixa qualidade (tratamento primário) que é misturada com o lodo ativado. Os microorganismos aeróbios presentes no reator interagem com as substâncias orgânicas, utilizando-as como fonte de energia vital através de reações bioquímicas resultando na degradação das próprias substâncias e formação de produtos estáveis ou como fonte material para a síntese de nova massa celular. O uso destas substâncias por microorganismos é chamado de metabolismo [1].

O decantador secundário exerce um papel fundamental neste processo, ele é responsável pela separação dos sólidos em suspensão do lodo, provenientes do reator, permitindo a saída de um efluente clarificado. Isto é possível devido à sedimentação das fases mais densas da mistura que pela ação da gravidade, sedimenta e se deposita no fundo do recipiente.

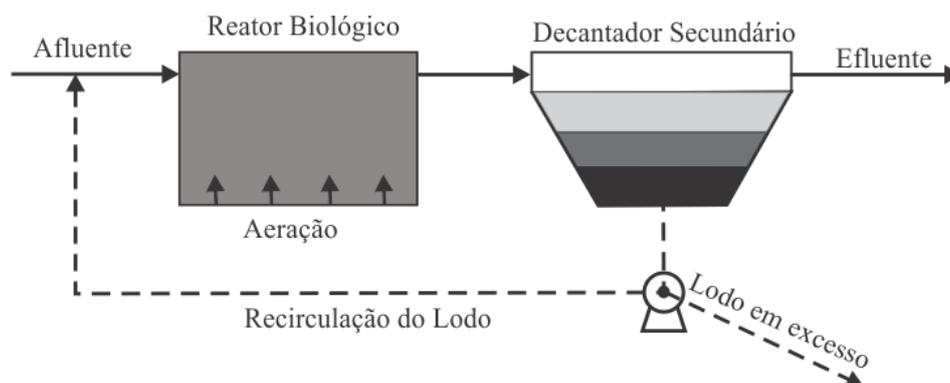


Figura 2.1. Sistema básico de lodo ativado.

O sistema de recirculação é responsável pelo retorno de uma parte do lodo rico em microorganismos ao reator, garantindo uma maior eficiência na remoção da matéria orgânica. Observe que há uma descarga proposital do lodo (lodo em excesso), isto se deve ao tratamento contínuo de águas residuais no reator. Caso não existisse esta descarga, haveria um aumento excessivo da concentração de lodo no reator, provocando um mau funcionamento do sistema. Na prática, existe um limite para esta concentração. Quando esta é atingida, uma parcela do lodo é descarregada tornando a concentração de lodo dentro do reator constante. O lodo em excesso passa pelo processo de estabilização, evitando assim a putrefação do mesmo [1].

2.2 VARIANTES DO PROCESSO DE LODO ATIVADO

Desde a concepção do PLA para remover a matéria orgânica presente em esgotos afluentes por Lockett e Adern em 1914 até os dias atuais, desenvolveram-se mais sistemas que utilizam o mesmo princípio de lodo ativado, originando algumas variantes entre eles. O objetivo desta seção é apresentar as principais variantes do sistema de lodo ativado, com intuito de demonstrar a aplicação deste processo em larga escala. Entretanto, para uma melhor compreensão, são antes conceituados alguns parâmetros práticos utilizados em PLA.

Devido ao sistema de recirculação do lodo, retratado na Figura 2.1, podem-se definir dois parâmetros operacionais: o *tempo de detenção do líquido* (tempo de detenção hidráulica) e *tempo de retenção dos sólidos* (idade do lodo). O primeiro é definido como a razão entre o volume do líquido presente no sistema e o volume do líquido retirado do sistema por unidade de tempo, já o segundo, é a razão entre a massa de sólidos contida no sistema e a massa de sólidos retirada do sistema [10]. Para fins práticos, a idade do lodo representa o tempo máximo de permanência dos sólidos no sistema para que aconteça uma remoção eficiente da matéria orgânica.

Outro parâmetro, que pode ser utilizado para a prática de PLA, é a relação *alimento/microorganismos*, também chamada de fator de carga, que é definida como a carga de alimento ou substrato representada pela demanda química de oxigênio (DQO³) ou demanda bioquímica de oxigênio (DBO⁴) fornecida por dia, por unidade de biomassa no reator, representada pelos SSVTA (sólidos suspensos voláteis no tanque de aeração), desta forma sendo expressa em kgDBO / kgSSVTA.dia [10]. Para valores altos desta relação, temos maior oferta de matéria orgânica biodegradável do que a biomassa presente no sistema pode consumir, tendo como consequência, resíduos de substrato no efluente. Entretanto, para valores baixos, significa que a oferta de substrato no sistema é inferior ao consumo dos microorganismos, resultando praticamente na degradação de toda matéria orgânica. Portanto, definidos estes parâmetros, podemos a seguir descrever as principais variantes do processo que podem ser classificados de acordo com as seguintes características [10]:

- Divisão quanto a Idade do lodo;
 - Lodo ativado convencional;
 - Aeração prolongada;
- Divisão quanto ao fluxo;
 - Fluxo intermitente (batelada);
 - Fluxo contínuo;

³ É definida como a massa de oxigênio necessário para a completa oxidação de um composto orgânico. É o parâmetro global utilizado como indicador do conteúdo orgânico de águas residuais [11].

⁴ Determina a medição de OD necessária pelos microorganismos na oxidação bioquímica da matéria orgânica em águas residuais [11].

- Divisão quanto à etapa biológico do afluente do PLA;
 - Esgoto bruto;
 - Efluente de decantador primário;
 - Efluente de reator anaeróbio;
 - Efluente de outro processo de tratamento de esgotos;

2.2.1 SISTEMA DE LODO ATIVADO FLUXO CONTÍNUO CONVENCIONAL

No sistema de lodo ativado convencional (vide Figura 2.2), o esgoto bruto passa por um tratamento primário para retirar uma parte da matéria orgânica antes do tanque de aeração, com a finalidade de reduzir o volume de águas residuais dentro do reator e o tempo de aeração, para economizar energia.

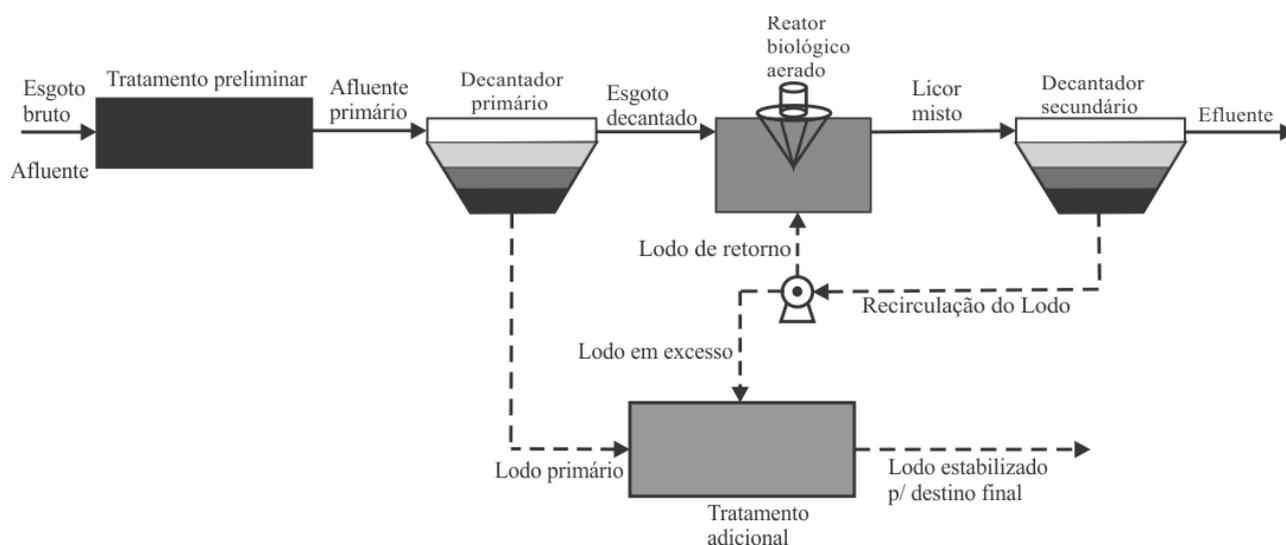


Figura 2.2. Fluxograma do sistema de lodos ativados convencional.

Neste sistema, na prática, temos que a idade do lodo é de 4 a 10 dias. Com esta idade, a biomassa presente no lodo em excesso, possui um elevado teor de matéria orgânica contidas nas suas células. Para estabilizar o lodo em excesso proveniente do sistema, este passa por um tratamento adicional com as seguintes etapas: adensamento⁵, digestão⁶ e desidratação⁷, tendo

⁵ Processo para aumentar o teor de sólidos do lodo e, conseqüentemente reduzir o volume.

⁶ Processo que visa diminuir a quantidade de matéria orgânica, que torna o lodo putrescível.

⁷ Processo que tem por finalidade reduzir o volume do lodo, para a sua disponibilidade final.

um produto final sólido ou semi-sólido. Geralmente este produto final é utilizado na agricultura, enterrado ou incinerado.

2.2.2 SISTEMA DE LODO ATIVADO FLUXO CONTÍNUO AERAÇÃO PROLONGADA

A principal variante deste sistema (vide Figura 2.3) de lodo ativado é a aeração prolongada, com um tempo maior de permanência da biomassa no reator. Como o sistema recebe a mesma carga de alimento ou substrato que no *sistema convencional*, a relação alimento / microorganismos será menor, resultando em menor disponibilidade de alimentos para as bactérias. Logo, dentro do tanque de aeração, como haverá menos matéria orgânica por unidade de volume, as bactérias se utilizam da matéria orgânica do próprio material celular para a sua manutenção. Em decorrência, a estabilização da biomassa acontece dentro do reator, resultando no lodo em excesso estabilizado [12].

Como a estabilização do lodo ocorre dentro do reator, procura-se evitar outras formas de geração de lodo antes do tanque de aeração. Logo, neste sistema, temos a ausência de um decantador primário, simplificando o sistema de lodo ativado em relação ao convencional. A etapa de tratamento adicional envolve somente os processos de adensamento e desidratação. Na Tabela 2.1, temos a representação dos valores da idade do lodo e o fator de carga dos sistemas convencional e aeração prolongada descritos nesta seção.

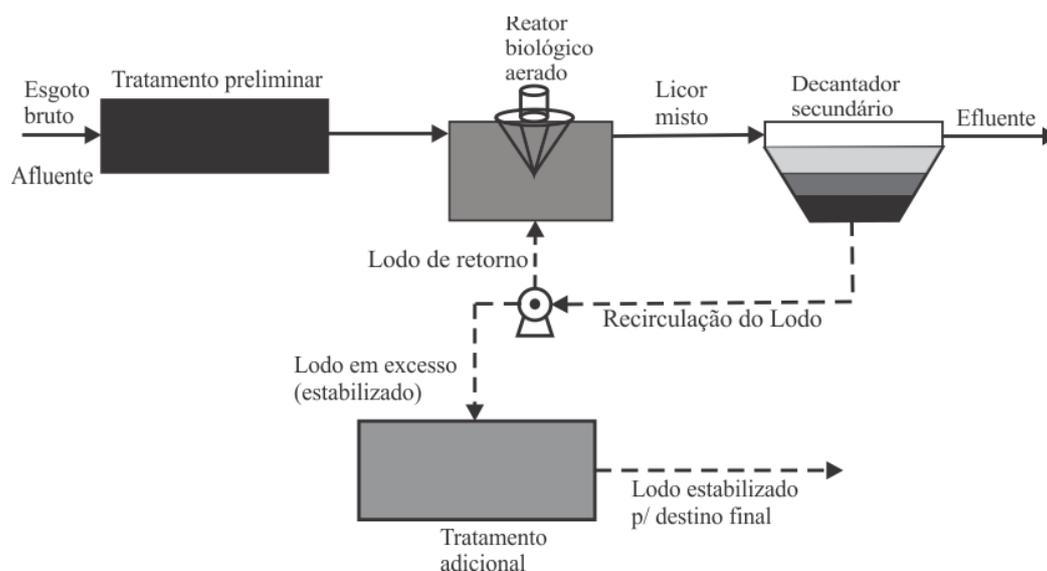


Figura 2.3. Fluxograma do sistema de lodo ativado aeração prolongada.

Observa-se na Tabela 2.1, que a idade do lodo é inversamente proporcional ao fator de carga do sistema. Portanto, em sistemas com a idade do lodo reduzida, haverá maior quantidade de alimentos por microorganismos, sendo necessário o tratamento adicional para estabilizar o lodo em excesso, proveniente dos decantadores primários e secundários.

Tabela 2.1. Classificação dos sistemas em função da idade do lodo

Idade do lodo	Faixa de idade do lodo (dias)	Faixa de relação A/M (kg DBO/kgSSVTA.dia)	Denominação usual
Reduzida	4 a 10	0,25 a 0,50	Lodo ativado convencional
Elevada	18 a 30	0,07 a 0,15	Aeração prolongada

Fonte: [10]

2.2.3 SISTEMA DE LODO ATIVADO DE FLUXO INTERMITENTE

O PLA com operação intermitente envolve todas as etapas que há nos processos convencional e aeração prolongada, como por exemplo, tratamento preliminar, decantação primária, oxidação biológica e decantação secundária em um único tanque de aeração [1]. Isto é possível, estabelecendo as seguintes fases de operações com duração definidas (ver Figura 2.4): enchimento; reação; sedimentação; retirada do efluente e repouso.

De forma sucinta, temos a seguinte explicação deste sistema: na primeira fase, a capacidade do reator é tomada por águas residuais. Na segunda fase, é iniciado o processo de oxidação da matéria orgânica presente nas águas residuais. Nesta fase os aeradores permanecem ligados fornecendo oxigênio para os microorganismos. Na terceira fase, temos a sedimentação do lodo, e a aeração do sistema é desligada. Na quarta fase, temos a descarga do efluente tratado e lodo em excesso. Na quinta fase, o reator é colocado em repouso, preparando o sistema para um novo ciclo.

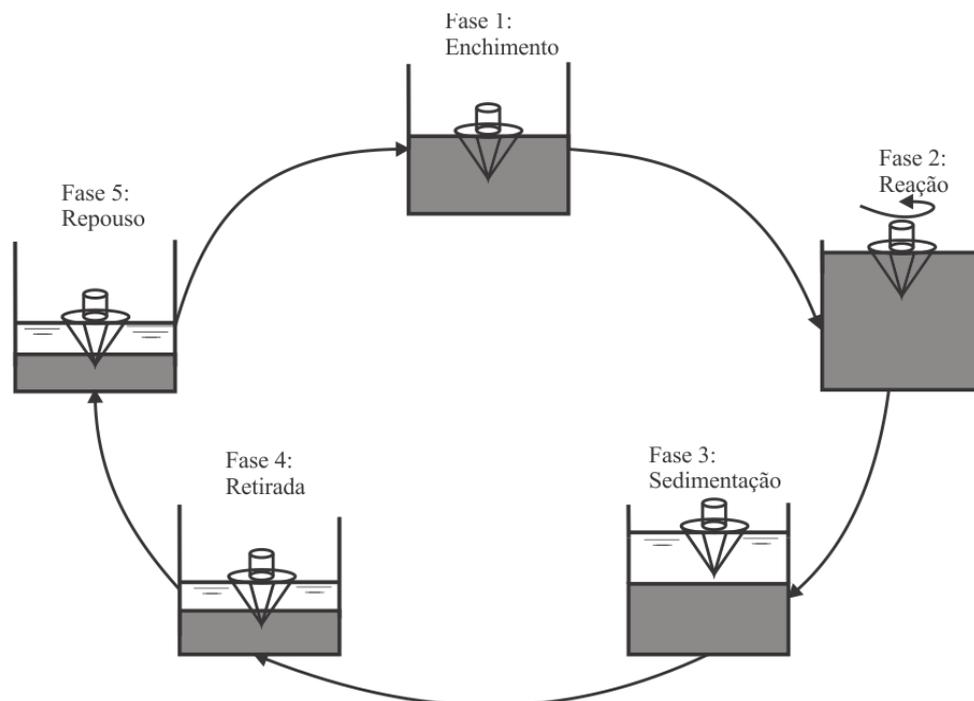


Figura 2.4. Fluxograma do sistema de lodo ativado de fluxo intermitente.

2.2.4 SISTEMA DE LODO ATIVADO PARA PÓS-TRATAMENTO DE EFLUENTES DE REATORES ANAERÓBIOS

Outra variante do sistema de lodo ativado é quanto ao tipo de afluente do PLA, que pode ser esgoto bruto, efluente de decantador primário, efluente de reator anaeróbio e efluente de outros processos. Destes, uma alternativa promissora é o pré-tratamento por reator anaeróbio do tipo UASB (do inglês *Upflow Anaerobic Sludge Blanket*).

A principal diferença deste sistema é a substituição do decantador primário pelo reator anaeróbio UASB. O lodo em excesso não estabilizado do PLA é enviado a este reator que realizará as funções de adensamento e digestão. Posteriormente é realizado um tratamento adicional, somente com a desidratação do lodo para o seu destino final (ver Figura 2.5).

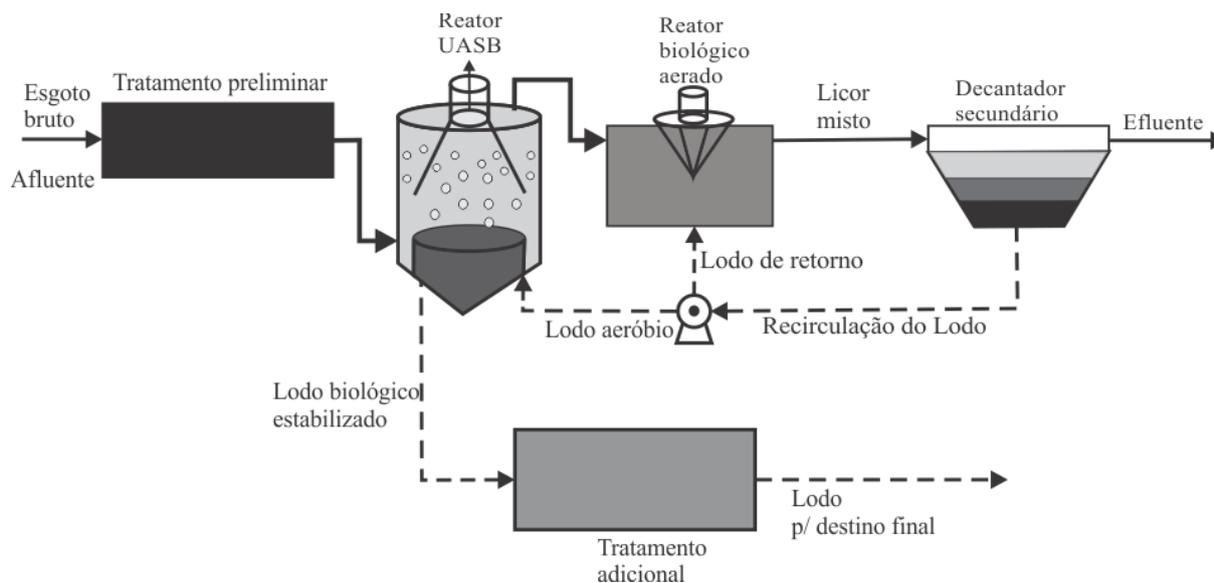


Figura 2.5. Fluxograma do sistema de lodo ativado para tratamento de efluentes do reator UASB.

Foram apresentadas nesta seção, as principais variantes do processo de lodo ativado, retratando suas principais características de operação. Analisando todas as estruturas aqui apresentadas, dependendo da aplicação (estado do afluente, área de tratamento) e custos de operação (instalações, consumo de energia), determinada estrutura apresenta vantagens e desvantagens em relação à outra.

O componente comum a todas as variantes do PLA, é o reator biológico aeróbio. Quando este funciona de forma adequada, principalmente com o fornecimento de oxigênio, o processo de oxidação da matéria orgânica é realizado de forma eficiente. Entretanto, é necessário um modelo preciso que monitore de maneira satisfatória o sistema de aeração, assegurando o nível de OD padronizado em sistemas com esta natureza.

3. MODELAGEM DO SISTEMA DE LODO ATIVADO EM ESCALA DE BANCADA

O oxigênio dissolvido é um dos elementos principais no tratamento de águas residuais responsável pelo metabolismo dos microorganismos aeróbios. A determinação deste elemento em reatores biológicos é importante no desenvolvimento da análise da DBO ou DQO, que representa o potencial de matéria orgânica biodegradável [13]. Em sistemas de lodo ativado, a dinâmica de OD tem sido visualizada como a principal fonte de informação para estimação de estados online. Logo, modelos precisos para o oxigênio dissolvido, podem melhorar a qualidade das estimações e consequentemente do sistema de medição [14]. Neste capítulo 3, realiza-se a modelagem do reator em escala de bancada, incluindo as dinâmicas relacionadas com a operação do sistema de aeração e a sonda de OD. Na próxima seção, são apresentadas as características do funcionamento do sistema de lodo ativado em escala de bancada e a modelagem das dinâmicas envolvidas no processo.

3.1 SISTEMA DE LODO ATIVADO EM ESCALA DE BANCADA

Um sistema em escala de bancada é uma cópia reduzida de um sistema em escala real. Por isso ele pode ser útil em diversos aspectos, como na realização de testes e experimentos e acompanhamento em tempo real e escala reduzida do comportamento do sistema real. Portanto, o presente estudo tem como base experimental um reator em escala de bancada desenvolvido em laboratório.

O protótipo do sistema de lodo ativado utilizado neste trabalho é constituído de um recipiente com capacidade de 6 litros, um agitador mecânico, uma bomba de ar de aquário, um difusor de ar e um sensor de OD.

O agitador mecânico assegura um ambiente homogêneo aproximado em termos de substrato, microorganismos e oxigênio dissolvido; a bomba de aquário é responsável pelo fornecimento de OD ao sistema; o difusor de ar melhora a transferência de oxigênio para o reator biológico, diminuindo o tamanho das bolhas de ar, resultando no aumento da área de contato com o licor misto [15].

Para adquirir dados e controlar os dispositivos externos (bomba de aeração e agitador), um microcontrolador conectado a um microcomputador é utilizado, no qual os dados são apresentados em forma gráfica e armazenados. O diagrama do sistema é apresentado na Figura 3.1.

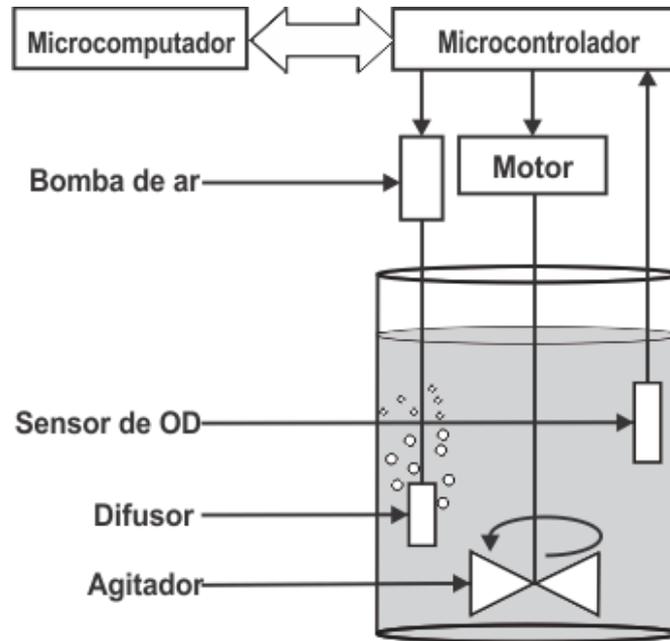


Figura 3.1. Diagrama do protótipo de um sistema de tratamento de lodo ativado com sistema de aquisição de dados.

3.2 DINÂMICA DE OXIGÊNIO DISSOLVIDO

O ponto de partida para a modelagem do sistema de lodo ativado neste trabalho é a dinâmica de OD. Ela representa a variação da concentração de OD com o tempo $c(t)$, dentro de uma câmara de aeração completamente mista, esta por sua vez depende de algumas variáveis dinâmicas como descrito no modelo matemático para o balanço de massa de oxigênio [16].

$$\frac{dc(t)}{dt} = \frac{Q(t)}{V} [c_{in}(t) - c(t)] + K_L a(u(t)) [c_{sat} - c(t)] - R(t). \quad (3.1)$$

Em que:

- $c(t)$ Concentração de oxigênio dissolvido em mg/l;
- $c_{in}(t)$ Concentração de oxigênio dissolvido no afluente em mg/l;

- c_{sat} Valor de saturação da concentração de oxigênio dissolvido em mg/l;
- $Q(t)$ Taxa de fluxo do afluente em l/h;
- V Capacidade do reator em l;
- $u(t)$ Taxa de fluxo de ar l/h;
- $K_L a(u(t))$ Função de transferência de oxigênio em h^{-1} em função da taxa de fluxo de ar $u(t)$;
- $R(t)$ Taxa de consumo de oxigênio em $mg/l.h^{-1}$;

No lado direito de (3.1), o primeiro termo representa a diferença entre os valores das concentrações de OD na entrada e dentro do reator multiplicado pela taxa de diluição ($Q(t)/V$). O segundo termo expressa a taxa de aeração do sistema (produção) e o terceiro termo demonstra a taxa de consumo de oxigênio (consumo). O processo de OD é ilustrado na Figura 3.2, em que a variável $y(t)$, representa o sinal medido de $c(t)$, por um sensor de OD.

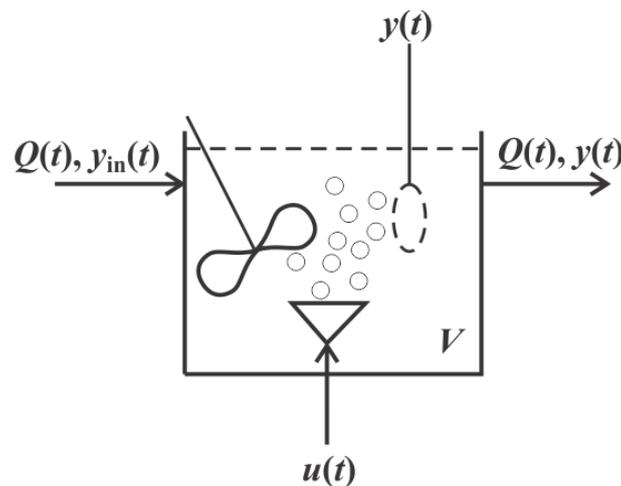


Figura 3.2 Tanque de aeração completamente misto [15].

Para o reator em escala de bancada em que a entrada de afluente é nula ou praticamente nula, ou seja, não há fluxo de entrada ou saída enquanto a reação está ocorrendo, pode-se considerar $Q(t) = 0$ [17]. Deste modo, a expressão (3.1) pode ser reescrita como

$$\frac{dc(t)}{dt} = K_L a(u(t)) [c_{sat} - c(t)] - R(t). \quad (3.2)$$

Para utilizar a dinâmica de OD, tanto para controle ou diagnóstico em PLA é preciso determinar dois parâmetros essenciais no modelo de OD, que são a função de transferência de

oxigênio (FTO) e a TCO. Em relação à FTO, alguns modelos para a sua representação são apresentados em referências bibliográficas. Em [18], por exemplo, são apresentados seis modelos para a FTO com sua dependência em relação a taxa de fluxo de ar, retratados pela Tabela 3.1.

Tabela 3.1. Modelos para Função de transferência de oxigênio.

Tipo	Modelos para FTO
Constante	$K_L a(u(t)) = \alpha$
Linear	$K_L a(u(t)) = \beta u(t)$
Segunda ordem	$K_L a(u(t)) = \beta u(t) + \gamma [u(t)]^2$
Raiz quadrada	$K_L a(u(t)) = \gamma \sqrt{u(t)}$
Exponencial	$K_L a(u(t)) = \alpha (1 - e^{-\beta u(t)})$
Monod	$K_L a(u(t)) = \alpha \frac{u(t)}{u(t) + \beta}$

Um ponto importante a ser considerado sobre a função $K_L a(u(t))$ é que ela varia lentamente em questões de horas ou mesmo dias. Este fato pode ajudar no processo de estimação [18].

Outros modelos para este parâmetro são apresentados em [4], [9], [19]. Nestes trabalhos a forma de excitação do sistema é através de um sinal PWM retratado na Figura 3.3 que é responsável pelo acionamento das bombas de ar.

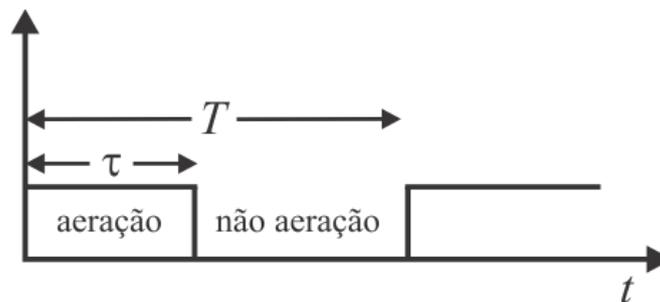


Figura 3.3. Sinal PWM para acionamento dos aeradores [4].

O método PWM de controle da concentração de OD, apresentado em [9], consiste em manter a concentração média de OD constante no valor de referência por meio de um controlador proporcional. A variável de controle do sistema é a taxa de aeração, que pode ser ajustada, variando o valor médio efetivo do coeficiente de transferência de oxigênio $K_m(t)$. Este último pode ser determinado pela expressão aproximada dada por (3.3), em que o funcionamento dos aeradores se dá por modulação em largura de pulso (PWM), considerando

o período total constante e muito mais curto do que a constante de tempo de transferência de oxigênio [4].

$$K_m(t) = \frac{\tau(t)}{T} \cdot K_{\max} . \quad (3.3)$$

Em que:

- $K_m(t)$ Valor médio efetivo da função de transferência de oxigênio;
- $\tau(t)$ Tempo em que o aerador fica ligado;
- T Período total de um ciclo de trabalho;
- K_{\max} Valor de $K_L a$ quando o aerador está ligado;

Logo a expressão (3.2) pode ser reescrita da seguinte forma

$$\frac{dc(t)}{dt} = K_m(t) [c_{sat} - c(t)] - R(t) . \quad (3.4)$$

Uma vez determinado o valor de $K_m(t)$, é possível estimar a TCO. Métodos alternativos são apresentados em [4], [20] para determinar este parâmetro e abordagens utilizando Filtro de Kalman podem ser encontradas em [9], [15].

Neste trabalho a caracterização do modelo de OD é realizada através da modelagem do sistema de aeração, supondo que o comportamento das bolhas e outros fatores que envolvam o funcionamento do sistema, sejam representados por uma função de transferência linear, com dinâmica de primeira ordem. O outro fator importante é que se considera a TCO dos microorganismos variando lentamente no tempo. De fato, isto é obtido em condições endógenas, em que a respiração do lodo comporta uma utilização pequena e aproximadamente constante de oxigênio dissolvido [21]. Como a dinâmica de OD é baseada em medições dos valores das concentrações de OD no tanque de aeração, é considerado também um modelo que represente a dinâmica do sensor de OD através de uma equação dinâmica linear de primeira ordem.

Desta maneira, para identificar os sistemas de aeração e medição de OD, primeiro é preciso realizar a modelagem do reator em escala de bancada, considerando o modelo proposto neste estudo. Na próxima seção, é apresentada a modelagem do sistema em estudo de acordo com as considerações feitas em relação à aeração do sistema, sensor de OD e taxa

de respiração, posteriormente o mesmo será utilizado para a estimação dos parâmetros do processo.

3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA PROPOSTO

A maioria dos sistemas dinâmicos é representada por equações diferenciais ou equações a diferenças, nos quais seus coeficientes possuem algum significado físico, principalmente em sistemas em tempo contínuo. Nesta seção será realizada a modelagem do sistema proposto, utilizando conhecimento prévio demonstrado em seções anteriores sobre as dinâmicas envolvidas no processo como um todo, para determinar uma equação dinâmica que represente o comportamento do sistema em estudo que relacione a entrada com o sinal de medição da saída.

O modelo neste estudo é construído baseado em princípios físicos em tempo contínuo, em que os parâmetros representam valores desconhecidos dos coeficientes do sistema, que em princípio, possui uma interpretação física direta (caixa-cinza) [22]. A modelagem caixa-cinza apresentada neste estudo, leva em conta a dinâmica do sistema de aeração representada por $K(s)$ com operação PWM e a dinâmica da sonda de OD $M(s)$, onde estas dinâmicas são incluídas na dinâmica de OD, $O(s)$. Para melhor compreensão do sistema como um todo é ilustrado na Figura 3.4 o diagrama de blocos.

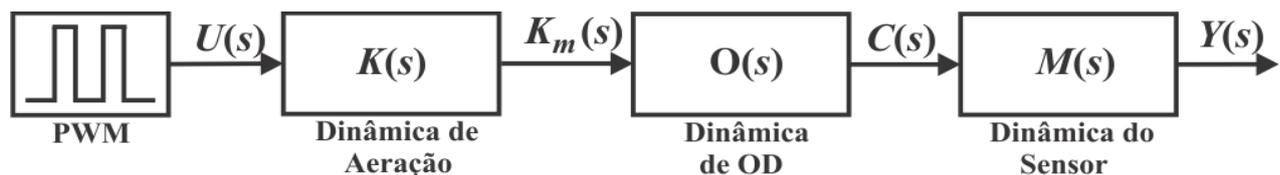


Figura 3.4 Diagrama de blocos do sistema inteiro.

3.3.1 MODELAGEM DO SISTEMA DE AERAÇÃO

O sistema de aeração é responsável pelo fornecimento de OD para o reator através de aeradores. É uma parte do sistema de lodo ativado que precisa ser monitorada, pois este fornecimento precisa ser realizado com uma taxa de fluxo adequada para não comprometer o sistema de tratamento. Este monitoramento pode ser realizado pela FTO ($K_L a(u(t))$), que descreve a taxa com que o oxigênio é transferido para o lodo ativado. Esta depende de alguns

fatores, contudo sua principal dependência é com a taxa de fluxo de ar. Em [15] é apresentado uma curva típica da função K_La , retratado na Figura 3.5.

Neste trabalho, a aeração do reator em escala de bancada é realizada por uma bomba de ar do tipo liga - desliga e um difusor de ar. Esta consiste de uma bobina, que sob tensão alternada é capaz de mover um diafragma, resultando em fluxo de ar. Como neste sistema o fluxo de ar, assume somente dois valores, a FTO também exibirá dois valores: K_La máximo (K_{\max}) quando a bomba esta ligada e zero quando a bomba esta desligada.

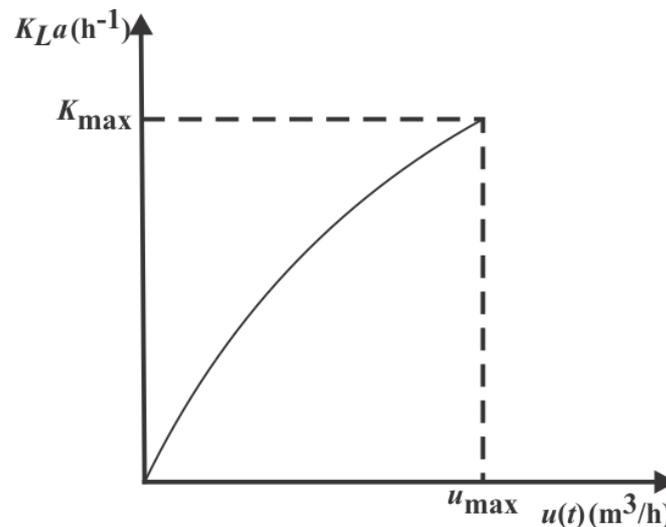


Figura 3.5. Função de transferência de oxigênio ($K_La(u)$) em função da taxa de fluxo de ar [15].

Quando o sistema de aeração fornece oxigênio para o reator através das bombas de ar, comutados com o controle PWM, se observa o seguinte comportamento: primeiro quando o aerador está ligado, a FTO leva um determinado tempo para atingir o seu valor máximo (K_{\max}). Um comportamento semelhante ocorre quando o aerador é desligado. Ao aplicar no sistema inteiro uma aeração intermitente (como representada na Figura 3.3), temos que as bolhas de OD produzidas dentro do reator, assumem um comportamento dinâmico, que neste trabalho é modelado pela seguinte expressão dinâmica de primeira ordem

$$t_k \frac{dK_m(t)}{dt} = -K_m(t) + K_{\max} \cdot u(t). \quad (3.5)$$

Em que $K_m(t)$ é o valor médio da FTO no tempo, devido ao sinal PWM; t_k é a constante de tempo da dinâmica de aeração que depende de alguns fatores, como da concentração de bolhas de ar no reator e aerador e o tipo do difusor de ar. A expressão (3.5)

pode ser representada pela seguinte função de transferência no domínio de Laplace, considerando as condições iniciais iguais à zero.

$$K(s) = \frac{K_m(s)}{U(s)} = \frac{K_{\max}}{t_k s + 1} \quad (3.6)$$

Uma boa estimativa desta dinâmica permitirá a determinação de valores mais precisos da FTO, além de contribuir para outros métodos de estimativa da TCO variante no tempo, considerando a mesma excitação aplicada no sistema em estudo.

3.3.2 MODELAGEM DO SENSOR DE OXIGÊNIO DISSOLVIDO

O Sensor de OD utilizado neste trabalho é baseado numa sonda polarográfica do tipo Clark, vide Figura 3.6. Ela é composta por uma câmara em que há dois metais (ânodo e cátodo) confinados em uma solução eletrolítica de cloreto de potássio (KCl) e separada no meio por uma membrana-permeável [23].

As moléculas de oxigênio se difundem através da membrana a uma taxa proporcional à diferença de pressão através dela. A redução destas moléculas na superfície do cátodo gera um sinal elétrico que se propaga a partir do cátodo para o ânodo podendo ser medido por um instrumento. O instrumento aplica uma tensão constante de 0,8 volts para a sonda, que polariza os dois eletrodos medindo a resposta de OD a partir da sonda. Uma vez que o oxigênio é rapidamente reduzido ou consumido no cátodo, pode-se supor que a pressão de oxigênio sob a membrana é zero. Portanto, a quantidade de oxigênio através da difusão da membrana é proporcional à pressão parcial de oxigênio fora dela. Quando a pressão de oxigênio varia, o mesmo acontece com a difusão deste na membrana, produzindo uma corrente na sonda que varia de forma proporcional [24].

A corrente em função de um potencial aplicado é dada através da taxa de dois processos: a taxa de transporte de oxigênio do meio líquido através da camada de transporte para a superfície do cátodo e a taxa total de redução catódica do oxigênio [25]. Estes efeitos, combinados com outras taxas limites dos processos tais como difusão e eliminação da produção de peróxido, produzem um comportamento dinâmico total passa-baixas frequências. Como resultado a corrente medida segue a taxa de variação da concentração de OD com um determinado tempo de atraso, dependendo da sua construção e química da sonda [23].

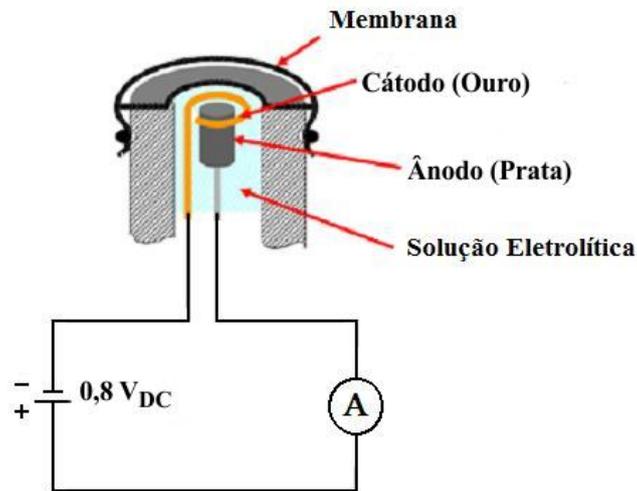


Figura 3.6. Corte transversal de uma sonda de OD [24].

Um modelo experimental para o sensor de OD, que pode representar as reações químicas em torno da superfície do cátodo, combinado com o processo de difusão pode ser descrito por um filtro passa-baixas frequências de primeira ordem [26].

$$t_m \frac{dy(t)}{dt} = c(t) - y(t) \quad (3.7)$$

Em que $y(t)$ é o sinal de medição dos valores da concentração de OD; $c(t)$ representa a concentração de OD real; t_m é a constante de tempo do sensor. Através de t_m , podemos monitorar as condições de uso da membrana e identificar falhas no processo de medição.

A expressão (3.7) é representada pela seguinte função de transferência

$$M(s) = \frac{Y(s)}{C(s)} = \frac{1}{t_m s + 1}. \quad (3.8)$$

Para uma condição inicial $y(0)$, o sinal de medição é representado da seguinte forma:

$$Y(s) = \frac{C(s)}{t_m s + 1} + \frac{t_m y(0)}{t_m s + 1}. \quad (3.9)$$

3.3.3 MODELO MATEMÁTICO EM TEMPO CONTÍNUO

Para o modelo do sistema completo retratado na Figura 3.4, temos que o bloco da dinâmica de aeração é representado pela função de transferência em (3.6) e o bloco da dinâmica do sensor é retratado pela função de transferência em (3.8).

Um modelo dinâmico que represente o comportamento do sistema de $U(s)$ até $Y(s)$, considerando a TCO constante, pode ser obtido substituindo as dinâmicas de aeração e medição (sensor) na dinâmica de oxigênio dissolvido no domínio de Laplace, como mostrado no apêndice A

$$t_k \left(s^2 C(s) - sc(0) + R \right) = - \left(sC(s) - c(0) \right) - K_{\max} \cdot U(s) * C(s) + K_{\max} \cdot c_{sat} \cdot U(s) - \frac{R}{s}, \quad (3.10)$$

$$t_k \frac{d^2 c(t)}{dt^2} = - \frac{dc(t)}{dt} - K_{\max} u(t) \cdot c(t) + c_{sat} \cdot K_{\max} \cdot u(t) - R. \quad (3.11)$$

E no domínio do tempo.

Como $Y(s) = M(s)C(s)$, pelo desenvolvimento retratado no apêndice A, conclui-se que:

$$t_k t_m \frac{d^3 y(t)}{dt^3} = - (t_k + t_m) \frac{d^2 y(t)}{dt^2} - \frac{dy(t)}{dt} + K_{\max} t_m u(t) \cdot \frac{dy(t)}{dt} - K_{\max} u(t) \cdot y(t) + c_{sat} K_{\max} u(t) - R. \quad (3.12)$$

A expressão (3.12) descreve o comportamento do sistema inteiro no tempo contínuo envolvendo as dinâmicas de aeração e medição, resultando no sistema de 3ª ordem com dois termos não lineares e os parâmetros físicos do sistema já mencionados anteriormente. Portanto, esta expressão a priori pode ser utilizada para estimar os parâmetros do sistema, e para a sua implementação é preciso obter a forma discreta da mesma. Entretanto, primeiro é realizada uma simulação desta equação no ambiente computacional SIMULINK[®], com a finalidade de compará-la com o modelo proposto também simulado.

3.3.3.1 SIMULAÇÃO DINÂMICA DO MODELO PROPOSTO

Para analisar o comportamento dinâmico do sistema proposto, foi realizada no SIMULINK[®] com os parâmetros especificados na Tabela 3.2, a simulação da dinâmica de OD com a inclusão das dinâmicas de aeração e medição consideradas neste trabalho e a equação (3.12) determinada na modelagem do sistema. Para efeito de comparação os resultados de simulação são ilustrados na Figura 3.7.

Tabela 3.2. Valores de simulação dos parâmetros do sistema.

Parâmetros	Valores
t_k	10 s
t_m	10 s
R	10 mg/l/h
c_{sat}	8 mg/l
K_{max}	10 h ⁻¹

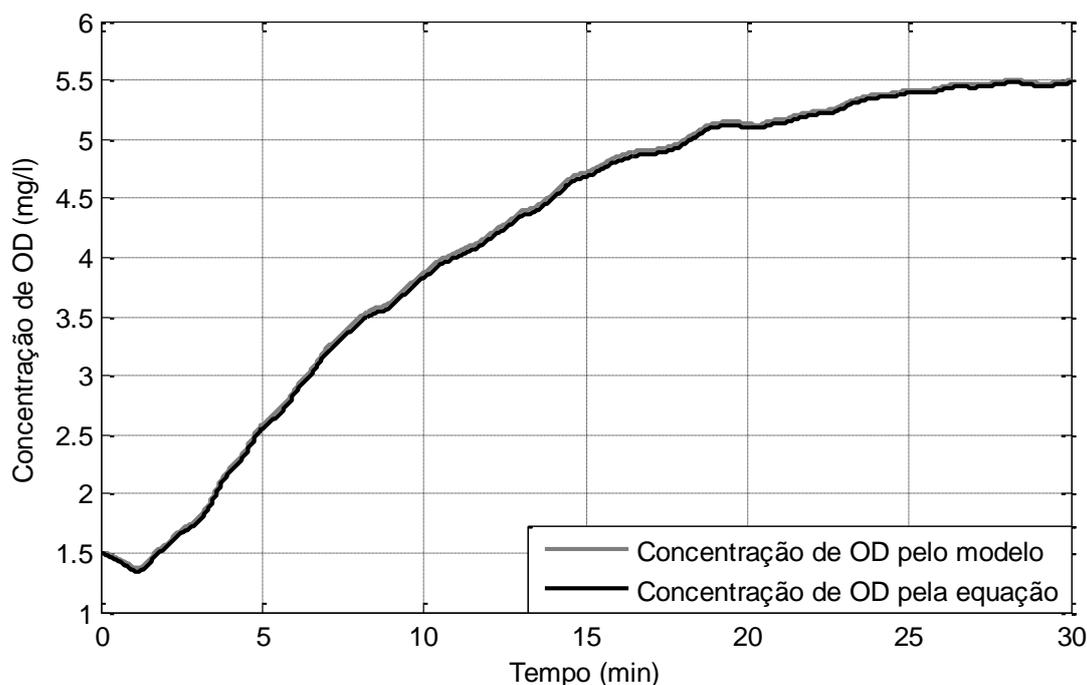


Figura 3.7. Concentração de OD simulados pelo modelo e pela equação diferencial.

Observa-se que a resposta da equação (3.12) segue a saída do sistema simulado com certo deslocamento (atraso). De fato, isto acontece, por que no modelo adotado (vide Figura 3.8), temos primeiro o sinal de entrada PWM multiplicado pela dinâmica de aeração, originando os valores médios da FTO, que são multiplicados pelos valores da saída do reator $c(t)$. No entanto, ao realizar as manipulações matemáticas para determinar a equação do modelo, descrita no apêndice A, ocorre primeira a multiplicação dos sinais, $u(t) \cdot c(t)$ e posteriormente o resultado multiplicado pela dinâmica de aeração, o que constitui uma aproximação entre as duas situações retratadas na Figura 3.8.

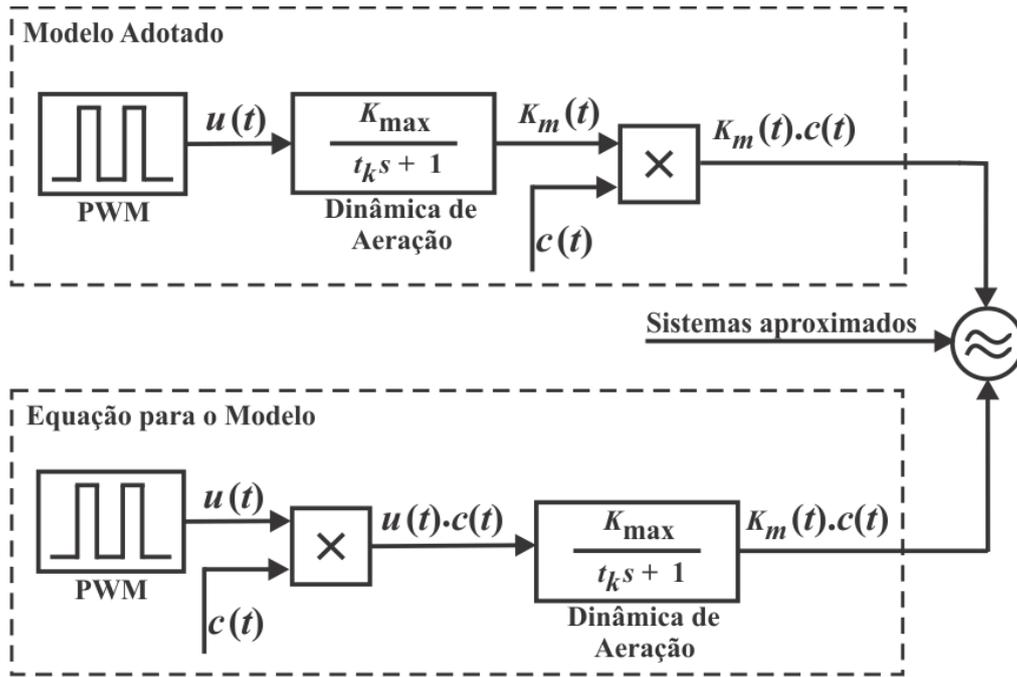


Figura 3.8. Representação entre o modelo adotado e a equação determinada.

Portanto, o modelo proposto e a equação apresentam este inconveniente, resultando numa pequena diferença entre as curvas. Logo, se conclui que a equação (3.12) é uma aproximação do comportamento do sistema em estudo, o mesmo vale para a equação (3.11).

3.3.4 MODELO MATEMÁTICO EM TEMPO DISCRETO

Em referências bibliográficas, existem vários métodos para obter a forma discreta de modelos em tempo contínuo ou obter uma função de transferência discreta a partir de uma contínua. Mapeamentos de expressões no domínio s para o domínio z podem ser obtidos através de aproximações, como mostrado em [27]. Entretanto, neste trabalho o modelo em tempo discreto é obtido utilizando aproximações por diferença finita, descrita em [28]. Aplicando esta abordagem de discretização, nas expressões (3.11) e (3.12), e realizando as manipulações matemáticas como descrito no apêndice A, temos os modelos de $u(k)$ até $c(k)$ e $u(k)$ até $y(k)$ respectivamente:

$$c(k) = \left(\frac{2t_k - h}{t_k} \right) c(k-1) + \left(\frac{h - t_k}{t_k} \right) c(k-2) + \frac{h^2}{t_k} c_{sat} K_{\max} u(k-2) - \frac{h^2}{t_k} K_{\max} u(k-2) \cdot c(k-2) - \frac{h^2}{t_k} \cdot R \quad (3.13)$$

e

$$\begin{aligned}
y(k) = & \frac{[3t_k t_m - h(t_k + t_m)]}{t_k t_m} \cdot y(k-1) + \frac{[-3t_k t_m + 2h(t_k + t_m) - h^2]}{t_k t_m} \cdot y(k-2) \\
& + \frac{[t_k t_m - h(t_k + t_m) + h^2]}{t_k t_m} \cdot y(k-3) + \frac{[h^2 t_m - h^3] \cdot K_{\max} u(k-3)}{t_k t_m} \cdot y(k-3) \quad . \quad (3.14) \\
& + \frac{h^3}{t_k t_m} c_{sat} K_{\max} u(k-3) - \frac{h^2}{t_k} K_{\max} u(k-3) \cdot y(k-2) - \frac{h^3}{t_k t_m} \cdot R
\end{aligned}$$

Pode-se observar que não é possível utilizar a expressão (3.13) para estimar os parâmetros do reator, pois os valores de $c(k)$ não podem ser obtidos de forma direta por causa da dinâmica do sensor (ver Figura 3.4). Já para estimar os parâmetros do sistema, a partir da expressão (3.14), que representa a aproximação discreta do sistema inteiro, é necessário utilizar outras abordagens, que minimize a complexidade das relações entre os coeficientes do modelo e os parâmetros do sistema a serem determinados.

Deste modo, é apresentada no próximo capítulo uma abordagem de identificação de sistemas em tempo contínuo, que se baseia no método filtro de variáveis de estado para estimar os parâmetros do sistema.

4. ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DO REATOR

Para estimar os parâmetros do reator através da expressão (3.12) é necessário primeiro determinar os valores das derivadas do sinal de medição no tempo, pois temos disponíveis somente os dados de entrada-saída para estimação. Contudo, uma derivação verdadeira de um sinal ruidoso não é viável, pois em frequências altas, esta pode amplificar o ruído prejudicando o estimador.

Uma abordagem alternativa para obter as medições das derivadas no tempo é utilizar o método do SVF. Detalhes sobre este método podem ser encontrados em [22], [29]-[33]. Na próxima seção apresenta-se uma metodologia para estimação de parâmetros e assim determinar um modelo para o reator através desta abordagem.

4.1 METODOLOGIA PARA ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

O método proposto para estimação de parâmetros utiliza dados de entrada e saída do sistema e as derivadas como regressores no estimador através da equação diferencial que representa o sistema. No entanto, as expressões dinâmicas (3.11) e (3.12) apresentam as mesmas dificuldades que no caso discreto, ou seja, os valores de $c(t)$ não estão disponíveis e as relações complexas para reconstruir os parâmetros do sistema a partir dos coeficientes da equação diferencial (3.12). Estes dois inconvenientes, são resolvidos neste trabalho, através da estimação da constante de tempo do sensor (t_m) por um método alternativo descrito em [23] e considerando o sinal medido $y(t)$ como uma versão filtrada dos valores de $c(t)$, cujos parâmetros do filtro são representados pela dinâmica do sensor $M(s)$. Portanto, aplicando este mesmo filtro no sinal de entrada PWM, pode-se relacionar $u^*(t)$ e $y(t)$ da mesma maneira que $u(t)$ e $c(t)$ em (3.11), ver Figura 4.1. Esta consideração pode ser utilizada para desenvolver a seguinte equação de regressão:

$$t_k \left(s^2 Y(s) - sy(0) + R \right) = - \left(sY(s) - y(0) \right) - K_{\max} \cdot U^*(s) * Y(s) + K_{\max} \cdot c_{sat} \cdot U^*(s) - \frac{R}{s} \quad (4.1)$$

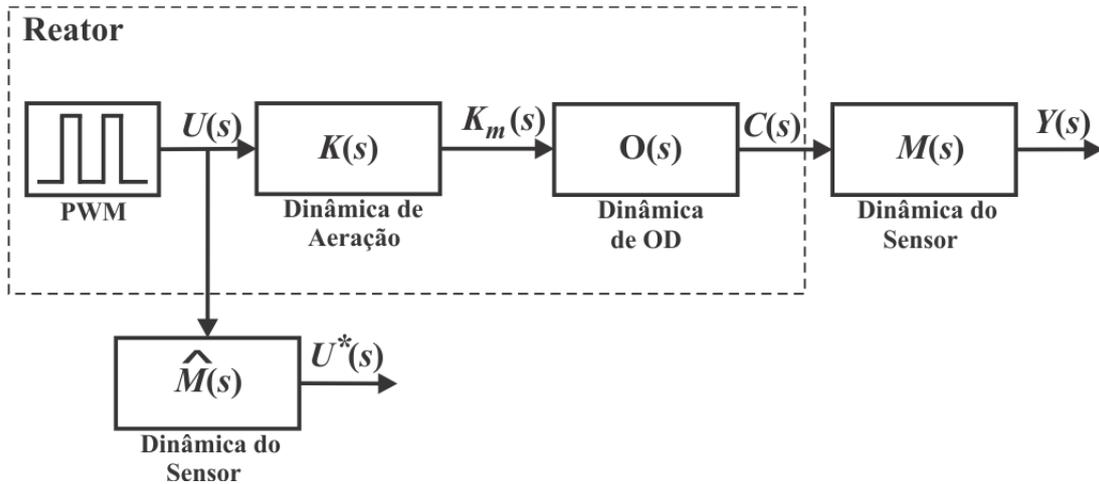


Figura 4.1. Representação da dinâmica do sensor como filtro.

Com $U^*(s) = \frac{1}{t_m s + 1} \cdot U(s)$, a expressão (4.1) é equivalente à equação dinâmica diferencial (4.2), abaixo:

$$t_k \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = -\frac{dy(t)}{dt} + c_{sat} K_{max} u^*(t) - K_{max} u^*(t) \cdot y(t) - R. \quad (4.2)$$

A equação (4.2) pode ser utilizada para estimar os parâmetros do reator, mas, primeiramente é preciso estimar a constante de tempo do sensor e determinar os valores das derivadas superiores do sinal no tempo através do SVF. Nas próximas seções são descritos o experimento alternativo para estimar a constante de tempo do sensor e como determinar as derivadas do sinal de medição pelo método SVF.

4.1.1 MÉTODO PARA ESTIMAR A CONSTANTE DE TEMPO DO SENSOR

A constante de tempo do sensor t_m é estimada a partir de dados experimentais obtidos utilizando o procedimento ilustrado na Figura 4.2 e descrito em [23]. Basicamente, o procedimento consiste na retirada do sensor de OD de um recipiente contendo água completamente desoxigenada, denominada etapa descendente, e colocá-lo em um recipiente contendo água destilada completamente saturada em oxigênio, denominada etapa ascendente. A partir dos dados medidos, pode-se identificar t_m através dos parâmetros estimados pelo algoritmo dos mínimos quadrados considerando a dinâmica do sensor como um sistema dinâmico de primeira ordem.

Para melhorar a precisão de estimação de t_m , o experimento é repetido e depois calculado a média e o desvio padrão das amostras. t_{m1}, \dots, t_{me} , em que e indica o número de vezes que o experimento foi repetido.

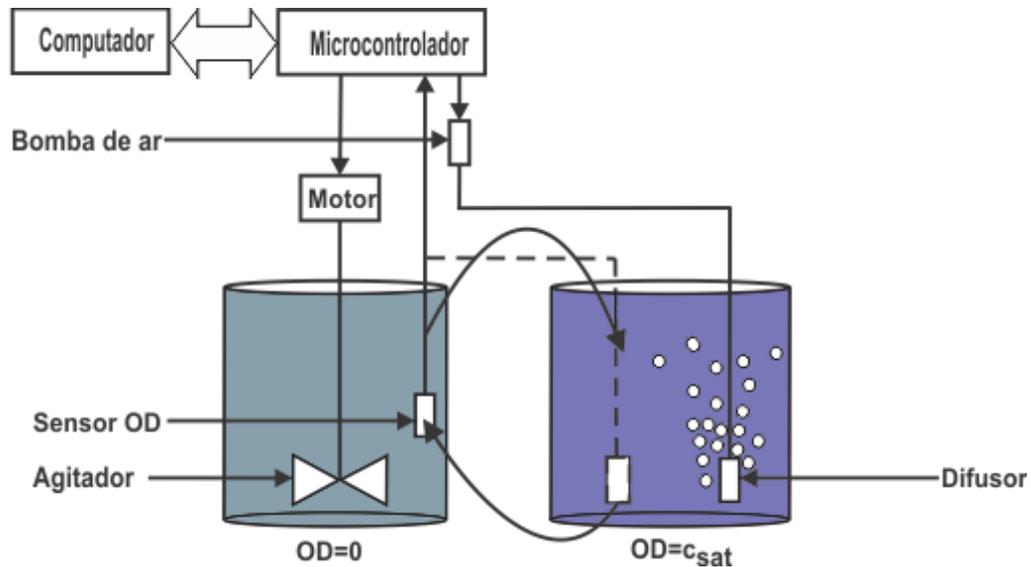


Figura 4.2. Representação do experimento para estimar a constante de tempo do sensor

4.1.2 FILTRO DE VARIÁVEIS DE ESTADO

Para estimar os parâmetros da equação (4.2) é necessário determinar as derivadas do sinal de medição. Isto pode ser realizado por filtros analógicos passa-baixas frequências como, por exemplo, Butterworth, Bessel, etc. O procedimento para o uso de filtro de variáveis de estado é explicado nesta seção aplicado na resolução da temática desta dissertação. Para tanto, considere a seguinte equação diferencial abaixo:

$$\frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n x(t) = b_0 \frac{d^m u(t)}{dt^m} + \dots + b_m u(t). \quad (4.3)$$

Em que $\frac{d^i x(t)}{dt^i}$, denota *i*ésima derivada do sinal de medição $x(t)$ em tempo contínuo (livre do ruído) com $i = 1, \dots, n$. A expressão (4.3) pode ser reescrita como:

$$x^{(n)}(t) + a_1 x^{(n-1)}(t) + \dots + a_n x(t) = b_0 u^{(m)}(t) + \dots + b_m u(t). \quad (4.4)$$

Em que $x^{(i)}(t)$, representa a $i^{\text{ésima}}$ derivada do sinal de medição $x(t)$ em tempo contínuo com $i = 1, \dots, n$. As expressões (4.3) e (4.4), podem ser reescritas de forma alternada no domínio do tempo em função do operador diferencial como:

$$A(p)x(t) = B(p)u(t). \quad (4.5)$$

Sendo que p representa o operador diferencial, isto é, $px(t) = \frac{dx(t)}{dt}$. Considerando $x(t)$ um sinal ruidoso, a expressão (4.5) pode ser reescrita na forma:

$$A(p)y(t) = B(p)u(t) + v(t). \quad (4.6)$$

Ou

$$y(t) = \frac{B(p)}{A(p)}u(t) + \frac{1}{A(p)}v(t). \quad (4.7)$$

Com

$$\begin{aligned} B(p) &= b_0p^m + b_1p^{m-1} + \dots + b_m \\ A(p) &= p^n + a_1p^{n-1} + \dots + a_n, n \geq m \end{aligned} \quad (4.8)$$

Seja $F(p)$ a função de transferência do SVF em p , temos que a ordem mínima do filtro é dada por:

$$F(p) = \frac{1}{(p + \lambda)^n}. \quad (4.9)$$

Neste caso o valor de n representa a ordem mínima do filtro e λ pode representar a largura de banda do filtro. Multiplicando $F(p)$ em ambos os lados da expressão (4.5) e ignorando as condições iniciais temos:

$$A(p)F(p)x(t) = B(p)F(p)u(t). \quad (4.10)$$

A equação (4.10) pode ser reescrita na forma expandida como:

$$(p^n + a_1p^{n-1} + \dots + a_n) \left(\frac{1}{(p + \lambda)^n} \right) x(t) = (b_0p^m + b_1p^{m-1} + \dots + b_m) \left(\frac{1}{(p + \lambda)^n} \right) u(t). \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{p^n}{(p+\lambda)^n} x(t) + a_1 \frac{p^{n-1}}{(p+\lambda)^n} x(t) + \dots + a_n \frac{1}{(p+\lambda)^n} x(t) \\ & = b_0 \frac{p^m}{(p+\lambda)^n} u(t) + b_1 \frac{p^{m-1}}{(p+\lambda)^n} u(t) + \dots + b_m \frac{1}{(p+\lambda)^n} u(t). \end{aligned} \quad (4.12)$$

Chamando $F_i(p)$ para $i = 0, 1, \dots, n$ ser um conjunto de filtros definidos como:

$$F_i(p) = \frac{p^i}{(p+\lambda)^n}. \quad (4.13)$$

Então utilizando os filtros definido acima na equação (4.13), esta pode ser reescrita como:

$$(F_n(p) + a_1 F_{n-1}(p) + \dots + a_n F_0(p)) x(t) = (b_0 F_m(p) + b_1 F_{m-1}(p) + \dots + b_m F_0(p)) u(t) \quad (4.14).$$

Finalmente a equação (4.14) pode ser reescrita com os valores filtrados da entrada, saída e as derivadas destes sinais como:

$$x_f^{(n)}(t) + a_1 x_f^{(n-1)}(t) + \dots + a_n x_f^{(0)}(t) = b_0 u_f^{(m)}(t) + b_1 u_f^{(m-1)}(t) + \dots + b_m u_f^{(0)}(t). \quad (4.15)$$

Com

$$\begin{aligned} x_f^{(i)} &= f_i(t) * x(t) \\ u_f^{(i)} &= f_i(t) * u(t) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Em que $f_i(t)$ representa a resposta ao impulso dos filtros definidos em (4.13), para $i = 0, 1, \dots, n$ e $*$ denota o operador de convolução. As saídas dos filtros em (4.16) fornecem as derivadas no tempo da entrada e saída do sistema que podem ser utilizadas para a estimação de parâmetros.

Assumindo que $F(p)$, seja o filtro Butterworth passa-baixa frequências, é necessário encontrar a função de transferência, normalizado em uma frequência de corte arbitrária w_0 . Isto pode ser determinado pelo procedimento descrito em [30] e demonstrado a seguir:

Seja a equação de um filtro Butterworth com o sinal de entrada $W(p)$ e saída $Z(p)$, representada a seguir:

$$d_n p^n Z(p) + d_{n-1} p^{n-1} Z(p) + \dots + d_1 p Z(p) + d_0 Z(p) = d_0 W(p). \quad (4.17)$$

Para normalizar esta equação em relação à frequência de corte w_0 , é necessário realizar as seguintes substituições:

$$\begin{aligned}
w_0^n &= \frac{d_0}{d_n}; \\
q_i &= \frac{d_i}{d_n} w_0^{i-n}; \\
S &= \frac{p}{w_0}.
\end{aligned} \tag{4.18}$$

Logo, substituindo (4.18) em (4.17). A equação torna-se:

$$S^n Z(p) + q_{n-1} S^{n-1} Z(p) + \dots + q_1 S Z(p) + Z(p) = W(p). \tag{4.19}$$

Portanto, a função de transferência do filtro Butterworth $F(p)$, pode ser escrita em função de uma frequência de corte w_0 arbitrária da seguinte forma:

$$F(p) = \frac{Z(p)}{W(p)} = \frac{1}{S^n + q_{n-1} S^{n-1} + \dots + q_1 S + 1}; \tag{4.20}$$

$$F(p) = \frac{Z(p)}{W(p)} = \frac{1}{\left(\frac{p}{w_0}\right)^n + q_{n-1} \left(\frac{p}{w_0}\right)^{n-1} + \dots + q_1 \frac{p}{w_0} + 1}. \tag{4.21}$$

Utilizando a equação (4.21), pode-se reescrever a equação (4.13) como:

$$F_i(p) = \frac{p^i}{\left(\frac{p}{w_0}\right)^n + q_{n-1} \left(\frac{p}{w_0}\right)^{n-1} + \dots + q_1 \frac{p}{w_0} + 1}. \tag{4.22}$$

Para $i=0,1,\dots,n$ e por fim as derivadas de um sinal qualquer $x(t)$ podem ser determinadas pela seguinte expressão:

$$x_f^{(i)} = p^i F_i(p) x(t) = \frac{p^i}{\left(\frac{p}{w_0}\right)^n + q_{n-1} \left(\frac{p}{w_0}\right)^{n-1} + \dots + q_1 \left(\frac{p}{w_0}\right) + 1} x(t). \tag{4.23}$$

Os coeficientes dos polinômios do denominador de $F(p)$ podem ser obtidos por relações descritas em [31], na Tabela 4.1 temos a representação deles para ordens baixas.

Tabela 4.1. Relação dos coeficientes dos filtros Butterworth de ordem n .

Ordem (n)	Polinômios do denominador (filtro Butterworth)
$n = 1$	$S + 1$
$n = 2$	$S^2 + 1,4142S + 1$
$n = 3$	$S^3 + 2S^2 + 2S + 1$
$n = 4$	$S^4 + 2,6131S^3 + 3,4142S^2 + 2,6131S + 1$
$n = 5$	$S^5 + 3,2361S^4 + 5,2361S^3 + 5,2361S^2 + 3,2361S + 1$
$n = 6$	$S^6 + 3,8637S^5 + 7,4641S^4 + 9,1416S^3 + 7,4641S^2 + 3,8637S + 1$

Demonstrado o projeto do SVF e o cálculo das derivadas do sinal no tempo, considere a situação onde há um ruído aditivo na medição da saída representado na equação (4.6). Logo a equação diferencial (4.15) pode ser reescrita no tempo, na forma de regressão padrão como:

$$y_f^{(n)}(t) = \varphi_f^T(t)\boldsymbol{\theta} + v(t). \quad (4.24)$$

Onde $v(t)$ é um ruído de medição aleatório de média zero e variância v , enquanto:

$$\varphi_f^T(t) = [-y_f^{(n-1)}(t) \cdots -y_f^{(0)}(t) \quad u_f^{(m)}(t) \cdots u_f^{(0)}(t)]; \quad (4.25)$$

$$\boldsymbol{\theta} = [a_1 \cdots a_n \quad b_0 \cdots b_n]^T. \quad (4.26)$$

E os seus coeficientes são determinados pelo método SVF baseado no estimador dos mínimos quadrados que através de N amostras disponíveis dos sinais observados da entrada e saída do sistema. Possui a seguinte forma:

$$\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi})^{-1} \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{Y}_f^{(n)}. \quad (4.27)$$

Onde $\boldsymbol{\Phi}$ é a matriz de regressores, definida por:

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} -y_f^{(n-1)}(1) & \cdots & -y_f^{(0)}(1) & u_f^{(m)}(1) & \cdots & u_f^{(0)}(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -y_f^{(n-1)}(N) & \cdots & -y_f^{(0)}(N) & u_f^{(m)}(N) & \cdots & u_f^{(0)}(N) \end{bmatrix}. \quad (4.28)$$

E $\mathbf{Y}_f^{(n)}$ é o vetor coluna com os valores da n^{th} derivada de $y_f(t)$ no tempo, definido por:

$$\mathbf{Y}_f^{(n)} = \begin{bmatrix} y_f^{(n)}(1) \\ \vdots \\ y_f^{(n)}(N) \end{bmatrix}. \quad (4.29)$$

4.1.3 IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DO REATOR

Foram apresentadas nas seções anteriores a modelagem do sistema proposto, o método alternativo para estimar t_m e, de forma geral, o método SVF para determinar as derivadas de ordem superior do sinal. Portanto agora é possível utilizar a equação (4.2) para estimar os parâmetros do reator (t_k , K_{\max} , c_{sat} e R) com o procedimento descrito a seguir e retratado na Figura 4.3.

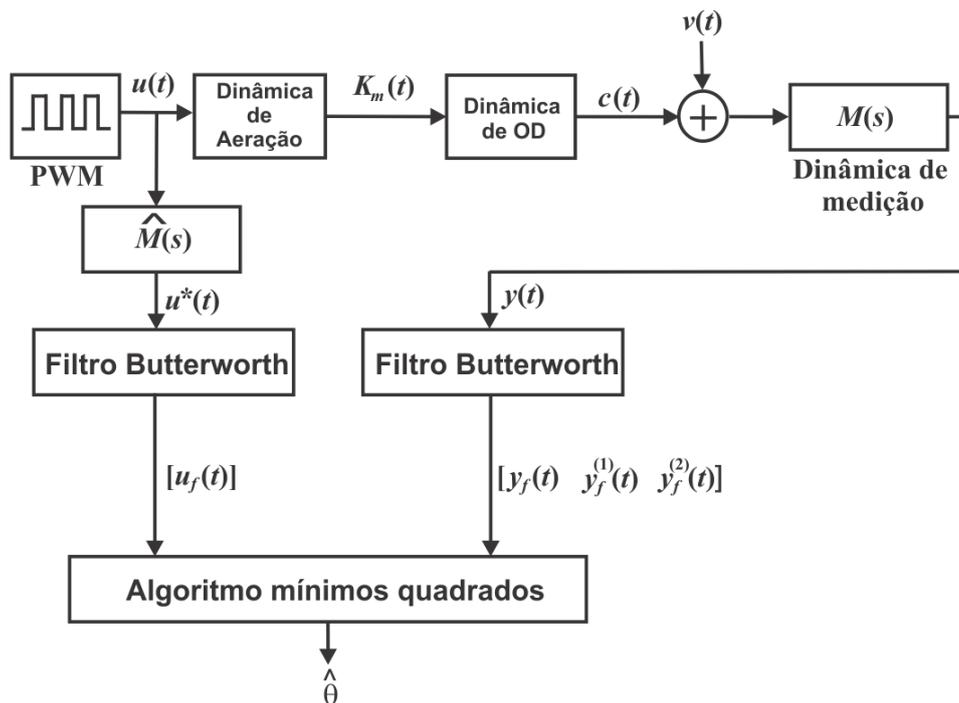


Figura 4.3. Esquema de estimação dos parâmetros.

Primeiro é estimada a constante de tempo do sensor pelo procedimento apresentado na seção 4.1.1. Com o valor de t_m estimado, aplica-se a dinâmica do sensor estimada $M(s)$ como um filtro no sinal de entrada PWM. A finalidade é tentar eliminar a dinâmica de medição aplicando ao sinal de entrada o mesmo efeito da dinâmica do sensor, obtendo assim, uma equação de regressão para estimar os parâmetros do sistema de forma mais simples. Para isto, é estabelecido o seguinte conjunto de dados para identificação.

$$D = \{u^*(t); y(t)\} \quad (4.30)$$

Em seguida, desenvolvendo a equação (4.2) em forma de regressão temos:

$$y_f^{(2)} = \varphi_f^T(t)\theta. \quad (4.31)$$

Em que

$$\boldsymbol{\varphi}_f^T(t) = \begin{bmatrix} -y_f^{(1)}(t) & -y_f(t) \cdot u_f(t) & u_f(t) & -1 \end{bmatrix}; \quad (4.32)$$

$$\boldsymbol{\theta}^T = \begin{bmatrix} 1 & K_{\max} & K_{\max} \cdot c_{sat} & R \\ t_k & t_k & t_k & t_k \end{bmatrix}. \quad (4.33)$$

Para determinar as derivadas do sistema aplica-se nos sinais $u^*(t)$ e $y(t)$ um filtro Butterworth passa-baixas frequências com a função de transferência dada por (4.23) para $i = 0, 1, 2$, onde os coeficientes do denominador são representados pela Tabela 4.1.

Por último a estimação do vetor de parâmetros $\boldsymbol{\theta}$ é realizada pelo estimador dos mínimos quadrados em batelada representado na equação (4.27). A matriz de regressores definida em (4.28) pode ser reescrita para o nosso processo como:

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} -y_f^{(1)}(1) & -y_f(1) \cdot u_f(1) & u_f(1) & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -y_f^{(1)}(N) & -y_f(N) \cdot u_f(N) & u_f(N) & -1 \end{bmatrix}. \quad (4.34)$$

Finalmente, os parâmetros do sistema são reconstruídos a partir dos parâmetros do modelo através das seguintes relações descritas abaixo:

$$\hat{t}_k = \frac{1}{a_1}; \quad (4.35)$$

$$K_{\max} = \hat{t}_k \cdot a_2; \quad (4.36)$$

$$\hat{c}_{sat} = \frac{\hat{t}_k}{K_{\max}} \cdot a_3; \quad (4.37)$$

$$R = -\hat{t}_k \cdot a_4. \quad (4.38)$$

5. SIMULAÇÕES E RESULTADOS EXPERIMENTAIS

No capítulo 4 foi apresentada a modelagem matemática desenvolvida para o reator biológico em estudo e apresentado o procedimento de estimação dos parâmetros do sistema. Neste capítulo, são apresentados simulações e resultados obtidos através do algoritmo proposto para estimar os parâmetros, executado num ambiente computacional utilizando o software MATLAB® [34]. Na próxima seção apresentam-se os resultados de simulação do algoritmo de estimação elaborado neste trabalho, a fim de demonstrar a convergência do mesmo para os parâmetros verdadeiros de simulação.

5.1 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO DO SISTEMA PROPOSTO

Nesta seção o sistema retratado na Figura 4.3 é simulado utilizando o programa MATLAB®, os valores de simulação são descritos na Tabela 5.1. Foi considerado na simulação um ruído branco aleatório de médio zero, adicionado nos valores de $c(t)$ para uma representação mais realística da simulação. Um sinal PWM com a largura de pulso variando de forma aleatória foi utilizado. O tempo de simulação escolhido foi de 30 minutos com um intervalo de amostragem h de 0,1 s e foi assumido que t_m é conhecido e, portanto o filtro $M(s)$ pode ser determinado.

Tabela 5.1. Valores de simulação do sistema.

<i>Parâmetros</i>	<i>Valores</i>
t_k	20 s
t_m	10 s
R	10 mg/l/h
c_{sat}	8 mg/l
K_{max}	10 h ⁻¹
v	(0,02 mg/l) ²
h	0,1 s
n	3
w_0	0,2 rad / s
t_d	60 s

Filtros Butterworth de ordem n com frequência de corte w_0 foram escolhidos para obter os regressores utilizados no algoritmo de estimação dos parâmetros. Antes de iniciar o

algoritmo de estimação é assumido que a aeração do sistema é ligada com um tempo de atraso t_d , tempo necessário para o sinal filtrado estabilizar com os valores medidos de OD.

Os resultados gráficos da simulação são mostrados na Figura 5.1. Observa-se que na presença de ruído, a saída do filtro Butterworth, ou seja, concentração de OD filtrado segue o sinal de OD simulado com menos ruído. Isto se justifica por dois motivos: pela aplicação do próprio SFV e a utilização da dinâmica do sensor como filtro dos valores de $c(t)$.

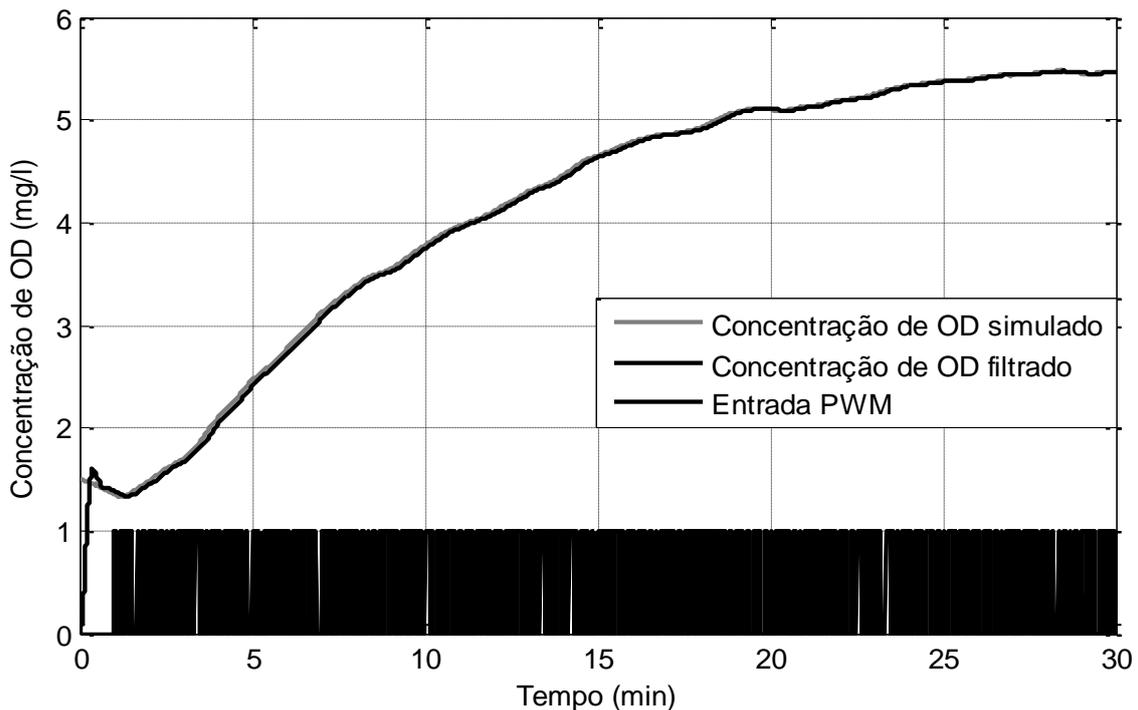


Figura 5.1. Concentração de OD simulada e filtrada e entrada PWM.

O vetor de parâmetros descrito em (4.33) foi estimado a partir do método proposto, utilizando somente os primeiros 15 minutos da simulação.

$$\hat{\theta}^T = [0,0497 \quad 0,0001 \quad 0,0011 \quad 0,0001] \quad (5.1)$$

Os seguintes valores estimados dos parâmetros do sistema são obtidos através das relações descritas de (4.35) até (4.38). Estes valores são apresentados na Tabela 5.2 e comparados com seus respectivos valores verdadeiros. Portanto, temos que os valores dos parâmetros estimados estão próximos dos valores verdadeiros, demonstrando que o algoritmo proposto possui uma boa convergência.

Tabela 5.2. Comparação entre os valores de simulação e estimados.

Parâmetros	Valores	
	Verdadeiro	Estimado
t_k	20 s	20,10 s
K_{\max}	10 h ⁻¹	9,99 h ⁻¹
c_{sat}	8 mg/l	7,91 mg/l
R	10 mg/l/h	9,97 mg/l/h

5.1.1 VALIDAÇÃO DO MODELO PROPOSTO

A fim de validar o modelo proposto que representa o sistema de lodo ativado em escala de bancada, foram utilizados o restante dos dados simulados (15-30 minutos) e os parâmetros estimados anteriormente em uma nova simulação do sistema, utilizando o SIMULINK[®]. Os resultados são mostrados na Figura 5.2.

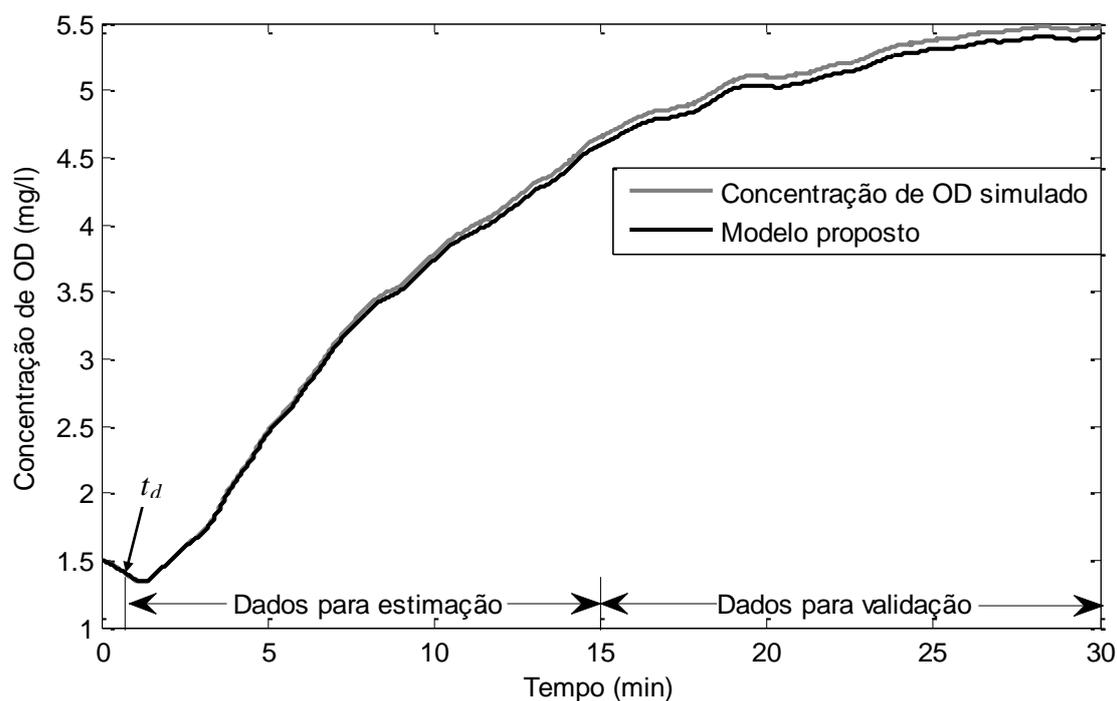


Figura 5.2. Concentração de OD simulada e estimada.

Através do gráfico acima, conclui-se que a saída do modelo determinado, representa os valores simulados das concentrações de OD de forma satisfatória. Logo, através de resultados de simulações apresentados, conclui-se que é possível a aplicação do algoritmo

proposto para estimar os parâmetros do sistema com dados experimentais utilizando o protótipo ilustrado na Figura 3.1.

5.2 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Demonstrado por simulações a viabilidade do algoritmo proposto para identificar o modelo, o mesmo é aplicado em dados experimentais obtidos do protótipo através do sistema de aquisição de dados. Entretanto, primeiro é necessário estimar a constante de tempo do sensor pelo método alternativo descrito em [23]. Os resultados serão mostrados na próxima seção.

5.2.1 ESTIMAÇÃO DA CONSTANTE DE TEMPO DO SENSOR

Para estimar o parâmetro t_m , foram executados para cada etapa (ascendente e descendente) sete experimentos com duração de 3 min cada e intervalo de amostragem $h = 1$ s. Os valores estimados de t_m são apresentados na Tabela 5.3.

Tabela 5.3. Descrição dos resultados da estimação da constante de tempo do sensor.

Experimento	Constante de tempo do sensor estimado	
	Ascendente	Descendente
1	8,54 s	9,1 s
2	9,00 s	8,91 s
3	9,30 s	8,39 s
4	10,24 s	9,51 s
5	9,53 s	9,61 s
6	9,61 s	9,48 s
7	9,36 s	9,65 s

Portanto, considerando somente a etapa ascendente do experimento, temos que a média e o desvio padrão dos valores da constante de tempo estimada são: $\hat{t}_m = 9,369$ s e $\sigma_{t_m} = 0,525$ s, logo a dinâmica do sensor estimada para ser utilizada como filtro dos valores de OD é expressa por:

$$M(s) = \frac{1}{9,369s + 1} \quad (5.2)$$

Para efeito de comparação com os dados experimentais, o modelo determinado da dinâmica do sensor foi simulado. Pelos resultados ilustrados na Figura 5.3, pode-se concluir que o valor estimado de \hat{t}_m é válido.

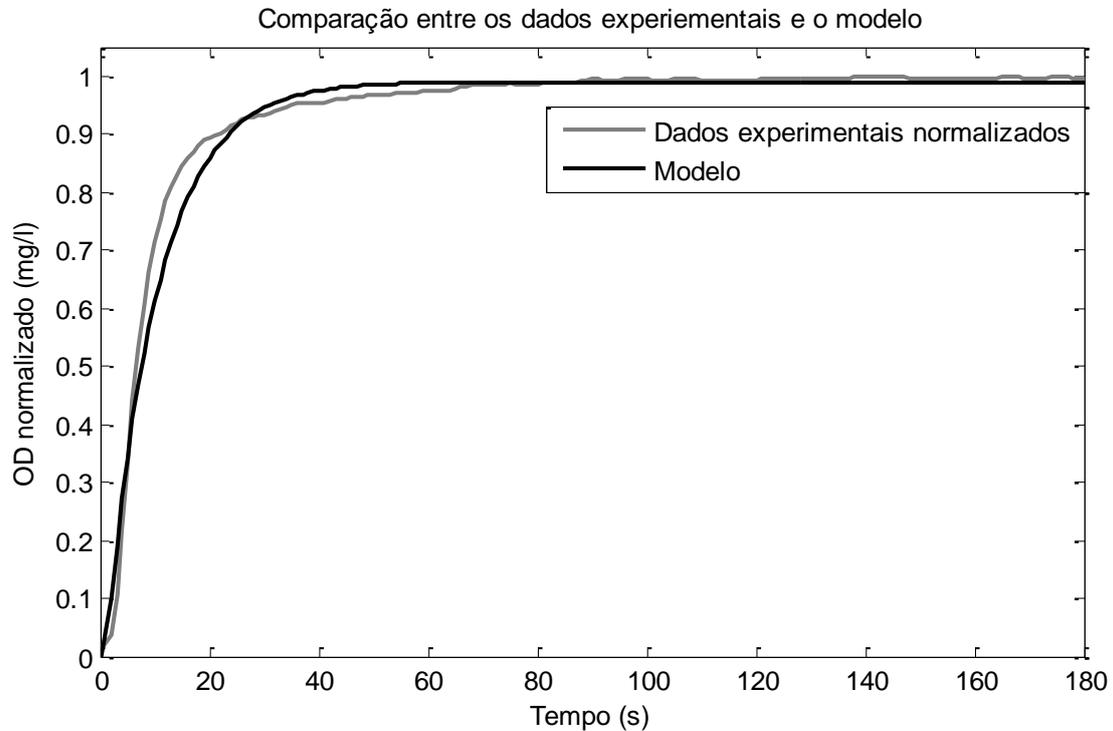


Figura 5.3. Comparação entre os valores de OD experimentais e do modelo.

5.2.2 ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DO REATOR

Conhecido \hat{t}_m ,   possível estimar os demais parâmetros do sistema e assim identificar o modelo para o reator através do algoritmo de estima o por meio de novos experimentos visualizados na Figura 5.4. O vetor de parâmetros estimado e os parâmetros do sistema obtidos são mostrados a seguir.

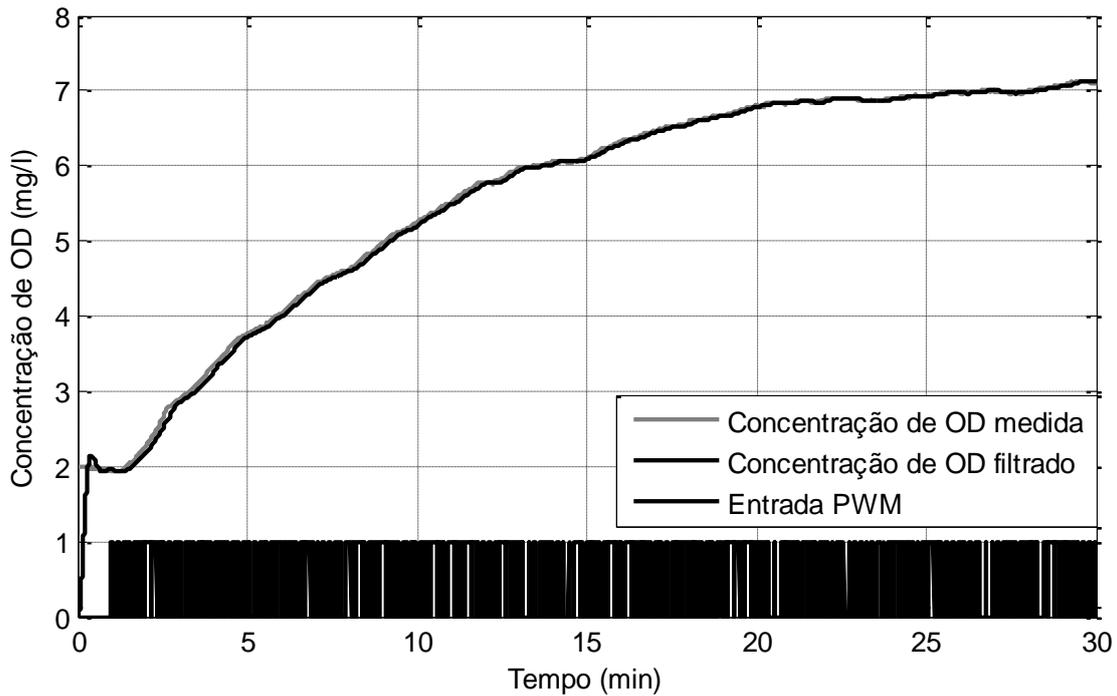


Figura 5.4. Concentração de OD medida e filtrada e entrada PWM.

$$\hat{\theta}^T = [0,1057 \quad 0,0004 \quad 0,0030 \quad 0,0002]; \quad (5.3)$$

$$\hat{t}_k = 9,46 \text{ s}; \quad (5.4)$$

$$K_{\max} = 12,23 \text{ h}^{-1}; \quad (5.5)$$

$$\hat{c}_{sat} = 8,33 \text{ mg/l}; \quad (5.6)$$

$$R = 6,81 \text{ mg/l/h} . \quad (5.7)$$

O modelo proposto foi simulado, utilizando o diagrama de blocos representado na Figura 6.3 no Apendice A, com os parâmetros estimados do sistema e as mesmas especificações do experimento, utilizando o restante dos dados para a validação do mesmo. Os resultados são ilustrados na Figura 5.5. Os valores filtrados da função de transferência de oxigênio para o licor misto, devido ao comportamento dinâmico da aeração, é retratado pela Figura 5.6.

Portanto, temos que o modelo identificado consegue representar o comportamento do reator de lodo ativado projetado em laboratório.

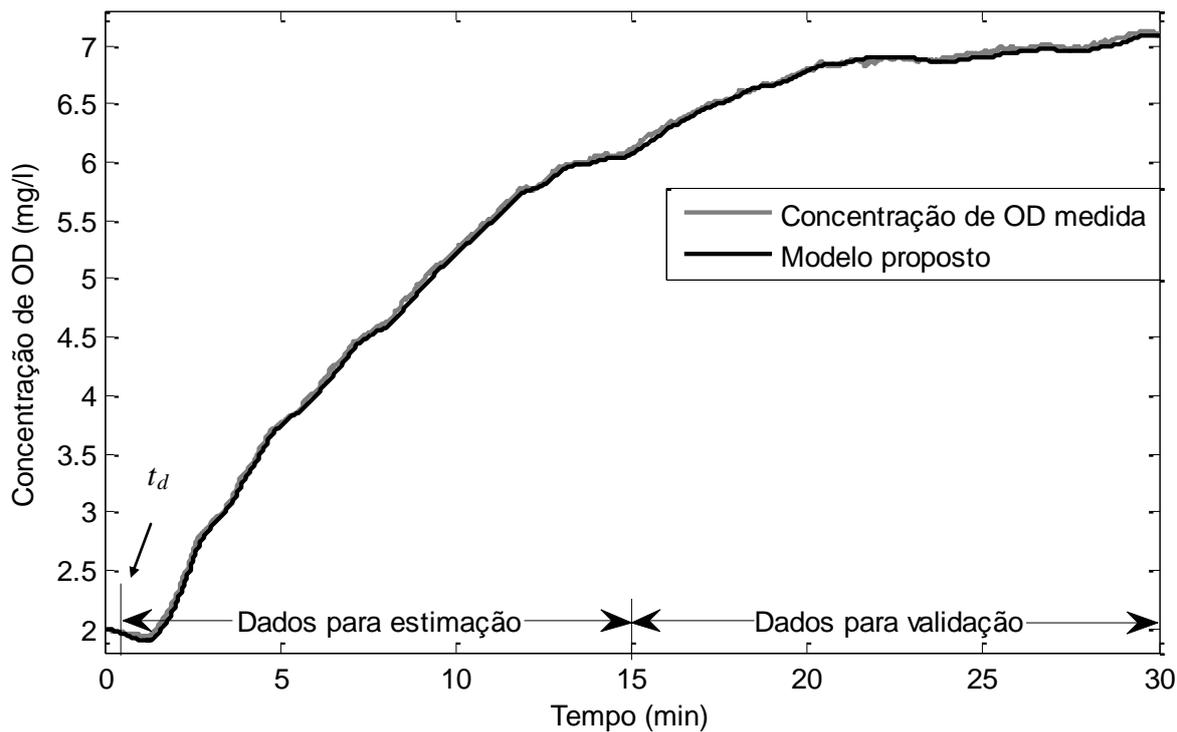


Figura 5.5. Validação do modelo identificado.

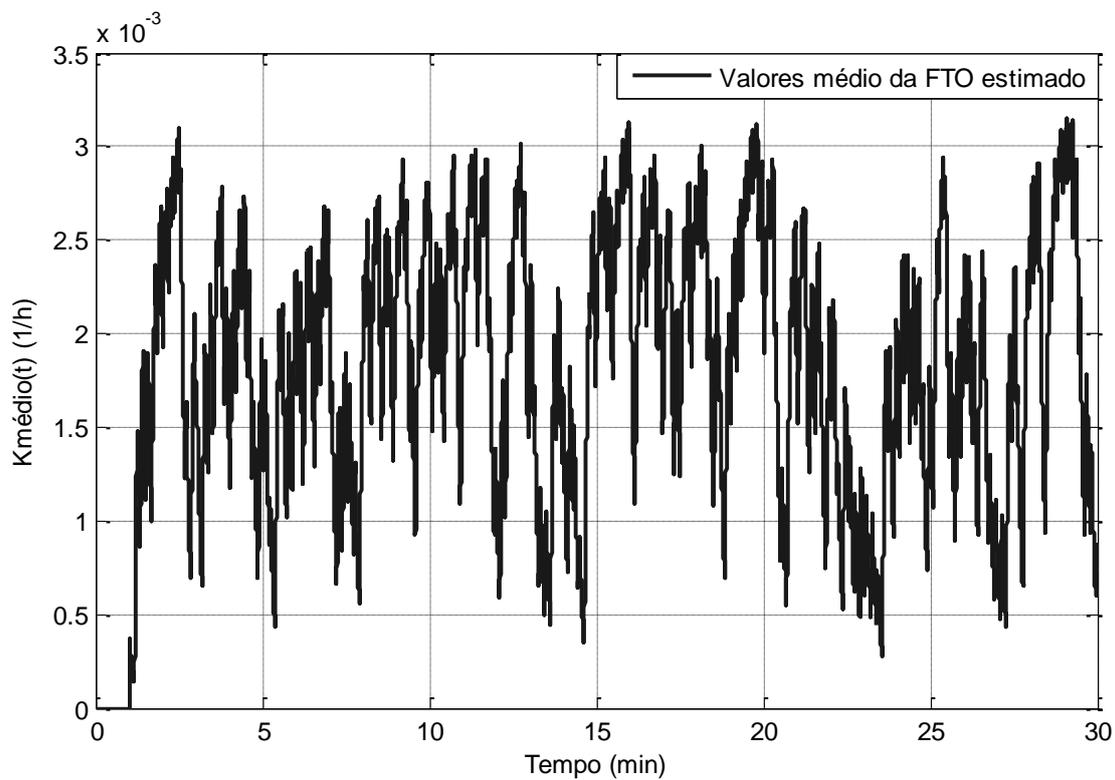


Figura 5.6. Comportamento dos valores médio da função de transferencia de oxigênio no tempo.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi desenvolvida uma modelagem matemática caixa-cinza para o reator de lodo ativado em escala de bancada através da dinâmica de OD, considerando as dinâmicas de aeração e medição do sistema. No desenvolvimento deste estudo foram analisadas algumas técnicas de identificação de sistema com a finalidade de resolver de forma adequada o problema proposto.

Foi verificado que abordagem de identificação de sistemas em tempo contínuo utilizando filtros de variáveis de estado em relação a técnicas de identificação em tempo discreto, proporcionou algumas vantagens com a sua aplicação. Como por exemplo, a utilização da própria equação diferencial no tempo para estimar os parâmetros do sistema, fornecendo relações menos complexas ao reconstruir os parâmetros do sistema. Além de apresentar pouca sensibilidade ao ruído, principalmente com intervalos de amostragem pequenos.

Outro detalhe importante na resolução da problemática deste estudo foi à aplicação da dinâmica do sensor como um filtro passa-baixas dos valores de OD, isto possibilitou uma nova equação de regressão com a ordem reduzida, facilitando o esquema de estimação dos parâmetros do sistema.

Analisando o modelo proposto, crê-se que a sua grande contribuição para trabalhos científicos com temáticas afins é a representação da transferência de OD para dentro do reator através da dinâmica de aeração postulada. Esta representação pode beneficiar sistemas de lodo ativado análogos que tem como finalidade a estimação da TCO variante no tempo.

6.1 PERSPECTIVAS FUTURAS

Com a realização deste trabalho, alguns pontos de discussão foram levantados e que constituem em propostas de continuidade e sugestões para trabalhos futuros. Como continuidade deste trabalho sugere-se:

- Projetar o algoritmo de estimação em tempo contínuo, utilizando filtro de variáveis de estado atrasado (SFVD) descrito em [29] para estimar os parâmetros do sistema.
- Estimar a TCO variante no tempo através do Filtro de Kalman, utilizando o modelo identificado neste estudo, para o reator em escala de bancada.
- Comparar o algoritmo proposto neste trabalho, com algoritmo de estimação em tempo discreto, utilizando a equação (3.14).

APÊNDICE A. DESENVOLVIMENTO DAS EQUAÇÕES DO MODELO

A primeira etapa para determinar esta equação é substituir na dinâmica de OD, com a condição inicial não nula, o modelo da dinâmica do sistema de aeração adotado, portanto temos:

$$sC(s) - c(0) = K_L a(U(s)) [c_{sat} - C(s)] - \frac{R}{s} \quad (\text{A.1})$$

$$sC(s) - c(0) = K_m(s) [c_{sat} - C(s)] - \frac{R}{s} \quad (\text{A.2})$$

$$sC(s) - c(0) = \frac{K_{\max}}{t_k s + 1} U(s) [c_{sat} - C(s)] - \frac{R}{s} \quad (\text{A.3})$$

$$sC(s) - c(0) = \frac{c_{sat} K_{\max}}{t_k s + 1} U(s) - \frac{K_{\max}}{t_k s + 1} U(s) * C(s) - \frac{R}{s} \quad (\text{A.4})$$

$$sC(s) - c(0) = \frac{sc_{sat} K_{\max} U(s) - sK_{\max} U(s) * C(s) - R(t_k s + 1)}{s(t_k s + 1)} \quad (\text{A.5})$$

$$s^3 t_k C(s) + sC(s) - s^2 t_k c(0) - sc(0) = sc_{sat} K_{\max} U(s) - sK_{\max} U(s) * C(s) - Rt_k s - R \quad (\text{A.6})$$

$$s^2 t_k C(s) + sC(s) - s t_k c(0) - c(0) = c_{sat} K_{\max} U(s) - K_{\max} U(s) * C(s) - Rt_k - \frac{R}{s} \quad (\text{A.7})$$

$$t_k [s^2 C(s) - sc(0) + R] = -[sC(s) - c(0)] - K_{\max} \cdot U(s) * C(s) + K_{\max} \cdot c_{sat} \cdot U(s) - \frac{R}{s} \quad (\text{A.8})$$

Portanto aplicando a transformada inversa de Laplace na eq. (A.8), temos a seguinte eq. diferencial no tempo.

$$t_k \frac{d^2 c(t)}{dt^2} = -\frac{dc(t)}{dt} - K_{\max} u(t) \cdot c(t) + c_{sat} \cdot K_{\max} \cdot u(t) - R \quad (\text{A.9})$$

Isolando $C(s)$ na eq. (A.8) temos:

$$C(s) = \frac{K_{\max} c_{sat} U(s)}{(t_k s^2 + s + K_{\max} U(s))} - \frac{R}{s(t_k s^2 + s + K_{\max} U(s))} - \frac{t_k R}{(t_k s^2 + s + K_{\max} U(s))} + \frac{t_k s c(0) + c(0)}{(t_k s^2 + s + K_{\max} U(s))} \quad (\text{A.10})$$

$$C(s) = \frac{K_{\max} c_{sat} s U(s) - R - t_k s R + t_k s^2 c(0) + s c(0)}{s(t_k s^2 + s + K_{\max} U(s))} \quad (\text{A.11})$$

A eq. do sistema inteiro é determinada utilizando a relação $Y(s) = \frac{C(s)}{t_m s + 1} + \frac{t_m y(0)}{t_m s + 1}$,

como descrita abaixo:

$$Y(s) = \frac{K_{\max} c_{sat} s U(s) - R - t_k s R + t_k s^2 c(0) + s c(0)}{s(t_k s^2 + s + K_{\max} U(s))(t_m s + 1)} + \frac{t_m y(0)}{t_m s + 1} \quad (\text{A.12})$$

$$Y(s) = \frac{K_{\max} c_{sat} s U(s) - R - t_k s R + t_k s^2 c(0) + s c(0)}{s(t_k s^2 + s + K_{\max} U(s))(t_m s + 1)} + \frac{t_m y(0) s(t_k s^2 + s + K_{\max} U(s))}{t_m s + 1} \quad (\text{A.13})$$

$$Y(s) = \frac{K_{\max} c_{sat} s U(s) - R - t_k s R + t_k s^2 c(0) + s c(0) + t_m t_k s^3 y(0) + t_m s^2 y(0) + t_m y(0) K_{\max} s U(s)}{s(t_k s^2 + s + K_{\max} U(s))(t_m s + 1)} \quad (\text{A.14})$$

$$Y(s) = \frac{K_{\max} c_{sat} s U(s) - R - t_k s R + t_k s^2 c(0) + s c(0) + t_m t_k s^3 y(0) + t_m s^2 y(0) + t_m y(0) K_{\max} s U(s)}{t_k t_m s^4 + (t_k + t_m) s^3 + [1 + K_{\max} t_m U(s)] s^2 + K_{\max} s U(s)} \quad (\text{A.15})$$

$$Y(s) = \frac{K_{\max} c_{sat} U(s) - \frac{R}{s} - t_k R + t_k s c(0) + c(0) + t_m t_k s^2 y(0) + t_m s y(0) + t_m y(0) K_{\max} U(s)}{t_k t_m s^3 + (t_k + t_m) s^2 + [1 + K_{\max} t_m U(s)] s + K_{\max} U(s)} \quad (\text{A.16})$$

$$t_k t_m \left[(s^3 Y(s) - s^2 y(0)) \right] = K_{\max} c_{sat} U(s) - t_k [s^2 Y(s) - s c(0) + R] - t_m [s^2 Y(s) - s y(0)] - [s Y(s) - c(0)] + K_{\max} t_m U(s) [s Y(s) - y(0)] + K_{\max} U(s) Y(s) - \frac{R}{s} \quad (\text{A.17})$$

$$t_k t_m \frac{d^3 y(t)}{dt^3} = -(t_k + t_m) \frac{d^2 y(t)}{dt^2} - \frac{dy(t)}{dt} + K_{\max} t_m u(t) \cdot \frac{dy(t)}{dt} - K_{\max} u(t) \cdot y(t) + c_{sat} K_{\max} u(t) - R \quad (\text{A.18})$$

A forma discreta da eq. (A.18) é obtida por aproximações por diferenças finitas, como mostrado em [28] e apresentado abaixo.

$$\frac{d^3 y(t)}{dt^3} = \left[\frac{y(k+3) - 3y(k+2) + 3y(k+1) - y(k)}{h^3} \right] \quad (\text{A.19})$$

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = \left[\frac{y(k+2) - 2y(k+1) + y(k)}{h^2} \right] \quad (\text{A.20})$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = \left[\frac{y(k+1) - y(k)}{h} \right] \quad (\text{A.21})$$

$$\begin{aligned} & t_k t_m \left[\frac{y(k+3) - 3y(k+2) + 3y(k+1) - y(k)}{h^3} \right] + (t_k + t_m) \left[\frac{y(k+2) - 2y(k+1) + y(k)}{h^2} \right] \\ & + [1 + t_m K_{\max} u(k)] \left[\frac{y(k+1) - y(k)}{h} \right] + K_{\max} u(k) y(k) = c_{sat} K_{\max} u(k) - R \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

$$\begin{aligned} t_k t_m y(k+3) &= [3t_k t_m - h(t_m + t_k)] y(k+2) + [-3t_k t_m + 2h(t_m + t_k) - h_2] y(k+1) \\ &+ [t_k t_m - h(t_k + t_m) + h^2] y(k) - h^2 t_m K_{\max} u(k) y(k+1) + h^2 t_m K_{\max} u(k) y(k) \\ &- h^3 K_{\max} u(k) y(k) + h^3 c_{sat} K_{\max} u(k) - h^3 R \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

$$y(k+3) = \frac{1}{t_k t_m} \left\{ \begin{aligned} & [3t_k t_m - h(t_m + t_k)] y(k+2) + [-3t_k t_m + 2h(t_m + t_k) - h_2] y(k+1) \\ & + [t_k t_m - h(t_k + t_m) + h^2] y(k) - h^2 t_m K_{\max} u(k) y(k+1) + h^2 t_m K_{\max} u(k) y(k) \\ & - h^3 K_{\max} u(k) y(k) + h^3 c_{sat} K_{\max} u(k) - h^3 R \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.24})$$

$$\begin{aligned} y(k) &= \frac{[3t_k t_m - h(t_m + t_k)]}{t_k t_m} y(k-1) + \frac{[-3t_k t_m + 2h(t_m + t_k) - h_2]}{t_k t_m} y(k-2) \\ &+ \frac{[t_k t_m - h(t_k + t_m) + h^2]}{t_k t_m} y(k-3) - \frac{h^2 t_m K_{\max} u(k-3)}{t_k t_m} y(k-2) \\ &+ \frac{[h^2 t_m - h^3]}{t_k t_m} K_{\max} u(k-3) y(k-3) + \frac{h^3 c_{sat} K_{\max} u(k-3)}{t_k t_m} - \frac{h^3 R}{t_k t_m} \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

Na Figura 6.3, é ilustrado o diagrama do sistema no SIMULINK® para realizar o processo de validação do modelo determinado pelo algoritmo, ou seja, os parâmetros estimados e o sinal de entrada aplicado no experimento são utilizados em uma nova simulação e os valores da concentração de OD comparados com os dados experimentais.

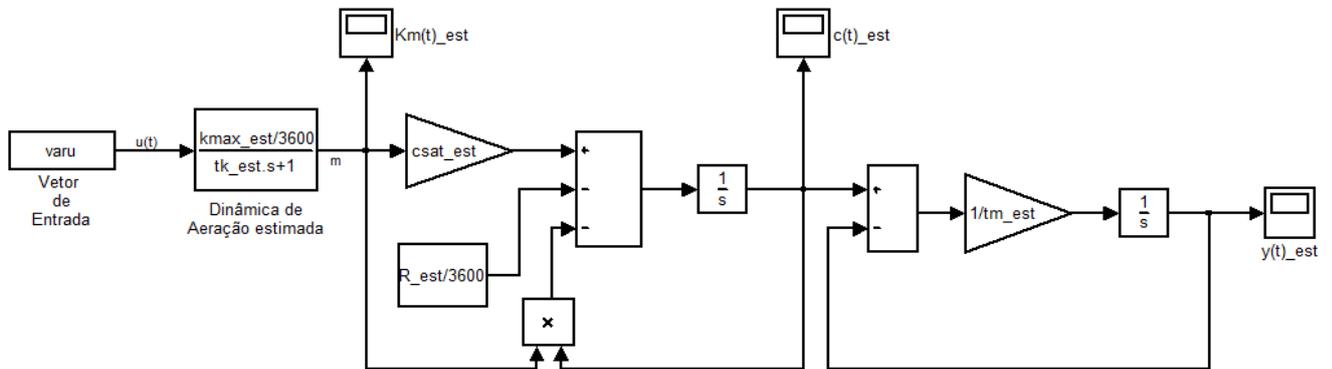


Figura 6.3. Esquema utilizado no SIMULINK® para validar o modelo.

REFERÊNCIAS

- [1] A. van Haandel e G. Marais, *O Comportamento do sistema de lodo ativado: Teoria e aplicações para projetos e operação*, Campina Grande: egraf, 1999.
- [2] C.H. Barcellos e A.R.P. Carvalho, “Tratamento biológico de efluentes”. Disponível em: http://www.kurita.com.br/adm/download/Tratamento_Biologico_de_Efluentes.pdf [Acesso em: 07/03/2011].
- [3] M.B. Beck, “Identification, estimation and control of biological waste-water treatment processes”, *Control Theory and Applications, IEE Proceedings D*, vol. 133, 1986, p. 254-264.
- [4] Sebastian Y. C. Catunda, “Métodos alternativos para medição da taxa de consumo de oxigênio em sistemas de lodo ativado”, *SBA Controle & Automação*, vol. 9, 1998, p. 57-64.
- [5] A. Holmberg, “Microprocessor-based estimation of oxygen utilization in the activated sludge wastewater treatment process”, *International Journal of Systems Science*, vol. 12, 1981, p. 703. [Acesso em: 09/04/2011].
- [6] S. Marsili-Libelli e A. Vaggi, “Estimation of respirometric activities in bioprocesses”, *Journal of Biotechnology*, vol. 52, jan. 1997, p. 181-192. [Acesso em: 09/04/2011].
- [7] O.A.Z. Sotomayor, S.W. Park, e C. Garcia, “Software sensor for on-line estimation of the microbial activity in activated sludge systems”, *ISA Transactions*, vol. 41, abr. 2002, p. 127-143. [Acesso em: 09/04/2011].
- [8] Jose Maria Vargas Lara, “Identificação de modelos para controle preditivo: aplicação a uma planta de lodos ativados”, Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, 2005.
- [9] F.J.S. Silva, S.Y.C. Catunda, J.V.F. Neto, e A.C. van Haandel, “Dissolved oxygen PWM control and oxygen uptake rate estimation using Kalman Filter in activated sludge systems”, *Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC), 2010 IEEE*, 2010, p. 579-584.
- [10] M. von Sperling, *Activated Sludge and Aerobic Biofilm Reactors: Biological Wastewater Treatment Volume 5*, IWA Publishing, 2007.
- [11] G. Tchobanoglous, F.L. Burton, e H.D. Stensel, *Wastewater Engineering: Treatment and Reuse*, McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 2002.
- [12] Carlos Ernando da Silva, “Sistema de lodos ativados”. Disponível em: <http://jararaca.ufsm.br/websites/ces/download/A4.pdf> [Acesso em: 16/07/2011].
- [13] “Mundo do Químico - Onde a Ciência Acontece!” Disponível em:

<http://www.mundodoquimico.hpg.com.br/> [Acesso em: 05/07/2010].

- [14] F.S.B.C. Lima, F.J.S. Silva, S.Y.C. Catunda, e J.V. da Fonseca Neto, “Continuous-time identification of a PWM aerated bench scale activated sludge reactor using state-variable filters”, *2011 IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC)*, IEEE, 2011, p. 1-5.
- [15] C. Fredrik Lindberg, “Control and estimation strategies applied to the activated sludge process”, Tese de Doutorado, Uppsala University, 1997.
- [16] G. Bastin e D. Dochain, *On-line Estimation and Adaptive Control of Bioreactors*, Elsevier Science, 1990.
- [17] V.V. Lira, J.S. da Rocha Neto, P.R. Barros, e A.C. van Haandel, “Automation of an anaerobic-aerobic wastewater treatment process”, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 52, jun. 2003, p. 909- 915.
- [18] V.V. Lira, P.R. Barros, J.S. da Rocha Neto, e A.C. van Haandel, “Estimation of dissolved oxygen dynamics for sequencing batch aerobic reactors”, *Proceedings of the 21st IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2004. IMTC 04*, IEEE, 2004, p. 14- 19 Vol.1.
- [19] S.Y.C. Catunda, G.S. Deep, A.C. van Haandel, e R.C.S. Freire, “Feedback control method for estimating the oxygen uptake rate in activated sludge systems”, *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 48, 1999, p. 864-869.
- [20] S.Y.C. Catunda, G.S. Deep, A.C. van Haandel, e R.C.S. Freire, “Fast on-line measurement of the respiration rate in activated sludge systems”, *Instrumentation and Measurement Technology Conference, 1996. IMTC-96. Conference Proceedings. “Quality Measurements: The Indispensable Bridge between Theory and Reality”*, IEEE, 1996, p. 1320-1325 vol.2.
- [21] G. Andreottola, E.L. de Oliveira, P. Foladori, L. Dallago, R. Peterlini, e M. Cadonna, “Método respirométrico para o monitoramento de processos biológicos”, *Engenharia Sanitaria e Ambiental*, vol. 10, 2005, p. 14-23.
- [22] H. Garnier e L. Wang, *Identification of continuous-time models from sampled data*, Springer, 2008.
- [23] Marsili Libelli S e Barresi C, “Dynamic Compensation of Dissolved Oxygen Probes for Respirometry”, *Conference On Instrumentation, Control and Automation*, Malmö: 2001.
- [24] “The Dissolved Oxygen Handbook: a practical guide to dissolved oxygen measurements”, set. 2009.
- [25] M.A.C. Ferreira, “Desenvolvimento de sensores de oxigênio dissolvido utilizando métodos eletroquímicos e ópticos para monitoramento em tempo real da qualidade da água”, Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2007.

- [26] H. Spanjers, “Respirometry in Activated Sludge”, Tese de Doutorado, Universidade Agrícola de Wageningen, 1993.
- [27] L.A. Aguirre, *Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*, Belo Horizonte - MG: UFMG, 2000.
- [28] J. Kiusalaas, *Numerical Methods in Engineering with MATLAB®*, Cambridge University Press, 2005.
- [29] K.M. Tsang e S.A. Billings, “Identification of continuous time nonlinear systems using delayed state variable filters”, *International Journal of Control*, vol. 60, ago. 1994, p. 159-180. [Acesso em: 21/05/2011].
- [30] R.H. Kohr, “A Method for the Determination of a Differential Equation Model for Simple Nonlinear Systems”, *Electronic Computers, IEEE Transactions on*, vol. EC-12, 1963, p. 394-400.
- [31] R. Isermann e M. Münchhof, *Identification of Dynamic Systems: An Introduction with Applications*, Springer, 2010.
- [32] M. Niethammer, P.H. Menold, e F. Allgöwer, “Parameter and derivative estimation for nonlinear continuous-time system identification”, 2001.
- [33] M. Rachid, S. Victor, A. Oustaloup, e H. Garnier, “An Optimal Instrumental Variable Method for Continuous-Time Fractional Model Identification”, *The International Federation of Automatic Control*, Seoul, Korea: 2008, p. 14379-14384.
- [34] MathWorks, *MATLAB The Language of Technical Computing Desktop Tools and Development Environment*, The MathWorks Inc., 2005.