

Universidade Federal do Maranhão
Centro de Ciências Exatas e Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de
Eletricidade

*Observadores de Estados para Sistemas de
Medição Indireta e Controle **RLQD-GA***

Marcio Mendes Cerqueira

São Luís
2010

Universidade Federal do Maranhão
Centro de Ciências Exatas e Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de
Eletricidade

*Observadores de Estados para Sistemas de
Medição Indireta e Controle **RLQD-GA***

Marcio Mendes Cerqueira

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação
em Engenharia de Eletricidade da UFMA como parte dos
requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre
em Engenharia Elétrica.

São Luís
2010

Cerqueira, Marcio Mendes

Observadores de Estados para Sistema de Medição Indireta e Controle RLQD-GA / Marcio Mendes Cerqueira. - São Luís, 2010.

113f.:il.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Eletricidade. Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal do Maranhão, 2010.

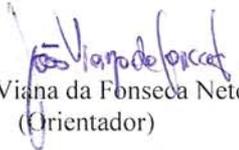
1. Controle automático. 2. Sistemas dinâmicos. 3. Regulador linear quadrático discreto. 4. Algoritmo genético. 5. Sistemas inteligentes.. I.Título.

CDU 62-52

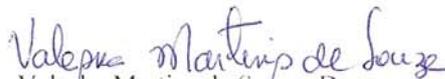
**OBSERVADORES DE ESTADOS PARA SISTEMAS
DE MEDIÇÃO INDIRETA E CONTROLE RLQD-GA**

Marcio Mendes Cerqueira

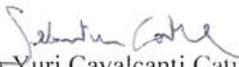
Dissertação aprovada em 05 de fevereiro 2010.



Prof. João Viana da Fonseca Neto, Dr.
(Orientador)



Profa. Valeska Martins de Souza, Dra.
(Membro da Banca Examinadora)



Prof. Sebastian Yuri Cavalcanti Catunda, Dr.
(Membro da Banca Examinadora)

“Diga-me quais são os segredos das Pirâmides que “eu” conquistarei a eternidade”.

João Viana da Fonseca Neto

*Aos meus pais Socorro e Luiz e ao meu irmão Marcos,
à minha namorada Luciana*

Agradecimentos

Em primeiro lugar a Deus, a quem sempre recorri nos momentos difíceis.

Ao meu orientador, Prof^o. Dr. João Viana da Fonseca Neto, pela orientação segura, amizade e companheirismo durante a realização deste trabalho.

A minha sogra que sempre me recebeu bem nos momentos em que eu não tinha onde almoçar e pelos conselhos sobre a vida.

Aos meus afilhados Bruno e Ana Karoline que já fazem parte da minha vida.

Aos grandes amigos do LAC e LCP que me acompanharam e me ajudaram nessa jornada, especialmente Renan Lima, Gustavo de Andrade e João Inácio. A todos que contribuíram de forma direta ou indireta para este trabalho.

A CNPQ pelos recursos financeiros destinados a esse projeto.

RESUMO

Motivado pela necessidade de algoritmos eficientes, apresenta-se o desenvolvimento de uma metodologia para projeto e análise de observadores de estado em malhas aberta e fechada que são dedicados a monitoração e controle de sistemas dinâmicos. O desenvolvimento dos observadores estão fundamentados em modelos OE, descrição no espaço de estados e filtro de *Kalman*. Os modelos são avaliados para o controle da temperatura de um cubo de alumínio que encontra-se no interior de uma estufa. Além das avaliações dos modelos em termos de sua habilidade em representar comportamento de plantas, estes são também avaliados para o projeto do regulador linear quadrático discreto (*RQLD*) que são sintonizados por algoritmos genéticos. Aplicação dos modelos para monitoração é avaliada nas estruturas das malhas aberta e fechada que são representadas por algoritmos em da equação à diferença, tendo em vistas o desenvolvimento de núcleos de *software* para os sistemas de medição indireta.

Palavras-Chave: Observadores de Estado, Identificação de Sistemas, Modelos OE, Filtro de *Kalman*, Algoritmo Genético, Regulador Linear Quadrático Discreto, Sistemas de Medição Indireta.

ABSTRACT

Motivated by the necessity of efficient algorithms, it's presented the development of a methodology for the design and analysis of state observers in open and closed loops that are dedicated to monitoring and control of dynamic systems. The development of observers are based on OE models, description in state space and Kalman filter. The models are evaluated for temperature control of a aluminum cube that is inside of a sterilizer oven. In addition to the models assessment in terms of its ability to represent behavior of plants, these models also evaluated for the design of discrete linear quadric regulator **DLQR** that are tuned by genetic algorithms. The monitoring models are evaluated for open and closed loops structures that are represented by algorithms in terms of difference equations, these algorithms are seen as software core for the indirect measurement systems.

Keywords: State Observers, System Identification, OE Models, Kalman Filter, Discrete Linear Quadratic Regulator, Genetic Algorithms, Indirect Measurement Systems.

Sumário

Lista de Figuras	5
Lista de Tabelas	6
Lista de Símbolos	7
Lista de Abreviaturas e Siglas	9
1 Introdução	10
1.1 Objetivos	11
1.2 Motivação	12
1.3 Contribuições	13
1.4 Organização da Dissertação	13
2 Contextualização e Estado da Arte	15
2.1 Sistemas de Medição Indireta	16
2.2 Identificação de Sistemas	18
2.2.1 Equação à diferença	18
2.2.2 Solução da EAD	19
2.2.3 Estimação dos parâmetros da FT	20
2.3 Observadores de Estado	22
2.3.1 Observador de Luenberger	24
2.3.2 Formulação para Projeto	27
2.3.3 Observador de estado de ordem completa	29
2.3.4 Matriz Controlador-Observador	29
2.4 Projeto dos Controladores RLQ Discretos	30
2.4.1 Problema de Otimização Clássico	31

2.4.2	Solução RLQD	33
2.5	Conclusão	33
3	Caracterização e Formulação do Problema	35
3.1	Caracterização do problema	36
3.2	Modelagem Paramétrica	37
3.2.1	O Modelo OE	37
3.2.2	Modelo no Espaço de Estados	39
3.2.3	Projeto de Observadores de Estados	39
3.2.4	Sistema de aquisição de dados	40
3.3	Formulação do problema	41
3.4	Conclusão	43
4	Modelagem e Observadores de Estados	45
4.1	Medição direta de temperatura	46
4.2	Modelagem do sistema dinâmico	48
4.2.1	EAD-OE de Temperaturas	49
4.3	Observador em Malha Aberta	49
4.3.1	Propriedades Caixa-Cinza	51
4.3.2	Equações à diferença do meio 1	52
4.3.3	Equações à diferença do meio 2	53
4.3.4	Análise dinâmica	57
4.4	Modelagem no Espaço de Estados	65
4.4.1	Aquisição de Dados	66
4.4.2	Análise dos Sinais Medidos	67
4.4.3	Modelagem da Planta	69
4.4.4	Estimativa dos Parâmetros	71
4.4.5	Modelo Discreto	74
4.5	Observador em Malha Fechada	76
4.6	Conclusão	78
5	Projeto RLQD-Genético	79
5.1	Alocação de Autoestrutura	80
5.2	Sintonia RLQD	81

5.3	Descrição no espaço de estados	81
5.4	Sintonia GA	82
5.4.1	População inicial	83
5.4.2	População Final	83
5.4.3	A Solução QR	84
5.5	Análise do Desempenho do RLQD	84
5.6	Conclusão	91
6	Conclusão	92
6.1	Trabalhos Futuros	93
A	Formulação e Equação de Riccati Discreta	94
A.1	Solução do Problema	94
A.2	Solução da EARD	97
A.2.1	O Horizonte Infinito para solução RLQD-EARD	97
A.2.2	Decomposição de autovetores	99
A.2.3	Abordagem do método de Schur	100
A.3	Equações à diferença Acopladas	101
B	QR-Modelos Genéticos	103
B.1	Modelo das matrizes Q e R	103
B.2	Modelo da população QR	104
B.3	Modelo da população inicial	104
B.4	Modelo de avaliação dos cromossomos	105
B.5	Modelos de operações genéticas	105
C	Parâmetros $RLQD - AG_{Q,R}$	108
	Referências Bibliográficas	109

Lista de Figuras

2.1	Diagrama Geral do Sistema de Monitoração-SMI e Controle- RLQD .	15
2.2	Unidades Funcionais do SMI e Natureza dos Estados no Observador.	17
2.3	Regra de um observador em um sistema de controle.	23
2.4	Forma geral do Observador de Luenberger.	25
2.5	Projeto RLQD e Observador de Estado.	31
3.1	Sistema de Controle RLQD ajustável	36
3.2	Diagrama do experimento do sistema de medição SMI.	40
3.3	Problema da medição não invasiva	42
3.4	SMI com observador de Estados em Malha Fechada.	42
4.1	Estufa Térmica.	46
4.2	Temperaturas medidas no forno esterilizador.	47
4.3	Diagrama geral para planta térmica.	48
4.4	Diagrama de Blocos do observador em Malha Aberta para medições não invasivas.	50
4.5	Temperaturas medidas na câmara interna.	51
4.6	Temperaturas estimadas e medidas no interior do objeto.	53
4.7	Estimação das temperaturas T_2^u devido a temperatura T_u do atuador.	54
4.8	Temperaturas T_2^{T1} estimada e T_1 medida.	55
4.9	Temperaturas T_2^{T0} estimada e T_0 medida.	56
4.10	Erros de medição direta e da medição não invasiva.	58
4.11	Estimação de erros - temperaturas estimadas e medidas com sensores.	59
4.12	Pólos e zeros das Funções de Transferência do SMI.	60
4.13	Resposta ao degrau das temperaturas estimadas T_{12} e T_{20}	61
4.14	Resposta ao degrau das temperaturas estimadas T_{21} e T_2u	62

4.15	Diagrama de Bode das FT das temperaturas estimadas, a) T^{12} e b) T^{20}	63
4.16	Diagrama de Bode das FT das temperaturas estimadas, a) T^{21} e b) T^{2u}	64
4.17	SMI com observador em Malha Fechada.	66
4.18	Variações das Varáveis Medidas Temperaturas.	68
4.19	Variações por faixas das Temperaturas T_1 e T_2	69
4.20	Variações por faixas das Temperaturas ambiente e T_2	69
4.21	Modelo de 1ª ordem para T_1 e Erro da Estimativa.	72
4.22	Modelo de 1ª ordem para T_{21} e T_{2u} e Erros da Estimativas.	73
4.23	Modelo de 1ª ordem para T_0 e Erro da Estimativa.	74
4.24	Temperaturas no Interior da Estufa e Erros da Estimação.	75
4.25	Temperaturas Estimadas no interior da Estufa.	77
5.1	Paradigma de Controle Ótimo RLQD	81
5.2	Pólos e zeros da FT do SMI com controle RLQD	85
5.3	Resposta ao degrau da temperatura estimada T_{12}	86
5.4	Resposta ao degrau da FT do SMI com controle RLQD	87
5.5	Resposta ao Impulso da Temperatura Estimada T_{12}	88
5.6	Resposta ao Impulso da FT com Controle RLQD	89
5.7	Diagrama de Bode da Temperatura Estimada T^{12} com controle RLQD	90

Lista de Tabelas

4.1	Pólos, zeros e ganhos das Funções de Transferência do SMI. . . .	60
4.2	Figuras de mérito no domínio da frequência das temperaturas estimadas.	64
4.3	Parâmetros das funções de transferência	72
4.4	Ganhos do Filtros de <i>Kalman</i>	77
5.1	Sensibilidades normalizadas - Estatísticas população inicial	83
5.2	Sensibilidades normalizadas - Estatísticas população final.	83
5.3	Autovalores parte real - Estatísticas.	84
5.4	Pólos, zeros e ganhos das Funções de Transferência do SMI controle RLQD	85
5.5	Figuras de Mérito do Sistema para Resposta ao Degrau.	87
5.6	Características do Sistema para Resposta ao Impulso.	89
5.7	Análise em frequência do Controle RLQD	91
C.1	Parâmetros iniciais do algoritmo Genético	108
C.2	Parâmetros da população inicial da matriz Q	109
C.3	Parâmetros da população inicial da matriz R	109
C.6	Autovalores e Sensibilidades - Limites	109
C.4	Alelos que seguem a estratégia de mutação proposta no algoritmo	110
C.5	Fatores de mutação dos alelos selecionados	110

Lista de Símbolos

BW	Largura de banda
C_c	Capacidade térmica do lado frio
C_s	Capacidade térmica do dissipador
G_s	Condutância térmica do dissipador para o ambiente
G_c	Condutância térmica do lado frio
G_m	Condutância térmica do interior da célula Peltier
GM	Margem de Ganho
G_{T2Tu}	Função de Transferência do modelo no operador q , sendo as variações da temperatura no interior do forno são guiadas pela contribuição da temperatura na fonte de calor
G_{T2T1}	Função de Transferência do modelo no operador q , sendo as variações da temperatura no interior do forno são guiadas pela contribuição da temperatura dentro do forno
G_{T2T0}	Função de Transferência do modelo no operador q , sendo as variações da temperatura no interior do forno são guiadas pela contribuição da temperatura do ambiente
G_{T1}	Função de Transferência do objeto
G_{T0}	Função de Transferência do ambiente
G_{Tu}	Função de Transferência da fonte de calor
c_i	Calor específico no i -ésimo meio
I	Corrente elétrica aplicada a célula
I_o	Corrente de polarização
m_i	Massa de um corpo no i -ésimo meio
M_r	Resposta de frequência ou valor de pico de ressonância
k_{ij}	Condutâncias térmicas i para o meio j
PM	Margem de fase

R_m	Resistência elétrica da célula
T_c	Temperatura do lado frio
T_k^0	Temperatura do ambiente
T_k^1	Temperatura do objeto dentro do forno
T_k^2	Temperatura no interior do forno
T_k^u	Temperatura da fonte de calor
$T_k^{2,i}$	Contribuição da temperatura T_2 para estimação da temperatura no interior do forno
T_i	Conjunto de modelos de entrada
u_k	Vetor de entrada
u_{k-1}	Seqüência passada do vetor de controle
V_{in}	Tensão de entrada
V_{out}	Tensão de saída
y_k	Vetor de saída
$\hat{\Theta}$	Estimador não Recursivo
$\hat{\Theta}_{LS}$	Estimador Recursivo
Ω	OHM
ω_g	Frequência natural amortecida
ω_f	Frequência de corte
ω_r	Frequência de ressonância
ζ	Fator de amortecimento

Lista de Abreviaturas e Siglas

AG	Algoritmo Genético
A/D	Analógico / Digital
RNA	Redes Neurais Artificiais
EAD	Equações a diferença
EARD	Equação Algébrica de Riccati Discreto
ARX	Autoregressivo (Modelo de Identificação Autoregressivo com entrada extra)
CI	Circuito Integrado
FT	Função de Transferência
K	Ganho do Regulador Linear Quadrático
LQG	Gaussiano Linear Quadrático
LAC	Laboratório de Automação e Controle
LCP	Laboratório de Controle de Processos
RLQD	Regulador Linear Quadrático Discreto
LTR	Recuperação da Malha de Transferência
OE	Output-Error (Erro-Saída)
EDO	Equações Diferenciais Ordinárias
CP	Computador Pessoal
SMI	Sistemas de Medição Indireta

CAPÍTULO 1

Introdução

O comportamento de sistemas dinâmicos pode ser avaliado por meio de modelos matemáticos que baseiam-se nas observações (medições) de certas saídas que são adquiridas durante as modalidades operacionais das plantas. Porém as amostras podem ser difíceis de obter, devido ao custo dos sensores e da instrumentação, à limitação do espaço físico, inserção dos sensores e às limitações tecnológicas operacionais dos sistemas de sensores.

A teoria de observadores de estado contribui de forma marcante com as suas estruturas para a realização de estados que não fazem parte do conjunto de medições. Estas estruturas geram estados que são variáveis originadas de artifícios algébricos (matemáticos), como também representam variáveis físicas que não são medidas por sensores.

Uma reflexão em relação aos parágrafos anteriores, faz-se necessário estimar parâmetros de modelos matemáticos de sistemas dinâmicos que conseguem estimar os estados não medidos e gerar os estados que são meramente matemáticos. Estes modelos dinâmicos são convertidos em algoritmos que são utilizados como núcleo de estimação dos sistemas de medição indireta (SMI). Devido a importância dos observadores de estados, o objeto desta pesquisa é a investigação de métodos para determinação de parâmetros de equações à diferença.

Neste trabalho é apresentado o desenvolvimento de um modelo para sistemas de medição indireta (ou não invasiva), tendo como abreviação SMI, que é orientado às avaliações do comportamento das temperaturas dentro dos objetos. Dado um conjunto de medidas diretas das temperaturas, os parâmetros de mod-

elos *Output-Error* (OE) são estimados para serem usados como parâmetros das funções de transferência das equações à diferença (da Fonseca Neto *et al.* 2008). Especificamente, o alvo principal é a medida da temperatura dentro de um objeto que representa o elemento do sistema de medição não invasiva ou indireta.

Para superar estas dificuldades, pesquisadores vêm desenvolvendo modelos que levam em consideração as representações matemáticas e/ou lógicas das interações dinâmicas entre as variáveis de processo que não podem ser medidas diretamente por sensores. Os sistemas de medida (não-invasivos) indiretos tornaram-se uma alternativa ((Braga *et al.* 2008), (Mouzinho *et al.* 2005) e (Baili and Fleury 2004))para solucionar os problemas relacionados com custo e barreiras tecnológicas dos sensores.

O sistema de medição indireta considerado é composto de *Hardware* e de Modelos matemáticos para tempo real. O *Hardware* de tempo real (Shaw 2001) são os sensores, os atuadores, os circuitos do controle e o microcontrolador. O *software* de tempo real é o sistema operacional e o núcleo do SMI que baseia-se em modelos matemáticos de filtragem e de estimação. A metodologia é avaliada para um sistema dinâmico, a planta é o forno esterilizador e um objeto metálico ou cerâmico no seu interior.

A teoria de controle ótimo *Regulador Linear Quadrático Discreto* (**RLQD**) é utilizada para o projeto de sistemas de controle de plantas que são modeladas por meio de observações (medições diretas). Este pode ser visualizado como uma aplicação particular de um problema de otimização, a estrutura de otimização é utilizada para estabelecer a formulação matemática do problema de controle ótimo. No caso do **RLQD**, o desempenho do controle é avaliado por função de custo J que é um funcional dos estados do sistema e dos vetores de entrada, ponderado por matrizes bem definidas.

1.1 Objetivos

Gerais

Apresentar modelos em equações à diferença para desenvolvimento de uma metodologia para o projeto e implementação de observadores de estados para monitoração e controle de sistemas dinâmicos.

Específicos

1. Desenvolver um modelo polinomial OE-*Output Error* da família *Box-Jenkins* para o projeto de observadores de estado em malha aberta. A equação à diferença do observador é utilizada como núcleo de *software* de um sistema de medição indireta.
2. Desenvolver modelos no espaço de estados e aplicar a teoria da Filtragem de *Kalman* para o projeto de observadores em malha fechada.
3. Aplicar o método para o projeto e sintonia de sistemas de controle digital do tipo regulador linear quadrático discreto (**RLQD**).
4. Avaliar o desempenho dos observadores para medição indireta das temperaturas em materiais cerâmicos e cubos de alumínio.
5. Utilizar a componente de controle inteligente para sintonia dos ganhos dos controladores (**RLQD**).

1.2 Motivação

Aplicar as metodologias estudadas durante o mestrado, aliado as teorias assimiladas durante os cursos oferecidos pelo programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, tais como: Sistemas Lineares, Identificação de Sistemas, Sistemas Embarcados, Instrumentação Eletrônica, Análise de Sinais e Sistemas e Redes Neurais aplicadas a plantas e materiais, onde utilizaram-se os recursos do Laboratório de Automação e Controle (LAC) e Laboratório de Controle de Processos (LCP) foram o grande desafio a ser superado no intuito de se realizar um bom trabalho de dissertação.

O surgimento das aplicações de controle no contexto de programação dinâmica adaptativa foram o estímulo científico e tecnológico para o desenvolvimento desta pesquisa, envolvendo as teorias de controle digital e ótimo e teoria de identificação de sistemas. Outra motivação para a realização destes estudo são os sistemas de medição indireta que consiste dos algoritmos de estimação (*software*) e do *hardware* uma vez que aliar estas duas tecnologias enriquece ainda mais o trabalho.

1.3 Contribuições

Como contribuição podemos citar uma metodologia para identificação de modelos e observadores de estado para monitoração e controle de sistemas de controle **RLQ** discreto que estão fundamentados na teoria de identificação, controle ótimo e observadores de estado. Como resultado desta pesquisa temos um SMI que consiste da união *hardware* e *software*, um modelo no espaço de estado para projeto de controladores e um observador para realimentação dos estados não disponíveis para medição.

Esta metodologia é baseada em um modelo matemático caixa cinza que representa o sistema térmico e um sistema embarcado para carregar no sistema de medida indireta. As seguintes referências asseguram que o desenvolvimento de sistemas indiretos é problema a ser pesquisado devido a seu impacto tecnológico (Moudden and Boubal 2001), (Haihong Zhang 2004), (Angrisani and Schiano Lo Moriello 2005) e (De Capua 2004).

1.4 Organização da Dissertação

A dissertação é organizada em Capítulos que descrevem o desenvolvimento de uma metodologia para modelagem polinomial no espaço de estados de sistemas dinâmicos que é utilizada para fins de projeto de controladores e realização de observadores de estado.

Desta forma, o conteúdo da dissertação é apresentado sequencialmente desde o estado da arte, fundamentação teórica, modelagem da planta, aplicações em sintonia de controladores **RLQD** por meio de algoritmos genéticos e no final encontram-se as Conclusões e os Apêndices que complementam o trabalho. A seguir, resume-se o conteúdo dos Capítulos da dissertação.

O estado da arte, apresentado no Capítulo 2, envolve o desenvolvimento de pesquisas em modelagem de sistemas dinâmicos, medição indireta e aplicações em controle que estão orientadas para o projeto de controladores ótimos **RLQD** e observadores de estado.

A caracterização e formulação do problema de medição indireta, sua fundamentação teórica e aplicação em sistemas térmicos são abordadas no Capítulo 3. Apresenta-se um estudo detalhado (análise das funções transferência, medições

diretas) da metodologia e dispositivos que são utilizados para a realização das medições indiretas.

No Capítulo 4 apresenta-se o modelo paramétrico Erro-Saída (*Output-Error*) como alternativa para núcleos de estimação em sistemas de medição indireta. As análises de desempenho das estabilidade no domínio da frequência é avaliada para a medição de temperatura no interior de uma estufa.

No Capítulo 5 aborda-se a aplicação dos modelos no espaço de estado para o projeto de sistemas de **RLQD**-Genético. Este projeto baseia-se na realimentação de estados que pode ser realizada pelo observador do SMI e a sintonia do **RLQD** via Algoritmos Genéticos. A abordagem discreta para controle incorpora o modelo no espaço de estados para projeto e estrutura de estimação para realização do observador de estados do sistema de medição indireta.

Por fim, no Capítulo 6 são feitas as devidas conclusões e comentários. No Apêndice A apresenta-se a formulação no contexto de controle ótimo e a sua solução pelo método de *Schur*. No Apêndice B apresentam-se os modelos do algoritmo genético para as buscas das matrizes de ponderação do projeto **RLQD**, as condições iniciais e os parâmetros da busca dos ganhos controlador são apresentadas no Apêndice C.

Contextualização e Estado da Arte

As equações à diferença desenvolvidas nesta dissertação estão inseridas nos contextos de identificação de sistemas, observadores de estado, sistemas de medição indireta e projeto de controladores **RLQD**. A abordagem do estado da arte segue formulação geral em termos dos três contextos que estão representados pelos elementos do diagrama de blocos da Figura 2.1.

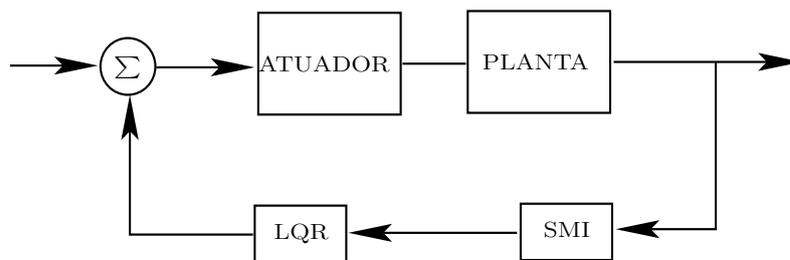


Figura 2.1: Diagrama Geral do Sistema de Monitoração-SMI e Controle-**RLQD**.

A Figura 2.1 é utilizada para ilustrar contextualização das metodologias na pesquisa, sendo estabelecida pela associação dos elementos do diagrama com as respectivas áreas do conhecimento, conforme listadas:

1. Sistemas de medição indireta associados com o observadores de estado (Teoria de Espaço de Estados e Equações à diferença)

2. Observadores de estado associados com a teoria da identificação (Estimação Paramétrica) e processos estocásticos (Teoria de *Kalman* para sintonia de ganhos do observador), desenvolvimento de modelos dos sistemas dinâmicos e sintonia de ganhos do observador
3. Controladores **RLQD** (Projeto e Sintonia dos Ganhos). Investiga-se o projeto controle **RLQD** para atender demandas de monitoração e de realizações em controle inteligente.

Considerando os três contextos citados acima, apresenta-se uma descrição do estado da arte em identificação de sistemas (Estimação Paramétrica de modelos Box-Jenkins, funções de transferência e descrição no espaço de estados), sistemas de medição indireta e observadores de estado (Variáveis para o Controle) e sintonia **RLQD**. A pesquisa bibliográfica, desenvolvida nesta dissertação, tem o intuito de agregar os conhecimentos teóricos e práticos em torno de um arcabouço para realização de observadores para SMI e projetos **RLQD**.

Apresenta-se nas próximas Seções o estado arte da modelagem de sistemas dinâmicos para medição não invasiva, projeto de observadores e os métodos de sintonia de ganhos de controladores.

2.1 Sistemas de Medição Indireta

A evolução tecnológica de dispositivos de estado sólido inspirou o desenvolvimento de novas teorias, tais como: monitoração e controle sistemas do mundo real baseados em modelos e redes neurais artificiais (RNA). Em face à possibilidade tecnológica da realização dos SMI por meio dos avanços na microeletrônica, tornando-se possível a implementação dos métodos que demandam potência computacional para atender requisitos de tempo real crítico (Shaw 2001) para modelagem, monitoração e controle de sistemas dinâmicos.

Na Figura 2.2 mostra-se os blocos funcionais para realização de sistemas de medição indireta (SMI) baseados em observadores de estado. Verifica-se que a medição direta é uma das condições necessárias, nesta abordagem. Os outros blocos funcionais são as *interface*, para manipular (traduzir) o conhecimento de outros ambientes que influenciam o desempenho do SMI. O microcontrolador rep-

resentado por linhas pontilhadas que abrigam os seguintes blocos funcionais: observador de estado, interface e aquisição de dados (Taylor 1999). O sistema de medição direta fornece o suporte para estimação das variáveis que não fazem parte do conjunto de medições.

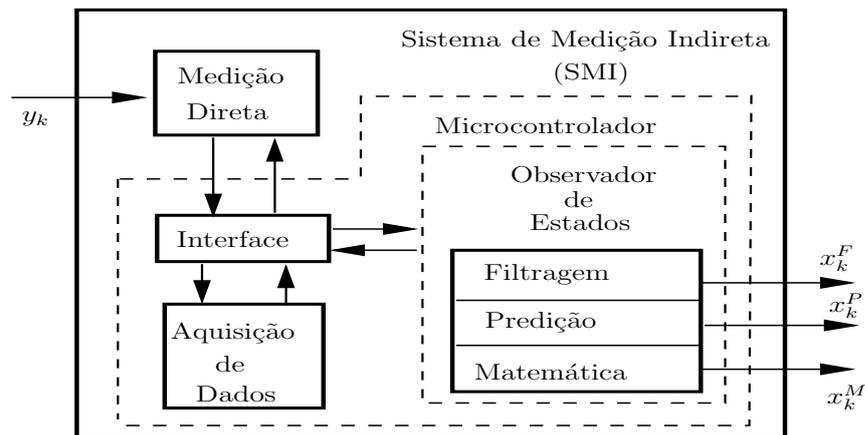


Figura 2.2: Unidades Funcionais do SMI e Natureza dos Estados no Observador.

Muitas vezes, os estados são difíceis de serem medidos, ou serem modelados matematicamente. No nosso caso, o observador realiza duas funções que são: estimativa do estado ¹ de um objeto sem sensor e filtragem do estado que é medido diretamente com um sensor. Ainda, os observadores de estado são vistos neste texto, como um dispositivo que constrói os estados para fins de Monitoração e Controle do sistema dinâmico de SMI.

As teorias de controle adaptativo, teorias de Inteligência Computacional, sintonia em tempo real para controladores por Algoritmos Genéticos tornaram realizáveis a teoria de controle ótimo. Melhores desempenhos destes controladores são obtidos para situações em que todos os estados dos sistemas são acessíveis para uma realimentação completa dos estados. Conseqüentemente, o desenvolvimento de algoritmos de observadores de estado são imprescindíveis para realização do

¹O estado de um sistema dinâmico é o menor conjunto de variáveis (chamado variáveis de estado) tal que o conhecimento destas variáveis em $t = t_0$, juntamente com a entrada para $t \geq t_0$, determina completamente o comportamento do sistema para qualquer instante $t \geq t_0$. Portanto, o estado de um sistema dinâmico no instante t é unicamente determinado pelo estado no instante t_0 e a entrada para $t \geq t_0$, é independente do estado e da entrada antes de t_0 .

controle **RLQD** de alto desempenho. A associação dos sistemas de medição indireta com os observadores de estado consiste da realização das EAD, estas equações representam os observadores e são núcleo de *software* dos SMI da estimação e filtragem digital. As referências (Mouzinho *et al.* 2005), (Bilski and Winiecki 2005) e (Smith and Ponci 2007) apresentam avanços, conceitos e implementação para o desenvolvimento dos sistemas de medição indireta ou medição não invasiva.

2.2 Identificação de Sistemas

Os desenvolvimentos teóricos e aplicações de identificação de sistemas orientados para estimação de modelos para observadores de estado são os principais alvos dos estudos e discussões que são apresentados nesta seção. Estes modelos são utilizados em sistemas de medição e projeto de sistemas controle ótimo. Como também, aborda-se os fundamentos da teoria da identificação que é utilizada na realização dos modelos para observadores de estado que formam o núcleo de predição (*software*) de sistemas de medição indireta.

2.2.1 Equação à diferença

Os valores das grandezas de saída (observações) são utilizados para representar o sistema dinâmico por meio de equações à diferença (EAD) (D.G. 1966)

Considera-se o conjunto (y_k, k) que é formado por uma sequência de sinais amostrados y_k associados com o índice k que representa a evolução temporal do vetor y_k . Formalizando uma definição de sequências de sinais,

$$(y_k, k) = \{y_k \in R^{m \times 1} \quad e \quad ; k \in Z^+ | y = (y_k^1, \dots, y_k^q) ; k = t_k\} \quad (2.1)$$

No desenvolvimento, a equação à diferença é uma estrutura algébrica que pode ser utilizada para representar/modelar o comportamento de um sistema dinâmico.

A equação é exposta em termos da saída em função dela própria e dos sinais de controle em função dos deslocamentos no tempo dos sinais observados (entradas e saídas) que é representado por

$$y_k = f_y [y_{k-1}, y_{k-2}, \dots, y_{k-n}, u_k, u_{k-1}, \dots, u_{k-m}] \quad (2.2)$$

A equação à diferença para y_k como saída e u_k como vetor de entrada é estabelecida como uma combinação linear destas variáveis,

$$y_k + a_{n-1}y_{k-1} + \dots + a_0y_{k-n} = b_mu_k + b_{m-1}u_{k-1} + \dots + b_0u_{k-m} \quad (2.3)$$

A equação à diferença linear é chamada de equação à coeficientes constantes ou invariantes no tempo e os valores a_i e b_j são independentes de k . De forma similar, a seqüência u_k , $i = 1, \dots, m$ do sinal de controle u_k é representada em função da medida de saída e dos sinais de controle que é dada por:

$$u_k = f_u [y_k, y_{k-1}, \dots, y_{k-n}, u_{k-1}, u_{k-2}, \dots, u_{k-m}] \quad (2.4)$$

A lei do controle é função de seqüências finitas dos vetores de saída $y_k = (y_k, \dots, y_{k-n})$ e das seqüências passadas $u_{k-1} = (u_{k-1}, \dots, u_{k-m})$ do vetor de controle.

O próximo passo consiste em determinar como é estabelecida esta funcionalidade para a lei de controle. Neste caso o esforço de controle é representado como uma combinação linear destas variáveis, sendo chamada de equação à diferença para o esforço de controle u_k . Considerando a Equação (2.3) com $b_m = 1$, a lei de controle u_k é dada por

$$u_k = -b_{m-1}u_{k-1} - \dots - b_0u_{k-m} + a_{n-1}y_{k-1} + \dots + a_0y_{k-n} \quad (2.5)$$

2.2.2 Solução da EAD

Para resolver a equação à diferença apresenta-se uma abordagem em transformada Z. O operador em atraso é dado por

$$\begin{aligned} z\{f_{k-n}\} &= z^{-n}F(z) \\ &= z^{-n}f_0 - \dots - zf_{n-1} \end{aligned} \quad (2.6)$$

e no operador avanço é dado por

$$\begin{aligned} z\{f_{k+n}\} &= z^nF(z) \\ &= -z^n f_0 - \dots - zf_{n-1} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Considerando a Equação (2.3) que é a equação à diferença linear a coeficientes constantes ou invariantes no tempo. A EAD é estabelecida por uma combinação linear das variáveis de entrada e saída que é dada por

$$y_{k+n} + a_{n-1}y_{k+n-1} + \dots + a_1y_{k+1} + a_0y_k = b_m u_{k+m} + b_{m-1}u_{k+m-1} + \dots + b_0u_k$$

tendo y_{k+n} como saída e u_{k+m} como vetor de entrada. De forma genérica, aplicando a transformada Z temos como resultado

$$(z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \dots + a_1z + a_0)Y(z) = (b_mz^m + b_{m-1}z^{m-1} + \dots + b_0)U(z) \quad (2.8)$$

Fatorando para o operador atraso, a função de transferência é dada por

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_mz^m + b_{m-1}z^{m-1} + \dots + b_0}{z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \dots + a_1z + a_0} \quad (2.9)$$

2.2.3 Estimação dos parâmetros da FT

Os parâmetros da FT são estimados pela minimização do erro entre a observação e estimação (método dos mínimos quadrados). Assumindo o caráter discreto do sistema, pois os dados coletados são amostrados no tempo, têm-se as sequências aplicadas de estímulo e respostas, u_k e y_k , respectivamente, sendo k um número inteiro referente a uma respectiva amostra.

A função de transferência para um determinado processo pode ser expressa pela Equação (2.9) e na forma de EAD é dada por

$$y_k = a_{n-1}y(k-1) + \dots + a_0y(k-n) + b_{m-1}u(k-1) + \dots + b_0u(k-m) \quad (2.10)$$

assumindo que u_k e y_k são nulos para índices k negativos. Definindo o k -ésimo vetor de regressores como

$$d_k = [y(k-1)y(k-2)\dots y(k-n)u(k-1)\dots u(k-m)]^T \quad (2.11)$$

e o vetor dos parâmetros como:

$$\theta = [a_{n-1}\dots a_0, b_{m-1}\dots b_0]^T \quad (2.12)$$

A saída pode ser expressa em termos do produto dos vetores de dados e parâmetros:

$$y_k = d_k^T \theta \quad (2.13)$$

usando um vetor de parâmetros estimados de θ , como θ^T tem-se um erro na estimação de y_k , ou seja,

$$y_k = d_k^T \theta + e_k \quad (2.14)$$

Se k variar de n e ir até N , resultará em um sistema de equações $y(n) = d^T(n)\theta^T + e(n)$ até $y(N) = d^T(N)\theta^T + e(N)$. Então, têm-se um vetor de saída $y(N)$ como

$$y(N) = [y(n)...y(N)]^T \quad (2.15)$$

Define-se a matriz de regressores como sendo,

$$D(N) = [d(n)...d(N)]^T = \begin{bmatrix} d^T(n) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ d^T(N) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

e a matriz de erros como,

$$e(N) = [e(n)...e(N)]^T \quad (2.17)$$

Para um vetor estimado dos parâmetros pode-se escrever o sistema de equações na forma,

$$y(N) = D(N)\theta^T + e(N) \quad (2.18)$$

sendo,

$$e(N) = y(N) - D(N)\theta^T \quad (2.19)$$

para se estimar o vetor de parâmetros θ^T é preciso minimizar a soma dos quadrados dos erros, ou seja,

$$J = \sum_{k=n}^N e_k^2 = e^T(N)e(N) \quad (2.20)$$

substitui-se $e(N)$,

$$J = [y(N) - D(N)\theta^T][y(N) - D(N)\theta^T] \quad (2.21)$$

Deriva-se em relação ao parâmetro θ ,

$$\frac{\partial J}{\partial \theta} = -y(N)D(N) + \theta^T D^T(N)D(N) = 0 \quad (2.22)$$

ou melhor,

$$D^T(N)D(N)\theta^T = D^T(N)y(N) \quad (2.23)$$

e por fim,

$$\theta^T = [D^T(N)D(N)]^{-1}D^T(N)y(N) \quad (2.24)$$

a matriz θ^T é a solução para estimação dos parâmetros da função de transferência (Ljung 1987).

2.3 Observadores de Estado

Para (Ellis 2002) existem pelo menos quatro desvantagens causados por sensores. Primeiro, sensores são caros, o custo de um sensor pode aumentar substancialmente o preço de um sistema de controle. Em muitos casos, os sensores e seu

cabeamento estão entre os componentes mais caros do sistema. Segundo, sensores e suas ligações associadas reduzem a confiabilidade do sistema de controle. Terceiro, alguns sinais são impossíveis de medir. Os objetos a serem medidos podem ser inacessíveis por diversas razões, como ambientes insalubres e de difícil movimentação entre o controlador e o sensor (por exemplo a medição de temperatura de um motor). Quarto, sensores usualmente induzem erros significativos assim como ruídos estocásticos, erros cíclicos e flexibilidade limitada.

Os observadores podem ser usados para substituir sensores no sistema de controle. Podem ser vistos em termos práticos como algoritmos que combinam sinais percebidos com outros conhecimentos de sistema de controle para produzir sinais observados. Estes sinais observados podem ser mais precisos, menos caros e mais confiáveis que os sinais percebidos. Os observadores oferecem uma alternativa para adicionar novos sensores ou atualizar os já existentes. Na Figura 2.3 mostra-se o diagrama do observador com os principais blocos funcionais.

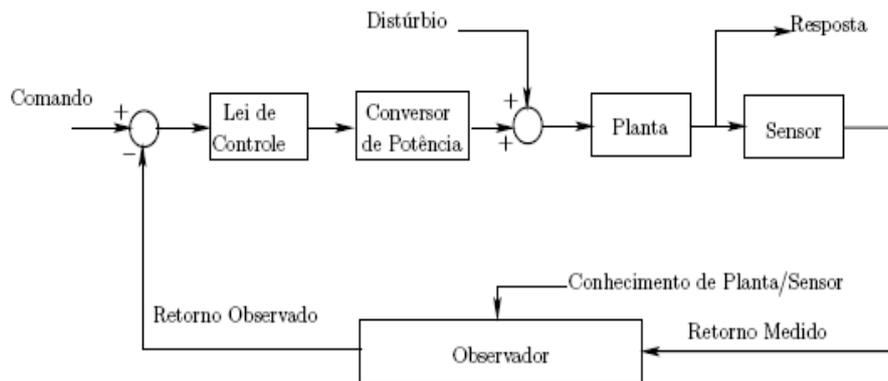


Figura 2.3: Regra de um observador em um sistema de controle.

Conforme apresentado na Figura 2.3, mostra-se a combinação dos conhecimentos da planta, conversor de potência e um dispositivo de retorno para extrair o sinal. O princípio de um observador: as interações um sinal de retorno medido com conhecimento de componentes de sistema de controle, o comportamento da planta pode ser conhecido (determinado ou estimado) com grande precisão do que quando é usado somente sinal de retorno, na Figura 2.3, o observador aumenta a saída do sinal do sensor e proporciona um sinal de retorno para lei de controle.

Os observadores por si só adicionam complexidade ao sistema e requerem

recursos computacionais, no entanto, podem ser menos robustos que sensores físicos, especificamente quando os parâmetros da planta mudam substancialmente durante a operação. E ainda, um observador aplicado com perícia pode trazer benefícios de desempenho e ainda, em muitos casos, reduzir custos ou aumentar confiabilidade.

A maior parte da teoria de projeto de controle moderno está baseada na suposição de que o vetor de estado do sistema a ser controlado está disponível por medição direta. Mas em muitas situações práticas, somente poucas quantidades de saída estão disponíveis. (Ellis 2002) demonstra como as entradas e saídas disponíveis de um sistema podem ser usadas para construir uma estimativa do vetor de estado do sistema, no qual o dispositivo responsável pela reconstrução do vetor de estado² é chamado de observador de Luenberger, ou somente, observador. Este trabalho deu início a teoria dos observadores de estado (D.G. 1964) (Fuhrmann 2008).

2.3.1 Observador de Luenberger

Um observador é uma estrutura matemática que combina saída, sensor e planta excitada com modelo de plantas e sensores. Um observador provém do sinal de retorno que é superior à saída do sensor sem observador. O observador de Luenberger combina 5 elementos: uma saída sensor, $Y(s)$, um conversor de potência (excitação da planta), $P_c(s)$, um modelo (estimação) da planta, $G_{P_{est}}(s)$, um modelo de sensor, $G_{S_{est}}(s)$ e um compensador, $G_{co}(s)$, conforme pode ser visto na Figura 2.4.

²Se n variáveis de estado são necessárias para descrever completamente o comportamento de um dado sistema, então estas n variáveis de estado podem ser consideradas como as n componentes de um vetor $x(t)$. Tal vetor é chamado de vetor de estado. Um vetor de estado é portanto um vetor que determina unicamente o estado do sistema $x(t)$ para qualquer $t \geq t_0$, uma vez que a entrada $u(t)$ para $t \geq t_0$ seja especificada.

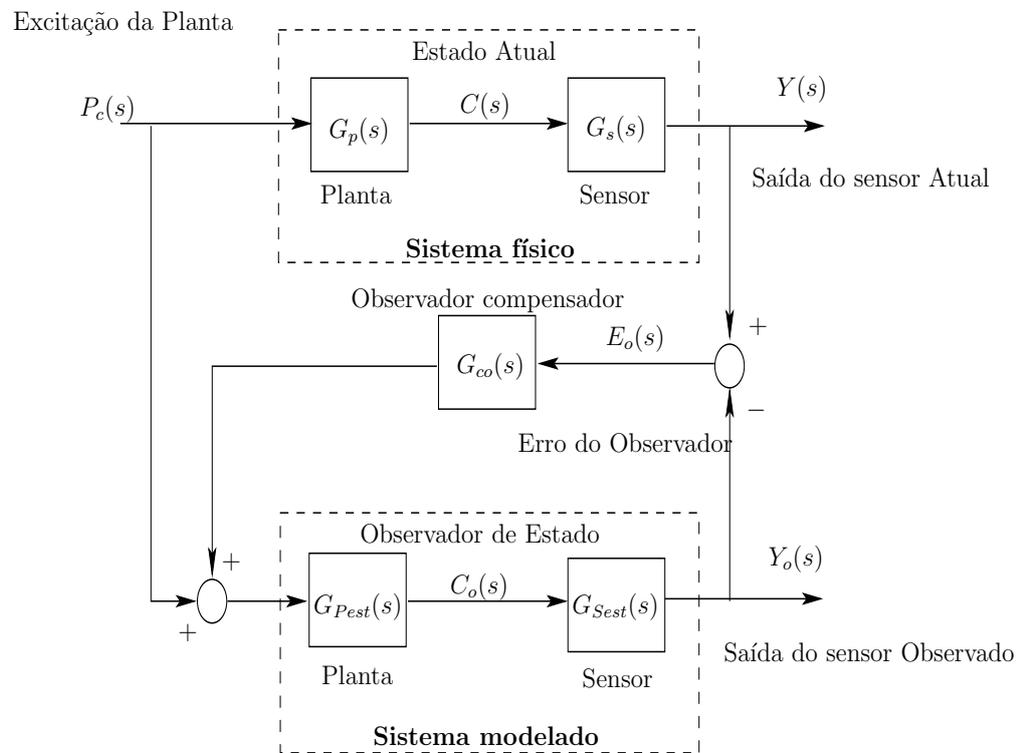


Figura 2.4: Forma geral do Observador de Luenberger.

Luenberger demonstrou que se um sistema é linear, seu vetor de estado pode ser aproximadamente reconstruído através do projeto de um observador. O vetor de estado de ordem “ n ” e com “ m ” saídas independentes pode ser reconstruído com um observador de ordem “ $n - m$ ”, reconstruindo o restante dos estados a partir de equações diferenciais. Mostrou também que o projeto de um observador para um sistema com “ m ” saídas pode ser reduzido a um projeto de “ m ” observadores como se fossem subsistemas com saídas simples, reduzindo sua complexidade (D.G. 1966).

Projeto de Controle

Na abordagem do projeto de controle por realimentação de estados é assumido que todas as variáveis de estados³ estejam disponíveis para realimentação, que por sua vez é um princípio básico para a realização de controle. Na prática, contudo, nem todas as variáveis de estados estão disponíveis para a realimentação, devido a natureza intrínseca do processo ou planta que absorve ou transforma a variável, ou então do ponto de vista técnico ou econômico seja inviável a construção de um dispositivo para medir diretamente a variável de interesse. Então, é necessário estimá-las ou aproximá-las das variáveis reais.

Ordem dos Observadores

Alguns métodos estão disponíveis para estimar as variáveis de estados não-mensuráveis sem o processo de diferenciação. A estimação de variáveis de estado não-mensuráveis é comumente chamado de observação como já foi dito. Um dispositivo (computador ou programa) que aproxima as variáveis de estados é chamado de observador de estado ou simplesmente um observador. Se por outro lado, observa-se todas as variáveis de estados do sistema, sem se importar que algumas variáveis estejam disponíveis para medida direta, é chamado observador de estados de ordem completa.

Existem determinados momentos que é necessário a observação de somente variáveis de estado não-mensuráveis, mas não daquelas que são diretamente ou completamente mensuráveis. Desde que essas variáveis sejam observáveis e linearmente relacionadas às variáveis de estados, somente $n-m$, sendo n a dimensão do vetor de estado e m é a dimensão do vetor de saída.

Um observador que estima menos do que n variáveis de estados é chamado de

³As variáveis de estado de sistema dinâmico são o menor conjunto de variáveis que determina o estado do sistema dinâmico. Se pelo menos n variáveis $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ são necessárias para descrever completamente o comportamento de um sistema dinâmico (tal que uma vez dada a entrada para $t \geq t_0$ e o estado inicial em $t = t_0$ é especificado, o estado futuro do sistema esteja completamente determinado), então as n variáveis $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ são um conjunto de variáveis de estado. Logo, as variáveis de estado não precisam ser grandezas fisicamente mensuráveis ou observáveis. Em termos práticos, é conveniente escolher grandezas facilmente mensuráveis para as variáveis de estado, pois as leis de controle ótimo requerem a realimentação de todas as variáveis de estado com ganhos adequados.

observador de estado de ordem reduzida. Se a ordem do observador de estado de ordem reduzida é a mínima possível, então o observador é chamado de observador de estado de ordem mínima.

Vantagens

Em alguns casos o observador pode ser usado para melhorar o desempenho do sistema. Isto pode ser mais preciso que sensores ou podem reduzir o retardo de fase inerente no sensor. Podem também prover sinais de distúrbio observados que podem ser usados para apurar a resposta de distúrbio. Em outros casos, eles podem reduzir custo do sistema pelo aumento do desempenho de um sensor de baixo custo, no entanto os dois juntos podem prover desempenho equivalente ao sensor de alto custo. Em casos extremos, observadores podem eliminar um sensor ao todo, reduzindo o custo do sensor e o cabeamento associado.

2.3.2 Formulação para Projeto

O projeto de um observador de estado consiste na determinação de uma matriz de ponderação, cuja finalidade é minimizar o erro entre as variáveis do sistema real e as do observador de estado. A matriz de ponderação deve satisfazer a dois critérios: ser assintoticamente estável e possuir velocidade de resposta satisfatória. Os requisitos para a matriz de ponderação são obtidos a partir dos autovalores das matrizes de observabilidade e de controlabilidade. Dessa forma, o projeto de um observador de estado de ordem completa, compreende, a determinação de uma matriz de ponderação apropriada, que possui autovalores especificados pelo projetista.

Um observador estima as variáveis de estado baseado nas medidas das variáveis de saída e de controle, onde os conceitos de observabilidade representam uma importante regra. Como deverá ser visto posteriormente, os observadores de estado podem ser projetados se e somente se a condição de observabilidade for satisfeita.

Na seguinte discussão sobre observadores de estado, usa-se a notação \hat{x} para representar o vetor de estado observado. Em muito casos práticos, esse vetor é usado na realimentação de estado para gerar o vetor de controle desejado. Considere o sistema definido por

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \quad (2.25)$$

$$y_k = Cx_k \quad (2.26)$$

E o estado x seja aproximado pelo estado \hat{x} do modelo dinâmico.

$$\hat{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + Bu_k + L(y_k - C\hat{x}_k) \quad (2.27)$$

que representa o observador de estado (Ogata 1995). O observador de estado possui y_k e u_k como variáveis de entradas e \hat{x}_k como variável de saída. O termo $L(y_k - C\hat{x}_k)$ é a correção que envolve a diferença existente entre a saída medida y_k e a saída estimada $C\hat{x}_k$ e a matriz L serve como matriz de ponderação. O termo de correção monitora o estado \hat{x}_{k+1} .

Condições Necessária e Suficiente

A condição necessária e suficiente para a determinação da matriz ganho do observador L para os autovalores desejados de $A - LC$ é dada por

$$\dot{z} = A^*z + C^*v$$

sendo completamente estável e controlável.

A condição completa do estado de controlabilidade para este sistema dual é que o *rank* de

$$\begin{bmatrix} C^* & : & A^*C^* & : & \dots & : & (A^*)^{n-1}C^* \end{bmatrix}$$

seja n . Esta é a condição para a observabilidade completa do sistema original definido pelas Equações (2.25) e (2.26). Isto significa que a condição necessária e suficiente para a observação de estado do sistema definido pelas equações (2.25) e (2.26) é que o sistema seja completamente observável.

Em seguida, será discutido os detalhes do observador de estado cujas características dinâmicas são determinadas pelas matrizes A e B e pelo termo de correção adicional, que envolve a diferença entre a saída medida e a saída estimada. Neste caso, as matrizes A e B usadas no modelo e àquelas do sistema real são as mesmas.

2.3.3 Observador de estado de ordem completa

Assume-se que o sistema seja definido pelas equações (2.25) e (2.26) e o modelo do observador seja definido pela Equação (2.27).

Para obter a equação de erro do observador, subtrai-se a Equação (2.27) da Equação (2.25).

$$\begin{aligned}
 \hat{x}_{k+1} - x_{k+1} &= A\hat{x}_k + L(Cx_k - C\hat{x}_k) - Ax_k \\
 &= LCx_k + A\hat{x}_k - LC\hat{x}_k - Ax_k \\
 &= \hat{x}_k(A - LC) - x_k(A - LC) \\
 &= (\hat{x}_k - x_k)(A - LC) \\
 &= (A - LC)(\hat{x}_k - x_k)
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

o vetor e_k é a diferença entre x_k e \hat{x}_k :

$$e_k = \hat{x}_k - x_k \tag{2.29}$$

a Equação (2.28) torna-se

$$e_{k+1} = (A - LC)e_k \tag{2.30}$$

Com base na Equação (2.30) observa-se que o comportamento dinâmico do vetor de erro é determinado pelos autovalores da matriz $A - LC$. Se a matriz $A - LC$ é estável, o vetor de erro deverá convergir para zero para qualquer vetor erro inicial $e(0)$. Isto é, \hat{x}_k deverá convergir para x_k considerando os valores de $x(0)$ e $\hat{x}(0)$. Se os autovalores da matriz $A - LC$ são escolhidos de tal forma que o comportamento dinâmico do vetor erro seja assintoticamente estável e adequadamente rápido, então qualquer vetor de erro deverá tender para zero (origem) com uma velocidade adequada (Ogata 1995).

2.3.4 Matriz Controlador-Observador

Se o sistema é completamente observável, é possível escolher a matriz L tal que $A - LC$ possui autovalores arbitrariamente desejados, isto é, a matriz de ganho L

pode ser determinada para produzir a matriz desejada $A - LC$ (Ogata 1995).

$$u_k = -Kx_k + v_k = - \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & \dots & K_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1k} \\ x_{2k} \\ \vdots \\ x_{nk} \end{bmatrix} + v_k \quad (2.31)$$

Tomando $v_k = 0$ e usando \hat{x} no lugar de x obtêm-se a seguinte lei de controle

$$u_k = -K\hat{x}_k \quad (2.32)$$

substituindo a Equação (2.32) na Equação (2.25) têm-se

$$x_{k+1} = Ax_k - BK\hat{x}_k \quad (2.33)$$

substituindo o valor \hat{x} da Equação (2.29) na Equação (2.33)

$$x_{k+1} = Ax_k - BK[e_k + x_k] \quad (2.34)$$

Organizando em forma de matrizes de estado as Equações (2.30) e (2.34). A matriz Controlador-Observador é dada por

$$\begin{bmatrix} e_{k+1} \\ x_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - LC & 0 \\ -BK & A - BK \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_k \\ x_k \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Observa-se as seguintes características nas interações entre os estados estimados e o erro da estimação. Um aumento do erro provoca problemas nas ações do controle. Observando o termo do erro, verifica-se que o projeto do observador não sofre influência direta dos ganho do controlador.

2.4 Projeto dos Controladores RLQ Discretos

A realização do projeto **RLQD** exige o desenvolvimento de observadores de estados para a realimentação completa de seus estados, os projetos do **RLQD** e

dos observadores de estado envolve o desenvolvimento de métodos para síntese e análise do seu desempenho que estão associados com sistemas de aquisição de dados, identificação de sistemas e os métodos para o projeto do controle **RLQD** e observadores de estado, conforme apresentado na Figura 2.5.

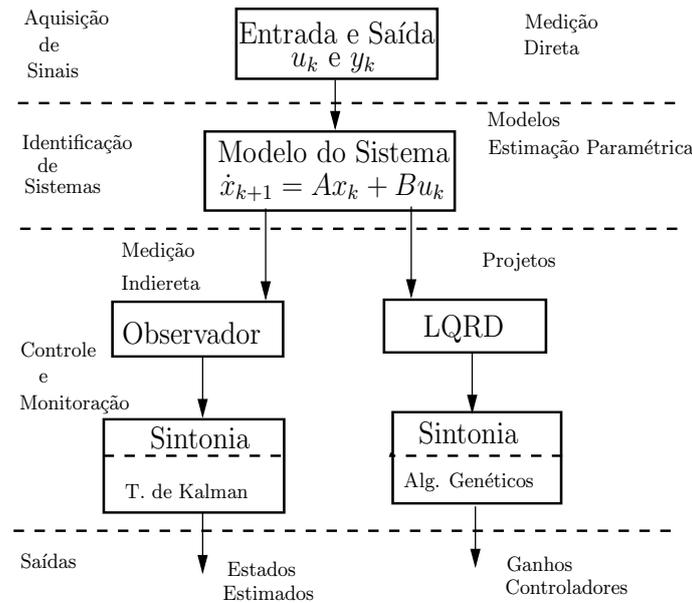


Figura 2.5: Projeto **RLQD** e Observador de Estado.

2.4.1 Problema de Otimização Clássico

O problema de controle ótimo consiste em determinar uma lei de controle que minimize o índice de desempenho quadrático, tendo como restrição o sistema dinâmico representado por x_{k+1} e $[0, N]$ é o intervalo de interesse. Este problema pode ser formulado em uma estrutura de otimização restrita dada por

$$\min_u \frac{1}{2} \sum_{k=0}^N [x_k^T Q_1 x_k + u_k^T Q_2 u_k] dt \quad (2.36)$$

sujeito a equação dinâmica do sistema

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k, \quad (2.37)$$

$$x(0) = x_0 \quad (2.38)$$

e como restrições

$$\begin{aligned} x^T Q_1 x &\geq 0, \forall x \\ u^T Q_2 u &> 0, \forall u \neq 0 \end{aligned} \quad (2.39)$$

reorganiza-se a Equação (2.37) para minimizar J sujeito a

$$-x_{k+1} + Ax_k + Bu_k = 0, k = 0, 1, \dots, N \quad (2.40)$$

Usa-se o método do multiplicador de *Lagrange* que será o vetor denotado por λ_{k+1} para todo m . Chega-se a uma nova função de custo:

$$J' = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^N \begin{bmatrix} x^T_k Q_1 x_k + u^T_k Q_2 u_k + \\ \lambda^T_{k+1} [-x_{k+1} + Ax_k + Bu_k] \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

obtêm-se as seguintes equações:

$$\frac{\partial J'}{\partial u_k} = u^T_k Q_2 + \lambda^T_{k+1} B = 0 \quad (2.42)$$

(equação de controle)

$$\frac{\partial J'}{\partial \lambda_{k+1}} = -x_{k+1} + Ax_k + Bu_k = 0 \quad (2.43)$$

(equação de estado)

$$\frac{\partial J'}{\partial x_k} = x^T_k Q_1 - \lambda^T_k + \lambda^T_{k+1} A = 0 \quad (2.44)$$

(equação adjunta)

Com isto apresenta-se o projeto do regulador linear quadrático discreto (**RLQD**) em três etapas:

1. Busca das matrizes de ponderação;
2. Solução da Equação Algébrica de *Riccati*;
3. Cálculo do ganho do controlador ótimo.

2.4.2 Solução RLQD

A lei de controle linear dada por $u_k = -Kx_k$ é obtida pelas soluções das Equações (2.42), (2.43) e (2.44). A solução detalhada da lei do controle **RLQD** é apresentada no Apêndice A. A estrutura para u_k e Equação Algébrica Discreta de Riccati (EADR) que são dadas por

$$u_k = -R^{-1}B^T S_{k+1}Ax_k \quad (2.45)$$

sendo S_{k+1} a solução da Equação Algébrica Discreta de Riccati (EADR) que é dada por

$$A^T[S_{k+1} - S_{k+1}BR^{-1}B^T S_{k+1}]A + Q = 0 \quad (2.46)$$

sendo Q e R as matrizes de ponderação do estado e do controle, respectivamente.

A lei do controle $u_k = -Kx_k$ é ótima para qualquer que seja o estado inicial $x(0)$. O problema de projetar um sistema de controle de realimentação linear que minimiza um índice de desempenho quadrático, problema este que pode ser reduzido ao problema de obter uma solução simétrica e definida positiva da Equação Algébrica de *Riccati* (Moudgalya 2007).

2.5 Conclusão

No intuito de estabelecer a contextualização do tema da pesquisa em relação a um caráter interdisciplinar em identificação de sistemas, observadores de estados e as aplicações em sistemas de medição indireta e projeto de controladores **RLQD**, apresentou-se os elementos básicos, de cada teoria, para o desenvolvimento de algoritmos de observadores de estado baseados em equações à diferença e estimação paramétrica.

De forma geral, apresentou-se uma descrição do problema de medição indireta sob o ponto de vista de observador de estado. Especificamente, a partir de uma única medição estima-se o estado no interior de um espaço de estado que é subespaço de um espaço mais abrangente de estados (maior número).

A teoria de identificação de sistemas fornece método e técnicas de apoio para o desenvolvimento de algoritmos para estimação de estado que são essencialmente baseados em modelos de sistemas dinâmicos. Como pode ser verificado em todas as fases do projeto, as matrizes do sistema dinâmico estão presentes na determinação de ganhos de observadores e controladores. A importância pode ser salientada devido à praticidade para determinação das propriedades dos sistemas por meio de simulações computacionais.

Os observadores de estado são apresentados em termos de sua formulação básica e métricas para avaliação do seu desempenho em termos de convergência. A teoria de *Kalman* é apresentada como uma alternativa para o cálculo do ganho de malha fechada do observador, pois têm-se alocação direta de pólos.

Uma das aplicações dos modelos da planta é a disponibilização de uma descrição no espaço de estado para o projeto de controladores do tipo **RLQD**. O problema é formalizado em termos de solução clássica para mostrar a importância do modelo do sistema dinâmico em espaço de estados para o desenvolvimento de controladores ótimos. A solução da Equação Algébrica de *Riccati* Discreta mostra a influência dos parâmetros de modelo na obtenção da lei do Controle Ótimo.

CAPÍTULO 3

Caracterização e Formulação do Problema

Inicialmente, o problema é caracterizado como um problema de monitoração e controle de sistemas dinâmicos, partindo deste contexto, o problema é formulado para pesquisa em estimação paramétrica para descrições em função de transferência e espaço de estados. As descrições no espaço de estado são aplicados em núcleo de estimação de SMI e projetos de sistemas de controle ótimo.

Apresenta-se uma fundamentação teórica para modelagem do sistema, observadores de estado e sistema de aquisição de dados. A formulação do problema é apresentada no espaço de estado para monitoração (Observadores) e controle (Regulador Linear Quadrático Discreto).

Em contexto tecnológico, a caracterização do problema envolve uma descrição do problema de medição indireta, mas em contexto científico, a pesquisa é orientada para o desenvolvimento de modelos matemáticos para os observadores de estado que são utilizados para núcleo de sistemas de monitoração e para o projeto de controladores discretos e ótimos.

O observador é caracterizado como núcleo de estimação de estado de SMIs, sendo constituído pelos algoritmos de processamento da informação (Estimação e cálculo simbólico) e o outro pelo *hardware* que realiza o processamento da informação (medição de saída). Entende-se por Sistema de Medição Indireta a composição entre *hardware* (sensores e eletrônica) e *software*.

3.1 Caracterização do problema

O problema de medição indireta proposto é caracterizado como um problema que envolve a teoria identificação de sistemas, medição direta, observadores de estado e controle ótimo. De maneira geral, caracteriza-se uma estrutura para monitoração e controle digital envolvendo modelos OE, curva de reação de processo, observadores de estado e controle linear quadráticos.

Na Figura 3.1 mostra-se o diagrama do SMI que é utilizado para caracterizar o problema. O sistema de medição indireta, observador, controlador **RLQD** e atuador são os módulos principais do sistema de controle **RLQD** auto-ajustável. O conjunto de observações das saídas e as entradas (atuador e aleatória) são utilizadas para realizar a modelagem do sistema em termos de equações à diferença.

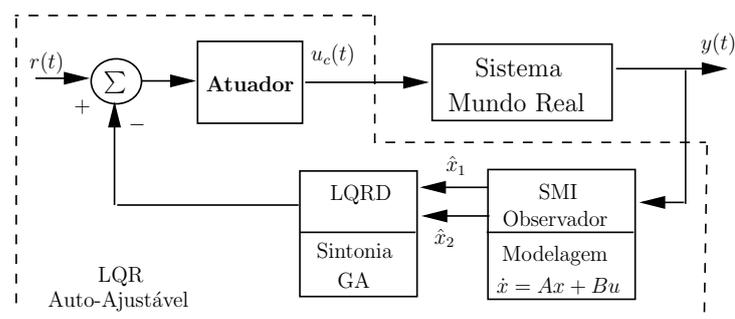


Figura 3.1: Sistema de Controle **RLQD** ajustável

O bloco **RLQD** representa o controle ótimo **RLQ** discreto, sendo a sintonia realizada por um algoritmo genético e a sua realimentação sendo realizada pelo observador de estado que garante robustez ao SMI, na Figura 3.1 salienta-se a integração entre o SMI e observador de estado que utilizada as observações e as estimativas das EADs para contruir o estado. Reportando ao observador de Luenberger, a questão do ajuste do ganhos são solucionadas para métodos de alocação de pólos ou por *Kalman*.

A medição indireta é feita por meio de modelos matemáticos e a problemática que envolve a necessidade de avaliar (ou monitorar) o comportamento de variáveis de sistemas dinâmicos. Estes problemas são relacionados com sensores, ruído,

dimensões e custo e envolvem uma complexidade que não é só numérica, mas também relacionada com a ordem de representatividade da grandeza.

No caso de origem numérica devido a redução da ordem de estados não existe preocupação com ruído, banda de frequência, ou seja, não existe uma preocupação com a analogia do mundo real, mas sim uma ligação com erro zero no caso ideal entre os estados.

Desta forma conceituamos as variáveis dos observadores de estado proveniente de duas vertentes:

- Medições indireta e diretas.
- Estados sem representação no mundo real.

Os ruídos de um determinado processo podem ser muito prejudiciais para a leitura de uma aquisição de dados. No caso das dimensões podemos justificar que a dimensão do sensor pode ser considerado como fator que venha causar distúrbios no processo. A dificuldade de acesso a determinados meios é um dos motivos quando deseja-se substituir um sensor por estimadores (Mouzinho *et al.* 2005). Por fim, os custos de um sensor e de todo um arranjo por trás disso podem ser bastante elevados tornando-se também um fator primordial na escolha de medição indireta.

3.2 Modelagem Paramétrica

Entende-se por modelagem paramétrica as estruturas algébricas e os métodos para estimação dos parâmetros das equações à diferença que são descritas na formas de funções de transferência e no espaço de estado.

Enfoca-se os métodos e algoritmos da teoria identificação, sistemas de aquisição de dados e a sintonia de observadores de estado como elementos essenciais para construção de sistema de medição indireta.

3.2.1 O Modelo OE

A estrutura do modelo polinomial OE que calcula a estimativa do erro da predição é dada por (Ljung 1987)

$$y_k = \frac{B_{OE}(q)}{A_{OE}(q)} u_{k-nk} + e_k \quad (3.1)$$

sendo $A_{OE}(q)$ e $B_{OE}(q)$ os polinômios que modelam a dinâmica da planta e $A_{OE}(q) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_{na}q^{-na}$ e $B_{OE}(q) = b_1 + b_2q^{-1} + b_3q^{-2} + \dots + b_{nb}q^{-nb}$ as ponderações do controle.

A Equação (3.1) pode ser representada como

$$\begin{aligned} A_{OE}(q)w_k &= B_{OE}(q)u_k \\ y_k &= w_k + e_k \end{aligned} \quad (3.2)$$

Uma estimação para o modelo da Equação (3.2) é dada por

$$\hat{y}_k = \frac{B_{OE}}{A_{OE}} u_k \quad (3.3)$$

logo,

$$\hat{y}_k = w(k|\theta) \quad (3.4)$$

Embora não se possa medir w pode-se calculá-lo usando a Equação (3.2), onde chega-se no seguinte modelo linear

$$\hat{y}_k = w(k|\theta) = \phi^T(k|\theta)\theta \quad (3.5)$$

sendo,

$$\phi(k|\theta) = [u(k-1)\dots u(k-dB_{OE}) - w(k-1|\theta)\dots - w(k-dA_{OE})]^T \quad (3.6)$$

$$\theta = [b_1\dots b_{dB_{OE}} \quad a_1\dots a_{dA_{OE}}]^T \quad (3.7)$$

3.2.2 Modelo no Espaço de Estados

As equações à diferença de primeira ordem são utilizadas para representar as relações entre as variáveis de entrada, saída e ruído de sistemas dinâmicos, chamamos esta forma de descrição de espaço de estados. As variáveis de estado descrevem um sistema por um conjunto equações à diferença de primeira ordem. Os estados das variáveis pode reconstruídos a partir dos sinais medidos de entrada-saída.

Devido a natureza do problema o sistema é modelado na forma discreta no tempo. Considerando o sinal de entrada constante têm-se

$$u_k = u_{kt} \quad kT \leq t_k \leq (k+1)T \quad (3.8)$$

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + \Gamma w_k \quad (3.9)$$

$$y_k = Cx_k + v_k \quad (3.10)$$

sendo x_k , u_k , y_k , w_k e v_k os estado, entrada, saída, perturbação da planta, ruído da medida, respectivamente. As matrizes $A^{n \times n}$, $B^{n \times p}$, $C^{m \times q}$, $\Gamma^{n \times 1}$ representam a dinâmica do sistemas e ponderações (controle, saída e perturbação), respectivamente.

3.2.3 Projeto de Observadores de Estados

Para o projeto de observadores de estados de ordem completa com abordagem direta considera-se o sistema definido pelas Equações (2.25) e (2.26), sendo $x(k+1)$ o vetor de estados (vetor - n); u_k o sinal de controle (escalar); y_k o sinal de saída (escalar); A matriz constante $n \times n$; B matriz constante $n \times l$ e C matriz constante $l \times n$.

Como estabelecido anteriormente, o observador de estado dinâmico é dado por

$$\hat{x}_{k+1} = Ax_k + Bu_k + L(y_k - Cx_k) \quad (3.11)$$

$$= (A - LC)x_k + Bu_k + LCx_k \quad (3.12)$$

Exige-se que o erro dinâmico seja assintoticamente estável e ϵ_k alcance zero dentro de velocidade suficiente para atender os requisitos de projeto. O procedimento para determinação da matriz L é selecionar os pólos do observador (os autovalores de $A - LC$).

A determinação dos ganhos L do observador é realizado pela Teoria de *Kalman*, levando em consideração os momentos estatísticos de primeira e segunda ordem dos estados e a inserção do ruídos da medida e distúrbios da planta.

3.2.4 Sistema de aquisição de dados

O sistema de aquisição de dados que executa o experimento do SMI, no forno esterilizador e no objeto, consiste de um conjunto de componentes eletrônicos e de sensores que medem e armazenam os valores das temperaturas. Um *software* dedicado em C - é embarcado no microcontrolador para executar a coleta e o armazenamento dos valores da temperatura. Na Figura 3.2 é apresentado o diagrama de bloco do sistema de medidas para construir projetar e avaliar o desempenho do SMI.

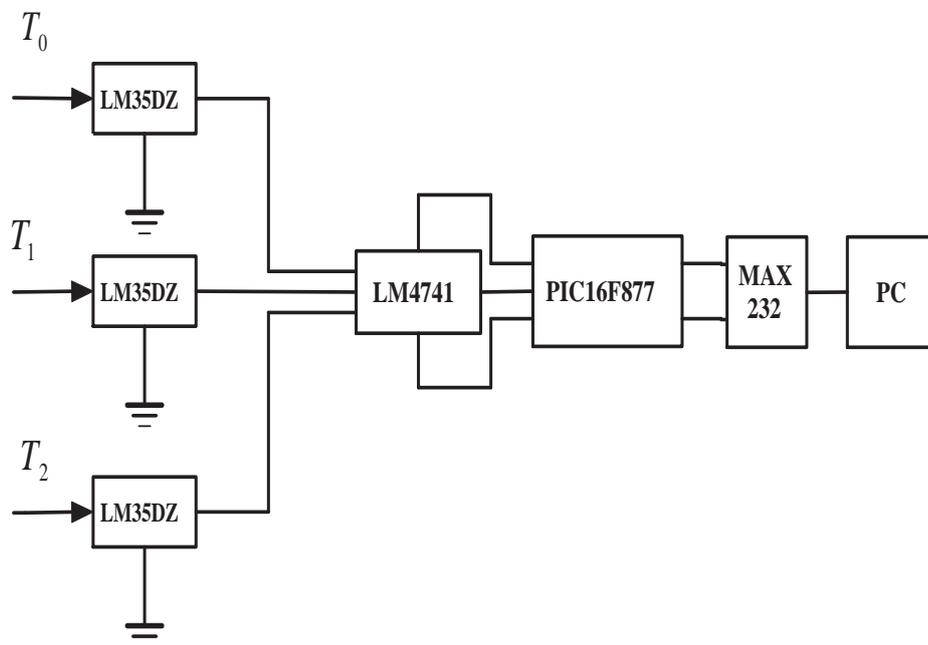


Figura 3.2: Diagrama do experimento do sistema de medição SMI.

O sistema de aquisição de dados que suporta a experiência do SMI é constituído de 6 CIs: um microcontrolador PIC16F877 (*microchip*), fazendo o uso de conversores analógicos-digital, tomando como a referência $0V$ e níveis de tensão de $5V$. Um *drive* MAX232 e TTL/RS-232, compatíveis entre si foram utilizados para fazer a comunicação entre o microcontrolador e o CP. Um amplificador do CI (4741) e três semicondutores LM35DZ que são os sensores, produzindo um sinal proporcional e contínuo de tensão à temperatura no meio, tornando possível avaliar o comportamento da temperatura na escala de $0^{\circ}C$ e de $120^{\circ}C$.

3.3 Formulação do problema

A formulação do problema consiste em desenvolver equações à diferença nas descrições de modelos polinomiais OE e no Espaço de Estado para observadores de estado. Destes métodos são desenvolvidos os algoritmos em tempo real do observador que fazem parte do núcleo de filtragem e predição do SMI para o desenvolvimento de uma solução para o problema de controle **RLQD**.

Como solução para projeto de SMI, vislumbra-se uma estrutura de *hardware* e *software* construída para medição não invasiva e controle de variáveis de estado que sofrem a influência de diversas variáveis, mas somente um estado é suficiente para verificar o estado em uma dada região devido as características de um objeto.

As variáveis de estado internas são um subconjunto das variáveis externas. A notação de conjunto para esta situação é que os estados da planta 1 são subconjuntos da planta 2, conforme a representação para os dois conjuntos dados por

$$x^{meio-1} := \{x_1^1, \dots, x_n^1\} \quad (3.13)$$

$$x_2^{meio-2} := x^{meio-1} \cup x^2 \quad (3.14)$$

sendo x^{meio-r} o conjunto de variáveis do meio r , x_n^1 a n -ésima variáveis de estado do meio 1. O conjunto x^2 contém os estados do meio 2 que não estão na vizinhança do meio 2.

A planta 1 está totalmente inserida no interior da planta 2, conforme representado na Figura 3.3. O problema consiste em monitorar e controlar certos

estados da planta 2 por meio de medições de estados que são relacionados com comportamento dos estados da planta 1.

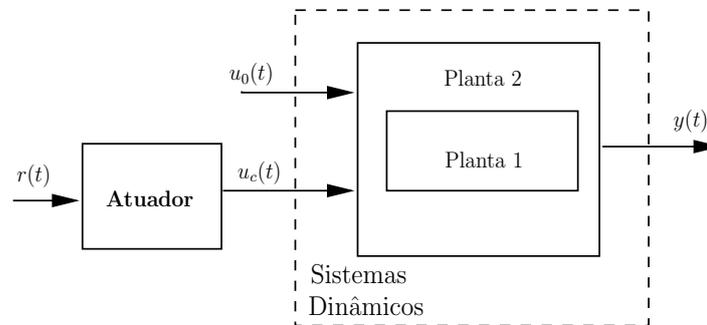


Figura 3.3: Problema da medição não invasiva

Na Figura 3.4 apresenta-se uma arquitetura para o projeto do SMI com observador de estado. O conjunto de observação das saídas e as entradas (atuador e aleotória) são utilizadas para realizar a modelagem do sistema em termos de equações à diferença.

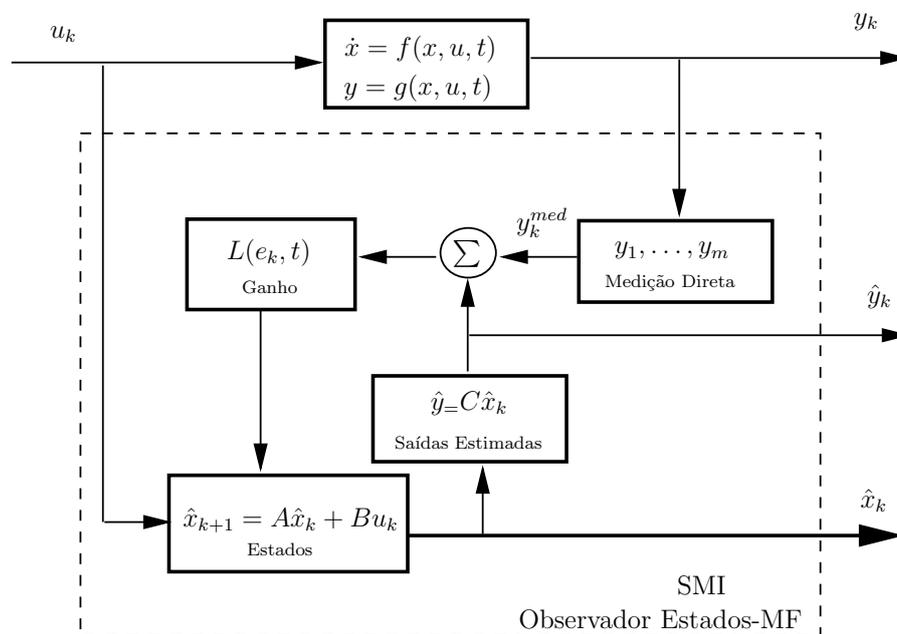


Figura 3.4: SMI com observador de Estados em Malha Fechada.

A solução do problema consiste em realizar investigações nas teorias e métodos de identificação de sistemas para o desenvolvimento de modelos matemáticos de plantas do mundo real. Os modelos são utilizados no projeto de observadores de estado em malha fechada e aberta. As diretrizes para solução do problema consiste da realização das seguintes tarefas:

1. Especificar um sistema de aquisição de dados que durante o processo de aquisição de dados, deve capturar a dinâmica do processo em questão.
2. Determinar os parâmetros das equações à diferença das descrições em função de transferência e espaço de estados.
3. Elaborar os algoritmos do observador de estados para fins de monitoração e controle.

3.4 Conclusão

A caracterização e formulação do problema proposto foi apresentada desde a sua descrição, mostrando os desafios que devem ser enfrentados para o desenvolvimento de modelos matemáticos para observadores estado em termos da equação à diferença, até formulação estruturada do problema de modelagem proposto. Estas equações são utilizadas como núcleo dos sistemas de medição e para projeto de controladores **RLQD**.

A modelagem paramétrica para identificação dos modelos polinomais-OE e no espaço de estado foram apresentados em suas formulações para malhas aberta e fechada, respectivamente. Na formulação do observador para fins de projeto, apresentou-se a formulação clássica (*Gauss-Legendre*) para o problema de estimação, salientando-se a importância do ajuste do ganho e o método do Filtro de *Kalman* para sintonizar o observador. O sistema de aquisição é referenciado por uma questão de consistência com a proposta, montado em uma estrutura simples e de baixo custo que atende aos requisitos de aquisição de dados e memória para embarcar os algoritmos dos observadores.

O problema foi caracterizado de forma descritiva e formalizado em linguagem matemática, envolvendo em uma única estrutura as teorias de SMI (*hardware* e algoritmos), observador de estado e controle ótimo. Desta forma, temos as

aplicações e direcionamentos dos desenvolvimentos em identificação de sistemas, controle ótimo e programação dinâmica para solucionar o problema de medição indireta.

Modelagem e Observadores de Estados

Neste Capítulo apresenta-se o desenvolvimento de modelos do sistema dinâmico para observadores de estado. As equações à diferença dos modelos e observadores são representados na forma de algoritmos para constituírem os núcleos de SMI. Especificamente, apresenta-se o desenvolvimento modelos e algoritmos que viabilizam a realização do observador de estado.

A complexidade do tema pode ser avaliada pela seguinte cadeia de eventos: a) Identificação dos modelos matemáticos do sistema dinâmico que fornece métodos para estimação paramétrica do modelos de sistemas do mundo real. Os métodos estimação utilizam medições da saída que são obtidas pelos sistemas de aquisição de dados e a teoria de otimização. b) Projeto do observadores de estados nas malhas fechadas e aberta utilizam os modelos matemáticos levantados no item a) e/ou medição direta.

Unindo as metodologias citadas no parágrafo anterior com os sistemas de aquisição de dados, tem-se uma abstração funcional de um sistema de medição indireta baseado em observadores de estado. Nesta pesquisa e em contextos tecnológicos, os observadores de estado são desenvolvidos em malha aberta para monitoração e em malha fechada para monitoração e controle.

O desenvolvimento da metodologia proposta é ilustrada para medição não invasiva de temperaturas. Realiza-se medições das temperaturas externas, estufa e objetos no seu interior, os parâmetros dos modelos (equações à diferença) são

estimados para as descrições em função de transferência Output-Error e no espaço de estados. As análises no domínio do tempo e da frequência são incorporadas a análise de desempenho dos algoritmos.

Ainda neste Capítulo, mostra-se o desenvolvimento de algoritmos para a medição indireta de objetos (bloco de alumínio) no interior de uma estufa. Os observadores para um SMI, comportam-se como um sistema de medição que atendem a solicitação de controladores baseados em realimentação completa de estados. Realizou-se desenvolvimentos para blocos cerâmicos, contudo, os resultados são apresentados somente para a situação de medições no bloco de alumínio.

4.1 Medição direta de temperatura

O desenvolvimento do modelo dinâmico (caixa-cinza) que representa o sistema térmico da Figura 4.1 é baseado em conceitos da termodinâmica de transferência de calor e em Equações Diferenciais Ordinárias. Nos próximos parágrafos apresentam-se os gráficos das temperaturas ($T_1 \rightarrow$ interior de objeto, $T_2 \rightarrow$ dentro da estufa e $T_0 \rightarrow$ temperatura ambiente) e comentários a respeito das medições diretas que são realizadas na modelagem da planta.

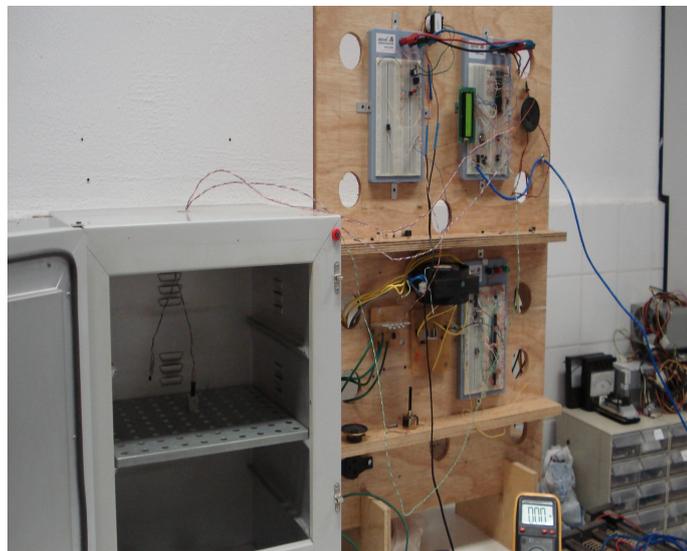


Figura 4.1: Estufa Térmica.

Os resultados das medições de temperaturas diretas do objeto, estufa e ruído que foram realizados com a implementação do sistema de aquisição de dados da Figura 3.2 do Capítulo 3. Na Figura 4.2 é apresentado o comportamento da temperatura na estufa para um conjunto de 3 horas de temperaturas medidas com intervalo de amostragem de 1 minuto. O *software* utilizado para gerar os gráficos dessa medições foi o *toolbox* de identificação do **MATLAB**.

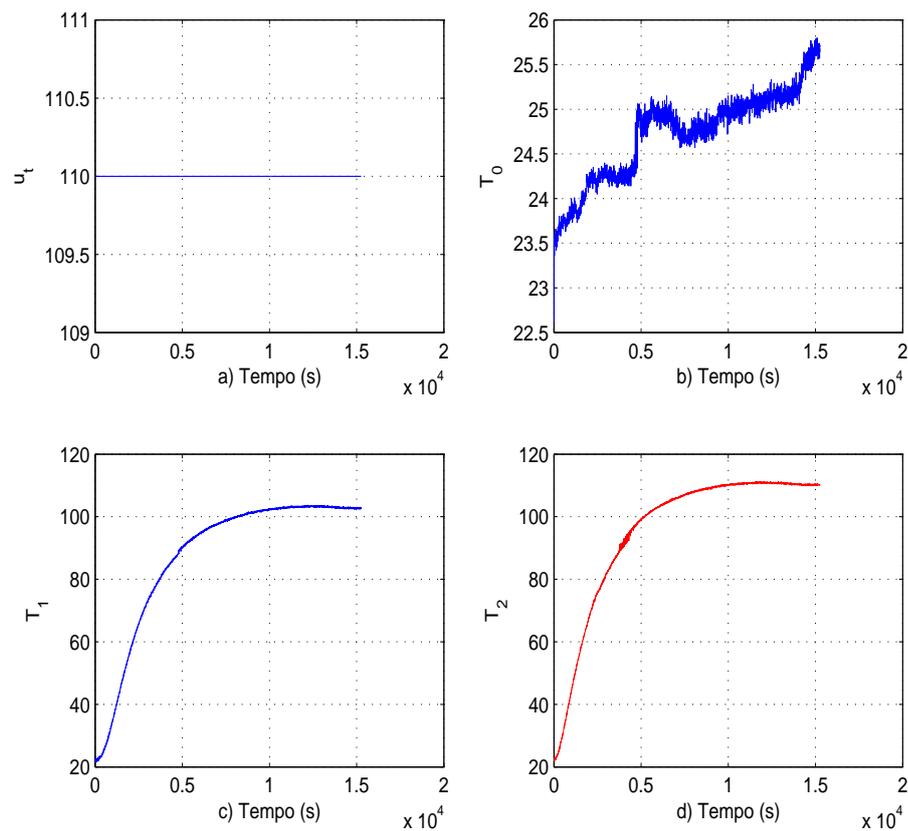


Figura 4.2: Temperaturas medidas no forno esterilizador.

Na Figura 4.2(a) têm-se a entrada degrau do sistema fixado em 110 V; (b) têm-se o ruído da planta térmica; (c) têm-se as temperaturas medidas no objeto e (d) têm-se as temperaturas medidas dentro do forno.

4.2 Modelagem do sistema dinâmico

Para o projeto do controlador utiliza-se tanto conceitos de termodinâmica e de transferência de calor necessários à compreensão e modelagem de sistemas térmicos, considerando sinais provenientes de medições de experimentos ou de atividades de campo.

Os elementos do sistema de controle são mostrados na Figura 4.3. Atuador e Planta são modelados por meio de equações diferenciais ordinárias. Nesse caso temos duas plantas que são representadas pelas temperaturas T_1 e T_2 . A temperatura T_0 representa a temperatura ambiente.

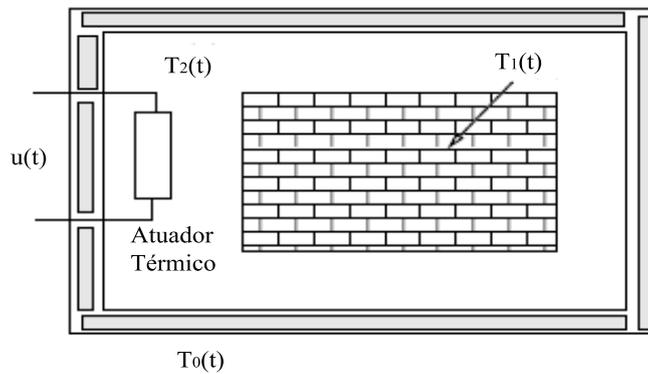


Figura 4.3: Diagrama geral para planta térmica.

O princípio da conservação de energia para os dois meios e as leis da termodinâmica que representam a transferência de calor são os fundamentos utilizados para modelar o sistema térmico. As equações diferenciais que representam o estado ou o comportamento do sistema são dadas por

$$m_1 c_1 \frac{dT_1}{dt} = k_{12}(T_2 - T_1) \quad (4.1)$$

$$m_2 c_2 \frac{dT_2}{dt} = -k_{12}(T_2 - T_1) - k_{20}(T_2 - T_0) + b_u T_u \quad (4.2)$$

sendo m_i , c_i , T_0 , T_1 e T_2 a massa, o calor específico do i -ésimo meio e as temperaturas ambiente, forno e do objeto, respectivamente. As respectivas condutâncias térmicas são representadas por k_{ij} .

4.2.1 EAD-OE de Temperaturas

Os modelos *Output-Error* das plantas são o núcleo estrutural do observador que pode ser representado por equação à diferença. A estrutura do modelo polinomial OE que calcula a estimativa para temperatura é dada por

$$T_k^1 = \frac{b_1 + b_2q^{-1}}{1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2}}T_{k-nk}^2 + e_k^2 \quad (4.3)$$

sendo $1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2}$ e $b_1 + b_2q^{-1}$ o polinômio que modelam a dinâmica da planta.

A expansão de segunda ordem da equação à diferença, Equação (4.3) é dada por

$$T_k^1 + a_1^i T_{k-1}^1 + a_2^i T_{k-2}^1 = T_k^2 + b_1 T_{k-1}^2 + e_k^1 \quad (4.4)$$

sendo a_1^1, \dots e b_1^2, \dots os coeficientes dos polinômios da Equação (4.2.1). O ruído é representado por e_k^1 .

Os modelos tipo OE de 1ª ordem são utilizados para representar as parcelas de T_2 no observador em malha aberta, as equações para sistemas de primeira ordem são dadas por

$$T_k^i = \frac{b_1^i}{1 + a_1^i q^{-1}} u_{k-nk}^i + e_k^2 \quad (4.5)$$

sendo $1 + a_1q^{-1}$ e b_1 os polinômios que modelam a dinâmica da planta e as entradas u^i . Os índices i de u^i são as temperaturas T_1, T_0 e T_u . Estes índices i são os elementos de conjunto de entrada do modelo caixa branca u^i . Desta forma, incorporamos a informação no modelo caixa cinza proposto. O ruído é representado por e_k^2 .

4.3 Observador em Malha Aberta

As funções de transferência das Equações (4.2.1) e (4.5) são utilizadas para modelar o comportamento das temperaturas no interior da estufa. Estas Equações formam o observador de estado em malha aberta que está representado na Figura 4.4, as entradas T_0 e T_2 são a temperaturas obtidas por sensores e T_1 é a variável medida sem sensor.

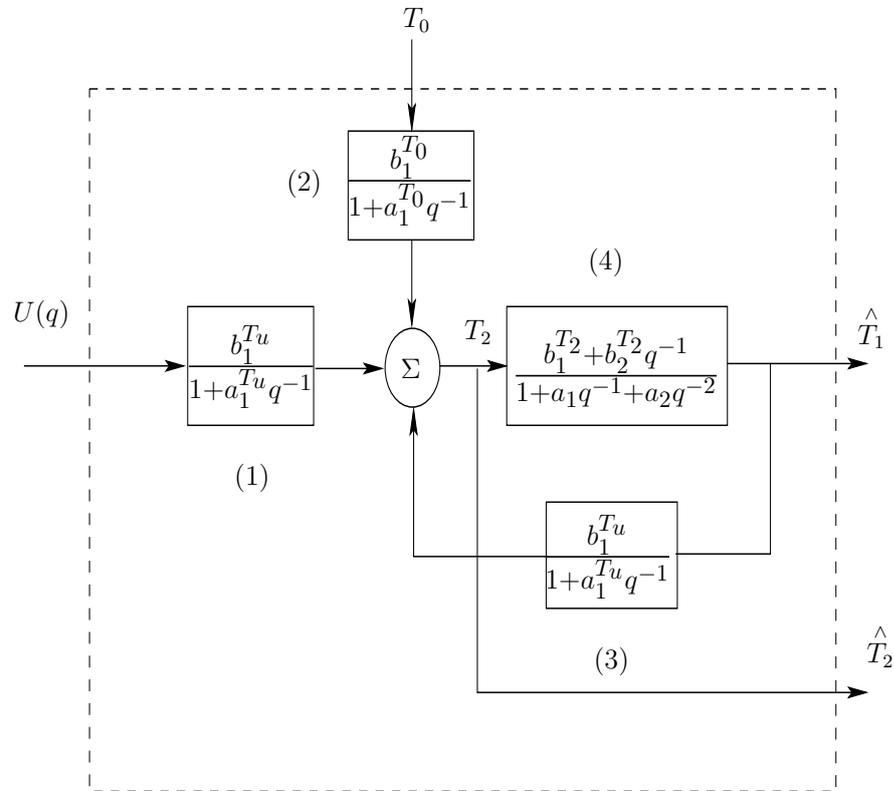


Figura 4.4: Diagrama de Blocos do observador em Malha Aberta para medições não invasivas.

Observando a Figura 4.4, o observador de estado realiza as funções de filtragem da variável de estado T_2 e de estimação indireta do estado T_1 . O observador em malha aberta é constituído de quatro blocos funcionais bem definidos de acordo com a estrutura caixa-branca das Equações (4.1) e (4.2). O bloco do atuador (1) representa a fonte de calor principal do sistema, tendo a função de controlar as temperaturas no interior do forno e do objeto. O bloco (2) tem a temperatura T_0 como entrada, este bloco representa as perturbações das plantas devidas as mudanças de temperatura externas. O bloco (3) tem a temperatura T_1 como uma parcela que retorna para a temperatura no interior da estufa, representando a influência de T_1 para a temperatura dentro do forno. O bloco (4) representa os valores medidos indiretos da temperatura dentro do objeto.

4.3.1 Propriedades Caixa-Cinza

No intuito de associar propriedades do modelos com os valores medidos com o sensor da temperatura T_2 , ilustra-se na Figura 4.5 as contribuições de cada temperatura em relação a outra. No gráfico (a) têm-se a medição das temperaturas T_1 e T_2 para a entrada degrau fixada em 110 V; (b) têm-se a contribuição da temperatura T_1 (no interior da estufa) para a temperatura T_2 (no objeto); (c) têm-se a contribuição de T_0 (ruído ou temperatura no ambiente) para a temperatura T_2 e (d) têm-se a contribuição da própria entrada degrau para a temperatura T_2 .

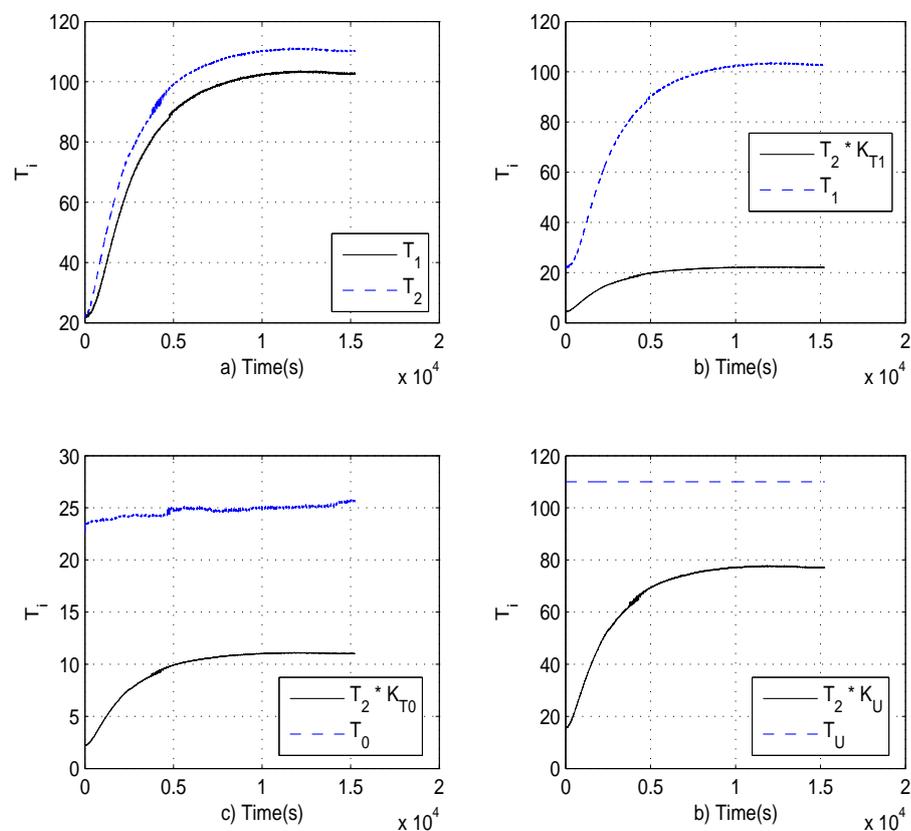


Figura 4.5: Temperaturas medidas na câmara interna.

Nos gráficos b), c) e d) da Figura 4.5 são apresentadas uma situação em que a medida do sensor T_2 é constituída das contribuições de T_1 , T_0 e T_u da bobina térmica, conforme pode ser observado no diagrama de blocos do observador em malha aberta da Figura 4.4.

Consequente, a temperatura T_2 pode ser representada pelas contribuições das três temperaturas (T_0 , T_1 e T_u), podendo ser verificado pela transformada de Laplace da Equação (4.2). Aplicando o teorema da superposição temos que

$$T_2^{med}(s) = k_{T_1}(s)T_1(s) + k_{T_0}(s)T_0(s) + k_u T_u(s) \quad (4.6)$$

sendo k_{T_1} , k_{T_0} e k_u as funções de transferência associadas com as contribuições de T_1 , T_0 e T_u , respectivamente.

Ainda considerando que o lado esquerdo da Equação (4.6) pode ser decomposto em três contribuições, uma outra representação para $T_2^{med}(s)$ é dada por

$$T_2^{med}(s) = T_2^{T_1}(s) + T_2^{T_0}(s) + T_2^{T_u}(s) \quad (4.7)$$

sendo

$$T_2^{T_1}(s) = k_{T_1}(s) \quad (4.8)$$

$$T_2^{med}(s) = k_{T_0}(s)T_0 \quad (4.9)$$

$$T_2^{med}(s) = k_u T_u(s) \quad (4.10)$$

As parcelas do lado direito são utilizadas como observações para estimações dos parâmetros das funções de transferência que estão associadas com a Equação (4.2). A determinação das constantes k_{T_1} , k_{T_0} e k_u são determinadas empiricamente, mas de forma polarizada em termos da dimensão do forno e tipo de material, são duas referência para determinação destes parâmetros para modelagem do processo.

4.3.2 Equações à diferença do meio 1

O comportamento da temperatura T_k^1 no objeto (alumínio) é guiado pela temperatura (T_k^2) no interior do forno. A equação à diferença que representa a temperatura de T_k^1 do objeto no k -ésimo instante é dada por

$$T_k^1 = -a_1 T_{k-1}^1 - a_2 T_{k-2}^1 + b_1 T_k^2 + b_1 T_{k-1}^2 \quad (4.11)$$

sendo que os parâmetros da equação à diferença são obtidos pelo *toolbox* de controle do **MATLAB** denominado **LTIVIEW** e são dados na forma polinomial $A(q) = 1 - 0.6603q^{-1} - 0.3373q^{-2}$ e $B(q) = 0.125q^{-1} - 0.1227q^{-2}$

Na Figura 4.6 é apresentado o comportamento de temperaturas estimadas e medidas no objeto no interior do forno hospitalar. Na Figura 4.6b apresenta-se o sinal de excitação que foi medido com o sensor LM35DZ.

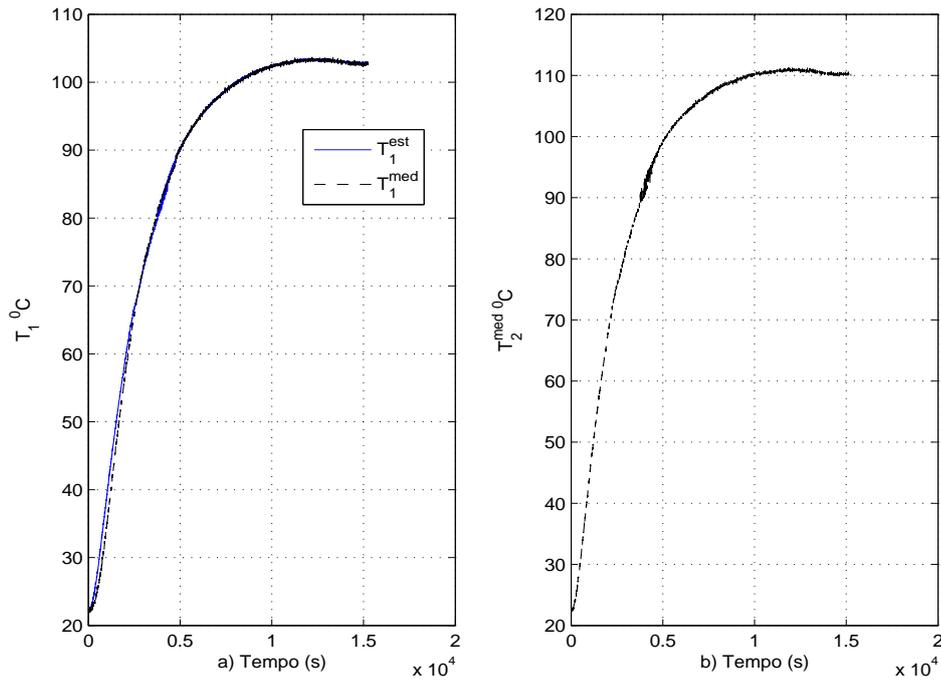


Figura 4.6: Temperaturas estimadas e medidas no interior do objeto.

4.3.3 Equações à diferença do meio 2

A contribuição de cada fonte de calor para a temperatura total T_k^2 no k -ésimo instante é representada pelas equações à diferença na forma:

$$T_k^{2,i} = -a_1^i T_{k-1}^i + b_1^i T_i \quad (4.12)$$

sendo $T_k^{2,i}$ a contribuição da temperatura T_2 para estimação da temperatura no interior do forno e T_i a entrada, $T_i = \{T_o, T_1, T_u\}$ é o conjunto ordenado do modelo de entradas e seu conjunto de índices associados é dado por $i = \{0, 1,$

$u\}$. Os coeficientes a_1^i e b_1^i do modelo são determinados pelo método de mínimos quadrados (Johnson 1988).

A Função de Transferência $G_{T_2T_u}$

A $G_{T_2T_u}(q)$ representa uma descrição da função de transferência do modelo no operador q , onde as variações da temperatura no interior do forno (T_k^2) no instante k são guiadas pela contribuição da temperatura T_u no k -ésimo instante. A temperatura T_k^{2,T_u} é determinada pela equação à diferença que é dada por:

$$T_k^{2,T_u} = b_1^{T_u} T_k^u - a_1^{T_u} T_{k-1}^{2,T_u} \quad (4.13)$$

sendo $B(q) = 0.00141$ e $A(q) = 1 - 0.998q^{-1}$ os parâmetros estimados.

Na Figura 4.7 é apresentado o comportamento da temperatura T_u que contribui para a temperatura T_2 e sua comparação com os valores medidos da temperatura.

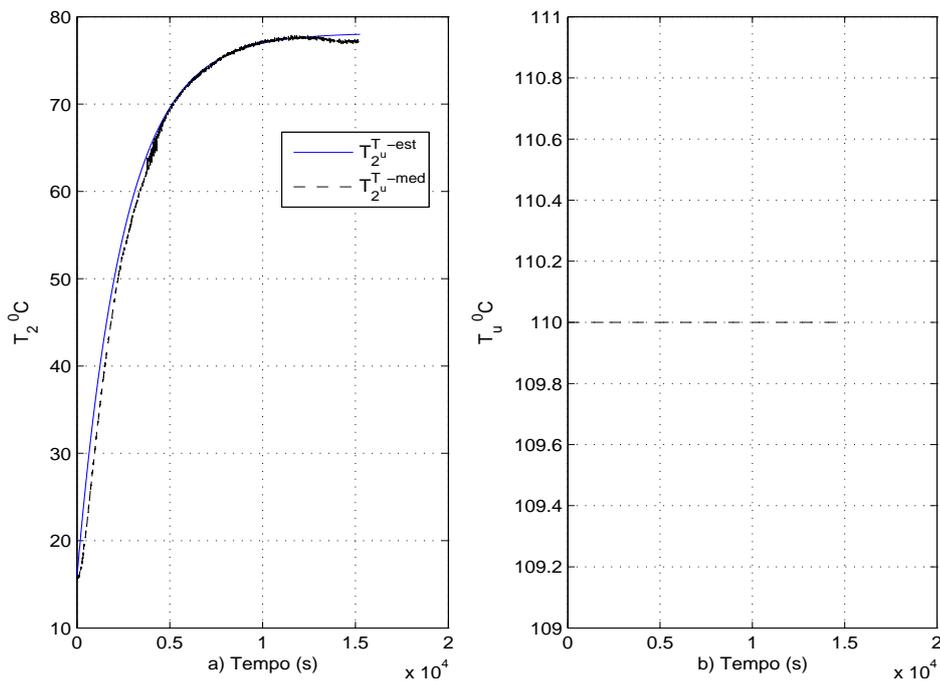


Figura 4.7: Estimação das temperaturas T_2^u devido a temperatura T_u do atuador.

A Função de Transferência $G_{T_2T_1}$

A $G_{T_2T_1}(q)$ representa uma descrição da função de Transferência do modelo no operador q , onde as variações da temperatura no interior do forno (T_k^2) são guiadas pela contribuição da temperatura T_k^1 no k -ésimo instante. A temperatura T_k^{2,T_1} é guiada pela equação à diferença que é dada por

$$T_k^{2,T_1} = b_1^{T_1} T_k^1 - a_1^{T_1} T_{k-1}^{2,T_1} \quad (4.14)$$

sendo $B(q) = 0.2687$ e $A(q) = 1 + 0.2356q^{-1}$ os parâmetros estimados.

Na Figura 4.8 é apresentado o comportamento da temperatura T_1 que retorna ao meio - 2 (temperatura T_2) e a sua comparação com os valores medidos da temperatura. A estimação é apresentada na Figura 4.8b.

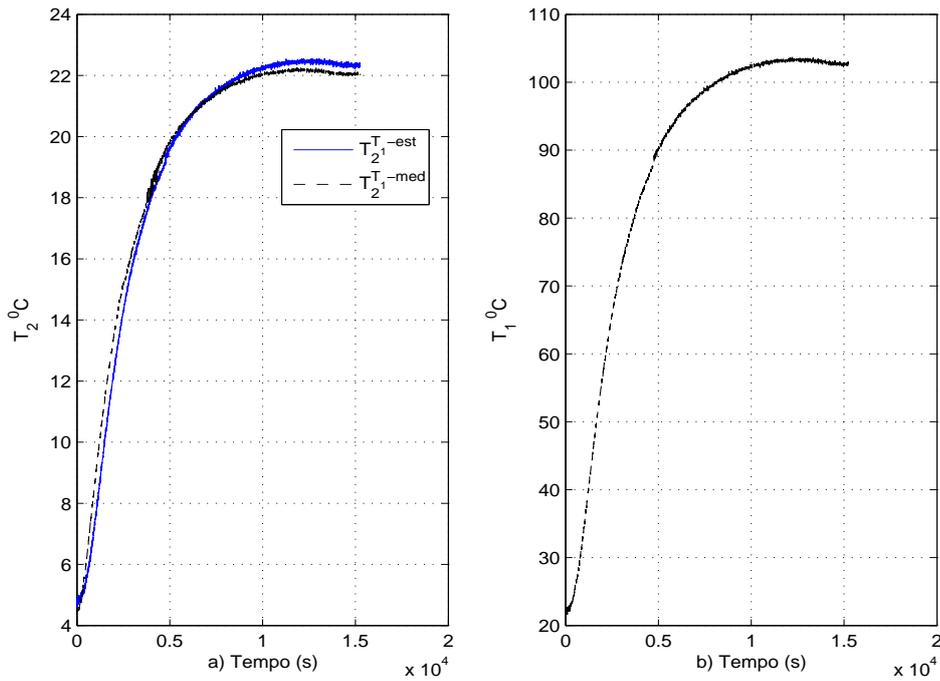


Figura 4.8: Temperaturas $T_2^{T_1}$ estimada e T_1 medida.

A Função de Transferência $G_{T_2T_0}$

A $G_{T_2T_0}(q)$ representa uma descrição da Função de Transferência do modelo no operador q , onde as variações da temperatura no interior do forno (T_k^2) no instante

k são guiadas pela contribuição da temperatura de T_0 no k -ésimo instante. A temperatura T_k^{2,T_0} é determinada pela equação à diferença que é dada por

$$T_k^{2,T_0} = b_1^{T_0} T_k^{T_0} - a_1^{T_0} T_{k-1}^{2,T_0} \quad (4.15)$$

sendo $B(q) = 0.000982$ e $A(q) = 1 - 0.9978q^{-1}$ os parâmetros estimados.

Na Figura 4.9 é apresentado o comportamento da contribuição da temperatura T_0 para a temperatura T_2 e de sua comparação com o valor medido da temperatura. A estimação é apresentada na Figura 4.9b.

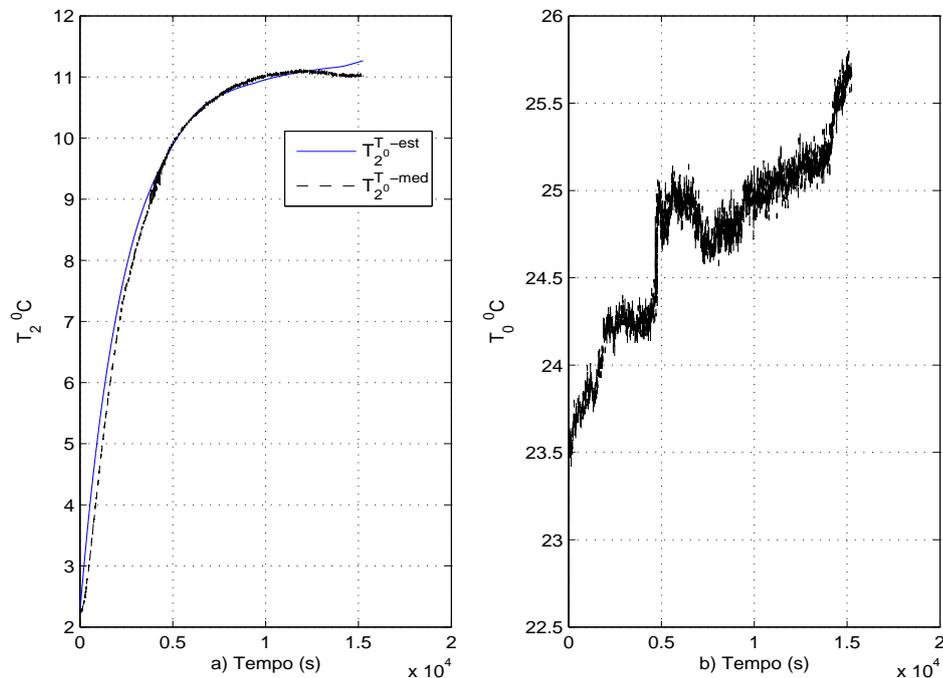


Figura 4.9: Temperaturas $T_2^{T_0}$ estimada e T_0 medida.

As equações à diferença que realizam o observador em malha aberta, chamado de procedimento SMI-TEMP($A(q), B(q), setup$), são dadas a seguir

SMI-TEMP($A(q), B(q), setup$)

```

while status
  do ∞
    ▷ Bloco do Atuador
1     $\hat{T}_{k+1}^{2u} = -a_1^u \hat{T}_k^{2u} + b_1^u \hat{T}_k^u$ 
    ▷ Bloco da Temperatura Ambiente
2     $\hat{T}_{k+1}^{20} = -a_1^0 \hat{T}_k^{20} + b_1^0 \hat{T}_k^0$ 
    ▷ Bloco da Realimentação de  $T_1$ 
3     $\hat{T}_{k+1}^{21} = -a_1^1 \hat{T}_k^{21} + b_1^1 \hat{T}_k^1$ 
    ▷ Temperatura  $T_2$  Estimada
4     $\hat{T}_{k+1}^2 = \hat{T}_{k+1}^{2u} + \hat{T}_{k+1}^{20} + \hat{T}_{k+1}^{21}$ 
    ▷ Medição Indireta de  $T^1$ 
5     $\hat{T}_{k+2}^1 = -a_1^2 \hat{T}_{k+1}^1 - a_2^2 \hat{T}_k^1 + b_1^2 T_{k+1}^2 + b_2^2 T_k^2$ 

```

4.3.4 Análise dinâmica

É executada uma análise no domínio do tempo e da frequência do SMI, tomando em consideração: os erros de medidas, estabilidade pelos pólos da funções de transferência e respostas no domínio da frequência.

Os erros de medição

Na Figura 4.10 são apresentados os valores estimados e os erros associados das temperaturas estimadas que têm T_1 e T_2 medidas com os sensores (Medição Direta) como valores de referência. Nas Figuras 4.10a e 4.10b são observados a temperatura medida T_2 e seus erros associados, o erro da temperatura é aceitável quando comparado com as características do sensor real. Na Figura 4.10c-d é apresentada a medida pelo sensor (Medição Invasiva) e estimado por temperaturas (não invasivas) do modelo OE.

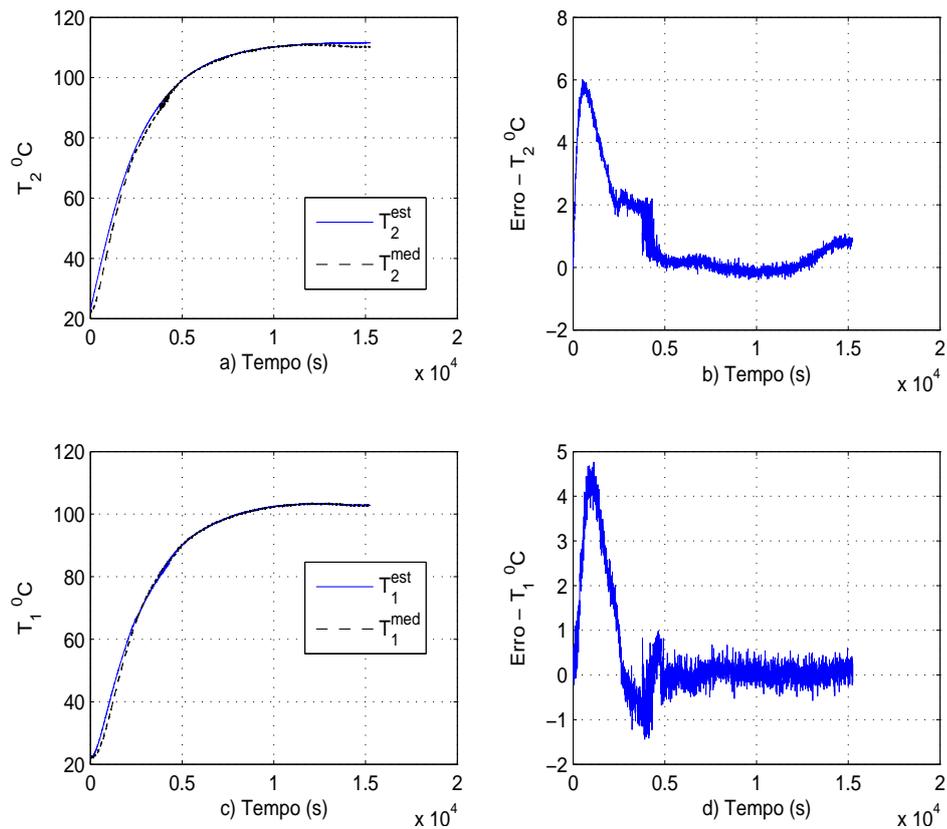


Figura 4.10: Erros de medição direta e da medição não invasiva.

Na Figura 4.11 são apresentados os erros de estimações das temperaturas com relação aos valores medidos. Na Figura 4.11 é apresentada o erro da medição no interior do objeto. É observado que o erro está em uma escala aceitável, quando comparado com o sensor direto que é executado pelo sistema de aquisição de dados da Figura 3.2. Na Figura 4.11b-d apresentam-se os erros das contribuições das entradas para a temperatura total dentro do forno. O erro de estimãõ é apresentado no Figura 4.11b.

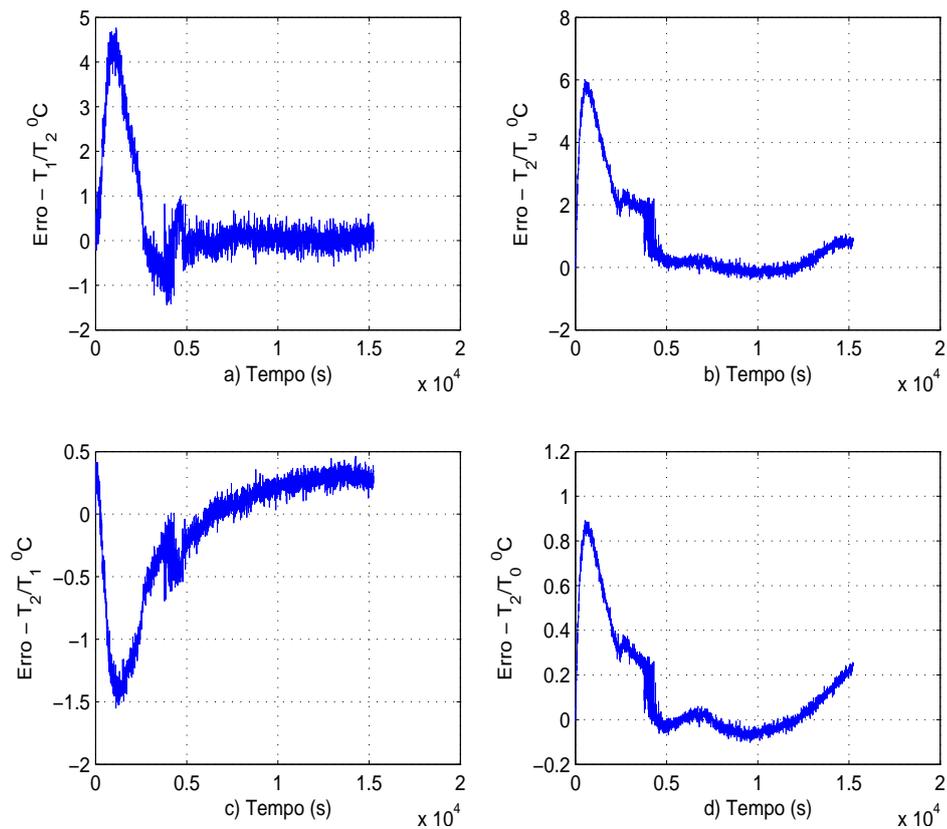


Figura 4.11: Estimação de erros - temperaturas estimadas e medidas com sensores.

Estabilidade

Os pólos dos modelos do observador, representado pelos diagramas de blocos do Figura 4.4, são mostrados na Figura 4.12 e detalhados na Tabela 4.1. Enquanto os pólos estão no interior do círculo unitário, um comportamento estável do observador está garantido sob circunstâncias operacionais normais.

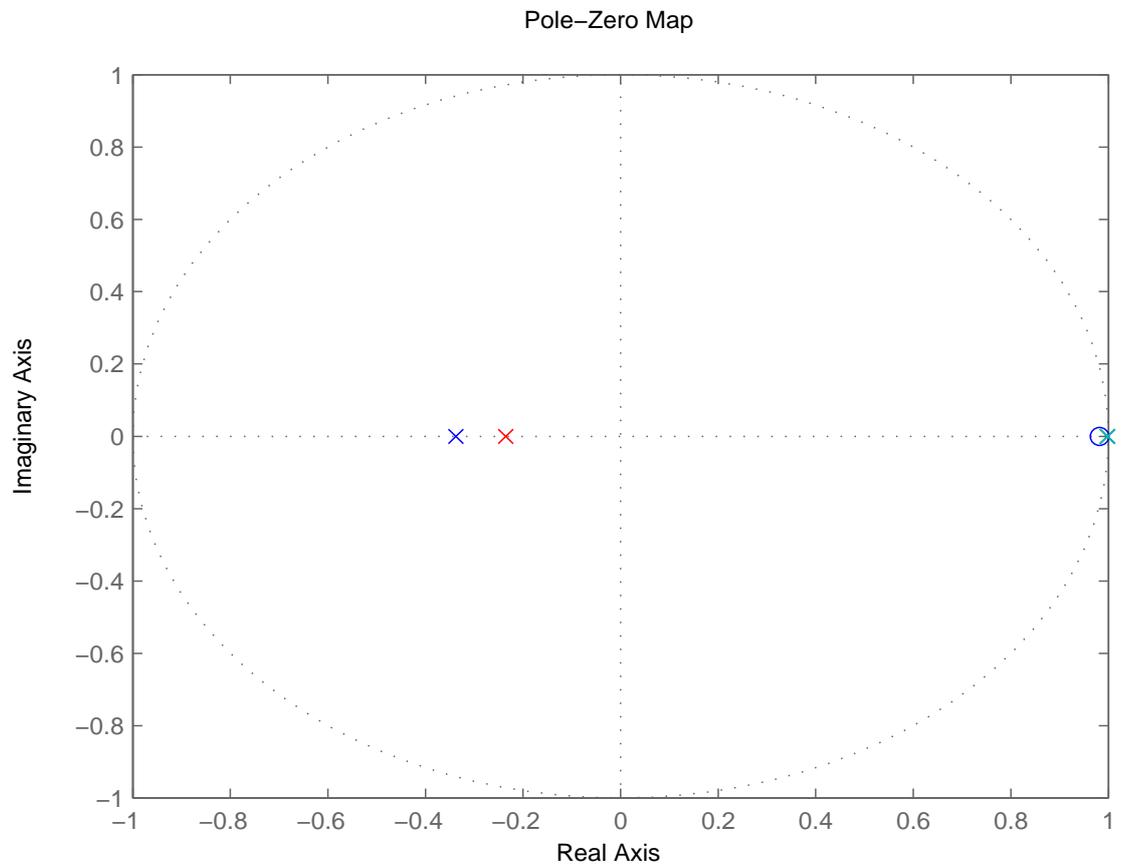


Figura 4.12: Pólos e zeros das Funções de Transferência do SMI.

Tabela 4.1: Pólos, zeros e ganhos das Funções de Transferência do SMI.

FT	Zeros z_1	Pólos		Ganhos K
		p_2	p_1	
T^{12}	0.9818	0.9982	-0.3379	0.9517
T^{20}	—	—	0.9978	0.4463
T^{21}	—	—	-0.2356	0.2174
T^{2u}	—	—	0.9980	0.7104

As Figuras 4.13 e 4.14 mostram as respostas ao degrau das Temperaturas

Estimadas. Como pode-se perceber, todas as respostas são favoráveis já que o sistema é estável para qualquer situação.

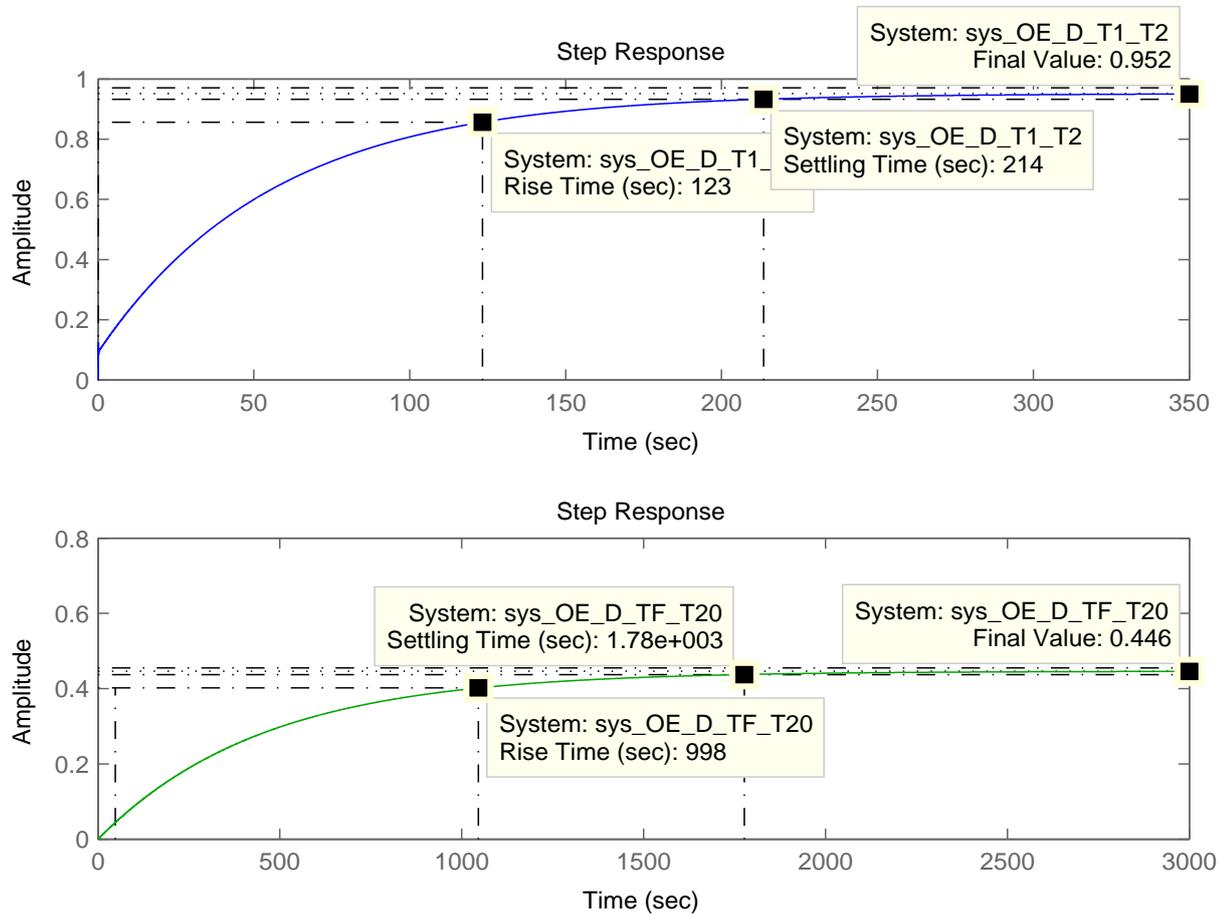


Figura 4.13: Resposta ao degrau das temperaturas estimadas T_{12} e T_{20} .

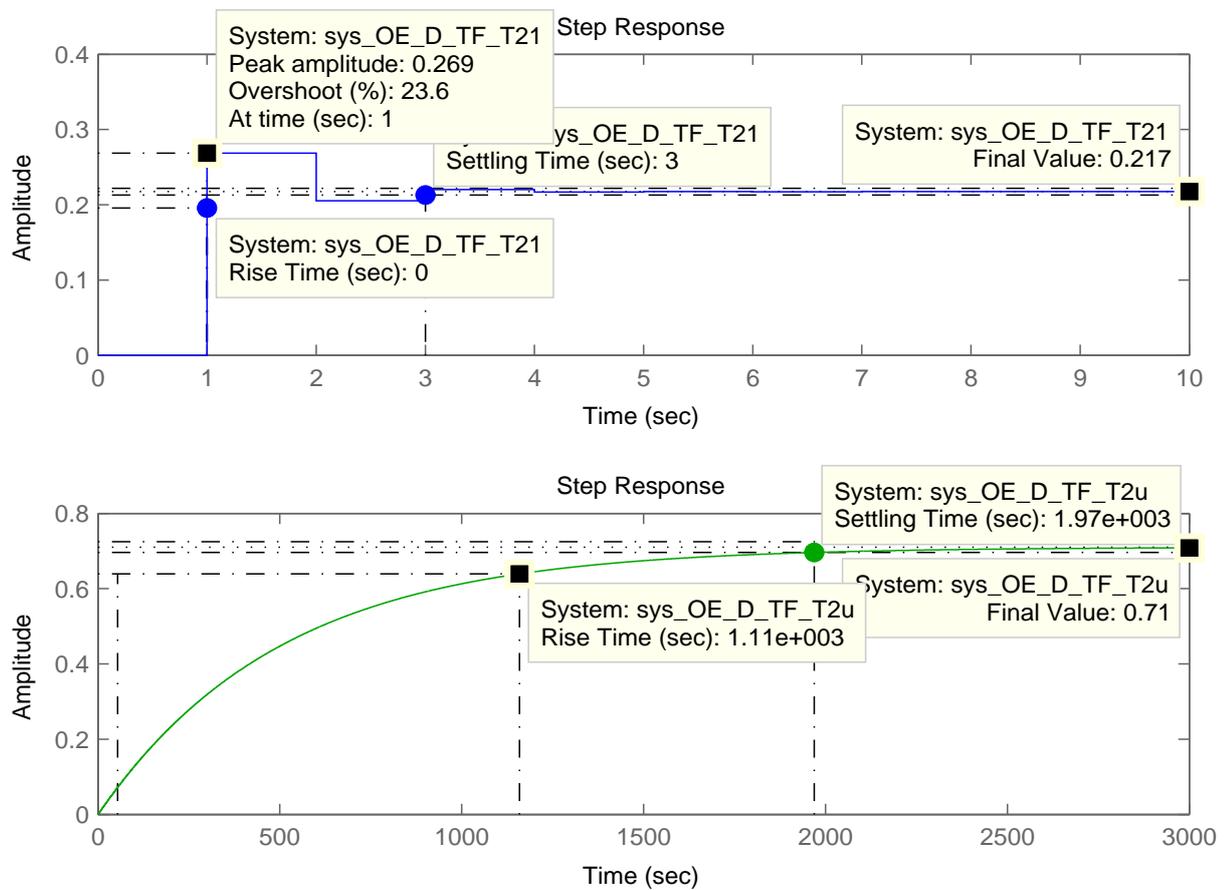


Figura 4.14: Resposta ao degrau das temperaturas estimadas T_{21} e T_{2u} .

Resposta em frequência

Os diagramas do magnitude e de fase nas Figuras 4.15 e 4.16 mostram o comportamento de cada bloco do SMI. Observa-se que o modelo da segunda ordem apresentou a sensibilidade menor para variações na frequência e outro tem o comportamento regular de sistemas de primeira ordem. A análise das variáveis estão explicitadas na Tabela 4.2.

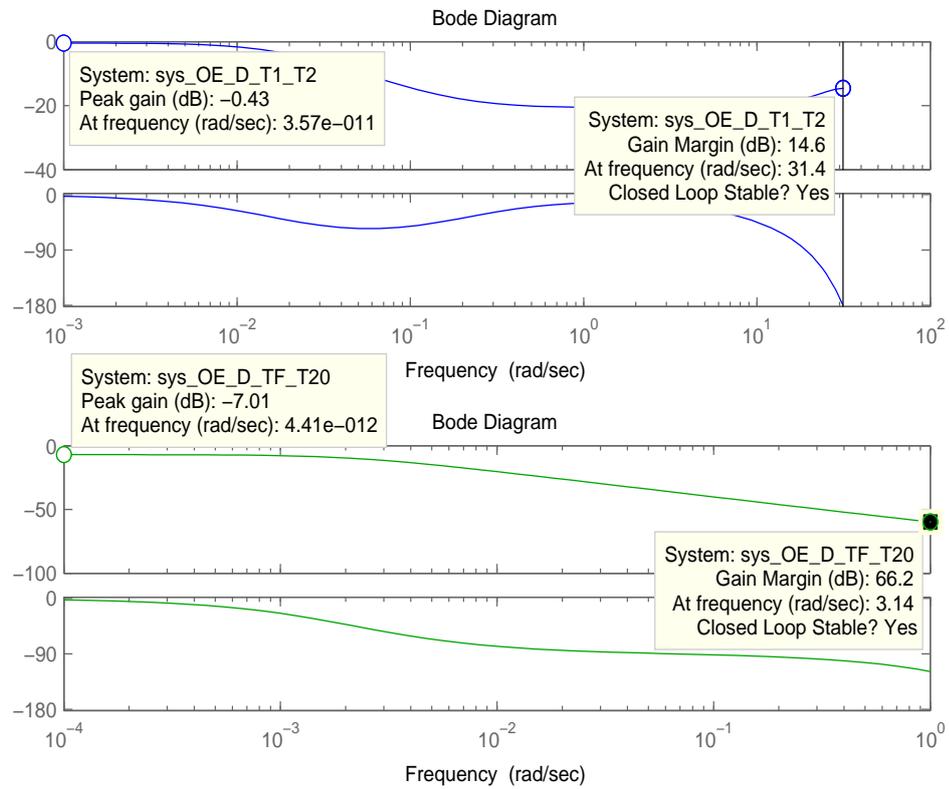


Figura 4.15: Diagrama de Bode das FT das temperaturas estimadas, a) T^{12} e b) T^{20} .

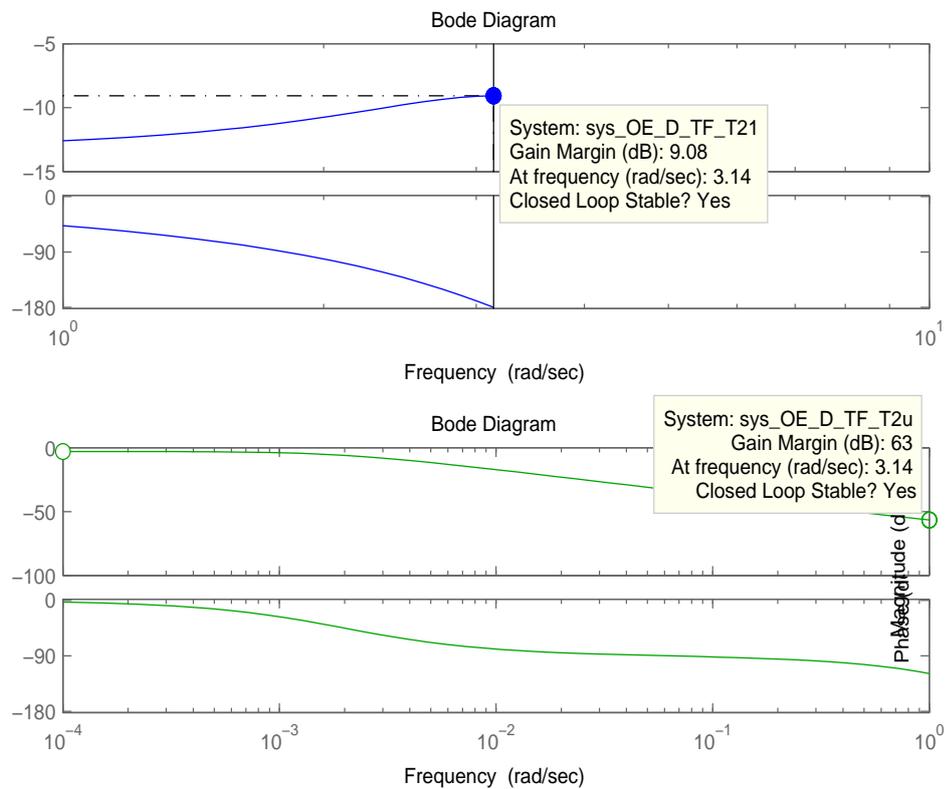


Figura 4.16: Diagrama de Bode das FT das temperaturas estimadas, a) T^{21} e b) T^{2u} .

Tabela 4.2: Figuras de mérito no domínio da frequência das temperaturas estimadas.

FT	T^{12}	T^{20}	T^{21}	T^{2u}
$M_r(dB)$	-0.43	-7.01	9.08	-2.97
$\varpi_r(rad/sec)$	$3.57e^{-11}$	$4.41e^{-12}$	3.14	$3.97e^{-12}$
$BW(dB)$	0.018	0.0022	—	0.002
$GM(dB)$	14.6	66.2	9.08	63
$\varpi_g(rad/sec)$	31.4	3.14	3.14	3.14
$PM(dB)$	—	—	—	—
$\varpi_f(rad/sec)$	—	—	—	—

A resposta em frequência em malha fechada dos modelos, de acordo com a análise das especificações no domínio da frequência são considerados estáveis para os valores encontrados de M_r .

No entanto, observa-se que o comportamento do modelo T^{12} é mais sensível à altas frequências, pois sua frequência de corte (*Cutoff Rate*) é mais acentuada que as demais.

Observa-se ainda que a largura de banda (*Bandwidth*) são bem pequenas em todos os casos, logo, apenas sinais de frequência relativamente baixas passam, e o tempo de resposta será baixo e lento. Por isso são considerados sistemas robustos, pois possuem pouca sensibilidade em variação de parâmetros do sistema.

Sabe-se que a largura de banda BW é diretamente proporcional a ω_n e inversamente proporcional ao coeficiente de amortecimento ζ para o caso de sistemas de segunda ordem, isto é, para o caso do modelo T^{12} abordado, como BW é pequeno conclui-se que ζ é alto e ω_n é baixo, logo têm-se um sistema lento (como pode ser comprovado na Figura 4.13).

Com relação as margens de ganho observa-se que os modelos estão todas dentro dos padrões de projeto, ou seja GM está acima de $6dB$ e com relação às margens de fase em todos os modelos a margem de fase é infinita.

4.4 Modelagem no Espaço de Estados

O Diagrama do observador de estados da Figura 4.17 salienta a inclusão do bloco de erro, entre as medições da temperatura T_2 e suas estimativas. Desta maneira caracteriza-se observador em malha fechada, conforme (C.T.Chen 1999).

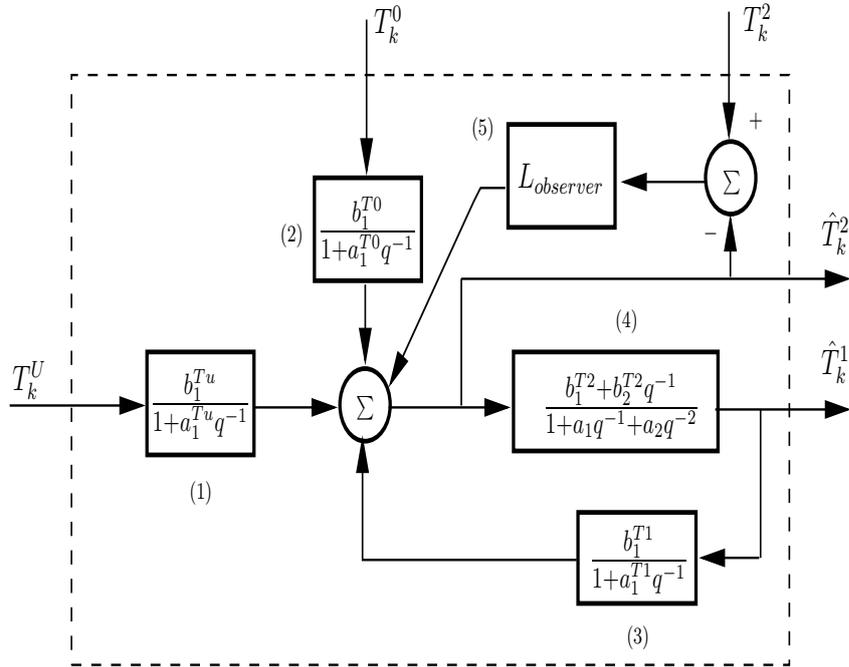


Figura 4.17: SMI com observador em Malha Fechada.

Os blocos 1, 2, 3 e 4 possuem as mesmas funções que os blocos do observador em malha aberta da Figura 4.4. O bloco 5 representa o vetor de ganhos do observador de estados.

Na próxima seção são apresentados em linguagem algorítmica (pseudo código), o processamento da informação para obtenção de um modelo para fins de medição não invasiva e projeto de sistemas de controle.

4.4.1 Aquisição de Dados

As temperaturas são medidas por meio de um sistema de aquisição de dados desenvolvido para aplicações embarcadas que são relatadas em (da Fonseca Neto *et al.* 2008). As medições são realizadas durante um intervalo de 2 horas para valores constantes de tensão. As medições são realizadas no objeto (T_1), na estufa (T_1) e no meio ambiente T_0 . Os conjuntos de medições são definidos para uma tensão de 110 volts na bobina térmica.

O algoritmo que representa o processo das aquisições das medições direta

atende ao requisitos necessários para o levantamento do modelo (T_1 , T_2 e T_0) e para o observador de estados (T_2 e T_0) em malha fechada. A representação é dada por

SMI-MEDIC DIRETA(T_1, T_2, T_0)

▷ Algoritmo 1

▷ Bloco do conjunto de Medições

$$1 \quad T_1 \leftarrow \{T_0^1, T_0^2, \dots, T_0^n\}$$

$$2 \quad T_2 \leftarrow \{T_1^1, T_1^2, \dots, T_1^n\}$$

$$3 \quad T_0 \leftarrow \{T_2^1, T_2^2, \dots, T_2^n\}$$

As temperaturas medidas no interior da estufa (T_2), no objeto (T_1) e ambiente (T_0) que foram apresentadas na Figura 4.2 são medidas por sensores (medição direta). Os valores das temperaturas são utilizados no desenvolvimento do sistema de medição indireta que tem seu conceitos teóricos alicerçados na teoria de observadores de estado.

4.4.2 Análise dos Sinais Medidos

A análise das medidas consiste da avaliação da qualidade dos sinais medidos no intuito de detectar *outliers*, *offset* e outros valores espúrios. O comportamento dos sinais envolvidos no desenvolvimento dos modelos para os observadores (malhas aberta e fechada) foram apresentados nos gráficos de tensão (entrada) e temperaturas (saídas) da Figura 4.2.

As variações das variáveis medidas para os instantes k e $k+1$ são apresentadas na Figura 4.18, observa-se que temperatura temperatura T_2 apresenta variações superior a 2^0 C. A temperatura T_1 apresenta variações superior a 1^0 C. As variações destas temperaturas estão associadas com variações do meio ambiente, desta forma podemos concluir que estas variações são ocasionadas devido as perturbações no meio ambiente.

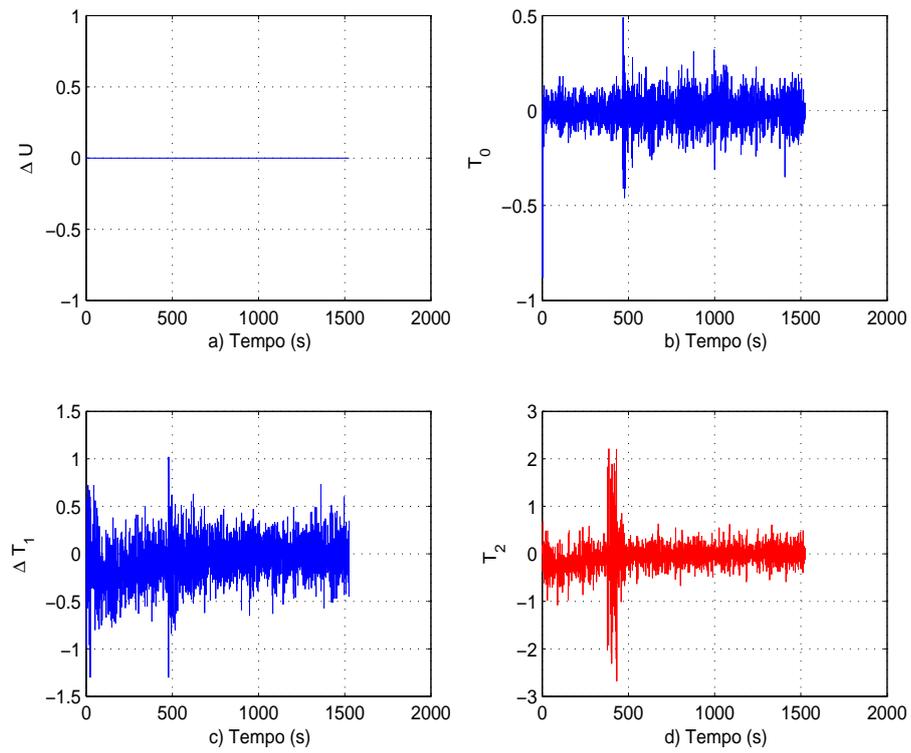


Figura 4.18: Variações das Varáveis Medidas Temperaturas.

Nas Figuras 4.19 e 4.20 apresenta-se os detalhes das variações das medidas para fins de um processamento para levantamento dos parâmetros do modelos dos observadores.

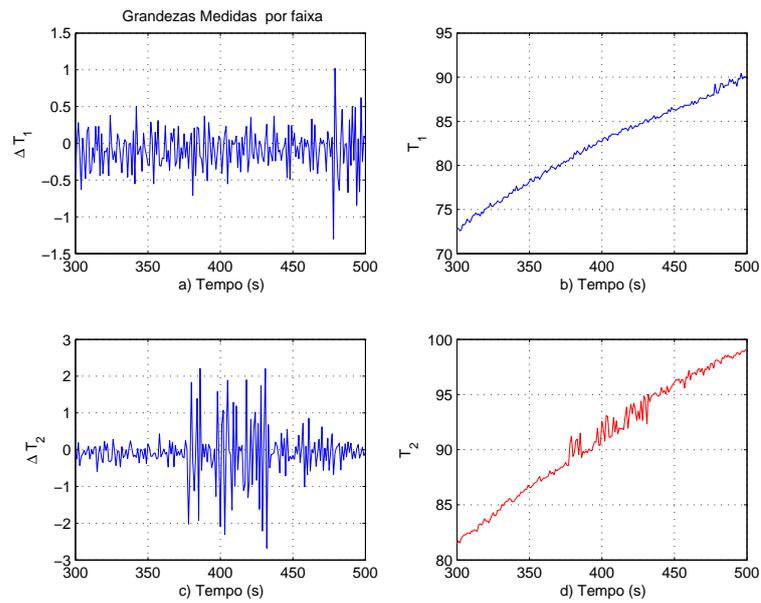


Figura 4.19: Variações por faixas das Temperaturas T_1 e T_2 .

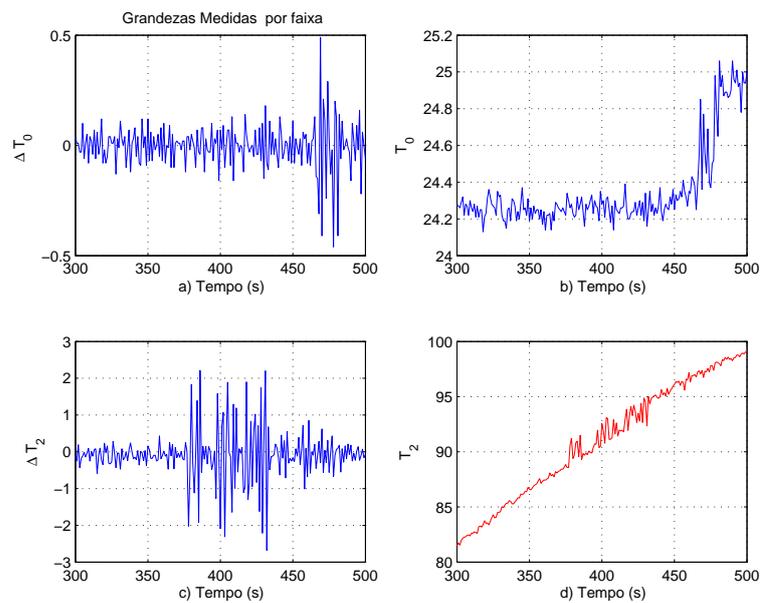


Figura 4.20: Variações por faixas das Temperaturas ambiente e T_2 .

4.4.3 Modelagem da Planta

As funções de transferência são obtidas a partir da modelagem caixa cinza do processo de medição que é obtido pelas equações diferenciais ordinárias (4.1) e

(4.2). Expandindo essas equações temos que

$$\frac{dT_1}{dt} = -a_{11}T_1 + a_{12}T_2 \quad (4.16)$$

$$\frac{dT_2}{dt} = a_{12}T_1 - a_{22}T_2 + b_{21}T_0 + b_{22}T_u \quad (4.17)$$

sendo $a_{11} = \frac{k_{12}}{m_1c_1}$, $a_{12} = a_{11}$, $a_{21} = \frac{k_{12}}{m_2c_2}$, $a_{22} = \frac{k_{12}+k_{20}}{m_2c_2}$. As ponderações do vetor de entradas são $b_{21} = \frac{K_{20}}{m_2c_2}$ e $b_{22} = \frac{b_u}{m_2c_2}$

Aplicando a transformada de Laplace nas Equações (4.16) e (4.17), obtém-se as funções de transferências que são dadas por

$$T_1(s) = \frac{a_{12}}{s + a_{11}}T_2(s) \quad (4.18)$$

$$T_2(s) = \frac{a_{21}}{s + a_{22}}T_1(s) + \frac{b_{21}}{s + a_{22}}T_0(s) + \frac{b_{22}}{s + a_{22}}T_u \quad (4.19)$$

Conforme a Equação (4.19), os parâmetros que estabelecem as contribuições de cada fonte, de calor para a temperatura T_2 , são ponderados para estipular a contribuição de cada temperatura para a entrada do modelo da temperatura do interior da estufa. As instruções do algoritmo que implementam a determinação de parâmetros empíricos da modelagem são dados a seguir:

SMI-FATOR(T_1, T_2, T_0)

▷ Algoritmo 2

▷ Bloco de Parâmetros do Modelo

- 1 $K_{T_1-T_2} \leftarrow \frac{T_1}{T_2}$
- 2 $K_{T_2-T_u} \leftarrow \frac{T_2^u}{T_u}$
- 3 $K_{T_2-T_1} \leftarrow \frac{T_2^1}{T_1}$

Embasado na Equação (4.19), a decomposição de T_2 como uma contribuição das fontes térmicas T_1 , T_0 e T_u é utilizada para tornar a estimação paramétrica mais confiável para estimação da variáveis de estado T_1 sem a utilização de sensor direto. A decomposição é representada por

$$T_2^{med}(s) = T_2^1(s) + T_2^0(s) + T_2^u(s) \quad (4.20)$$

sendo $T_2^{med}(s)$ as temperaturas medidas pelo sensor e as decomposições das contribuições $T_2^1(s)$, $T_2^0(s)$ e $T_2^u(s)$ das fontes que são estão associadas com $T_2^{sensor}(s)$. As parcelas estão associadas com

$$T_2^1(s) = \frac{a_{21}}{s + a_{22}} T_1(s) \quad (4.21)$$

$$T_2^0(s) = \frac{b_{21}}{s + a_{22}} T_0(s) \quad (4.22)$$

$$T_2^u(s) = \frac{b_{22}}{s + a_{22}} T_u \quad (4.23)$$

4.4.4 Estimativa dos Parâmetros

Utilizando a decomposição da medição direta e o teorema da superposição, os parâmetros são estimados para funções de transferências de primeira ordem, o estimador fornece os parâmetros das FTs no domínio contínuo do tempo em termos das constantes de tempo e ganhos de regime permanente. Estas funções de transferência são curvas de reação do processo com $t_0 = 0$. A função de primeira ordem é dada por

$$G(s)_i = \frac{K_i}{1 + s\tau_i} \quad (4.24)$$

sendo τ_i e K_i a constante de tempo e o ganho da FTs de primeira ordem, respectivamente. Estas funções estão associadas com a decomposição de $T_2^{med}(s)$ que é a temperatura medida, conforme estabelecido pela Equação (4.20).

O modelo de 1ª ordem para T_1 e o erro ($T_1^{med} - T_1^{estim}$) da estimativa, Figura 4.21, mostra a influência da temperatura (contribuição) para a temperatura T_2 . Os parâmetros da função de transferências T_{12} são apresentados na Tabela 4.3.

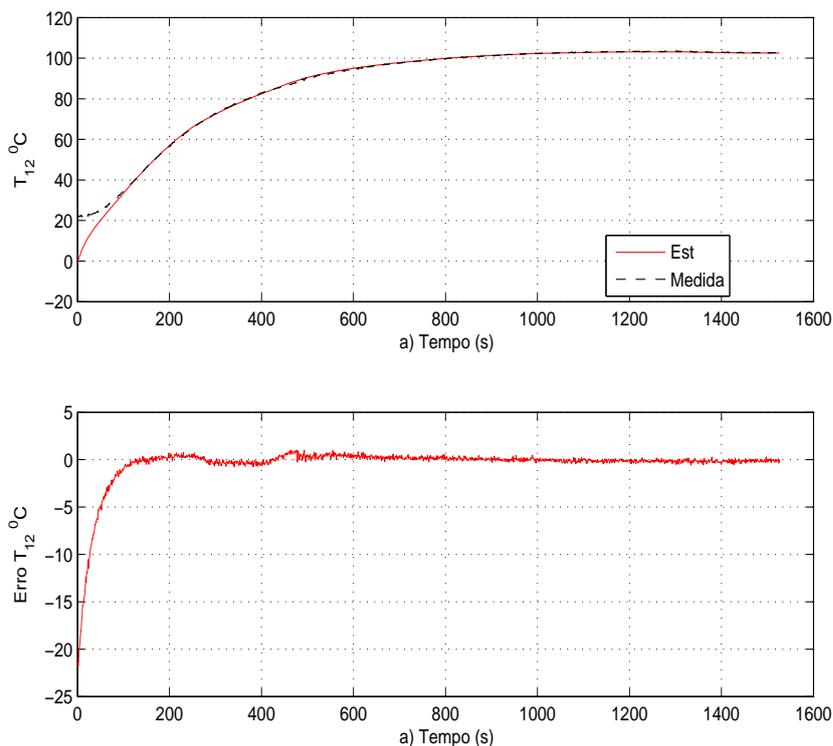


Figura 4.21: Modelo de 1ª ordem para T_1 e Erro da Estimativa.

Na Tabela 4.3 tem-se os parâmetros das funções de transferências que estão associados com a das contribuições (T_{21} , T_{2u} e T_{20}) para a temperatura T_2 . O erro Δ_e do modelo T_1 é satisfatório. Contudo verifica-se que para o modelo T_2 o melhor Δ_e foi obtido para a função de transferência T_{2u} , sendo a mesma escolhida para representar a dinâmica do modelo de T_2 .

Tabela 4.3: Parâmetros das funções de transferência

FT	τ (s)	Ganho K	<i>polo</i>	<i>Erro</i> Δ_e
T_1	28.5141	0.9304	0.0351	98.5279
T_{21}	0.0010	0.0544	1000.0	88.7388
T_{2u}	0.9318	1.0006	1.0732	98.6576
T_{20}	2288.50	0.0893	0.0004	94.8059

Na Figura 4.22 apresenta-se o modelo de 1ª ordem para as contribuições T_{21} (contribuição de devido a T_1 e T_{2u} (contribuição devido a u)). Os erros das esti-

mativas das contribuições são dadas por $(T_{21}^{med} - T_{21}^{estim})$ e $(T_{2u}^{med} - T_{2u}^{estim})$.

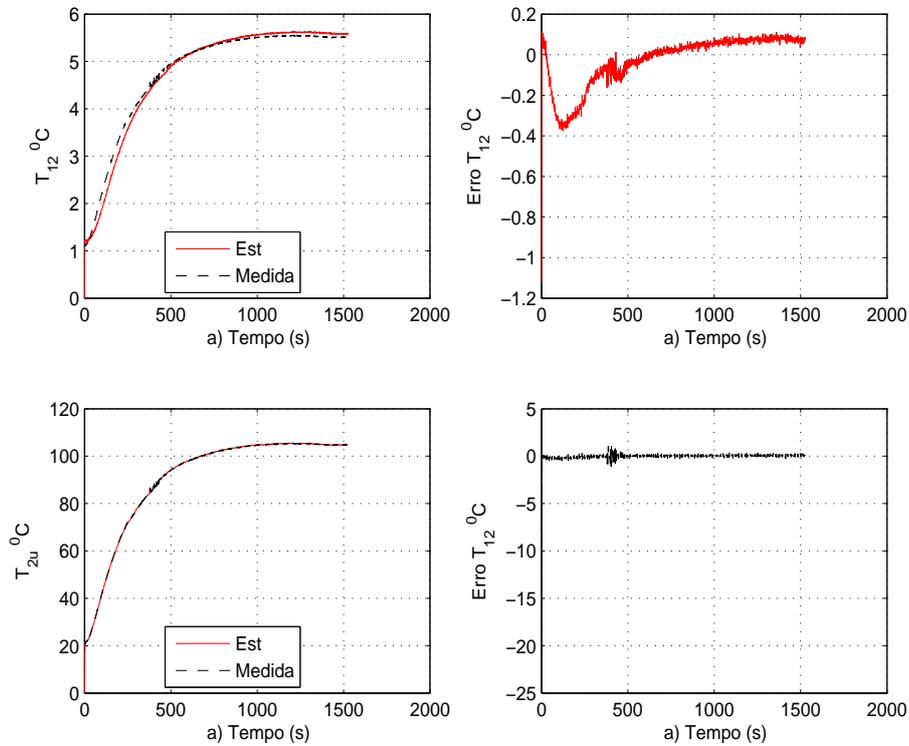


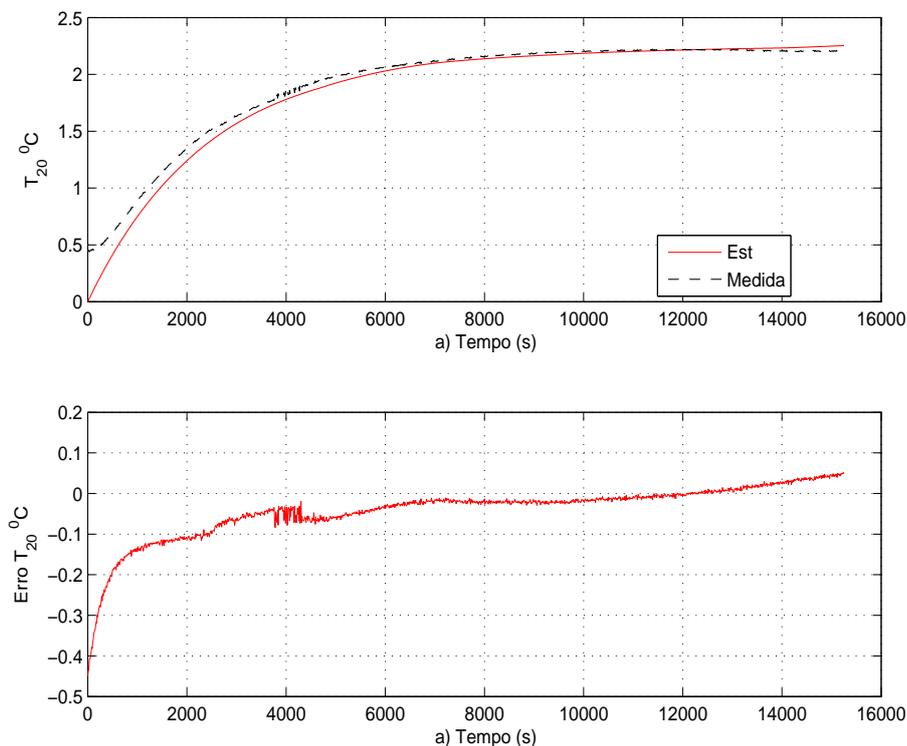
Figura 4.22: Modelo de 1ª ordem para T_{21} e T_{2u} e Erros da Estimativas.

Os parâmetros da função de transferência de T_u para T_2 são dados por

$$G(s) = \frac{K}{1 + Tp_1 s} \quad (4.25)$$

sendo $K = 1.0002$ e $Tp_1 = 4.8949$ com variações paramétricas de $\pm 1.9944e^{-005}$ e ± 0.13766 , respectivamente.

O modelo de 1ª ordem para T_0 e o erro $(T_1^{med} - T_1^{estim})$ da estimativa, Figura 4.23, mostra a influência da temperatura (contribuição) para a temperatura T_2 .

Figura 4.23: Modelo de 1^a ordem para T_0 e Erro da Estimativa.

4.4.5 Modelo Discreto

Modelo no Espaço de Estados é montado a partir dos parâmetros das funções de transferências que são caracterizados pelos parâmetros apresentados na Tabela 4.3, sendo apresentado tanto na sua forma contínua quanto na sua forma discreta.

A fim de obtermos uma identificação do sistema para uma situação em que a dinâmica do sistema é imposta a todas as contribuições de T_2 , como observado na Equação (4.17). Nesta situação, o projetista deve decidir (empiricamente) ou inferir para escolher qual conjunto $\{\sigma, K\}$ que melhor aproxima (representa) a dinâmica do estado T_2 . Observando-se a dinâmica das temperaturas que estão associadas as contribuições de T_2 , conforme apresentado na Tabela 4.3, o projetista deve decidir qual a melhor dinâmica. Desta forma, além da informação sobre a ordem do modelo, o processo de modelagem é alimentado com informação (pólos e ganhos) com particularidades sobre a dinâmica do sistema que são agregadas a modelagem caixa cinza.

A experiência do projetista, as informações da Tabela 4.3 e métodos de análise

de controle conduzem ao modelo contínuo no tempo que é dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_1 \\ \dot{T}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & -a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_{22} \end{bmatrix} T_u \quad (4.26)$$

A descrição no espaço de estado, Equação (4.27), no tempo contínuo é transformada para o tempo discreto (Ljung 1987), o modelo no espaço de estados em tempo discreto é dada por

$$\begin{bmatrix} \hat{T}_1 \\ \hat{T}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9965 & 0.003183 \\ 0.04903 & 0.7883 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.001656 \\ 0.8903 \end{bmatrix} T_u \quad (4.27)$$

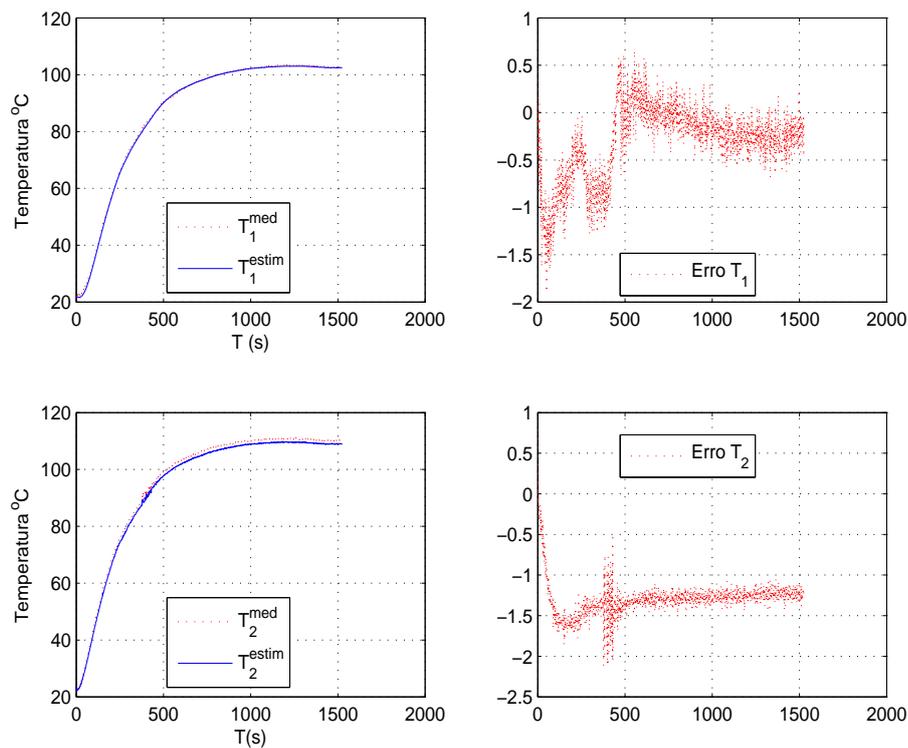


Figura 4.24: Temperaturas no Interior da Estufa e Erros da Estimação.

Os autovalores do modelo discreto são 0.9692 e 0.3406. Observa-se que os valores que o erro da medida, considerando a medida do sensor como sendo o valor verdadeiro.

4.5 Observador em Malha Fechada

A determinação das condições iniciais, valor inicial das estimativas a priori ($x_{k+1|k}$) e posteriori ($x_{k+1|k+1}$), covariâncias (P) iniciais da incertezas das estimações, matrizes de covariâncias dos estados, perturbação da planta são os parâmetros do Filtro de *Kalman* Padrão. Os ganhos de *Kalman* (L), covariância do estado a posteriori, estimativas a priori ($x_{k+1|k}$), covariâncias do estado a priori e posteriori são as variáveis internas dos processos. A estimativa a posteriori do vetor correção ($x_{k+1|k+1}$) é variável alvo. As variáveis e os parâmetros são associados por meio da teoria cálculo, álgebra linear e estatísticas para constituir o algoritmo do filtro de *Kalman* canônico (Braga *et al.* 2008). A determinação de $x_{k+1|k+1}$ é formada de cinco etapas, conforme apresentado no algoritmo:

SMI-KALMAN(x, k, z)

```

▷ Algoritmo 2
 $x_p = [0; 0];$ 
 $x_h = [0; 0];$ 
 $P = [P_0, 0; 0, P_0];$ 
while status
  do  $\infty$ 
    ▷ Ganhos de Kalman
1     $L = PC'(CPC' + R)^{-1}$ 
    ▷ Estimativas a posteriori - Correção  $x_{k+1|k+1} = x_h$ 
2     $x_h = x_p + K(y_k - Cx_p);$ 
    ▷ Covariância do Estado a posteriori
3     $P = P - K * H * P$ 
    ▷ Estimativas a priori  $x_{k+1|k} = x_p$ 
4     $x_p = Ax_h + B * u_{in}(k, 1)$ 
    ▷ Covariância do Estado a priori
5     $P = APA' + Q$ 

```

Os valores dos ganhos do filtro apresentados na Tabela 4.4 são associados ao diagrama do observador da Figura 4.17. Em particular, o ganho L do observador de estado em malha fechada para o sistema de medição indireta.

Tabela 4.4: Ganhos do Filtros de *Kalman*.

No	Ganho L_1	L_2
1	0.0021	0.0856

Considerando resultados do modelo para temperaturas medidas e os seu erros para 3000 medições de 1 segundo, os resultados mostraram-se divergentes do valores medidos.

Na Figura 4.25 mostra-se as temperaturas estimadas e os seu erros para 763 medições de 1 segundo. Os valores das condições iniciais: $x_p = x_{k+1|k} = [23 \ 23]^T$ e $x_h = x_{k+1|k+1} = [23 \ 23]^T$. A covariância inicial da incerteza da estimação é dada por $P = [14, 0 \ 0, 14]^T$.

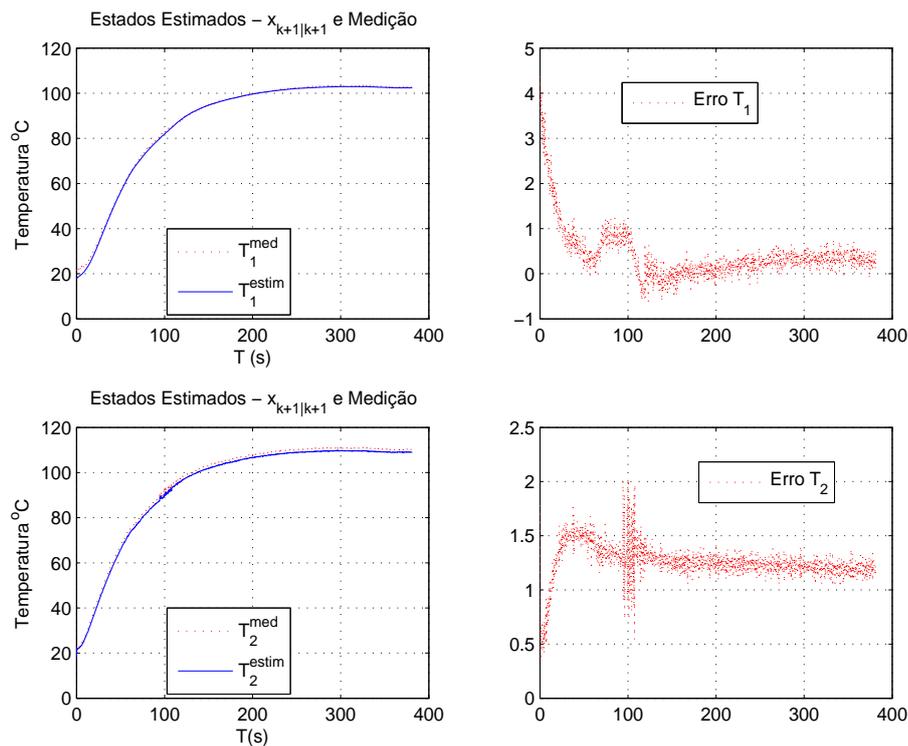


Figura 4.25: Temperaturas Estimadas no interior da Estufa.

4.6 Conclusão

Apresentou-se neste Capítulo a modelagem e estimação paramétrica de equações à diferença para realização de observadores de estados que baseiam-se em modelos OE e no espaço de estado. Verificou-se o desempenho do modelos em relação a estabilidade e as análises no domínio do tempo e da frequência para os observadores em malha aberta. Tanto para o observadores em malha aberta quanto em malha fechada realizou uma análise do sinais no sentido de detectar *offset* e *outliers*, desta forma garante-se uma maior exatidão do modelo.

O modelo no espaço de estado baseia-se na estrutura do modelo caixa branca que é utilizado para representar o comportamento da temperatura no interior de objetos em estufas. As funções de primeira ordem são estimadas para avaliar o comportamento dinâmico de cada temperatura em faces as entradas que provocam alterações na temperaturas internas do estufa.

A teoria de *Kalman* foi utilizada para sintonizar os ganhos do observador de estado em malha fechada, desta forma garantiu-se uma melhor exatidão e robustez ao processo de medição indireta. Na malha aberta, observadores são realizados pelas equações a diferença que tem suas origens nos parâmetros estimados em funções de transferência do modelo OE.

CAPÍTULO 5

Projeto RLQD-Genético

Neste Capítulo mostra-se por meio de aplicações a importância dos modelos no espaço de estados para o projeto, simulações e realização do controle **RLQD**. Salientamos também a necessidade da realimentação completa dos estados para o projeto **RLQD**, como sendo uma justificativa tecnológica para o desenvolvimento de observadores no espaço de estados para realização de sistemas de controle ótimo.

A importância dos modelos dos sistemas dinâmicos para o projeto **RLQD**, como uma justificativa tecnológica para o desenvolvimento de observador está relacionada com a necessidade dos seus parâmetros na determinação da lei de controle ótimo via solução da Equação Algébrica de Riccati Discreta. Após a determinação dos ganhos do controlador, o observador de estado disponibiliza os estados não mensuráveis, a partir das medições de algumas saídas, os estados do sistema para fins realimentação. Podemos, ainda salientar a importância do modelo da planta para o conhecimento do seu comportamento e a avaliação do sistema de controle por meio de simulações computacionais.

Basicamente, duas principais questões do problema **RLQ** tem sido alvo de investigação desde os primeiros desenvolvimentos do controle ótimo que são as escolhas dos pesos das matrizes Q e R (Johnson and Grimble 1987) e a solução da **EARD**. Sabe-se que estas questões (problemas) possuem soluções que são extremamente dependentes da ordem do sistema dinâmico e das condições operacionais. Entre os diversos métodos que tratam do estado da arte para sintonia dos reguladores **RLQ**, investiga-se os algoritmos genéticos para o ajuste dos ganhos

RLQ. O AG é desenvolvido para orientar a busca das matrizes de ponderação que impõem as especificações do projeto. Nos Apêndices B e C apresenta-se os modelos dos algoritimos genéticos e os parâmetros para busca das matrizes de ponderação, respectivamente.

O desempenho do controlador é avaliado nos domínios do tempo e da frequência por meio de respostas ao degrau e diagramas de Bode, apresenta-se uma análise comparativa das figuras de mérito, tais como: tempo de acomodação, tempo de subida, etc.

5.1 Alocação de Autoestrutura

O problema de alocação de autoestrutura via projeto **RLQD**, consiste na determinação da matriz de ganho ótimo $K^*(Q, R)$, que impõe o sistema de malha fechada especificado por $x_{k+1} = [A - BK(Q, R)]x_k$, ou na forma de autovalores e autovetores que satisfaça as restrições de autoestrutura.

As restrições de autovalores são especificadas por uma região no semiplano complexo esquerdo e esta região é limitada pelas desigualdades $\lambda_{i,e} \leq \lambda_{i,c} \leq \lambda_{i,d}$, para $i = 1, \dots, n$, sendo os extremos deste intervalo os i -ésimos autovalores complexos conjugados representando as fronteiras especificadas à esquerda e à direita, enquanto que o termo central designa o i -ésimo autovalor alocado que satisfaz as restrições.

O ganho do Controle **RLQD** é dado por

$$K_k = [Q_2 + B^T S_{k+1} B]^{-1} B^T S_{k+1} A \quad (5.1)$$

sendo S_{k+1} a solução da **EADR** que é dada por

$$A^T [S_{k+1} - S_{k+1} B R^{-1} B^T S_{k+1}] A + Q_1 = 0 \quad (5.2)$$

Detalhes da formulação da **EARD** no contexto da formulação de controle **RLQD** e a sua solução pelo método de *Schur* são apresentados no Apêndice A.

A Lei do Controle que impõe a autoestrutura é dada por

$$u_k = -R^{-1} B^T S_{k+1} A x_k \quad (5.3)$$

5.2 Sintonia RLQD

O diagrama da Figura 5.1, representa a evolução dos métodos de apoio para sintonia dos controladores **RLQD**, relacionados com a seleção das matrizes de ponderação. O foco desta seção é sobre os métodos computacionais para a busca das matrizes de ponderação que são os coeficientes da **EARD**.

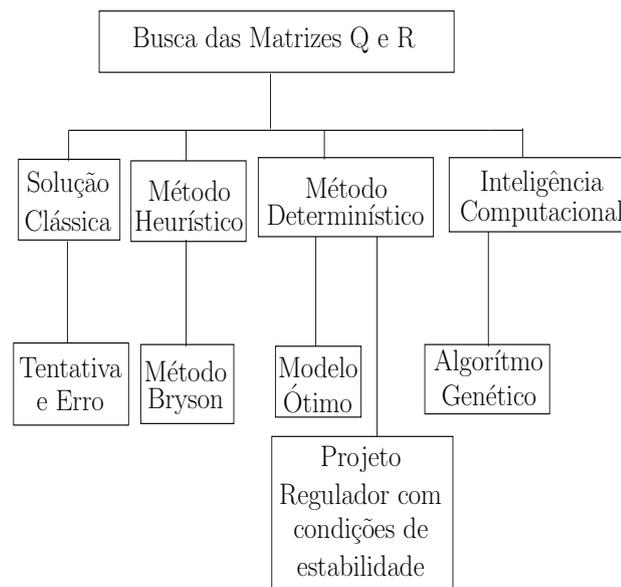


Figura 5.1: Paradigma de Controle Ótimo **RLQD**.

Os métodos de busca pelas matrizes Q e R da Figura 5.1 são orientados para realizar um determinado controle, os métodos de busca baseiam-se em heurísticas, empirismo, soluções algébricas e computação inteligente, (Johnson and Grimble 1987). No Apêndice B apresenta-se os algoritmos genéticos que conforme a Figura 5.1 são métodos de inteligência computacional.

5.3 Descrição no espaço de estados

Os modelos extraídos no Capítulo 4 através da Figura 4.6 é representada aqui como modelo Espaço de Estados.

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k, \quad t \geq t_o. \quad (5.4)$$

$$y_k = Cx_k \quad (5.5)$$

onde $x = [x_1 x_2]'$ são os estados, $u = [u_1]'$ é a entrada e $y = [y_1]'$ é a saída. $A_{2 \times 2}$ é o estado, $B_{2 \times 1}$ é a entrada e $C_{1 \times 2}$ é a saída das matrizes.

Realizando as devidas transformações do modelo discreto para o modelo espaço de estados temos:

$$A = \begin{bmatrix} 0.9548 & 0.0002 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0.1203 & -0.0957 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Tendo em mãos o modelo em espaço de estados do sistema dinâmico, aplica-se a solução de busca das matrizes QR para o controlador ótimo por meio do projeto de alocação de autoestruturas.

5.4 Sintonia GA

Os modelos do algoritmo genético apresentados no Apêndice B são implementados para realizar a sintonia controle **RLQD**. Os resultados da busca são avaliados em termos da população inicial e final, tais como: médias e desvios padrões.

O algoritmo genético, chamado de $RLQD - AG_{QR}$, está implementado no ambiente computacional **MATLAB**. No Apêndice C são apresentados as restrições de projeto e os parâmetros do $RLQD - AG_{QR}$, tais como: tamanho da população, probabilidade de ocorrência de operações, número máximo de iterações, etc.

5.4.1 População inicial

Na geração da população inicial observa-se uma pequena diversidade genética em todos os 50 indivíduos da população, isso se deve ao fato de terem sido selecionados aleatoriamente indivíduos em torno dos valores ótimos. Neste processo de inicialização da busca pelo **AG**, diversos indivíduos possuem sensibilidade que satisfazem as condições associadas na estrutura de otimização combinatória para realizar a busca das matrizes.

Na Tabela 5.1 tem-se as estatísticas de sensibilidades associadas aos autovalores, a média de valores das sensibilidades normalizadas, mostram que um dos indivíduos alcançou a sensibilidade especificada, ou seja, $s_i(Q, R) \leq 1$. Os valores mínimos de algumas sensibilidades alcançaram as especificações de projeto para indivíduos diferentes.

Tabela 5.1: Sensibilidades normalizadas - Estatísticas população inicial

S_i	Max	Média	Min	Desv. Padrão
1	2.454	2.417	0.579	0.265
2	2.791	0.383	0.333	0.348

5.4.2 População Final

As estatísticas das sensibilidades normalizadas e autovalores para uma busca de 50 gerações são apresentadas nas Tabelas 5.2 e 5.3, respectivamente. As partes imaginárias dos autovalores são nulas, portanto não há necessidade de apresentar tabelas com as suas estatísticas

Tabela 5.2: Sensibilidades normalizadas - Estatísticas população final.

	Max	Média	Min	Std
1	2.454	2.454	2.454	0.000
2	0.333	0.333	0.333	0.000

Tabela 5.3: Autovalores parte real - Estatísticas.

	Max	Média	Min	Std
1	-0.955	-0.955	-0.955	0.000
2	-0.004	-0.004	-0.007	0.001

5.4.3 A Solução QR

Diversas soluções apresentadas pelo GA são satisfatórias, pois atendem as restrições de autovalores. Quanto as sensibilidades dos autovalores, o projetista não tem o grau de liberdade de escolher os autovalores pois, o sistema é SISO (uma entrada e uma saída), o grau de liberdade de autovetores só é possível para sistemas MIMO (múltiplas entradas e múltiplas saídas). Escolheu-se como solução a matriz QR do indivíduo 5 da geração 88. As matrizes QR escolhidas são dadas por

$$Q = \begin{bmatrix} 1.4532 & 11.1847 \\ 11.1847 & 1.6159 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

$$R = [129.2107] \quad (5.10)$$

5.5 Análise do Desempenho do RLQD

Nesta seção destaca-se o comportamento da planta nos domínios do tempo e da frequência para fins de avaliação do desempenho do controle ótimo **RLQD**.

Na Figura 5.2 observa-se que assim como no sistema em malha aberta, os pólos e os zeros continuam dentro do círculo unitário, o que comprova a estabilidade do sistema. Com o controle ótimo a grande diferença é no ganho ótimo, como pode ser destacado na Tabela 5.4 e comparado com o ganho anterior este diminuiu, isto pode ser comprovado pela perda da robustez do sistema com controle **RLQD**.

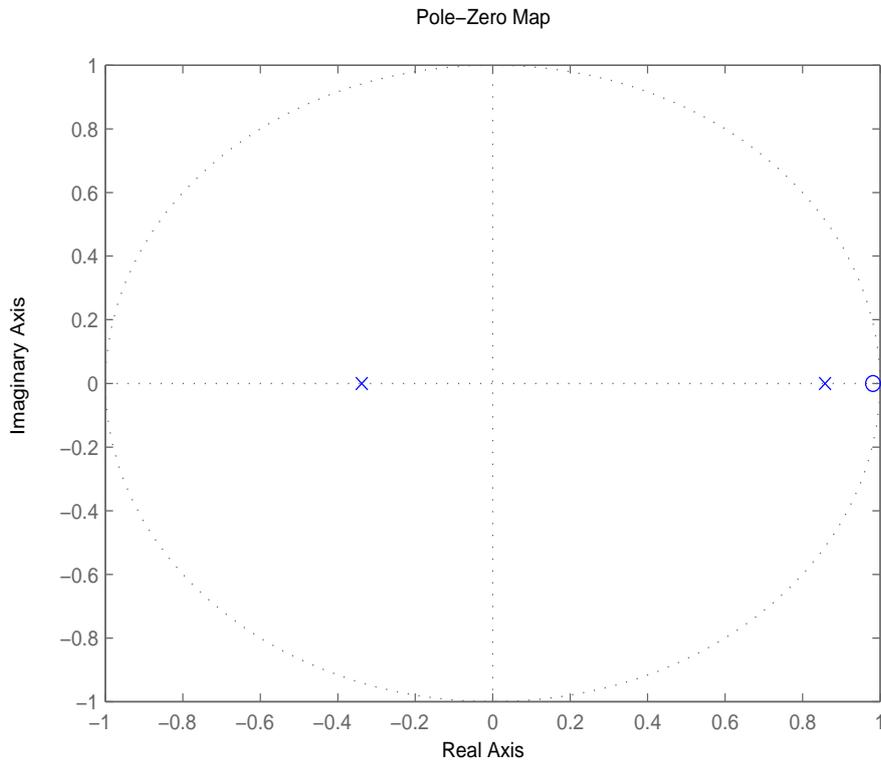


Figura 5.2: Pólos e zeros da FT do SMI com controle **RLQD**

Tabela 5.4: Pólos, zeros e ganhos das Funções de Transferência do SMI controle **RLQD**.

FT	Zeros	Pólos		Ganhos
	z_1	p_2	p_1	K
T^{12}	0.982	0.858	-0.338	0.0119

Nas Figuras 5.3 e 5.4 são mostradas as respostas ao degrau do sistema em malha aberta e o sistema com controle **RLQD** e na Tabela 5.5 estão as características do sistema. Como foi dito anteriormente o sistema perdeu em termos de ganho, no entanto os tempos de atraso, subida e de acomodação foram todos melhorados.

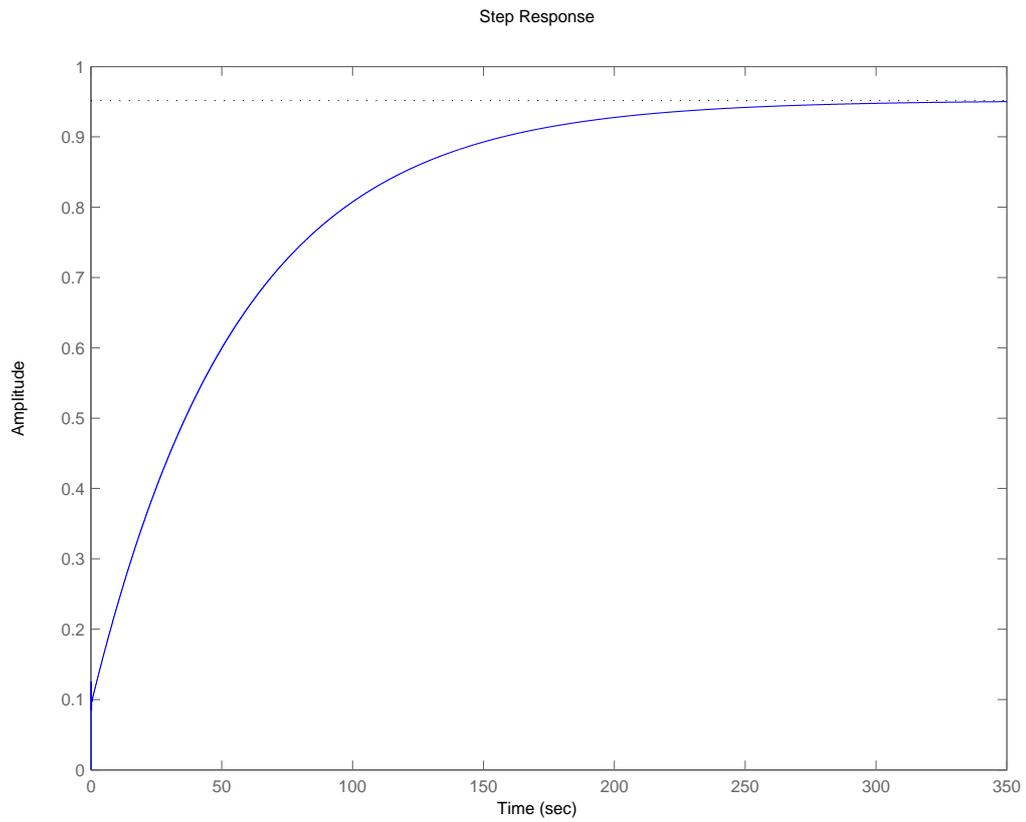


Figura 5.3: Resposta ao degrau da temperatura estimada T_{12} .

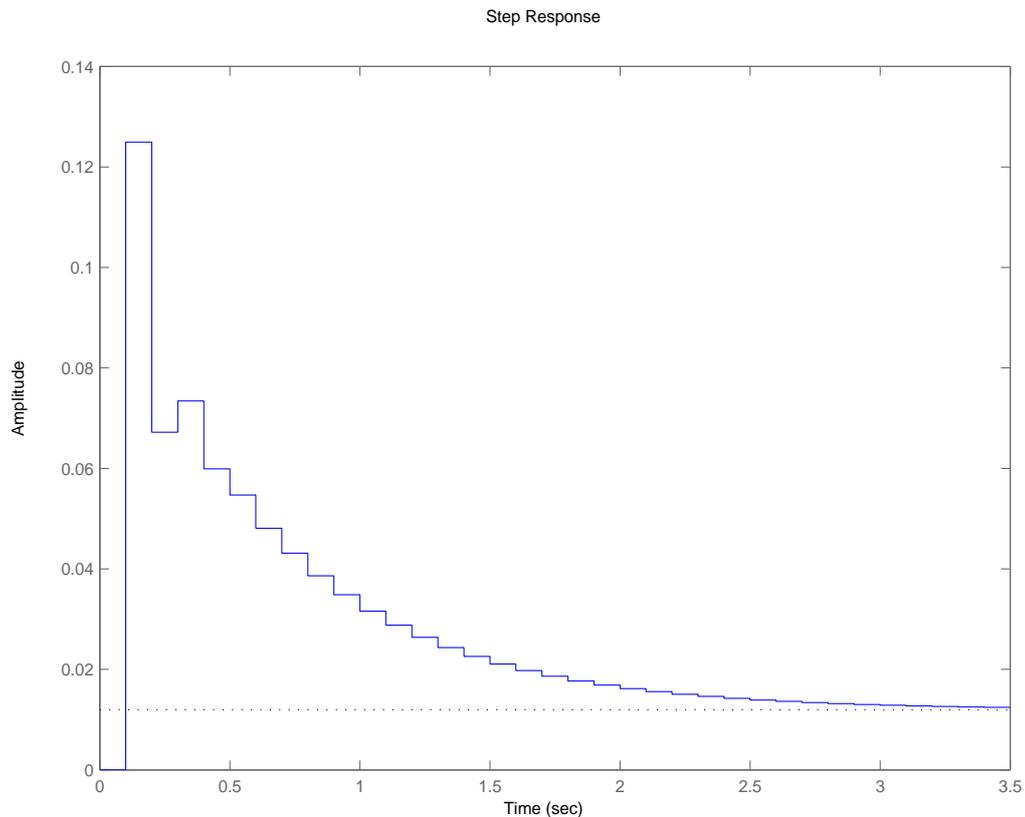


Figura 5.4: Resposta ao degrau da FT do SMI com controle **RLQD**.

Tabela 5.5: Figuras de Mérito do Sistema para Resposta ao Degrau.

Sistemas	Tempo de Atraso (t_d)	Tempo de Subida (t_r)	Tempo de Acomodação (t_s)
Malha Aberta	214	123	350
RLQD	0.08	2.5	3.5

Uma outra peculiaridade do sistema em malha aberta e do sistema com controle é que eles não possuem *overshoot* o que pode ser explicado facilmente pelo fato de não haver pólos complexos.

Nas Figuras 5.5 e 5.6 são mostradas as respostas ao impulso e na Tabela 5.6 é feita a análise de suas principais características. Observa-se que as amplitudes são as mesmas tendo o controle ótimo atuado no tempo de acomodação.

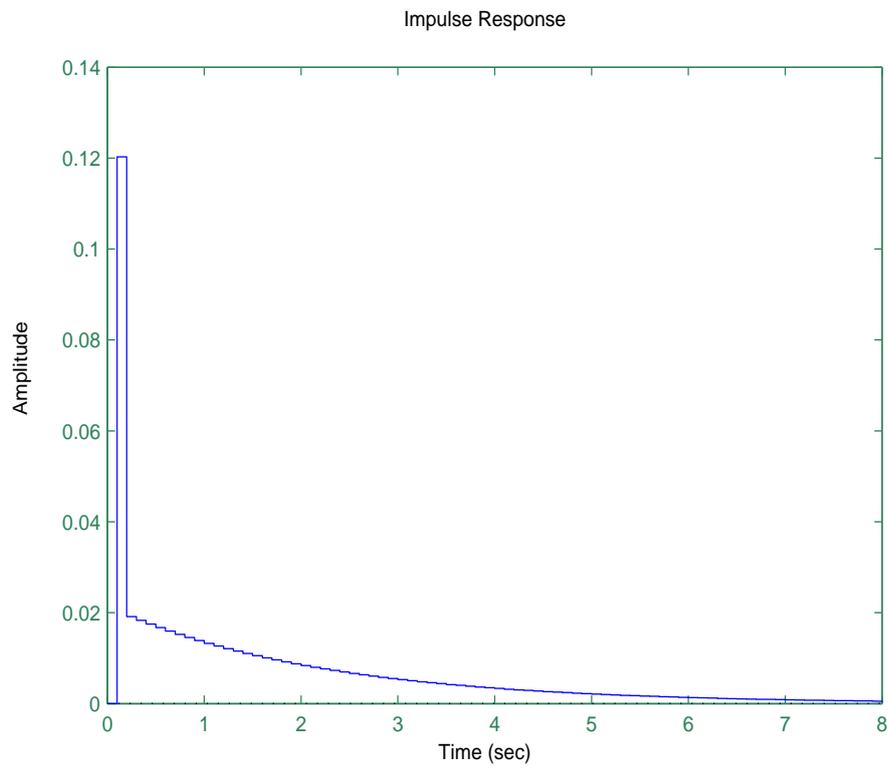


Figura 5.5: Resposta ao Impulso da Temperatura Estimada T_{12} .

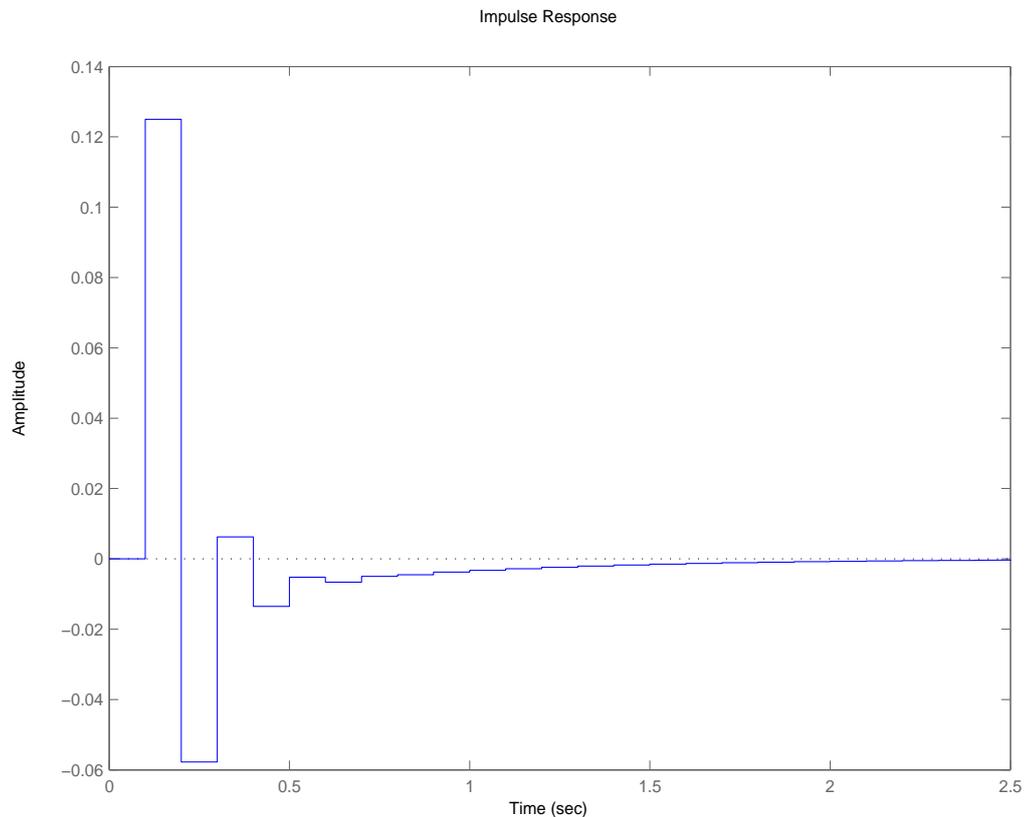


Figura 5.6: Resposta ao Impulso da FT com Controle **RLQD**.

Tabela 5.6: Características do Sistema para Resposta ao Impulso.

Sistemas	Amplitude e Resposta de Pico	Tempo de Acomodação (t_s)
Malha Aberta	0.12 em 0.1s	4.71
RLQD	0.12 em 0.1s	1.2

Com relação à análise em frequência do sistema com controle **RLQD** observa-se na Figura 5.7 e os seus parâmetros detalhados na Tabela 5.7 que o sistema comporta-se satisfatoriamente para altas frequências já que sua frequência de corte (*Cutoff Rate*) não é mais acentuada do que o mesmo sistema sem o controle.

Com relação as margem de ganho observa-se que o sistema está dentro dos padrões de projeto, ou seja GM está acima de $6dB$ e com relação a margem de

fase é infinita, o que é considerado satisfatório, pois o **RLQD** faz com que a margem de fase torna-se infinita.

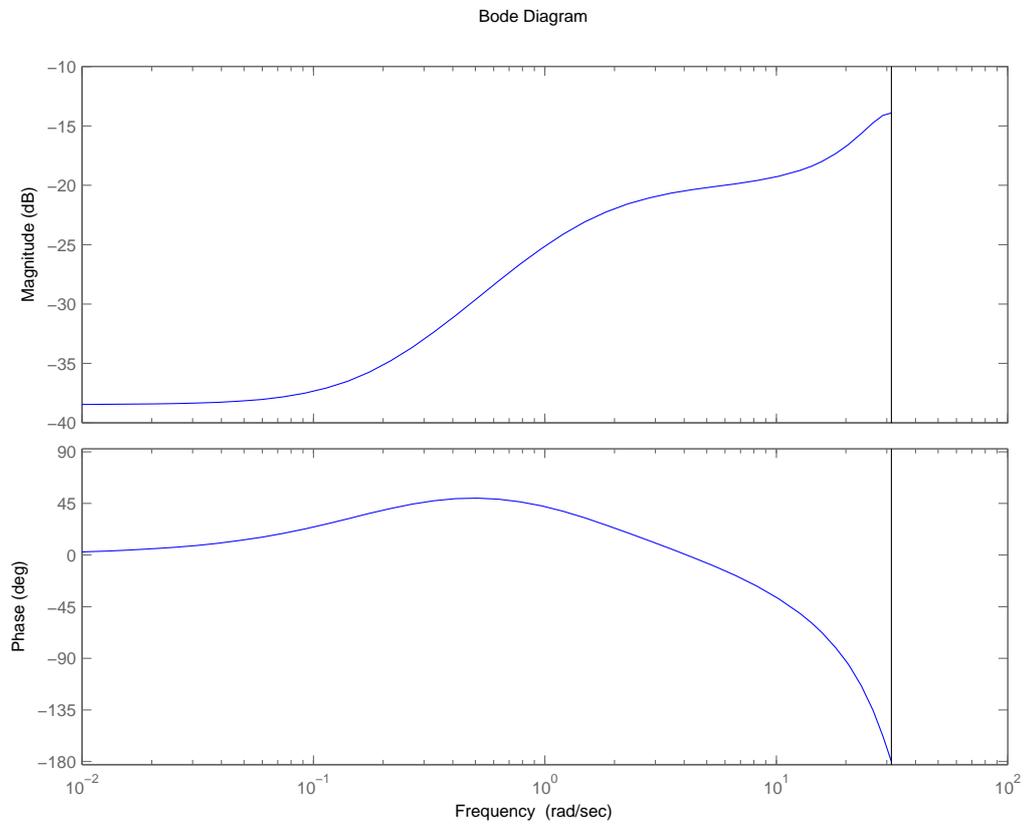


Figura 5.7: Diagrama de Bode da Temperatura Estimada T^{12} com controle **RLQD**.

Tabela 5.7: Análise em frequência do Controle **RLQD**.

FT	T^{12}
$M_r(dB)$	-13.9
$\varpi_r(rad/sec)$	31.4
$BW(dB)$	<i>inf.</i>
$GM(dB)$	13.9
$\varpi_g(rad/sec)$	31.4
$PM(dB)$	- - - -
$\varpi_f(rad/sec)$	- - - -

5.6 Conclusão

Neste Capítulo apresentou-se a aplicação do modelo em espaço de estados para o projeto de controle ótimo discreto que são sintonizados por algoritmos genéticos. Nas primeiras duas Seções foram apresentadas a problemática do ajuste do ganho sob o ponto de vista algébrico e os métodos que foram desenvolvidos para realizar a sintonia de controladores **RLQD**.

A importância do modelo do sistema dinâmico foi salientada nas fases de sintonia e de avaliação de desempenho do controle. Mostrou-se que os coeficientes do modelo são também os coeficientes da equação de *Riccati* que fornece os ganhos do controlador ótimo. A importância do modelo também é salientada na avaliação do desempenho do sistema de controle para respostas impulso e ao degrau.

O *AG* de busca com seus parâmetros de inicialização produziram soluções muito próximas, ou seja, as matrizes solução apresentadas pelo *AG* possuem ligeiras discrepâncias. Isto porque foi realizado um pré estudo das matrizes e dos parâmetros de inicialização do algoritmo genético que facilitou a busca das matrizes de ponderação.

CAPÍTULO 6

Conclusão

Apresentou-se o desenvolvimento de uma metodologia para projeto de observadores de estado nas malhas aberta e fechada que utilizam modelos polinomiais OE e no espaço de estados. Durante o desenvolvimento do trabalho mostrou-se a importância dos modelos matemáticos baseados em medições em relação aos modelos baseados somente em princípios físicos.

Abordou-se nesta pesquisa uma visão dos observadores de estado que ainda é pouco estudada, que é a visão de observadores no sentido de um estimador para compor núcleo de software de sistemas de medição indireta. Os resultados apresentados mostraram que os observadores podem reduzir os custos dos sistemas pelo aumento do desempenho de sensores de baixo custo. No entanto os dois juntos podem prover um desempenho equivalente ao sensor de alto custo. Em casos extremos, observadores podem até mesmo eliminar um sensor, reduzindo o custo de projeto e o cabeamento associado.

Nesta dissertação também apresentou-se abstrações e diretrizes para o desenvolvimento de um sistema de medição indireta que é orientado para monitoração e controle discreto ótimo. A monitoração é realizada pelo SMI, tendo como núcleo uma equação à diferença para a medição não invasiva e o processamento é realizado por microcontroladores de baixo custo.

De forma geral, pode-se afirmar que a metodologia proposta é bastante promissora para a realização de observadores de estado em sistemas de medição indireta. Estes SMIs podem ser aplicados para monitoração dos estados em cubas eletrolíticas para redução de alumínio. Como também, os SMIs pode ser uti-

lizados para realização dos métodos de controle ótimo que estão baseados na realimentação completa de estados.

6.1 Trabalhos Futuros

A seguir apresenta-se dois temas para o desenvolvimento de pesquisa que envolve observadores de estado e sistemas de controle ótimo:

1. Aplicação da metodologia proposta para o desenvolvimento e implementação de um SMI e de controladores **RLQD** para sistemas dinâmicos.
2. Projeto e realização de um SMI dedicado a medição não invasiva da temperatura de objetos em estufas, tendo como variáveis: entrada e saída. As entradas são a tensão de acionamento da bobina térmica e a temperatura da estufa e as saídas são estados estimados que realimentam os controladores **RLQD**.

Formulação e Equação de Riccati Discreta

No intuito de fornecer apoio para uma melhor compreensão do problema de Controle **RLQD**, apresenta-se a solução da Equação de *Riccati* na forma Discreta.

A.1 Solução do Problema

A lei de controle linear dada por $u_k = -K.x_k$ é a lei de controle ótimo. Em consequência, se os elementos da matriz K ganho de realimentação forem determinados de modo a minimizar o índice de desempenho, então $u_k = -K.x_k$ é ótimo para qualquer que seja o estado inicial $x(0)$. O problema de projetar um sistema de controle de realimentação linear que minimiza um índice de desempenho quadrático pode ser reduzido ao problema de obter uma solução simétrica e definida positiva da Equação Algébrica de *Riccati* (Moudgalya 2007),

Sabe-se que $\lambda(N + 1) = 0$ e substituindo na Equação (2.43) obtêm-se a condição

$$\lambda(N) = Q_1 x(N) \tag{A.1}$$

Motivado pela Equação (A.1) onde λ aparece como função linear de x em N , logo pode-se dizer que

$$\lambda_k = S_k x_k \quad (\text{A.2})$$

(método da varredura)

Da Equação (2.42) vem

$$Q_2 u_k + B^T \lambda_{k+1} = 0 \quad (\text{A.3})$$

Substituindo λ da Equação (A.2) obtêm-se

$$Q_2 u_k = -B^T S_{k+1} x_{k+1} \quad (\text{A.4})$$

Substituindo por $x(k+1)$ da Equação (2.37) e simplificando

$$\begin{aligned} Q_2 u_k &= -B^T S_{k+1} (Ax_k + Bu_k) \\ [Q_2 + B^T S_{k+1} B] u_k &= -B^T S_{k+1} Ax_k \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

logo, chega-se a seguinte expressão para a lei de controle:

$$u_k = -[Q_2 + B^T S_{k+1} B]^{-1} B^T S_{k+1} Ax_k \quad (\text{A.6})$$

Definindo

$$R = Q_2 + B^T S_{k+1} B \quad (\text{A.7})$$

obtêm-se

$$u_k = -R^{-1} B^T S_{k+1} Ax_k \quad (\text{A.8})$$

a Equação (2.44) pode ser reescrita como

$$\lambda_k = A^T \lambda_{k+1} + Q_1 x_k \quad (\text{A.9})$$

da Equação (A.2) a Equação (A.9) torna-se

$$S_k x_k = A^T S_{k+1} x_{k+1} + Q_1 x_k \quad (\text{A.10})$$

substituindo $x(k+1)$ da Equação (2.37) obtêm-se

$$S_k x_k = A^T S_{k+1} [Ax_k + Bu_k] + Q_1 x_k \quad (\text{A.11})$$

substituindo u_k da Equação (A.8) vem

$$S_k x_k = A^T S_{k+1} [Ax_k - BR^{-1} B^T S_{k+1} Ax_k] + Q_1 x_k \quad (\text{A.12})$$

Agrupando e simplificando

$$S_k = A^T [S_{k+1} - S_{k+1} BR^{-1} B^T S_{k+1}] A + Q_1 \quad (\text{A.13})$$

A Equação (A.13) é a Equação Algébrica de Riccati. Definindo

$$M_{k+1} = [S_{k+1} - S_{k+1} BR^{-1} B^T S_{k+1}] \quad (\text{A.14})$$

logo,

$$S_k = A^T M_{k+1} A + Q_1 \quad (\text{A.15})$$

Usando R da Equação (A.7) a Equação (A.14) torna-se

$$M_{k+1} = [S_{k+1} - S_{k+1} B [Q_2 + B^T S_{k+1} B]^{-1} B^T S_{k+1}] \quad (\text{A.16})$$

das Equações (A.1) e (A.2)

$$S(N) = Q_1 \quad (\text{A.17})$$

e da Equação (A.6) obtêm-se a relação para K_k dado $u_k = -K_k x_k$

$$K_k = [Q_2 + B^T S_{k+1} B]^{-1} B^T S_{k+1} A \quad (\text{A.18})$$

O valor ótimo da função objetivo pode ser calculado facilmente. Primeiro substituindo a Equação (2.41) a expressão para $\lambda^T_{k+1} A$ da equação adjunta dada pela Equação (2.44) e para $\lambda^T_{k+1} B$ da Equação (2.42) chega-se em (Moudgalya 2007)

$$\begin{aligned} J' &= \frac{1}{2} \sum_{k=0}^N [x^T_k Q_1 x_k + u^T_k Q_2 u_k - \\ &\quad \lambda^T_{k+1} x_{k+1} + (\lambda^T_k - x^T_k Q_1) x_k - u^T_k Q_2 u_k] \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=0}^N [\lambda^T_k x_k - \lambda^T_{k+1} x_{k+1}] \\ &= \frac{1}{2} \lambda^T(0) x(0) - \lambda^T(N+1) x(N+1) \end{aligned}$$

mas como $\lambda(N+1) = 0$ chega-se em

$$J' = J = \frac{1}{2} \lambda^T(0) x(0) = \frac{1}{2} x^T(0) S(0) x(0) \quad (\text{A.19})$$

A.2 Solução da EARD

O procedimento de solução da equação algébrica matricial de Riccati, EAR, é estável devido as matrizes de ponderação e outros termos obedecem rigorosamente as restrições que garantem a existência de uma solução ótima. Esta Seção introduz de forma sucinta um dos métodos numéricos sequenciais e paralelos usados na solução da Equação Matricial Algébrica de Riccati que é o método do Autovetor e Schur (baseados na matriz Hamiltoniana)

Devido sua grande vantagem, o método de Schur é escolhido como referência para validar a performance do algoritmo Genético para solução **EARD**. Nesta seção serão apresentadas as equações básicas do método de Schur (Laub 1979).

A.2.1 O Horizonte Infinito para solução RLQD-EARD

A lei de controle de K apresentado na última seção é tempo variável. Busca-se uma solução estável, no entanto. As razões são que a solução constante é a mais

fácil de se implementar. Além disso, mesmo a solução variante no tempo, o direito poderia ser constante durante a maior parte do tempo. Quando a função objetivo é uma soma de um infinito número de termos, conhecidos como o problema de tempo infinito, a solução ótima é o estado estacionário. Isso porque estamos interessados em uma solução estável para o problema do controle ótimo, nós olhamos para a solução de Riccati dada pela Equação (A.13), e reproduzida aqui por conveniência (Ogata 1995) e (Gene F Franklin and Workman 1997):

$$S_k = A^T[S_{k+1} - S_{k+1}BR^{-1}B^T S_{k+1}]A + Q_1 \quad (\text{A.20})$$

isso porque está-se interessado na solução da equação de estado dado:

$$S_k = S_{k+1} = S_\infty \quad (\text{A.21})$$

substituindo na Equação (A.20)

$$S_\infty = A^T[S_\infty - S_\infty BR^{-1}B^T S_\infty]A + Q_1 \quad (\text{A.22})$$

retomando a Equação de controle (2.42) e reorganizando

$$u_k = -Q_2^{-1}B^T \lambda_{k+1} \quad (\text{A.23})$$

e colocando a Equação (A.9) em termos de λ_{k+1}

$$\lambda_{k+1} = A^{-T} \lambda_k - A^{-T} Q_1 x_k \quad (\text{A.24})$$

Combinando as Equações (2.37), (A.23) e (A.24) nas formas de x e λ assumindo que Q_2 e A são não singulares. Estas equações são chamadas de equações de **Hamilton** ou equações de **Euler Lagrange**.

$$\begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} A + BQ_2^{-1}B^T A^{-T} Q_1 & -BQ_2^{-1}B^T A^{-T} \\ -A^{-T} Q_1 & A^{-T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix}_k \quad (\text{A.25})$$

sendo,

$$H_c = \begin{bmatrix} A + BQ_2^{-1}B^T A^{-T}Q_1 & -BQ_2^{-1}B^T A^{-T} \\ -A^{-T}Q_1 & A^{-T} \end{bmatrix} \quad (\text{A.26})$$

A.2.2 Decomposição de autovetores

Deve-se transformar a Equação (A.25) para um novo estado que tem um sistema de matriz diagonal e desta solução pode-se obter a equação de estado de controle ótimo. Assim como antes os autovalores desta matriz são tais que para cada autovalor recíproco é também um autovalor. Desta forma H_c pode ser diagonalizado da forma

$$H_c^T = \begin{bmatrix} E^{-1} & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix} \quad (\text{A.27})$$

sendo E é a matriz diagonal de raízes instáveis ($|z| > 1$) e E^{-1} é a matriz diagonal de raízes estáveis ($|z| < 1$) e H_c^T é obtido pela transformação de similaridade.

$$H_c^T = W^{-1}H_cW \quad (\text{A.28})$$

sendo W é a matriz de autovetores de H_c e pode ser escrita na forma de blocos como

$$W = \begin{bmatrix} X_I & X_0 \\ \Lambda_I & \Lambda_0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.29})$$

sendo $\begin{bmatrix} X_0 \\ \Lambda_0 \end{bmatrix}$ é a matriz de autovetores associados com os autovalores fora do círculo unitário e $\begin{bmatrix} X_I \\ \Lambda_I \end{bmatrix}$ é a matriz de autovetores associados com os autovalores dentro do círculo unitário.

Esta mesma matriz W pode ser usada para transformar x e λ para os modos normais do sistema

$$\begin{bmatrix} x^T \\ \lambda^T \end{bmatrix} = W^{-1} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} \quad (\text{A.30})$$

sendo x^T e λ^T são os modos normais. Convertendo

$$\begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} = W \begin{bmatrix} x^T \\ \lambda^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_I & X_0 \\ \Lambda_I & \Lambda_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^T \\ \lambda^T \end{bmatrix} \quad (\text{A.31})$$

A.2.3 Abordagem do método de Schur

O método de Schur é estudado como uma variante da abordagem clássica de autovetores e utiliza ao invés disso, um conjunto adequado de vetores de Schur, desta maneira adquire uma vantagem numérica substancial. A abordagem dos vetores de Schur fornece uma técnica confiável, proveitosa e muito mais eficiente para resolver numericamente a equação algébrica de Riccati (Laub 1979).

Seja U uma matriz ortogonal que transforma a matriz *Hamiltoniano*, (Laub 1979) na forma real de *Schur*,

$$T = U^T H U = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ 0 & T_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{A.32})$$

sendo T_{11} e T_{22} são matrizes superiores quasi-triangular. Os blocos na diagonal de T_{11} e T_{22} são na maioria 2×2 . A redução da Equação (A.32) é não única e é sempre possível escolher a matriz U em que os autovalores T_{11} tenham parte real negativa, enquanto os autovalores T_{22} parte real positiva. Seja U a matriz particionada,

$$U = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{A.33})$$

onde cada bloco tem dimensão $n \times n$. Se a matriz U_{11} é não singular e a solução é semidefinida positiva da **EARD**,

$$S_{k+1schur} = U_{21} U_{11}^{-1} \quad (\text{A.34})$$

Além disso, os autovalores da matriz de bloco T_{11} formam o espectro da malha fechada da matriz $(A - BR^{-1}BTS_{k+1})$, isto é, a região polar do sistema de malha fechada ótimo é devida a relação $(A - BR^{-1}BTS_{k+1}) = U_{11}T_{11}U_{11}^{-1}$.

A solução da **EARD** está relacionada com a matriz Hamiltoniano, que deve ser definida positivamente, $H > 0$, os detalhes dessa propriedades podem ser obtidas em (Athans 1966). Os autovetores e o método de Schur são classificados como Aproximação de Auto-sistemas para solução **EARD**. Estes métodos de auto-sistemas são baseados na matriz Hamiltoniana.

O método de Schur possui diversas vantagens em relação ao método dos autovetores. Inicialmente, a redução para a forma quasi-triangular é um passo intermediário no cálculo dos autovetores usando a decomposição QR , de tal forma que o método de Schur requer menos cálculo que o método dos autovetores. Independentemente da matriz Hamiltoniana ser defectiva, o método de Schur não é afetado pelas dificuldades inerentes dos autovetores da matriz Hamiltoniana. O método de Schur é significativamente mais rápido que o método de Newton e também o método da Função Sinal Matricial com refinamento iterativo.

Uma desvantagem da abordagem de Auto-Sistema, é que ela não explora totalmente a estrutura da matriz Hamiltoniana. Nestes métodos, o algoritmo QR é aplicado a matriz $H \in R^{2n \times 2n}$ como se ela fosse uma matriz geral, isto é, sem explorar a estrutura da matriz Hamiltoniana H , que é ineficiente para o trabalho de armazenamento computacional. Os erros de arredondamento surgem no curso da aplicação do algoritmo QR , de tal forma que, os autovalores não aparecem exatamente mais em pares.

A.3 Equações à diferença Acopladas

O procedimento de solução da equação algébrica para o conjunto de equações diferenças acopladas da Equação (A.25) pode ser simplesmente o estado em termos das condições iniciais e finais e do modo normal (Equação (A.31)) por que a solução para o modo normal é dado por

$$\begin{bmatrix} x^T \\ \lambda^T \end{bmatrix}_N = \begin{bmatrix} E^{-N} & 0 \\ 0 & E^N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^T \\ \lambda^T \end{bmatrix}_0 \quad (\text{A.35})$$

Para obter o estado têm-se que N vai para infinito (embora $x^T(N)$ vá para zero) em geral $\lambda^T(N)$ deveria ser infinito por que cada elemento de E é maior que 1. Então têm-se que a única solução para o espaço de estado ($N \rightarrow \infty$) e para $\lambda^T(0) = 0$ e $\lambda_k^T \equiv 0$ têm-se

$$x_k = X_I x_k^T = X_I E^{-k} x^T(0) \quad (\text{A.36})$$

$$\lambda_k = \Lambda_I x_k^T = \Lambda_I E^{-k} x^T(0) \quad (\text{A.37})$$

na Equação (A.36) têm-se que

$$x^T(0) = E^k X_I^{-1} x_k \quad (\text{A.38})$$

das Equações (A.37) e (A.38)

$$\lambda_k = \Lambda_I X_I^{-1} x_k = S_\infty x_k \quad (\text{A.39})$$

que possui a mesma da Equação (A.2) (método da varredura) logo conclui-se que

$$S_\infty = \Lambda_I X_I^{-1} \quad (\text{A.40})$$

A solução para lei de controle para o sistema correspondente para J com $N \rightarrow \infty$ é

$$u_k = -K_\infty x_k \quad (\text{A.41})$$

onde das Equações (A.40) e (A.18)

$$K_\infty = (Q_2 + B^T S_\infty B)^{-1} B^T S_\infty A \quad (\text{A.42})$$

e da equação de custo para o valor inicial (Equação (A.19)) associado a lei de controle têm-se

$$J_\infty = \frac{1}{2} x^T(0) S_\infty x(0) \quad (\text{A.43})$$

QR -Modelos Genéticos

Os Modelos Genéticos QR são modelos que compõem o algoritmo genético para a busca das matrizes de ponderação. Estes modelos representam uma modelagem da estrutura de otimização de acordo com suas funcionalidades: representações genético artificial das matrizes, avaliações de fitness e operações de operações cromossômicas.

B.1 Modelo das matrizes Q e R

As dimensões das matrizes Q e R do modelo e as especificações do projeto **RLQD** nos levam a agrupar as matrizes dos pesos $Q_{n \times n}$ e $R_{m \times m}$. Estas matrizes devem ser simétricas, semidefinida positiva e definida positiva, respectivamente. A característica relativa a simetricidade dessas matrizes, nos conduzem a um modelo com matrizes triangulares superiores ou inferiores. O modelo do cromossomo que representa as matrizes Q e R .

$$\begin{aligned} QR_z &= \bigcup_{j,i=1}^n q_{ij} \wedge \bigcup_{j,i=1}^m r_{ij} \\ z &= 1, \dots, n_{indiv} \end{aligned} \tag{B.1}$$

onde n é a dimensão da matriz A e m o número de colunas da matriz B . Os elementos q_{ij} e r_{ij} representam os genes da matriz QR_z ; e n_{indiv} é o número de cromossomos individuais de uma certa população.

B.2 Modelo da população QR

Considerando que o cromossomo QR_z , Equação (B.1), é um elemento composto por g genes, o qual representa as matrizes $Q_{n \times n}$ e $R_{m \times m}$, a quantidade de genes de um cromossomo depende da dimensão (n) da matriz dinâmica do sistema e de m que representa o número de entradas do sistema. A quantidade g de genes de uma solução cromossômica é dada por $g = \frac{n(n+1)+m(m+1)}{2}$. A população cromossômica é representada da seguinte forma:

$$QR_{n_{indiv} \times g} = \left[QR_1; QR_2; QR_3; \dots; QR_{n_{indiv}} \right], \quad (B.2)$$

A notação $n_{indiv} \times g$ indica a quantidade individual do cromossomo de uma população e a quantidade de genes em cada solução cromossômica ou indivíduo, respectivamente. A população tem n_{indiv} indivíduos e cada indivíduo tem $n_Q + n_R$ genes, sendo $n_R = m(m+1)/2$. Os indivíduos QR de uma população são modelados como,

$$qr_z^w = \begin{cases} q_{i,j} & , w < n_Q + 1, \quad i, j = 1, \dots, n_Q \\ r_{i,j} & , w > n_Q, \quad i, j = 1, \dots, n_R \end{cases} \quad z = 1, \dots, n_{indiv} \quad (B.3)$$

sendo n_Q e n_R as quantidades dos elementos das matrizes simétricas Q e R , respectivamente e n_{indiv} é o número de indivíduos

B.3 Modelo da população inicial

O modelo de geração aleatório das matrizes iniciais Q e R ,

$$q_{i,j} = \begin{cases} p_{Q\alpha} + p_{Q\beta} \kappa_{Qii} & i = j \\ p_{Q\gamma} \kappa_{Qij} & i \neq j \end{cases} \quad i, j = 1, \dots, n \quad (B.4)$$

sendo, $p_{Q\alpha}$ e $p_{Q\beta}$ parâmetros fixos e variáveis dos elementos da diagonal $q_{i,j}$, respectivamente.

O modelo de geração do indivíduo para a matriz R é similar ao modelo de geração do indivíduo da matriz Q e assume a seguinte forma,

$$r_{i,j} = \begin{cases} p_{R\alpha} + p_{R\beta}\kappa_{Rii} & i = j \\ p_{R\gamma}\kappa_{Rij} & i \neq j \end{cases} \quad i, j = 1, \dots, n \quad (\text{B.5})$$

Esses parâmetros de controle permitem manter a população em uma certa região do espaço de solução que garantem as restrições de positividade para as matrizes Q e R .

B.4 Modelo de avaliação dos cromossomos

O desempenho de cada cromossomo do z -ésimo indivíduo da população $QR_{n_{indiv} \times g}$ é avaliado e cada indivíduo QR_z é pontuado. O modelo da função *fitness* requer a solução do **RLQD**, o espectro de malha fechada e seus autovetores:

$$K_z = DLQR_z(A, B, Q_z, R_z) \quad (\text{B.6})$$

$$A_z = (A - BK_z) \quad (\text{B.7})$$

$$\lambda_z, V_z, W_z = A_z \quad (\text{B.8})$$

$$S_z = \frac{|V_z|^2 |W_z|^2}{\langle V_z, W_z \rangle} \quad (\text{B.9})$$

$z = 1, \dots, n_{indiv}$

onde, K_z o ganho produzido por um indivíduo z . A_z é a matriz de malha fechada para o ganho K_z . λ_z, V_z são os autovalores e autovetores à direita e esquerda, respectivamente. S_z são as sensibilidades associadas com cada autovalor.

B.5 Modelos de operações genéticas

As operações genéticas são representadas por modelos. O primeiro modelo está direcionado para a seleção de indivíduos para reprodução, o segundo modelo armazena o melhor indivíduo da geração atual para a geração seguinte e o outros com os operadores genéticos crossover e mutação.

A operação de seleção baseada nos valores da função de fitness, é um dos principais elementos de um algoritmo genético. A seleção dos indivíduos é representada pelo modelo seguinte:

$$\kappa_z = Fit_{pop} \kappa_{rand} \quad (B.10)$$

$$QR_{select} = QR_j, \quad \max_j \kappa_z < \sum_{j=1}^{n_{indiv}} Fit_j, \quad (B.11)$$

$$z = 1, \dots, n_{indiv}$$

onde, κ_z é a escolha aleatória para o z -ésimo indivíduo baseado no número pseudo-aleatório κ_{rand} e Fit_{pop} é o desempenho populacional total e QR_{select} é o j -ésimo indivíduo selecionado.

A recombinação ou *crossover* é o operador AG responsável pela combinação de dois indivíduos. Neste estágio os indivíduos QR_{l_1} e QR_{l_2} da população $QR_{crom \times g}$ trocam informação genética. O modelo para esta operação considera os l_1 e l_2 ésimos indivíduos de uma dada população G , $l_1 \neq l_2$,

$$QR_{G+1, l_1} \leftarrow \alpha(QR_{G, l_1}) + (1 - \alpha)(QR_{G, l_2}) \quad (B.12)$$

$$QR_{G+1, l_2} \leftarrow \alpha(QR_{G, l_2}) + (1 - \alpha)(QR_{G, l_1}) \quad (B.13)$$

O índice G representa a G -ésima geração da população e o índice $G + 1$ representa a próxima geração. O indivíduo QR_{G, l_1} representa l_1 -ésimo indivíduo e QR_{G, l_2} representa o l_2 -ésimo indivíduo da população G respectivamente, os quais fazem parte do cruzamento. O parâmetro α é um número aleatório gerado entre 0 e 1.

A mutação é um elemento essencial neste método de busca, esse operador modifica os genes nos cromossomos para gerar um novo cromossomo. A principal característica desta operação é evitar uma convergência prematura e gerar um novo material genético. Este modelo considera a seleção de um indivíduo somente para desempenhar a operação de mutação,

$$q_{ij}^{novo} \leftarrow q_{ij}^l b^{x_{local}} \quad (B.14)$$

$$i = 1, \dots, (n^2 + n)/2 \quad \text{and}$$

$$j = 1, \dots, (n^2 + n)/2$$

sendo b a base determinística do multiplicador exponencial, $b > 1$, x_{local} é o expoente aleatório, $0 < x_{local} < 1$.

Este modelo genético desempenha uma mutação decimal. Cada elemento QR_z da população $QR_{crom \times g}$ tem probabilidade de $P = 0 : 05$. Em outras palavras, 5% de chance de ser mutado. Se um certo elemento é escolhido, um novo gene é aleatoriamente gerado para substituir o gene de um cromossomo antigo selecionado. Depois, o algoritmo de mutação implementa seu modelo, Equação (B.14).

APÊNDICE C

Parâmetros $RLQD - AG_{Q,R}$

Os parâmetros necessários para o desenvolvimento do projeto são os que seguem: tamanho da população, semente do gerador pseudo aleatório utilizado para gerar a população inicial e para realizar as operações genéticas do processo, assim como para a ocorrência de qualquer evento aleatório desse processo, parâmetros constantes da população inicial para garantir a positividade das matrizes Q e R , quantidades de pares de indivíduos selecionados pela roleta para participar da operação *crossover*, probabilidade de *crossover*, alelos que seguem a estratégia de mutação proposta no algoritmo, fatores de mutação dos alelos selecionados, probabilidade de mutação, tamanho da elite e o número de iterações do ciclo de busca. Estes parâmetros são encontrados nas Tabelas C.1-C.5

Tabela C.1: Parâmetros iniciais do algoritmo Genético

Tamanho da população	$n_{indiv} = 50$
Semente do gerador pseudo-aleatório	$S = 12$
Número de pares de indivíduos para participarem da operação <i>crossover</i>	$n_{cross} = 25$
Probabilidade de <i>crossover</i>	$p_c = 1$
Probabilidade de mutação	$p_m = 0.05$
Tamanho da elite	$n_e = 1$
Número de iterações	$n_{ger} = 100$

Tabela C.2: Parâmetros da população inicial da matriz Q

	Parâmetro			Parâmetro	
	$p_{Q\alpha}$	$p_{Q\beta}$		$p_{Q\alpha}$	$p_{Q\beta}$
	Fixo	Variável		Fixo	Variável
q_{11}	1.5	0.1	q_{22}	1.5	0.1
q_{ij}		$p_{Q\gamma}$			
		3.27			

 Tabela C.3: Parâmetros da população inicial da matriz R

	Parâmetro			Parâmetro	
	$p_{R\alpha}$	$p_{R\beta}$		$p_{R\alpha}$	$p_{R\beta}$
	Fixo	Variável		Fixo	Variável
r_{11}	100000	25	r_{22}	20	15
r_{ij}		$p_{R\gamma}$			
		2			

Na Tabela C.6 são apresentadas as especificações da autoestrutura (autovalores e sensibilidades) que devem impostas pela lei de controle ótimo.

Tabela C.6: Autovalores e Sensibilidades - Limites

	λ_d	λ_e	S_i
1.000	$-0.500 + j 1.000$	$-20.000 + j 1.000$	3
2.000	$-0.500 + j -1.000$	$-20.000 + j -1.000$	3

Tabela C.4: Alelos que seguem a estratégia de mutação proposta no algoritmo

$j_{alelo_1} = 11$	$j_{alelo_2} = 13$	$j_{alelo_3} = 12$
$j_{alelo_4} = 1$	$j_{alelo_5} = 3$	$j_{alelo_6} = 6$
$j_{alelo_7} = 8$	$j_{alelo_8} = 10$	$j_{alelo_9} = 11$

Tabela C.5: Fatores de mutação dos alelos selecionados

$mut_{12alelok} = 2$	$mut_{12alelov} = 1$
$mut_{3alelok} = 2$	$mut_{3alelov} = 1$
$mut_{F1alelok} = 1$	$mut_{F1alelov} = 1$
$mut_{A1alelok} = 2$	$mut_{A1alelov} = 0$

Referências Bibliográficas

- Angrisani, L., D'Apuzzo M. and R. Schiano Lo Moriello (2005). New proposal for uncertainty estimation in indirect measurements with correlated input quantities. *Instrumentation and Measurement Technology Conference*.
- Athans, Michael e Falb, L. Peter (1966). *OPTIMAL CONTROL- An Introduction to the Theory and Its Applications*. McGRAW-Hill Book Company . United States of America.
- Baili, H. and G.A. Fleury (2004). Indirect measurement within dynamical context: probabilistic approach to deal with uncertainty. *Instrumentation and Measurement*.
- Bilski, Piotr and Wieslaw Winiecki (2005). Time optimization of soft real-time virtual instrument design. *IEEE-Transaction on Instrumentation and Measurement*.
- Braga, Carlos A., João V. da Fonseca Neto, Nilton F. Nagem, Jorge A. Farid and Fábio Noqueira da Silva (2008). Kaman filter for indirect measurement of electrolytic bath state variables: Tuning design and practical aspects. *Sensor & Transducers Journal*.
- C.T.Chen (1999). *Linear System Theory and Design (3 rd Edition)*. Holt. Rinehalt and Wilson.
- da Fonseca Neto, J.V., R.L. Pereira, M.C. Mendes and G.A. Andrade (2008). The design of indirect measurement systems based on oe models. In: *Sensing Technology, 2008. ICST 2008. 3rd International Conference on*. pp. 397–402.

- De Capua, C., Romeo E. (2004). A t-norm based fuzzy approach to the estimation of measurement uncertainty. *Instrumentation and Measurement Technology Conference*.
- D.G., Luenberger (1964). An introduction to observers. *IEEE Transactions on Automatic Control* pp. 596–602.
- D.G., Luenberger (1966). Observers for multivariable systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* pp. 190–197.
- Ellis, George (2002). *Observers in Control System - A Practical Guide*. Academic PRESS, Elsevier Science (USA).
- Fuhrmann, P.A. (2008). Observer theory. *Linear Algebra and its Applications* **428**(1), 44 – 136.
- Gene F Franklin, J. David Powell and Michael L. Workman (1997). *Digital Control of Dynamic Systems*. Addison-Wesley Publishing Company. Menlo Park, California.
- Haihong Zhang, Weimin Huang, Zhiyong Huang and Bailing Zhang (2004). A particle filtering framework with indirect measurements for visual tracking. *Control, Automation, Robotics and Vision Conference*.
- Johnson, C. R. (1988). *Lectures & Adaptive Parameter Estimation*. Prentice-Hall, Inc.. Upper Saddle River, NJ, USA.
- Johnson, M. A. and M. J. Grimble (1987). Recent Trends in Linear Optimal Quadratic Multivariable Control Systems Design. *IEE-Review* **134**, 53–71.
- Laub, Alan J. (1979). A schur method for solving algebraic riccati equations. *IEEE Transactions on Automatic Control* **24**(6), 913–921.
- Ljung, Lennart (1987). *System Identification - Theory for the user*. Prentice Hall.
- Moudden, Y. and O. Boubal (2001). Indirect measurement of cylinder pressure peak position in an internal combustion engine. *Instrumentation and Measurement Technology Conference*.

- Moudgalya, Kannan M. (2007). *Digital Control*. John Wiley and Sons.
- Mouzinho, L.F., J.V. da Fonseca Neto, B.A. Luciano, R.C.S. Freire, J.J. Barros and G. Fontgallant (2005). Kalman filter in real time for indirect measurement of space vehicle position using a reconfigurable architecture. *IMTC-Instrumentation and Measurement Technology Conference, Ottawa-Canada*.
- Ogata, Katsuhiko (1995). *Discret-time Control System*. 2nd ed ed.. Prentice-Hall, Inc., New Jersey.
- Shaw, Alan C. (2001). *Real-Time Systems and Software*. Wiley, John & Sons.
- Smith, A. H. C, Monti A. and F. Ponci (2007). Indirect measurements via a polynomial chaos observer. *Instrumentation and Measurement Technology Conference*.
- Taylor, H. Rosemary (1999). *Data Acquisition For Sensor Systems*. Chapman & Hall.