



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOGRAFIA



**ANÁLISE MULTIFRACTAL APLICADA A SISTEMAS
AMBIENTAIS DO ESTADO DO MARANHÃO (BRASIL)**

SUENA DOS SANTOS SILVA

SÃO LUÍS - MA

2021

SUENA DOS SANTOS SILVA

**ANÁLISE MULTIFRACTAL APLICADA A SISTEMAS
AMBIENTAIS DO ESTADO DO MARANHÃO (BRASIL)**

Dissertação apresentada junto ao Programa de Pós-Graduação em Geografia da Universidade Federal do Maranhão, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Geografia.

Orientador: Prof. Dr. Glécio Machado Siqueira

São Luís - MA

2021

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Diretoria Integrada de Bibliotecas/UFMA

dos Santos Silva, Suena.

ANÁLISE MULTIFRACTAL APLICADA A SISTEMAS AMBIENTAIS DO
ESTADO DO MARANHÃO BRASIL / Suena dos Santos Silva. -
2021.

77 f.

Orientador(a): Glécio Machado Siqueira.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em
Geografia, Universidade Federal do Maranhão, São Luís,
2021.

1. Análise Multifractal. 2. Bioma Cerrado. 3.
Modelos Matemáticos Complexos. 4. Paisagem. I. Machado
Siqueira, Glécio. II. Título.

SUENA DOS SANTOS SILVA

**ANÁLISE MULTIFRACTAL APLICADA A SISTEMAS
AMBIENTAIS DO ESTADO DO MARANHÃO (BRASIL)**

Dissertação apresentada junto ao Programa de Pós-Graduação em Geografia da Universidade Federal do Maranhão, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Geografia.

Orientador: Prof. Dr. Glécio Machado Siqueira

Aprovada em ___ / ___ / ___

Banca Examinadora

Prof. Dr. Glécio Machado Siqueira
UFMA - Departamento de Geociências
Orientador - Presidente da Banca

Prof. Dr. Jairo Osvaldo Rodriguez Leiva
UDENAR - Universidad de Nariño (Colômbia)
Membro externo

Prof. Dr. José Aquino Júnior (Interno)
UFMA - Departamento de Geociências
Membro interno

A DEUS, dono de toda ciência, sabedoria e poder
À minha mãe, Silma Maria Moraes dos Santos
Ao meu pai, Marcos Ferreira da Silva (*In memorian*)
Aos meus irmãos, Suellen dos Santos Silva
Samira dos Santos Silva
Daniel Silva
Denilson Silva
e Marcos Júnior
Aos meus avós, Esmeraldo dos Santos (*In memorian*)
e Alzerina Ribeiro Moraes

AGRADECIMENTOS

A DEUS, que me permiti sonhar, que está comigo sempre e que nos momentos mais sombrios do processo de escrita, trouxe a minha mente memórias que me deram esperança. A ELE toda Honra e Louvor!

A minha mãe Silma, por não ter soltado a minha mão durante todo o mestrado, por sorrir e chorar comigo, pela escuta sem julgamentos. Madi, TE AMO! Sinto-me honra por ser sua filha.

Aos meus avós, Esmeraldo dos Santos (*In memorian*), Alzerina Moraes, Benedito Silva (*In memorian*) e Sabina Ferreira (*In memorian*), pelos exemplos de fé, partilha, compaixão, amor, alegria e bondade. Eu sou, porque nós somos. UBUNTU!

Aos meus irmãos Samira, Suellen, Denilson, Daniel e Júnior, por compartilharem comigo a minha vida, os meus sonhos e dores. Minha vida não teria graça e nem sentido sem vocês, que a tornam mais leve e alegre. Só tenho a agradecer a DEUS por esse elo de Amor incrível que nos une.

Aos meus sobrinhos, em especial a Emanuel e Deyverson, que são parte expressiva do motivo de eu não desistir da minha caminhada, pois como diz Emicida “enquanto ancestral de quem está por vir, eu vou!”

A todos os meus tios e primos, na pessoa do meu tio Lusivaldo, sem vocês eu não teria chegado tão longe, eu nunca serei capaz de agradecer o suficiente por todo o incentivo, ajuda e principalmente investimento. A nossa Ancestralidade Vive e se revela também no saber científico.

Aos meus irmãos de alma, Joyce Pereira e Francisco Carvalho, o nosso encontro foi uma das melhores coisas que a carreira acadêmica me trouxe, obrigada pela paciência, zelo e amor que vocês têm comigo.

Ao amigo mais disponível para ajudar que eu tenho a sorte e a honra de ter, Fabricio. “Mestre” que o nosso DEUS te retribua em dobro tudo o que tu fizeste por mim, principalmente toda a ajuda desde a época da graduação até o mestrado. Tu não existes! Obrigada pela disponibilidade!

Aos amigos Tainan, Carolzinha, Célio, Raquel, Richard, Thássio, Lud, Adam, Leila Andréa, Daniel, Nathy, Perla e Alex, por todo incentivo e animo, principalmente nos momentos mais difíceis.

Aos amigos que o mestrado me trouxe e que levo pra vida, Régia, Veruska, Amanda e Igor obrigada por todo o acolhimento e ajuda.

A minha psicóloga, Dr. Dayanna Santos, pela ajuda no caminho do autoconhecimento. Sua ajuda foi fundamental para a conclusão desse trabalho.

A colega de laboratório Raimunda, pela ajuda na interpretação dos meus resultados.

Aos professores Helen Barreto e Khalil Rodrigues, por participarem da minha banca de qualificação e pelas valiosas contribuições.

Ao prof. Jorge Hamilton, por todo incentivo e ensinamentos.

A todos os professores do PPGGEO/UFMA, que sempre estiveram dispostos a guiar seus alunos pelo melhor caminho possível. Em especial ao prof. Antônio Cordeiro, com quem tive a oportunidade de assistir uma das disciplinas mais incríveis da minha vida e que me possibilitou entender de forma mais geográfica a Teoria Fractal, meu muito obrigada.

Ao meu orientador, Prof. Glécio Siqueira, pela orientação segura e disponibilidade em ensinar, por apontar o melhor caminho a percorrer e por toda a paciência, meu muito obrigada.

“[...] para que DEUS seja tudo em todos”.

(1 Coríntios 15:28b)

RESUMO

O Bioma Cerrado é um sistema heterogêneo, apresentando diferentes fitofisionomias e em áreas antrópicas são verificados na paisagem diferentes usos. Diante do exposto, é preciso entender a complexidade do Cerrado por meio de modelos matemáticos que considerem a variabilidade de escala como a análise multifractal. Na análise multifractal a variabilidade é avaliada utilizando mais de um expoente para descrever as propriedades de escalas, permitindo assim caracterizar o comportamento ou estruturas de objetos, e fenômenos em uma série temporal ou espacial. Assim, o objetivo do presente trabalho é caracterizar a multifractalidade diferentes sistemas no Bioma Cerrado do Maranhão (Brasil). Os objetivos específicos são: 1) Analisar a multifractalidade do conteúdo de água do solo e da produtividade de soja em sistema de semeadura direta (Mata Roma, Maranhão, Brasil); 2) Determinar a multifractalidade da reflectância (NDVI) de parcelas com diferentes formações vegetacionais de Cerrado no Parque Estadual do Mirador (Maranhão, Brasil). Os sistemas estudados foram: área de produção de soja (*Glycine max* L.) no município de Mata Roma (Maranhão, Brasil); e parcelas experimentais com diferentes fitofisionomias de Cerrado no Parque Estadual do Mirador (PEM – Município de Mirador, Maranhão, Brasil). O experimento em cultivo de soja foi desenvolvido em uma área de produção comercial da Fazenda Unha de Gato com 193,6 ha e vêm sendo manejada sob sistema de semeadura direta com cultivo de soja desde 2004. Em um transecto contendo 128 pontos, com espaçamento de 10 m entre pontos e comprimento total de 1270 m. Foram amostrados a altitude (m), produtividade de soja (kg ha^{-1}), a altura das plantas (m) e a umidade volumétrica da água (%) medida por meio de TLO - Transmisión Line Oscillator. Posteriormente os dados foram avaliados por meio da estatística descritiva e análise multifractal. No Parque Estadual do Mirador foram instaladas três parcelas em área com vegetação natural do de Cerrado, englobando as seguintes formações vegetacionais: Cerrado ralo (Parcela A), transição entre Cerrado ralo e Cerrado denso (Parcela B) e Cerrado típico (Parcela C). As parcelas experimentais possuem 26.214,4 m² (5.120 m x 5.120 m), sendo determinada altitude (m) e o NDVI (Normalized Difference Vegetation Index), que foram avaliados pela estatística descritiva e análise multifractal. As principais conclusões deste trabalho são: 1) A análise multifractal demonstrou que a altura das plantas de soja ao longo do transecto é o atributo com maior heterogeneidade entre as variáveis avaliadas, expressa pela diferença entre as dimensões generalizadas (D5) e (D-5). 2) Os espectros de singularidade para as séries das variáveis em estudo expressaram maior amplitude dos ramos e largura para altura de plantas de soja, corroborando com as propriedades multifractais de dimensão generalizada que também indicaram a maior multifractalidade para a altura de plantas de soja, quando comparado com a altitude (m), $\theta_{0-0,2}$ (%), $\theta_{0,2-0,4}$ (%), $\theta_{0-0,4}$ (%) e produtividade (kg ha^{-1}). 3) O conteúdo de água no solo medido nas camadas ($\theta_{0-0,2}$ e $\theta_{0,2-0,4}$) e o conteúdo média de água no solo ($\theta_{0-0,4}$) apresentaram espectros reduzidos, indicando que são correspondentes a um monofractal ou quasimonofractal. 4) Os dados demonstraram que o NDVI nos diferentes gradientes de Cerrado possui comportamento multifractal na paisagem. 5) Os índices de vegetação apresentaram variabilidade nas escalas no período de estudo (2015-2019), indicando que feições do terreno com menor declividade resultam em índices com menor multifractalidade. 6) A parcela com Cerrado típico aparentou a maior heterogeneidade e assimetria, reflexo da complexidade ambiental desta fisionomia vegetal.

Palavras Chaves: Variabilidade espacial, variabilidade de escala, Espectro de singularidade, Meio ambiente, Modelos Matemáticos Complexos, Formações vegetais.

ABSTRACT

The Cerrado Biome is a heterogeneous system, with different phytophysiognomies and in anthropogenic areas, different uses are verified in the landscape. Given the above, it is necessary to understand the complexity of the Cerrado through mathematical models that consider scale variability as multifractal analysis. In multifractal analysis, variability is evaluated using more than one exponent to describe the properties of scales, thus allowing to characterize the behavior or structures of objects, and phenomena in a temporal or spatial series. Thus, the aim of this work is to characterize the multifractality of different systems in the Cerrado Biome of Maranhão (Brazil). The specific objectives are: 1) To analyze the multifractality of soil water content and soybean yield in a no-tillage system (Mata Roma, Maranhão, Brazil); 2) Determine the reflectance multifractality (NDVI) of plots with different vegetation formations in the Cerrado at Parque Estadual do Mirador (Maranhão, Brazil). The studied systems were: soybean production area (*Glycine max* L.) in the municipality of Mata Roma (Maranhão, Brazil); and experimental plots with different Cerrado vegetation types in Parque Estadual do Mirador (PEM – Municipality of Mirador, Maranhão, Brazil). The experiment in soybean cultivation was carried out in a commercial production area of the Unha de Gato Farm with 193.6 ha and has been managed under no-tillage system with soybean cultivation since 2004. In a transect containing 128 points, with spacing of 10 m between points and total length of 1270 m. Altitude (m), soybean yield (kg ha⁻¹), plant height (m) and water volumetric moisture (%) measured by TLO - Transmisión Line Oscillator were sampled. Subsequently, the data were evaluated using descriptive statistics and multifractal analysis. In the Mirador State Park, three plots were installed in an area with natural Cerrado vegetation, comprising the following vegetation formations: thin Cerrado (Plot A), transition between thin Cerrado and dense Cerrado (Plot B) and typical Cerrado (Plot C). The experimental plots have 26,214.4 m² (5,120 m x 5,120 m), being determined in altitude (m) and the NDVI (Normalized Difference Vegetation Index), which were evaluated by descriptive statistics and multifractal analysis. The main conclusions of this work are: 1) The multifractal analysis showed that the height of the soybean plants along the transect is the attribute with the greatest heterogeneity among the evaluated variables, expressed by the difference between the generalized dimensions (D₅) and (D₋₅). 2) The singularity spectra for the series of variables under study expressed greater branch amplitude and width for height of soybean plants, corroborating the multifractal properties of generalized dimension that also indicated the greatest multifractality for the height of soybean plants, when compared to altitude (m), $\theta_{0-0.2}$ (%), $\theta_{0.2-0.4}$ (%), $\theta_{0-0.4}$ (%) and productivity (kg ha⁻¹). 3) The soil water content measured in the layers ($\theta_{0-0.2}$ and $\theta_{0.2-0.4}$) and the average soil water content ($\theta_{0-0.4}$) showed reduced spectra, indicating that they correspond to a monofractal or quasimonofractal. 4) The data showed that the NDVI in different Cerrado gradients has multifractal behavior in the landscape. 5) The vegetation indices showed variability in the scales in the study period (2015-2019), indicating that terrain features with less slope result in indices with lower multifractality. 6) The plot with typical Cerrado showed the greatest heterogeneity and asymmetry, reflecting the environmental complexity of this vegetation physiognomy.

Keywords: Spatial variability, scale variability, Singularity spectrum, Environment, Complex Mathematical Models, Plant formations.

LISTA DE FIGURAS

REVISÃO DE LITERATURA

Figura 1. Biomas no Brasil	4
Figura 2. Unidades de Conservação no Maranhão, Brasil	6
Figura 3. Exemplo de Autossimilaridade	8
Figura 4. Exemplo de complexidade infinita	8
Figura 5. Tipos de fractais e suas dimensões	9

ARTIGO I: ANÁLISE MULTIFRACTAL DO CONTEÚDO DE ÁGUA NO SOLO E DA PRODUTIVIDADE DE SOJA

Figura 1. Função de partição para a altitude e produtividade na área amostral. A. Altitude; B. Produtividade.....	30
Figura 2. Parâmetros multifractais avaliados na área amostral. A. Dimensão generalizada e B. espectro de singularidade	32

ARTIGO II: CARACTERIZAÇÃO MULTIFRACTAL DO NDVI DE FORMAÇÕES VEGETACIONAIS DE CERRADO NO PARQUE ESTADUAL DO MIRADOR (MARANHÃO, BRASIL)

Figura 1. Mapa de localização do Parque Estadual do Mirador (Maranhão, Brasil)	42
Figura 2. Parâmetros climáticos da estação climatológica convencional localizada no município de Colinas (MA, Brasil) no período entre 2014 e 2019 para o Parque Estadual do Mirador (Maranhão, Brasil)	44
Figura 3. Mapa de variabilidade espacial do relevo nas parcelas experimentais no Parque Estadual do Mirador: a) T1 – Em sua maioria Cerrado Ralo; b) Transição entre Cerrado Denso e Típico; c) Em sua maior parte Cerrado Típico	51
Figura 4. Mapa de variabilidade espacial para o NDVI na parcela A no Parque Estadual do Mirador: a) ano de 2015; b) ano de 2016; c) ano de 2017; d) ano de 2018; e) ano de 2019...	53
Figura 5. Mapa de variabilidade espacial para o NDVI na parcela B no Parque Estadual do Mirador: a) 2015; b) 2016; c) 2017; d) 2018; e) 2019	54
Figura 6. Mapa de variabilidade espacial para o NDVI na parcela C com vegetação de Cerrado Típico e Mata Ciliar no Parque Estadual do Mirador: a) 2015; b) 2016; c) 2017; d) 2018; e) 2019	55
Figura 7. Espectro de singularidade para as parcelas estudadas. a) Relevo parcela A, B e C; b) NDVI parcela A, c) NDVI parcela B e d) NDVI parcela C no Parque Estadual do Mirador, Maranhão, Brasil	58

LISTA DE TABELAS

ARTIGO I: ANÁLISE MULTIFRACTAL DO CONTEÚDO DE ÁGUA NO SOLO E DA PRODUTIVIDADE DE SOJA

Tabela 1. Caracterização química e física do Argissolo Amarelo distrocoeso da área de estudo24

Tabela 2. Estatística descritiva dos parâmetros avaliados em área cultivada com soja29

Tabela 3. Multifractalidade para a altitude, conteúdo de água no solo, altura de planta e produtividade da soja30

ARTIGO II: CARACTERIZAÇÃO MULTIFRACTAL DO NDVI DE FORMAÇÕES VEGETACIONAIS DE CERRADO NO PARQUE ESTADUAL DO MIRADOR (MARANHÃO, BRASIL)

Tabela 1. Parâmetros estatísticos para a altitude e o NDVI nas parcelas experimentais estudo no Parque Estadual do Mirador (Maranhão, Brasil)49

Tabela 2. Propriedades multifractais do relevo e do NDVI nas parcelas experimentais em estudo no Parque Estadual do Mirador, Maranhão, Brasil57

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO DE LITERATURA	2
3. HIPÓTESE	11
4. OBJETIVOS	11
REFERÊNCIAS	12

ARTIGO I: ANÁLISE MULTIFRACTAL DO CONTEÚDO DE ÁGUA NO SOLO E DA PRODUTIVIDADE DE SOJA

Resumo	21
1. Introdução	22
2. Material e Métodos	23
3. Resultados e Discussão	28
4. Conclusão	33
Referências Bibliográficas	34

ARTIGO II: CARACTERIZAÇÃO MULTIFRACTAL DO NDVI DE FORMAÇÕES VEGETACIONAIS DE CERRADO NO PARQUE ESTADUAL DO MIRADOR (MARANHÃO, BRASIL)

Resumo	39
1. Introdução	40
2. Materiais e Métodos	40
3. Resultados e Discussão	48
4. Conclusões	59
Referências	60

1. INTRODUÇÃO

A paisagem está diretamente ligada a padrões espaciais e temporais e a processos biológicos, físicos e químicos (YAMAJI, 2001). Sendo as escalas temporais e espaciais tão extensas quanto fundamentais para se conhecer os sistemas que formam esses mosaicos, que podem ser heterogêneos, tanto horizontalmente como verticalmente, uma vez que a natureza nunca é uniforme (MERRIAM, 1995; NOSS, 1995).

Um exemplo clássico de heterogeneidade da paisagem é o bioma Cerrado, que ocupa aproximadamente 22% do território brasileiro, com uma área aproximada de 2.000.000 km², sendo o segundo maior bioma do Brasil em extensão (SANO *et al.*, 2010), é considerado um dos 25 hotspots de biodiversidade do mundo para conservação (MYERS *et al.*, 2000). No estado do Maranhão 64% do território é de domínio do Cerrado, sendo os cerradões a fisionomia predominante (MORAES, 2014).

Nas últimas décadas no Maranhão, vem ocorrendo extensa expansão da fronteira agrícola, com a substituição da vegetação natural por soja, milho, eucalipto e pastagens (SILVA, 2018), totalizando cerca de 70% a 80% de áreas mecanizadas (ROSS, 2006; AVELINO, 2018). No Brasil, a soja representa a principal cultura em extensão e volume de produção, com quase 48% em 2019 (CONAB, 2020). No Estado do Maranhão, esse commodity tem extensas áreas de cultivo e vem se destacando no mercado como uma fronteira agrícola.

Embora o sistema agrícola represente um importante parcela da extensão territorial no Maranhão, uma parte significativa do Cerrado encontra-se preservado em reservas ou parques de conservação integral, como o Parque Estadual do Mirador (PEM).

Por conseguinte, no cerrado podem haver sistemas distintos, que podem ser analisados levando em consideração as suas variadas escalas, uma vez que são empregadas técnicas de análise espacial.

A técnica multifractal consegue fazer análise em diferentes escalas de um mesmo dado e pode ser implementada utilizando o método do momento, que é unidimensional (HALSEY *et al.*, 1986; EVERTSZ & MANDELROT, 1992) e também o método de box-counting, que é dimensional (POSADAS *et al.*, 2005; ALONSO *et al.* 2017).

Diante do exposto, o presente trabalho tem como objetivo utilizar a técnica de análise multifractal em dois sistemas distintos do Cerrado: um de plantio localizado em Mata Roma (Maranhão, Brasil) e o outro em uma unidade de conservação, no Parque Estadual do Mirador (Maranhão, Brasil).

2. REVISÃO DE LITERATURA

Paisagem

O termo “paisagem” pode ser usado para descrever tudo aquilo que os olhos podem ver (SANTOS, 1988), estando a paisagem presente nos registros de pensadores, matemáticos e filósofos, que também por vezes eram considerados geógrafos, registros esses que construíam representações da superfície terrestre, procurando detalhar as suas singularidades e movimentos (SILVEIRA, 2009).

O estudo da paisagem está diretamente relacionado com os padrões espaciais e temporais e processos biológicos, físicos e químicos (YAMAJI, 2001). Segundo Merriam (1995), as escalas temporais e espaciais são tão extensas quanto fundamentais para se conhecer os sistemas que formam esses mosaicos, que podem ser muito heterogêneos, tanto horizontalmente como verticalmente, uma vez que a natureza nunca é uniforme (NOSS, 1995).

Existem diferentes concepções de paisagem, tais como da escola alemã, que é considerada uma das mais antigas que estudam a paisagem, predominando as análises descritivas e regionais (GUERRA & MARÇAL, 2006); destacam-se nela os trabalhos de Kant, Humboldt e Ritter, onde em busca de uma visão totalizadora da natureza, estes naturalistas apresentaram trabalhos pioneiros, uma vez que tentaram articular conhecimentos geológicos com aspectos relacionados à formação dos solos, características florísticas e climáticas e observações de processos eólicos, fluviais e glaciais (RODRIGUES, 2001).

De acordo com Troppmair (2004) a disposição, as interrelações e a dinâmica que ocorrem em determinada área formando um geossistema, dão a forma, a fisionomia daquele espaço, que é a própria paisagem vista como sistema, como unidade real e integrada. A paisagem é um fato, um termo fundamental e de importante significado para a geografia, pois a paisagem é a própria fisionomia do geossistema.

A paisagem também pode ser lida como uma porção do espaço, que é resultado de uma combinação dinâmica e instável entre elementos físicos, biológicos e antrópicos, que reagem e interagem dialeticamente uns com os outros em um conjunto interligado e uno (BERTRAND, 1971; TRICART,1976).

Dessa maneira é preciso estudar e compreender a paisagem enquanto categoria de análise, muitos têm sido os estudos que se utilizam das geotecnologias (SOLANO *et al.*, 2010; FLORENZANO, 2011; GAMARRA *et al.*, 2016; MAIA, 2019), que pode ser compreendida como um conjunto de técnicas e métodos científicos, baseadas em tecnologias relacionadas à aquisição, manipulação e análise de dados e/ou informações geográficas (NEVES *et al.*, 2014; WECKMÜLLER & VICENS, 2019). As geotecnologias se apresentam como: sensoriamento remoto (dados matriciais: imagens de satélites, fotografias, aerofotogrametria), geoprocessamento (dados vetoriais: aquisição, manipulação e cruzamento de dados, através de técnicas matemáticas e computacionais), sistemas de informações geográficas (banco de dados gráficos e não gráficos) e GPS (LONGLEY *et al.*, 2013; BARROS JUNIOR *et al.*, 2018).

Cerrado, uso agrícola e proteção ambiental

O bioma Cerrado (Fig. 1) ocupa aproximadamente 22% do território brasileiro, com uma área aproximada de 2.000.000 km², sendo o segundo maior bioma do Brasil em extensão (SANO *et al.*, 2010; IBGE, 2021).

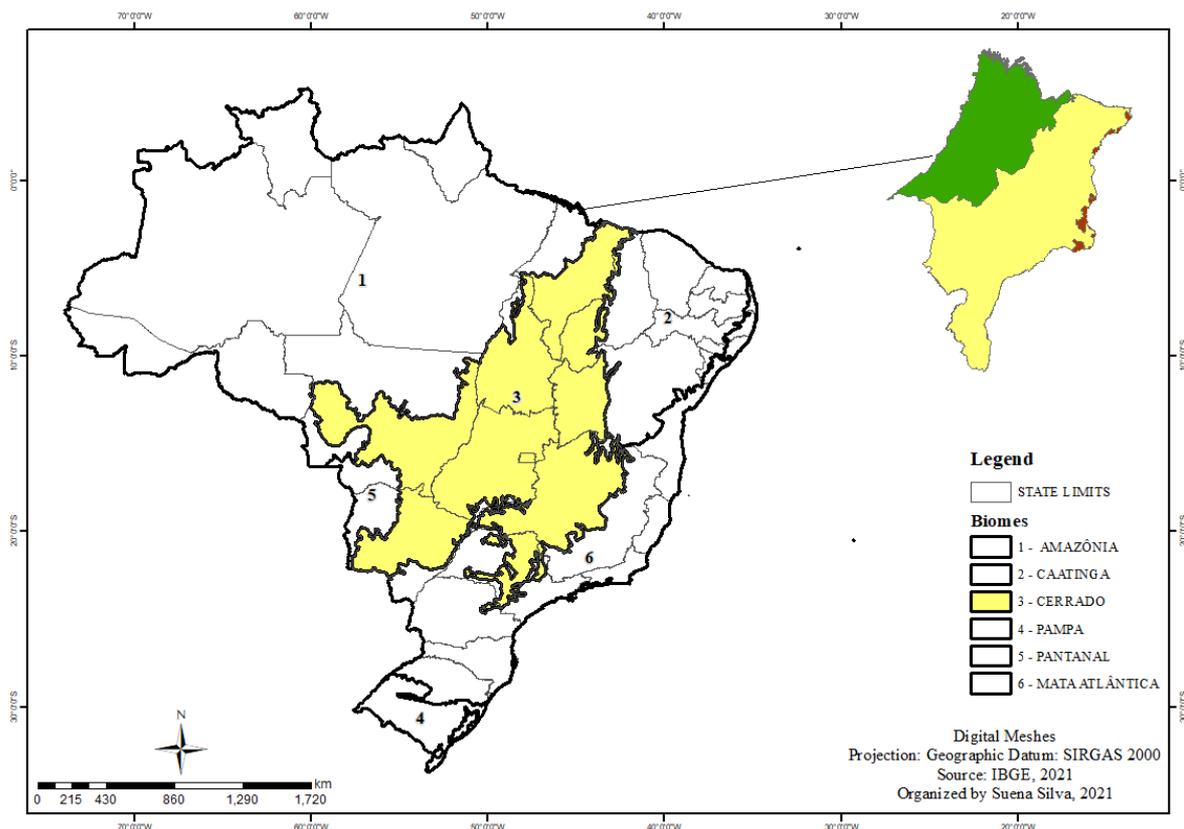


Figura 1. Biomas no Brasil

De acordo com Myers *et al.*, (2000) o cerrado é considerado um dos 25 *hotspots* de biodiversidade do mundo para a conservação. No nordeste brasileiro o Cerrado abrange uma extensa área dos estados do Piauí, Bahia e Maranhão, compreendendo a fronteira agrícola denominada MATOPIBA (acrônimo formado com as iniciais dos estados do Maranhão, Tocantins, Piauí e Bahia). Para o estado do Maranhão, como mostra a Fig. 1, 64% da área é de domínio de Cerrado, com um mosaico de paisagem (florestais, savânicas e campestres) conforme Sano *et al.*, (2007).

De acordo com Ribeiro e Walter (2008) no Cerrado estão presentes três tipos de formações vegetacionais, que abrigam elevada diversidade biológica e possuem subdivisões, sendo:

- Florestais (Mata Ciliar, Mata de Galeria, Mata Seca e Cerradão);
- Savânicas (Cerrado Denso, Cerrado Típico, Cerrado Ralo, Parque de Cerrado, Palmeiral, Vereda e Cerrado Rupestre);
- Campestres (Campo Rupestre, Campo Sujo e Campo Limpo).

No estado do Maranhão, nas últimas décadas vêm ocorrendo extensa expansão da fronteira agrícola, com a substituição da vegetação natural principalmente por soja, milho, cana-de-açúcar, eucalipto e pastagens (SILVA, 2018), totalizando cerca de 70% a 80% de áreas mecanizadas (ROSS, 2006; AVELINO, 2018).

Embora o sistema agrícola represente um importante parcela da extensão territorial no Maranhão, parte significativa do Cerrado encontra-se preservado em reservas ou parques de conservação integral (Fig.2), como o Parque Estadual do Mirador (PEM).

O PEM (Fig.3), é uma unidade de conservação criado pelo Decreto nº 7.641 de 04 de junho de 1980, posteriormente alterado pela Lei Estadual nº 8.958, de 08 de maio de 2009. O PEM representa uma das maiores áreas de proteção integral do bioma Cerrado, sendo refúgio para a biodiversidade vegetal e animal (BARRETO & JESUS, 2018). Situado no sudeste do Maranhão, o parque é circundado pelos municípios de Formosa da Serra Negra, Loreto, São Felix de Balsas, São Domingos do Azeitão, Sambaíba e Fernando Falcão, porém maior parte do PEM encontra-se no município de Mirador.

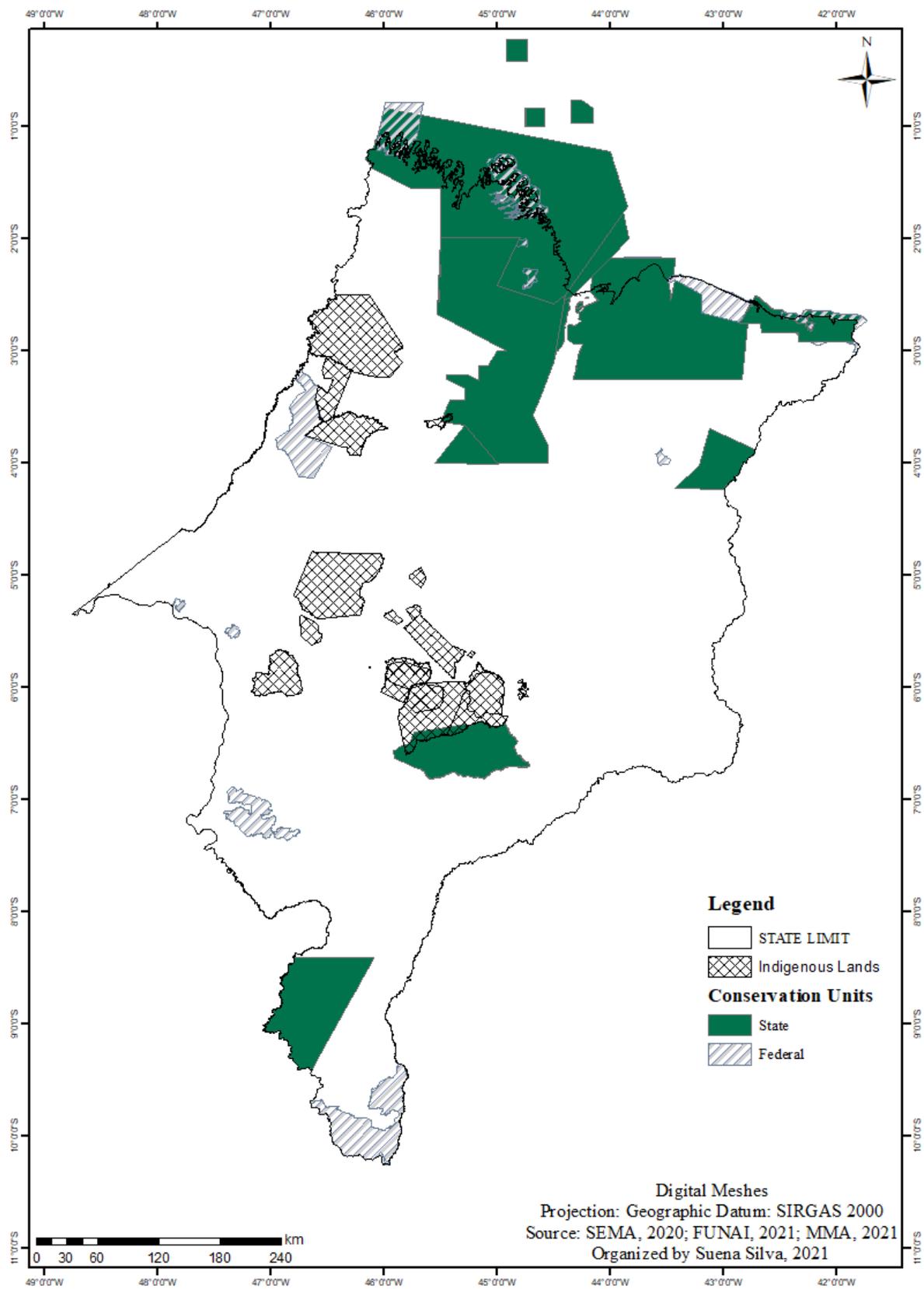


Figura 2. Unidades de Conservação no Maranhão, Brasil.

Geometria Fractal

A geometria clássica também conhecida como geometria euclidiana, foi criada por Euclides de Alexandria por volta do ano 300 a.C, como a busca de resolução dos padrões matemáticos da natureza, uma vez que, era a que melhor descrevia os fenômenos naturais (GADDIS & ZYDA, 1986). Assim, assumia que os objetos naturais possuíam uma forma regular descrita matematicamente pela geometria clássica como círculos, triângulos e quadrados (BARNSELY *et al.*, 1988), determinando assim sua dimensão, volume e comprimento (YAMAJI, LINGAU & SANQUETTA, 2002). Para alguns objetos como um ponto, uma reta ou um quadrado, o modelo euclidiano é satisfatório, pois são objetos simples. Entretanto, alguns objetos são mais complexos, e possuem maior deformidade nas formas geométricas, requerendo o uso de outros métodos para descrevê-los.

Desta maneira, a geometria fractal permite a descrição de objetos com reentrâncias (irregularidades). De acordo com Mandelbrot (1998) as irregularidades das formas encontradas na natureza nos fazem lembrar que “as nuvens não são esferas, montanhas não são cones, as costas não são círculos e casca não é suave, nem relâmpago viaja em linha reta”. Por conseguinte, tais formas não podem ser descritas pela geometria euclidiana, pois possuem maior complexidade (MANDELBROT, 1977, p.14).

Os fractais são figuras com propriedades e características específicas, os diferenciando assim, das figuras geométricas convencionais (SERRA & KARAS, 1997). Numa definição menos formal, fractal é um objeto que tem detalhes em todas as escalas espaciais observáveis, onde uma parte de um todo quando observada por uma escala pequena se assemelha com o todo. Para caracterizar um objeto fractal é necessário que esteja presente três propriedades:

- **Autossimilaridade ou escala:** a autossimilaridade de um objeto ocorre independente da escala avaliada, assim, se um objeto for ampliado ou reduzido permanece a mesma semelhança com o todo (NUNES, 2006).



Figura 3. Exemplo de Autossimilaridade

- Complexidade Infinita:** Os fractais são formados por uma ação repetida aplicada indefinidamente, quanto maior for o número de iterações (repetições da mesma ação e/ou processo consecutivamente) dessa atividade, mais detalhes serão apresentados e assim, nunca obteremos uma “imagem final”. Por isso a expressão complexidade infinita. (PEITGEN; JÜRGENS; SAUPE, 1991; NUNES, 2006).

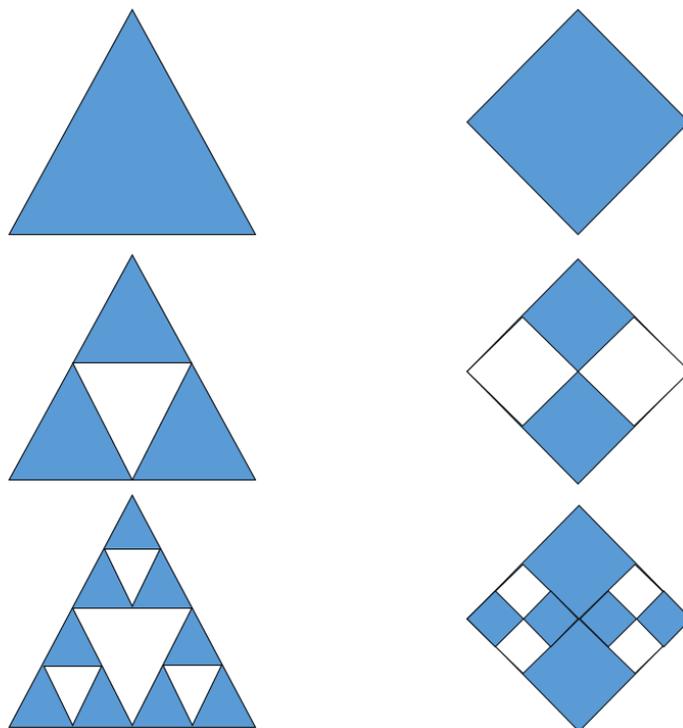


Figura 4. Exemplo de complexidade infinita

- **Dimensão:** A dimensão euclidiana, que está relacionada com o comprimento, largura e altura de um objeto com número inteiros, porém para o fractal, os valores de dimensões são fracionários (NUNES, 2006).

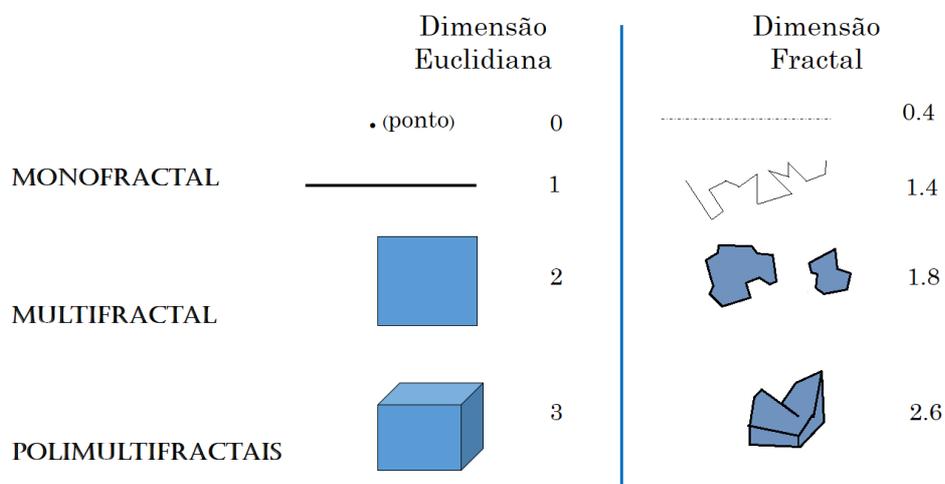


Figura 5: Tipos de fractais e suas dimensões

Desta maneira, a dimensão fractal de um objeto é uma propriedade diretamente relacionada à rugosidade da superfície (reentrâncias ou irregularidades), assumido valores fracionários, que caracterizam satisfatoriamente o objeto (MANDELBROT, 1998).

Um fractal pode ser caracterizado como monofractal, representa um objeto cuja uma única dimensão é capaz de caracterizá-lo, pois são constituídos de escalas simples, com valores de dimensão próximos (VIDAL VAZQUÉZ *et al.*, 2013). Porém, existem objetos que necessitam de mais de uma dimensão para caracterizá-los e, para esses objetos, usa-se a dimensão multifractal, que possibilita a caracterização em diferentes momentos estatísticos da análise (POSADAS *et al.*, 2009).

A análise multifractal pode ser desenvolvida por meio de diferentes métodos: método do momento (HALSEY *et al.*, 1986), método direto (CHHABRA & JENSEN, 1989) e *Box Counting* (contagem de caixas) que avaliam momentos diferentes da análise multifractal (POSADAS, 2005). O método do momento e o método direto são utilizados para avaliações multifractais determinadas em momentos denominados de q ($q = 0$, $q = 1$ e $q = 2$) de uma análise, sem a necessidade de uma transformação dos dados, sendo usualmente comum para dados coletados em desenho amostral de transectos, com os momentos de q relacionados aos valores de dimensão em D_0 , D_1 e D_2 , denominados de dimensão de

capacidade, dimensão de entropia e dimensão de correlação, respectivamente (BANERJEE *et al.*, 2011; BISWAS *et al.*, 2012; DAFONTE DAFONTE *et al.*, 2015). O método *Box Counting* é aplicado para mais de uma dimensão: X e Y, sendo a malha amostral subdividida em suportes geométricos menores (caixas), permitindo a determinação da dimensão multifractal em várias escalas (ANTONIAZZI, 2007; AZEVEDO & CHRISTOFOLETTI, 2007; ALONSO *et al.* 2017; BORGES, 2017).

Além da dimensão multifractal, um objeto pode ser caracterizado por meio do espectro de singularidade (MANDELBROT, 1977; GRASSBERGER & PROCACCIA, 1983; HENTSCHEL & PROCACCIA, 1983). O espectro de singularidade é um dos principais parâmetros na análise multifractal que avalia a heterogeneidade de um sistema determinando a amplitude e assimetria do sistema estudado, dessa maneira, quanto maior a amplitude ou assimetria, maior a heterogeneidade do sistema (BANERJEE *et al.*, 2011).

Análise Multifractal aplica à Geociências

A ideia simplista de como fazer ciência, aos poucos, vai dando lugar a uma forma interdisciplinar de pensamento, baseada na integração de várias áreas do conhecimento, dando espaço a uma concepção mais holística do que vem a ser a produção do conhecimento enquanto ciência (AZEVEDO & CHRISTOFOLETTI, 2007).

Atualmente, uma das ferramentas utilizadas para modelar os fenômenos espaciais é a geometria fractal (LEIVA *et al.*, 2021; SILVA & SIQUEIRA, 2020; BERNARDES *et al.*, 2020).

A geometria fractal tem se mostrado uma ferramenta bastante empregada tanto nas ciências puras como nas ciências aplicadas. Para Christofolletti & Christofolletti (1995), o uso da geometria fractal possibilitou um maior alcance dos procedimentos analíticos nos diversos setores da geografia. Uma das primeiras contribuições de maior relevância sobre a natureza fractal dos fenômenos geográficos foi apresentado por Goodchild & Mark (1987). Porém foi com a obra de Lam & De Cola (1993), que reuniu ensaios teóricos e práticos mostrando a eficácia dos fractais em vários setores da geografia, que se pode definir um marco para este tipo de avanço na ciência geográfica.

Nas geociências a maioria dos trabalhos que se sobressaíram com a utilização dessa abordagem estão correlacionados a estudos de solos (SILVA *et al.*, 2020; MARTINS *et al.*, 2020; BUSS *et al.*, 2019), climatológicos (MARTÍN-VIDE *et al.*, 2001; NERY, 2017) e

geomorfológicos (CHRISTOFOLETTI & CHRISTOFOLETTI, 1994; CABALLERO *et al.*, 2020). Entretanto, os estudos que contemplam métodos de análise aplicados à paisagens (YAMAJI *et al.*, 2002; FERREIRA e FERREIRA, 2015; REAL *et al.*, 2020), assim como os relacionados ao estudo da natureza urbana (MARQUES, 2005; TRENTIN & FERREIRA, 2015) também têm crescido ultimamente.

3. HIPÓTESE

Na natureza os sistemas são dinâmicos e interligados, apresentando variabilidade de escala e padrões de similaridade relacionados aos compartimentos da paisagem. Desta maneira, a hipótese deste trabalho é que variáveis ambientais podem ser caracterizadas por meio de propriedades de escala, utilizando análise multifractal.

4. OBJETIVOS

Objetivo Geral

- Caracterizar a multifractalidade em um sistema de produção agrícola e em uma área com vegetação natural de Cerrado do Estado do Maranhão (Brasil).

Objetivos Específicos

- Analisar a multifractalidade do conteúdo de água do solo e da produtividade de soja em sistema de semeadura direta (Mata Roma, Maranhão, Brasil);
- Determinar a multifractalidade da reflectância (NDVI) de parcelas com diferentes formações vegetacionais de Cerrado no Parque Estadual do Mirador (Maranhão, Brasil)

REFERÊNCIAS

ALONSO, C.; TARQUIS, A.M.; ZÚÑIGA, I.; BENITO, R.M. **Spatial and radiometric characterization of multi spectrum satellite images through multi-fractal analysis.** *Nonlinear Process. Geophys.* 2017, 24, 141–155

ANTONIAZZI, R.L. **Aplicação do método box counting para a estimativa da dimensão fractal de figuras planas digitalizadas.** 2007. 52f. Monografia (Especialização em Geomática). Universidade Federal de Santa Maria. Centro de Ciências Rurais. 2007.

AVELINO, E. N. **Expansão da fronteira agrícola sobre o Cerrado: o mapeamento do uso da terra no município de Diamantina - MT.** *Revista de Geociências do Nordeste*, v. 4, p. 89-101, 29 nov. 2018.

AZEVEDO, T.S.; CHRISTOFOLETTI, A.L.H. **Fractais em geografia: conceitos e perspectivas.** *Climatologia e Estudos da Paisagem.* Rio Claro - Vol.2 - n.2 - julho/dezembro/2007, p. 30.

BANERJEE, S.; HE, Y.; GUO, X.; SI, B. C. Spatial relationships between leaf area index and topographic factors in a semiarid grassland Joint multifractal analysis. **Australian Journal of Crop Science**, v. 6, p. 756-763, 2011.

BARNSLEY, M.F.; DEVANEY, R.L.; MANDELBROT, B.B.; PEITGEN, H.; SAUPE, D.; VOSS, R.F. (Ed.). **The Science of Fractal Images.** New York: Springer-Verlag, 1988.

BARRETO, H. N; JESUS, V. C. Atlas Geográfico do Parque Estadual do Mirador. Secretaria de Estado de Meio Ambiente e Recursos Naturais do Maranhão. São Luís. 2018.

BARROS JÚNIOR, W. W. D. R; FERREIRA, J. A. S; LUGON JÚNIOR, J; CRUZ MOREIRA, M. A; UMBELINO, L. F. S. **Análise da paisagem com o uso de geotecnologias: uma proposta metodológica para o planejamento territorial da região hidrográfica VIII - RJ.** *Revista de Geociências do Nordeste*, v. 4, p. 166-190, 29 nov. 2018.

BERNARDES, A. C. C. ; OLIVEIRA, O. C. C. ; SILVA, R. A. ; ALBUQUERQUE, P. M. C. ; RABELO, J. M. M. ; VIANA, J. H. ; SIQUEIRA, G. M. Abundance and diversity of beetles (Insecta: Coleoptera) in land use and management systems. *REVISTA BRASILEIRA DE CIÊNCIA DO SOLO (ONLINE)* v. 44, p. e0190183, 2020.

BERTRAND, G. **Paisagem e geografia física global: um esboço metodológico**. Revista IGEOG/USP. Caderno de Ciências da Terra. São Paulo, USP, n. 13, 1971. pp. 1-27.

BISWAS, A.; CRESSWELL, H. P.; BING, C. S. **Application of multifractal and joint multifractal analysis in examining soil spatial variation: A review**. In: Fractal analysis and Chaos in Geosciences. Chapter 6, p. 109-138. 2012.

BORGES, J.O. **Cálculo da dimensão fractal do sistema vascular de folhas do cerrado**. 2017. 55f. Monografia (Licenciatura em Ciências Naturais). Universidade de Brasília. Faculdade UnB Planaltina. 2017.

BUSS, R. N. ; SILVA, R. A. ; SIQUEIRA, G.M. ; LEIVA, J. O. R. ; OLIVEIRA, O. C. C. ; FRANCA, V. L. . Spatial and multivariate analysis of soybean productivity and soil physical-chemical attributes. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental **JCR**, v. 23, p. 446-453, 2019.

CABALLERO, C. B.; MENEZES, D.; CAMPAGNOLO, K.; CENSI, G.; SCHWARZ, H.; KOBAYAMA, M. **Dimensão fractal e análise geomorfológica de bacias hidrográficas brasileiras**. Revista de Gestão de Água da América Latina, v. 17, e3, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.211168/10.21168/reg.v17e3>> Acesso 10 fev. 2021.

CHHABRA, A.; JENSEN, R. Direct determination of the $f(\alpha)$ singularity spectrum. **Physical Review Letters**, v. 62, n. 12, p. 1327-1330, 1989.

CHRISTOFOLETTI, A. L. H.; CHRISTOFOLETTI, A. **A abordagem fractal em geociências**. Geociências, São Paulo, v. 14, n. 1, p. 227-264, 1995.

CHRISTOFOLETTI, A. L. H.; CHRISTOFOLETTI, A. **O uso das fractais na análise geográfica**. Geografia, Rio Claro, v. 19, n. 2, p. 79-112, 1994.

CONAB. Companhia Nacional do Abastecimento. **Séries históricas**. Disponível em: <https://www.conab.gov.br/info-agro/safras/serie-historica-das-safras>. Acesso em: 10 abr. 2020.

DAFONTE DAFONTE, J.; VALCÁRCEL ARMESTO, M.; da SILVA DÍAS, R.; VIDAL VÁZQUEZ, E.; PAZ GONZÁLEZ, A. Assessment of the spatial variability of soil chemical

properties along a transect using multifractal analysis. **Cadernos Laboratório Xeolóxico de Laxe**, v. 38, p. 11-24, 2015.

EVERTSZ, C.J.G; MANDELBROT, B.B. Multifractal measures. In PEITGEN, H; JÜRGENS, H; SAUPE, D. **Chaos and fractals**. Springer, Berlim, p. 921-953, 1992.

FERREIRA, L. E. T. e FERREIRA, L. M. V. **Características Fractais dos Contornos de Bacias Hidrográficas e dos Perímetros a eles Associados: Uma Análise Inversa Relativa às Implicações Dimensionais Sobre os Descritores Morfométricos de Compacidade**. Revista Brasileira de Geomorfologia, São Paulo, v.16, n.3, (Jul-Set) p.413-433, 2015.

FLORENZANO, Teresa Galloti. **Iniciação em sensoriamento remoto**. 3 ed. ampl. e atual. São Paulo: Oficina de Textos, 2011.

GADDIS, M. E.; ZYDA, M. J. **The Fractal Geometry of Nature: Its Mathematical Basic and Application to Computer Graphics**. Monterey, CA: Naval Postgraduate School. 1986.

GAMARRA et al., **Uso do NDVI na análise da estrutura da vegetação e efetividade da proteção de unidade de conservação no cerrado**. R. RaeGa, v.37, p. 307- 332, Ago/2016. ISSN: 2177-2738. Disponível em: < www.ser.ufpr.br/raega > Acesso em: 08 abr. 2020.

GOODCHILD, M.; MARK, D. **The fractal nature of geographic phenomena**. Annals of Association of American Geographers, Washington, D.C., v. 77, n. 2, p. 265–278, 1987. doi:10.1111/j.1467-8306.1987.tb00158.x

GRASSBERGER, P., PROCACCIA, I., 1983. **Measuring the strangeness of strange attractors**. Physica D 189-208. [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(83\)90298-1](https://doi.org/10.1016/0167-2789(83)90298-1)

GUERRA, A. T.; MARÇAL, M. S. **Geomorfologia ambiental**. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2006.

HALSEY, T. C; JENSEN, M. H; KANADOFF, L. P; PROCACCIA, I; SHARIMAN, B. I. Fractal measures and their singularities: the characterization of strange sets. **Physical Review A**. 33, p. 1141-1151, 1986.

HENTSCHEL, J.G.E., PROCACCIA, I., 1983. **The infinite number of generalized dimensions on fractals and strange attractors**. Physica D. 8: 435-444. [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(83\)90235-X](https://doi.org/10.1016/0167-2789(83)90235-X)

IBGE. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Geociências / Estudos Ambientais/ Biomás**. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/geociencias/downloads-geociencias.html>. Acesso em: 10 abri. 2021.

LAM, N. S. N.; DE COLA, L. **Fractals in Geography**. New York: Pentice Hall, 1993.

LEIVA, J. O. R; SILVA, R. A; SILVA, E. F. F. E; SIQUEIRA, G. M. Multifractal analysis of soil resistance to penetration in different pedoforms. *Revista Caatinga JCR*, v. 34, p. 189-198, 2021.

LONGLEY PA, GOODCHILD MF, MAGUIRE DJ, RHIND DW. **Sistemas e ciência da informação geográfica**. 3. ed. Porto Alegre: Bookman; 2013.

MAIA, F.C.O. **Utilização de índices de vegetação para identificação de ambientes de produção de cana-de-açúcar**. Brasília, 2019. 86f. Dissertação (Mestrado em Agronomia). Universidade de Brasília, Faculdade de Agronomia e Medicina Veterinária, 2019.

MANDELBROT, B. B. **Objectos Fractais**, Coleção de Ciência Aberta, Gradiva, 2ª Edição 1998.

MANDELBROT, B. B. **The Fractal Geometry of Nature**. New York: W. H Freeman and Company, 1977.

MARQUES, M. L. **Metodologias para Estimativa da Dimensão Fractal do Crescimento de Aglomerados Urbanos: Uma Contribuição ao Estudo da Expansão Urbana da Região Metropolitana de São Paulo entre 1905 e 2001**. 2005. 207f. Tese (Doutorado em Geografia). Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. 2005.

MARTÍN-VIDE, J.; PROHOM, M.; BOHIGAS, M.; PEÑA, J.C; ESTEBAN, P.; MONTSERRAT, D. **Índices de irregularidad temporal y dimensión Fractal de la precipitación anual en España**. In:Pérez Cueva, A.J., López Baeza, E. y Tamayo Carmona, J. (Eds.). *El tiempo del clima*. Valencia: Asociación Española de Climatología, 2001, p. 157-166. ISSN 84-607-2433-6. Disponível em: <<https://repositorio.aemet.es/handle/20.500.11765/9205>> Acesso em: 16 jun. 2020.

MERRIAM, G. Series foreword. In: HANSSON, L; FAHRIG, L; MERRIAM, G. (Ed). **Mosaic landscape and ecological process**. London: Chapman&Hall, 1995.

MORAES, H. G. Caracterização florística e estrutural de cerradões em diferentes cotas altitudinais no Estado do Maranhão, Brasil. São Paulo, 2014. 88p. Tese (Doutorado em Biodiversidade Vegetal e Meio Ambiente) – Instituto de Botânica da Secretaria de Meio Ambiente.

MYERS, N; MITTERMEIER, R. A; MITTERMEIER, C. G; FONSECA, G. A. B.; KENT, J. 2000. **Biodiversity hotspots for conservation priorities**. Nature 403: 853-858.

NERY, F. H. **Análise multifractal da variabilidade espacial pluviométrica no estado de minas gerais**. 2017. 63f. Dissertação (Mestrado em Análise e Modelagem de Sistemas Ambientais). Universidade Federal de Minas Gerais. Instituto de Geociências. 2017.

NEVES, L.F.S; NEVES, S.M.A.S; NEVES, R.J. **Geotecnologias e métricas aplicadas na análise da paisagem da bacia do rio Aguapeí/MT, Brasil**. Geo UERJ, [S.l.], v. 2, n. 25, p. 397-418, dez. 2014. ISSN 1981-9021. Disponível em:<<https://www.epublicacoes.uerj.br/index.php/geouerj/article/view/11739> > Acesso em: 08 abr. 2020. doi:<https://doi.org/10.12957/geouerj.2014.11739>.

NOSS, R.F. Foreword. In: HANSSON, L; FAHRIG, L; MERRIAM, G. (Ed). **Mosaic landscape and ecological process**. London: Chapman&Hall, 1995.

NUNES, R.S.R. **Geometria fractal e Aplicações**. 2006. 78 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Departamento de Matemática Pura, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Portugal, 2006. Disponível em: <<http://www.fc.up.pt/pessoas/jfalves/Teses/Raquel.pdf>>. Acesso em: 16 jun. 2019

PEITGEN, H.O.; JÜRGENS, H.; SAUPE, D. **Fractals for the Classroom: Part One: Introduction to Fractals and Chaos**, Springer-Verlag, 1991.

POSADAS , A. N. D.; QUIROZ , R.; ZOROGASTÚA, P. E.; LEÓN-VELARDE, C. **Multifractal characterization of the spatial distribution of ulexite in a Bolivian salt flat**, International Journal of Remote Sensing, 26:3, 2005, p. 615-627, DOI: 10.1080/01431160512331299261

POSADAS, A., QUIROZ, R., TANNUS, A., CRESTANA, S., Vaz, C.N., 2009. **Characterizing water fingering phenomena in soils using magnetic resonance imaging and multifractal theory**. *Nonlinear Proc Geoph* 16: 159-168. <http://doi:10.5194/npg-16-159-2009>

REAL, L. S. C; CRESTANA, S; FERREIRA, R. R. M; RODRIGUES, V. G. S. **Evaluation of gully development over several years using GIS and fractal analysis: a case study of the Palmital watershed, Minas Gerais (Brazil)**. *Environmental Monitoring and Assessment*. 2020 Jun;192(7):434. DOI: 10.1007/s10661-020-08362-7

RIBEIRO, J.F.; WALTER, B. M. T. **As Principais Fitofisionomias do Bioma Cerrado**. In: SANO, S. M.; ALMEIDA, S. P. de; RIBEIRO, J. F. (Ed.). *Cerrado: ecologia e flora v.2*. Brasília: EMBRAPA-CERRADOS, 2008, p. 876.

RODRIGUES, C. **A teoria geossistêmica e sua contribuição aos estudos geográficos e ambientais**. *Revista do Departamento de Geografia. USP*. 14, 2001, p. 69-77.

ROSS, J. L. S. **Ecogeografia do Brasil: subsídios para planejamento ambiental**. São Paulo: Oficina de Texto, 2006, p. 23-61.

SANO, E. E; ROSA, R; BRITO, J. L. S; FERREIRA, L. G. **Land cover mapping of the tropical savanna region in Brazil**. *Environmental Monitoring and Assessment*, v. 166, p. 113-124, 2010.

SANTOS, M. *Metamorfoses do espaço habitado*. São Paulo: Hucitec, 1988.

SERRA, C.P.; KARAS, E.W. **Fractais, gerados por sistemas dinâmicos complexos**. Curitiba: Champagnat, 1997.

SILVA, C. M. **Entre Fênix e Ceres: A grande aceleração e a fronteira agrícola no Cerrado**. *Varia hist.*, Belo Horizonte, v. 34, n. 65, p. 409-444, Aug. 2018. Available from http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-87752018000200409&lng=en&nrm=iso. access on 15 Apr. 2021. <https://doi.org/10.1590/0104-87752018000200006>.

SILVA, E. F. F. ; TOMILLO, A. G. ; SOUZA, D. H. S. ; VÁZQUEZ, E. V; SIQUEIRA, G.M. ; DANTAS, D. C. ; GONZALEZ, A. P. . **Multifractal and joint multifractal analysis of**

soil micronutrients extracted by two methods along a transect in a coarse textured soil. **EUROPEAN JOURNAL OF SOIL SCIENCE** **JCR**, v. 71, p. 1-16, 2020.

MARTINS, A. L. P; SIQUEIRA, G. M; DE MOURA, EMANOEL GOMES; SILVA, R. A; FARIAS, F. F; AGUIAR, A. C. F. Can different soil fertilization regimes modify soil fauna to interfere in maize grain yield?. **AUSTRALIAN JOURNAL OF CROP SCIENCE (ONLINE)** **JCR**, v. 14, p. 1541-1548, 2020

SILVA, R. A.; SIQUEIRA, G. M. Multifractal analysis of soil fauna diversity indexes. **BRAGANTIA**, v. epub, p. 1-14, 2020.

SILVEIRA, Emerson L. D. **Paisagem: um conceito chave na geografia**. In: XII Encuentro de Geógrafos de América Latina, Montevideo, Uruguay, 2009. Anais. 2009. Disponível em: < <http://observatoriogeograficoamericalatina.org.mx/egal12/Teoriaymetodo/Conceptuales/23.pdf>> . Acesso em 15 dez. 2020

SOLANO, R.; DIDAN, K.; JACOBSON, A.; HUETE, A. **MODIS Vegetation Index User's Guide** (MOD13 Series) Version 2.0, Vegetation Index and Phenology Lab., Universidade do Arizona, 38p., 2010.

TRENTIN, G.; FERREIRA, M. C. **Análise direcional da expansão urbana de cidades de porte médio: uma aplicação da dimensão fractal**. R. RaeGa, v.33, p. 198- 224, Abril/2015. ISSN: 2177-2738. Disponível em: < www.ser.ufpr.br/raega> Acesso em: 08 abr. 2020.

TRICART, J. A **Geomorfologia nos estudos integrados de ordenação do meio natural**. Boletim Geográfico, Rio de Janeiro, 34 (251). 1976. p.15-42.

TROPPEMAIR, H. **Sistemas/ Geossistemas/ Geossistemas Paulistas/ Ecologia da Paisagem**. Edição do autor. Rio Claro, 2004.

VIDAL VÁZQUEZ, E.; CAMARGO, O. A.; VIEIRA, S. R.; MIRANDA, J. G. V.; MENK, J. R. F.; SIQUEIRA, G. M.; MIRÁS-AVALOS, J. M.; PAZ GONZÁLEZ, A. Multifractal analysis of soil properties along two perpendicular transects. **Vadose Zone Journal**, v. 12, p. 1-14, 2013.

WECKMÜLLER, R; VICENS, R.S. **As geotecnologias e a detecção de trajetórias evolutivas da paisagem: possibilidades metodológicas e aplicações**. Revista Brasileira de

Geografia Física, [S.l.], v. 11, n. 6, p. 2140-2159, jan. 2019. ISSN 1984-2295. Disponível em: <<https://periodicos.ufpe.br/revistas/rbgfe/article/view/236210/31231>>. Acesso em: 08 abr. 2021. doi:<https://doi.org/10.26848/rbgf.v11.6.p2140-2159>.

YAMAJI, F. M. **Análise Fractal de uma floresta ombrófila mista através de imagens de satélite**. Curitiba, 2001. 93 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná.

YAMAJI, F. M.; LINGUA, C.; SANQUETTA, C. R. **Uso dos Fractais na Análise da Fragmentação de na Floresta Através de Imagens de Satélite**. 2002. Floresta 32 (1): 111-119.

Capítulo 1

SIQUEIRA, G. M.; SILVA, S. S.; SILVA, R. A. Análise multifractal do conteúdo de água no solo e da produtividade de soja. In: José Luis Gabriel Pérez; Diana Martín Lammerding; Miguel Quemada Sáenz-Badillos. (Org.). **Estudios em la Zona No Saturada**. XIV ed. Madrid: ZNS2019, 2019, v. XIV, p. 97-102. I.S.B.N.: 978-84-948550-8-5. Disponível em: http://zonanosaturada.com/wp-content/uploads/2019/11/097-102_AN%C3%81LISE-MULTIFRACTAL-DO-CONTE%C3%9ADO-DE-%C3%81GUA-NO-SOLO-E-DA-PRODUTIVIDADE-DE-SOJA.pdf

ANÁLISE MULTIFRACTAL DO CONTEÚDO DE ÁGUA NO SOLO E DA PRODUTIVIDADE DE SOJA

RESUMO. O Brasil é o país com a segunda maior produtividade mundial de soja, ficando atrás apenas dos Estados Unidos, possuindo uma expressiva estimativa de produtividade para o ano agrícola de 2018/2019. Nesse cenário, o Estado do Maranhão é considerado uma das últimas fronteiras agrícolas do Brasil, entretanto a sua produtividade média é menor do que a média nacional. O objetivo deste trabalho foi avaliar a multifractalidade do conteúdo de água no solo e da produtividade da soja. Foram amostrados a altitude, o conteúdo de água, a altura de plantas e a produtividade de soja em um transepto com 128 pontos. Os dados foram avaliados pelo método do momento, determinando as funções de partição e as dimensões generalizadas. As funções de partição foram ajustadas a coeficiente de determinação $R^2 = < 0,90$. A variação na dimensão máxima e mínima ($D_{-5}-D_5$) foi menor para altitude ($D_{-5}-D_5 = 0,015$) e maior para altura de plantas ($D_{-5}-D_5 = 0,136$), expressando maior heterogeneidade de escala para esse último atributo quando comparado ao demais atributos estudados. O conteúdo de água no solo nas diferentes profundidades, o relevo e produtividade da soja apresentaram tendência a um monofractal. O atributo de altura de plantas foi o que melhor expressou multifractalidade ao longo do transepto.

ABSTRACT. Brazil is the country with the second highest global productivity of soybeans, behind only the United States, having an expressive productivity estimate for the 2018/2019 agricultural year. In this scenario, the State of Maranhão is considered one of the last agricultural frontiers in Brazil, however its average productivity is lower than the national average. The objective of this work was to evaluate the multifractality of soil water content and soybean yield. Altitude, water content, plant height and soybean yield were sampled in a 128-point transept. Data were evaluated by the moment method, determining partition functions and generalized dimensions. The partition functions were adjusted to the

determination coefficient $R^2 = < 0.90$. The variation in the maximum and minimum dimension (D_5-D_5) was smaller for altitude ($D_5-D_5 = 0.015$) and greater for plant height ($D_5-D_5 = 0.136$), expressing greater scale heterogeneity for this. last attribute when compared to the other attributes studied. Soil water content at different depths, soybean relief and yield tended to be monofractal. The plant height attribute was the one that best expressed multifractality along the transept.

1. INTRODUÇÃO

O Brasil é o segundo maior produtor mundial de soja, ficando atrás apenas dos Estados Unidos, e para o ano agrícola de 2018/2019 a produtividade deverá ser de 3210 kg ha⁻¹, com estimativas de 120,50 milhões de toneladas e expansão de 7% da área plantada. Dentro desse panorama, o Estado do Maranhão é considerado uma das últimas fronteiras agrícolas do Brasil, no entanto, a sua produtividade média de soja é cerca de 3010 kg ha⁻¹, representando 10,5% menos, que a média nacional.

O aumento da produtividade dos cultivos de soja no Brasil está relacionado ao elevado ao uso de técnicas de agricultura de precisão. A delimitação de zonas de manejo por meio da modelagem da variabilidade espacial dos fatores de produção, permite conhecer as variações em campo que afetam a produtividade dos cultivos (Siqueira *et al.*, 2015; Leiva *et al.*, 2019). Portanto, é preciso conhecer a variabilidade dos atributos de solo e planta, utilizando técnicas que permitam descrever a heterogeneidade intrínseca dos sistemas. Nesse sentido, a análise multifractal descreve a heterogeneidade na distribuição de uma variável, caracterizando e resumindo a variabilidade entre diferentes escalas (Biswas, 2019).

Siqueira *et al.* (2018) utilizando técnicas multifractais para o estudo de atributos químicos do solo, identificaram que os padrões multifractais de alguns atributos químicos são influenciadas pelo relevo. Leiva *et al.* (2019) determinando padrões multifractais da resistência do solo à penetração em cultivo de cana-de-açúcar identificaram que a

multifractalidade da resistência à penetração possui diferenciação ao longo da paisagem em função das mudanças de relevo. Biswas (2019) utilizou técnicas multifractais de análise conjunta (joint multifractal) para avaliar a relação do armazenamento de água com o relevo e o conteúdo de areia, e concluiu que as mudanças na multifractalidade do armazenamento de água são correlacionadas com as variações do relevo e do conteúdo de areia, demonstrando claramente a capacidade da análise multifractal conjunta para caracterizar completamente a escala do comportamento entre três variáveis. Pahlevan *et al.* (2016) identificaram que propriedades hidráulicas do solo apresentam elevada multifractalidade ao longo da paisagem. Sala & Rujescu (2017) utilizaram técnicas multifractais para determinar a multifractalidade de atributos do solo sobre elementos da produtividade de trigo.

Desta maneira, o emprego de técnicas fractais e multifractais podem ser utilizadas para elucidar a complexidade dos processos que determinam os atributos do solo (Caniego *et al.*, 2006). Portanto, é preciso compreender a dinâmica e complexidade dos atributos do solo e a sua relação com produtividade dos cultivos, assim, o objetivo deste trabalho foi caracterizar a multifractalidade do conteúdo de água no solo e da produtividade de soja em sistema de semeadura direta em um transepto com variações altimétricas.

2. MATERIAL E MÉTODOS

Local de estudo

A área experimental está localizada no município de Mata Roma (Maranhão, Brasil), cujas coordenadas são: 03° 42' 27" S e 43° 11' 21" W, com altitude média de 130 m. O solo da área de estudo é um Latossolo Amarelo distrocoeso textura areno-argilosa de acordo com a classificação EMBRAPA (2018), sendo que os principais atributos do solo na camada de 0-0,2 m de profundidade são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Caracterização química e física do Argissolo Amarelo distrocoeso da área de estudo

Atributos químicos (0-0,2 m)						
MO	pH	P	K	Ca	Mg	CTC
g.dm ³		Mg.dm ³		mmol _c dm ⁻³		
22	5	49	0,7	18	3	46,7
Atributos físicos (0-0,2 m)						
Areia	Silte	Argila	Densidade	Macro	Micro	PT
g.kg ⁻¹			Mg.m ⁻³	m ³ m ⁻³		
747	106	147	1,43	9	18	27

MO: matéria orgânica; P: fósforo; K: potássio; Ca: cálcio; Mg: magnésio; CTC: capacidade de troca catiônica; Macro: macroporosidade; Micro: microporosidade; PT: porosidade total

A área experimental possui 193,6 ha e vêm sendo manejada sob sistema de semeadura direta com cultivo de soja desde 2004. O clima, segundo a classificação de Köppen, é do tipo tropical quente e úmido (Aw'), com temperatura média anual de 27 °C e precipitação média anual de 1.835 mm, com períodos de chuva entre os meses de janeiro e junho e de seca de julho a dezembro.

Na parcela experimental foram demarcados 128 pontos em um transepto com espaçamento de 10 m entre pontos, onde no dia 20/04/2015 foram amostrados o conteúdo volumétrico de água (%), a altura das plantas de soja e a produtividade da cultura da soja nos 128 pontos de amostragem. Os pontos de amostragem foram georreferenciados utilizando GPS com correção diferencial pós-processada (DGPS), permitindo assim a determinação da altitude absoluta para cada ponto de amostragem.

O conteúdo de água no solo (%) foi determinado nas camadas de 0-0,2 (θ_{0-0,2}) e 0,2-0,4 m (θ_{0,2-0,4}) de profundidade, permitindo posteriormente o cálculo do conteúdo médio de água na camada de 0-0,4 m (θ_{0-0,4m}). Os dados foram obtidos utilizando um equipamento TLO (Transmisión line oscillator) que é similar a técnica TDR, onde um sinal eletromagnético é emitido por meio de uma sonda instalada no solo e é contabilizado o número de vezes que o sinal retorna em determinado período de tempo (Modelo Hydrosense® - Campbell Scientific Austrália Pty. Ltd.), assim é possível determinar o conteúdo de água no solo por meio de uma equação que relaciona a frequência com o conteúdo volumétrico de água no solo (TOPP *et al.*, 1980 - Eq. 1).

$$\theta = -5,310^{-2} + 2,9210^{-2} \varepsilon_b - 5,510^{-4} \varepsilon_b^2 + 4,310^{-6} \varepsilon_b^3 \quad (1)$$

A altura das plantas de soja (m) foi determinada em campo em 5 pontos utilizando parcela com área 18 m² (4,5 x 4,0 m) sendo o ponto central coincidente com os pontos de amostragem do transepto e os demais pontos coincidentes com as extremidades da parcela. A produtividade da soja (kg ha⁻¹) foi determinada nas parcelas de 18 m² ao longo do transepto nos 128 pontos de amostragem.

Análise estatística

Os principais parâmetros estatísticos foram determinados para todos os atributos em estudo [média, desvio padrão, coeficiente de variação (CV%), assimetria e curtose e teste de normalidade de Kolmogorov-Sminorv (D) com probabilidade de erro de 0,01%].

Análise multifractal

A análise multifractal foi realizada seguindo o método do momento, onde o tamanho de um segmento (δ) é empregado e dividido em segmento menores, de acordo com a redução de escalas em k estágios ($k = 1, 2, 3 \dots$) que geram a cada escala δ , um número de segmentos, $N(\delta) = 2^k$ de tamanho característico, $\delta = L \times 2^{-k}$, cobrindo toda a extensão do suporte, L (EVERTSZ & MANDELROT, 1992; CANIEGO *et al.*, 2005). A função de massa de probabilidade normalizada $\mu_i(\delta) = \frac{N_i(\delta)}{N_t}$ é uma variável que caracteriza a contribuição de um segmento ou subintervalo de tamanho δ para a massa total, sendo obtida pela Eq. (2).

$$\mu_i(\delta) = \frac{N_i(\delta)}{N_t} \quad (2)$$

onde $N_i(\delta)$ é o valor da medida em um determinado segmento, i^{th} , e N_t é a soma da medida em todo o transecto.

Para o presente trabalho, a função de partição $\chi(q, \delta)$ que é resultado de uma soma ponderada de todos os segmentos, que é definida de acordo com Eq. (3).

$$\chi(q, \delta) = \sum_{i=1}^{n(\delta)} [\mu_i(\delta)]^q \quad (3)$$

onde $n(\delta)$ é o número de segmentos com tamanho δ e momentos estatísticos q são definidos para $-\infty < q < \infty$.

Várias funções são exibidas pelos multifractais, tais como: dimensão generalizada ou dimensão Rényi (Dq), função exponencial de massa ($\tau(q)$), expoente de Hólder (α_q) e índice de expoente ($f(\alpha)$).

Nesse caso, a função de partição quando demonstrada graficamente em relação ao tamanho da caixa tem a propriedade de escala expressa pela Eq. (4).

$$\chi(q, \delta) \propto \delta^{-\tau(q)} \quad (4)$$

onde $\tau(q)$ é uma função não linear de q para variáveis monofractais, conhecida como função de expoente de massa. A função $\tau(q)$ é obtida a partir de um gráfico $\chi(q, \delta)$ versus δ para os diferentes valores de q .

As medidas multifractais podem ser caracterizadas por meio da dimensão generalizada ou dimensão de Rényi da ordem q , Dq sendo descritas pela Eq. (5) e em caso particular em que $q = 1$, Dq é obtido pela regra de l'Hôpital de acordo com Eq. (6).

$$Dq = \frac{1}{q-1} \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log[\chi(q, \delta)]}{\log \delta} = \frac{\tau(q)}{q-1}, q \neq 1 \quad (5)$$

$$D_1 = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^{n(\delta)} \mu_i(\delta) \log[\mu_i(\delta)]}{\log \delta}, q = 1 \quad (6)$$

As dimensões generalizadas, D_q para $q = 0$, $q = 1$ e $q = 2$, são denominadas como dimensão de capacidade, dimensão de entropia ou entropia de Shannon e dimensão de correlação e devem obedecer a relação de $D_0 > D_1 > D_2$ para expressar multifractalidade dos dados.

O espectro de singularidade é um gráfico de $f(\alpha)$ versus α e é normalmente uma parábola com concavidade para baixo, com valores que aumentam com aumento da heterogeneidade da variável medida.

Assim, quando a variável apresenta espectro reduzido a um ponto, a escala determinada é um monofractal. Para a presente análise, os espectros de singularidade foram obtidos pelo método direto de Chhabra & Jensen (1989), Eq. (7). Esse método é baseado na contribuição dos segmentos individual para novas funções de partição definida pelas Eq. (8) e (9).

$$\mu_i(q, \delta) = \mu_i^q / \sum_1^{n(\delta)} \mu_i^q(\delta) \quad (7)$$

$$\alpha(q) \propto \frac{\sum_{i=1}^{n(\delta)} \mu_i(q, \delta) \log[\mu_i(q, \delta)]}{\log(\delta)} \quad (8)$$

$$f(\alpha(q)) = \alpha \frac{\sum_{i=1}^{n(\delta)} \mu_i(q, \delta) \log[\mu_i(q, \delta)]}{\log(\delta)} \quad (9)$$

Valores de $f(\alpha)$ versus α calculados pelas Equações 6 e 7 foram aceitos com coeficiente de determinação, $R^2 \geq 0.90$ para todos os dados avaliados.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Análise Estatística

A Tabela 2 apresenta os resultados da análise estatística clássica. O conteúdo médio de umidade na camada de 0-0,2 m foi de 17,19%, enquanto na camada subsuperficial (0,2-0,4 m) houve um aumento da ordem de 28,85 % (22,15%), e o conteúdo médio de água na camada de 0-0,4 m foi de 19,67%. Leiva et al. (2019) encontraram valores de umidade média para cultivos de soja na região para a camada de 0-0,6 m da ordem de 17,20%. A produtividade média de soja nas parcelas experimentais ao longo do transepto foi de 3456,157 kg ha⁻¹, superior à média de produtividade nacional na safra de 2016/2017 (3362 kg ha⁻¹) e na safra de 2017/2018 (3364 kg ha⁻¹) (CONAB, 2016; 2017). O valor médio de produtividade encontrado neste estudo é superior ao encontrado por Buss *et al.* (2019) na ordem de 3370,71 kg ha⁻¹ em sistema de semeadura direta com rotação entre soja e milho.

Os valores de CV (%) para os atributos em estudo são classificados como baixos (CV < 15%), conforme Wilding & Drees (1983), sendo: altitude (CV = 1,50), umidade 0-0,2 m (CV = 12,50), umidade 0,2-0,4 m (CV = 13,40), umidade média (CV = 12,50) e produtividade (CV = 14,60) obtiveram CV baixo; exceto a altura das plantas de soja, que apresentou CV mediano (15-53%). O conteúdo médio de água apresentou distribuição de frequência normal por meio do teste de Kolmogorov-Smirnov, e os atributos de planta (altura e produtividade) apresentaram distribuição de frequência lognormal.

Tabela 2. Estatística descritiva dos parâmetros avaliados em área cultivada com soja.

	Altitude	$\theta_{0-0,2}$	$\theta_{0,2-0,4}$	$\theta_{0-0,4}$	Altura	Produtividade
Média	107,588	17,190	22,150	19,670	0,988	3456,157
DP	1,578	2,143	2,966	2,456	0,314	504,333
CV	1,50	12,50	13,40	12,50	31,80	14,60
Assim	-0,617	-0,520	-0,305	-0,543	-0,275	2,096
Curtose	0,037	1,562	1,255	1,598	-1,102	7,192
D*	0,221Ln	0,104n	0,072n	0,102n	0,201Ln	0,165Ln

DP: desvio padrão; CV: coeficiente de variação; Assim: assimetria; D*: teste de Normalidade Kolmogorov-Sminov-0.01%; Prod: produtividade

Análise Multifractal

Todas as funções de partição foram ajustadas com coeficientes de determinação $R^2 > 0,90$ e obedeceram a uma lei de potência (Fig. 1), sendo calculadas para $\chi(q, \delta)$ em segmentos sucessivos diferentes, 2^{-k} , $0 \leq k \leq 7$ no intervalo de momentos estatísticos $-5 < q < 5$. Na tabela 3 estão apresentadas as dimensões generalizadas para todos os atributos. A diferença entre a dimensão máxima (D_5) e a dimensão mínima (D_{-5}) foi de $D_{-5}-D_5 = 0,015$ para a altitude; $D_{-5}-D_5 = 0,036$ para $\theta_{0-0,2}$; $D_{-5}-D_5 = 0,034$ para a $\theta_{0,2-0,4}$; $D_{-5}-D_5 = 0,034$ para a $\theta_{0-0,4}$; $D_{-5}-D_5 = 0,136$ para a altura média das plantas de soja e de $D_{-5}-D_5 = 0,030$ para a produtividade de soja. A diferença nos valores de $D_{-5}-D_5$ expressam a heterogeneidade dos dados, sendo nesse caso, mais heterogêneo o parâmetro de altura de plantas. Valores de diferença próximos a 1 são usados como percepção do comportamento multifractal do banco de dados (VIDAL VÁZQUEZ *et al.*, 2008; PAZ FERREIRO *et al.*, 2010; DAFONTE DAFONTE *et al.*, 2015).

Diferenças ou semelhanças entre as dimensões D_0 , dimensão D_1 e dimensão D_2 , são frequentemente utilizadas para avaliar se as propriedades de escala observadas correspondem à escala monofractal ou multifractal (VIDAL-VÁZQUEZ *et al.*, 2013).

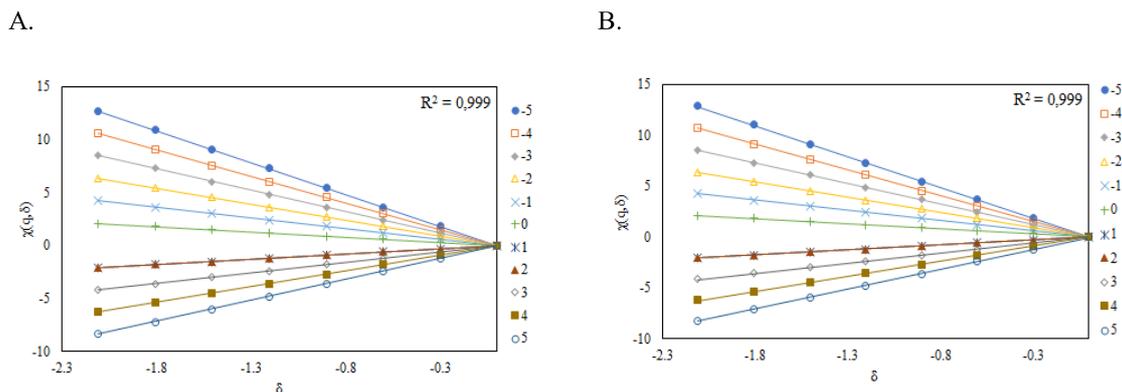


Fig. 1. Função de partição para a altitude e produtividade na área amostral. A. Altitude; B. Produtividade

Tabela 3. Multifractalidade para a altitude, conteúdo de água no solo, altura de planta e produtividade da soja.

Parâmetros	$D_{-5}-D_5$	D_5	D_{-5}	D_0	D_1	D_2
Altitude (m)	0,015	0,987±0,004	1,002±0,000	1,000±0,000	0,998±0,000	0,997±0,000
$\theta_{0,0,2}$ (%)	0,036	0,978±0,005	1,015±0,002	1,000±0,000	0,997±0,000	0,993±0,001
$\theta_{0,2,0,4}$ (%)	0,034	0,981±0,004	1,015±0,002	1,000±0,000	0,997±0,000	0,994±0,001
$\theta_{0,0,4}$ (%)	0,034	0,980±0,005	1,015±0,002	1,000±0,000	0,997±0,000	0,994±0,001
Altura (m)	0,136	0,946±0,004	1,082±0,008	1,000±0,000	0,986±0,001	0,975±0,002
Produtividade (kg ha ⁻¹)	0,030	0,978±0,004	1,009±0,001	1,000±0,000	0,997±0,000	0,993±0,001
Parâmetros	q+	q-	α_0	α_{min}	α_{max}	R ²
Altitude (m)	5	-5	1,000±0,000	1,003±0,000	0,966±0,023	0,037
$\theta_{0,0,2}$ (%)	5	-5	1,002±0,000	1,038±0,013	0,949±0,028	0,089
$\theta_{0,2,0,4}$ (%)	5	-5	1,002±0,000	1,039±0,012	0,959±0,024	0,080
$\theta_{0,0,4}$ (%)	5	-5	1,002±0,000	1,038±0,013	0,955±0,026	0,083
Altura (m)	5	-5	1,014±0,002	1,171±0,032	0,910±0,017	0,261
Produtividade (kg ha ⁻¹)	5	-5	1,002±0,000	1,017±0,005	0,952±0,022	0,065

A dimensão D_0 ou dimensão de capacidade foi constante ($D_0 = 1,000±0,000$). A dimensão D_1 ou dimensão entropia variou de $D_1 = 0,986±0,001$ para a altura das plantas de soja a $D_1 = 0,998±0,000$ para a altitude. Essa dimensão fornece informações sobre o grau de heterogeneidade na distribuição das medidas avaliadas no sistema, refletindo pequenas

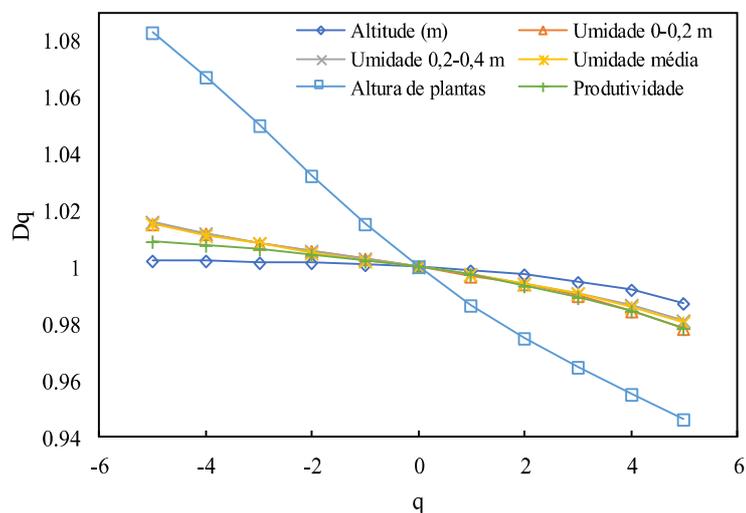
escalas (PAZ FERREIRO *et al.*, 2018). Nesse sentido, pode-se dizer que as séries em estudo compreendem sistemas uniformemente distribuídos em todas as escalas.

Os valores da dimensão de correlação (D_2) variaram entre $D_2 = 0,975 \pm 0,002$ para a altura das plantas de soja e $D_2 = 0,997 \pm 0,000$ para a altitude da área de estudo. A dimensão de correlação (D_2) associa-se a função de correlação e mede a densidade de distribuição média da variável (DAFONTE DAFONTE *et al.*, 2015), indicando que neste estudo as séries de dados possuem irregularidades nas medidas. Os valores das dimensões (D_0 , D_1 e D_2) apresentam a tendência multifractal, onde $D_0 > D_1 > D_2$ expressando heterogeneidade entre os parâmetros avaliados, conforme descrito por Vidal Vázquez *et al.* (2013).

Na Fig. 2 são apresentados os espectros de singularidade para os atributos em estudo na área cultivada com soja. Os espectros de singularidade para a altitude, $\theta_0-0,2$, $\theta_0,2-0,4$, $\theta_0-0,4$ e para a produtividade de soja obtiveram amplitudes reduzidas quando comparado com o espectro da altura de plantas de soja, demonstrando que a altura das plantas de soja possui maior multifractalidade ($\alpha_{-5} - \alpha_5 = 0,261$) quando comparada aos demais atributos (Tabela 3). A maior multifractalidade para a altura das plantas de soja já era esperada uma vez que este parâmetro possui elevada variabilidade em campo, respondendo a diferentes atributos biológicos, físicos e químicos do solo que por sua vez possuem também variação em campo. Destacamos também, que o fato da produtividade não apresentar espectro similar à altura das plantas de soja, pode ser justificado, considerando que a produtividade foi obtida por meio da colheita de todas as plantas presentes na parcela de 18 m² correspondente ao ponto amostral, havendo então uma suavização das diferenças amostrais entre pontos, enquanto, a altura das plantas é realizada apenas em 5 plantas ao longo da parcela de 18 m², resultando desta maneira em maior heterogeneidade. Portanto, a variação da largura (α_{min}) e amplitude (α_{max}) do espectro de singularidade é indicativo de heterogeneidade, pois são parâmetros que fornecem informações sobre a diversidade dos valores nas escalas medidas

(VIDAL VÁZQUEZ *et al.*, 2010; 2013; WILSON *et al.*, 2015; PAZ FERREIRO *et al.*, 2018; SIQUEIRA *et al.*, 2018).

A.



B.

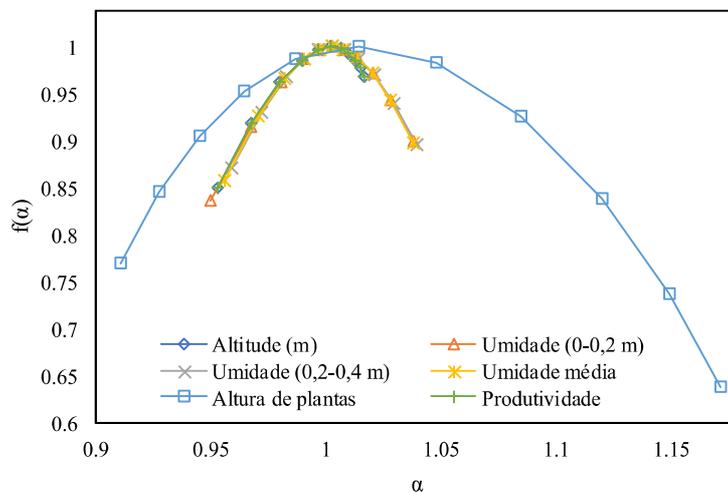


Fig. 2. Parâmetros multifractais avaliados na área amostral. A. Dimensão generalizada e B. espectro de singularidade.

A assimetria do espectro para direita reflete o domínio de valores baixos ou extremamente baixos na avaliação da distribuição da variável. Os atributos em estudo [altitude (m), $\theta_{0-0,2}$ (%), $\theta_{0,2-0,4}$ (%), $\theta_{0-0,4}$ (%) e produtividade (kg há^{-1})] possuem pouca amplitude, sendo um indicativo de que essas variáveis possuem tendência a um monofractal.

O gráfico do espectro de singularidade (Fig. 2) para a altitude (m) e a produtividade (kg ha^{-1}) possuem similaridade na amplitude e largura dos ramos. É possível verificar também que as séries do conteúdo de água no solo ($\theta_{0-0,2}$ e $\theta_{0,2-0,4}$) possuem gráficos de espectro de singularidade similares, demonstrando que o conteúdo de água na área de estudo mantém padrão multifractal com maior ou menor grau de multifractalidade entre as medidas ao longo do transepto, e que o valor médio do conteúdo de água no solo ($\theta_{0-0,4}$) apresenta a mesma tendência multifractal que $\theta_{0-0,2}$ e $\theta_{0,2-0,4}$ e por isso mais estudos devem ser realizados para se confirmar tal premissa e se os padrões são persistentes também em escala temporal. Mirás-Avalos *et al.* (2016) estudando padrões multifractais do conteúdo de água no solo, identificaram elevada heterogeneidade para o conteúdo de água no solo associado ao manejo de irrigação, com gráficos de espectro de singularidade mais amplos ao deste estudo. No entanto, Biswas (2019) identificou padrão multifractal para o armazenamento de água no solo relacionado as variações no relevo e conteúdo de areia.

4. CONCLUSÃO

A análise multifractal demonstrou que a altura das plantas de soja ao longo do transepto é o atributo com maior heterogeneidade entre as variáveis avaliadas, expressa pela diferença entre as dimensões generalizadas (D_5) e (D_{-5}). Os espectros de singularidade para as séries das variáveis em estudo expressaram maior amplitude dos ramos e largura para altura de plantas de soja, corroborando com as propriedades multifractais de dimensão generalizada que também indicaram a maior multifractalidade para a altura de plantas de soja, quando comparado com a altitude (m), $\theta_{0-0,2}$ (%), $\theta_{0,2-0,4}$ (%), $\theta_{0-0,4}$ (%) e produtividade (kg ha^{-1}). O conteúdo de água no solo medido nas camadas ($\theta_{0-0,2}$ e $\theta_{0,2-0,4}$) e o conteúdo média de água no solo ($\theta_{0-0,4}$) apresentaram espectros reduzidos, indicando que são correspondentes a um monofractal ou quasimonofractal.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPEMA - Fundação de Amparo à Pesquisa e ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Maranhão e ao CNPq - Conselho Nacional de Científico e Tecnológico pelo financiamento. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BISWAS, A. Joint multifractal analysis for three variables: Charactering the effect of topography and soil texture on soil water storage. **Geoderma**. 334 , p. 15-23, 2019.

BUSS, R. N., SILVA, R. A; SIQUEIRA, G. M; LEIVA, J. O. R; OLIVEIRA, O. C. C; FRANÇA, V. L. Spatial and multivariate analysis of soybean productivity and soil physical-chemical attributes. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**. 23, p. 446-453, 2019.

CASTRO, O. M; VIEIRA, S. R; SIQUEIRA, G. M. Atributos físico-hídricos de um Latossolo vermelho eutroférico sob diferentes sistemas de manejo. **Bragantia**. 69, p. 433-443, 2010.

CONAB. Companhia Nacional de Abastecimento. **Séries históricas**. 2017. Disponível em: <https://www.conab.gov.br/info-agro/safras/serie-historica-das-safras>. Acesso em: 10 abr. 2019.

CAMARGO, O. A; MONIZ, A. C; JORGE, J. A; VALADARES, J. M. A. S. Métodos de análise química, mineralógica e física de solos do Instituto Agronômico de Campinas. (**Boletim Técnico nº 106**). Campinas: Instituto Agronômico, 94p, 1986.

CONIEGO, F. J; ESPEJO, R.; MARTÍN, M. A; SAN JOSÉ, F. Multifractal scaling of soil spatial variability. **Ecological Modelling**. 182, p. 291-301, 2005.

- DAFONTE, D. J; VALCÁRCEL, A. M; SILVA, D. R.; VIDAL, V. E; PAZ, G. A. Assessment of the spatial variability of soil chemical properties along a transect using multifractal analysis. **Cadernos Laboratório Xeolóxico de Laxe**. v. 38, p. 11-24, 2015.
- EVERTSZ, C.J.G; MANDELBROT, B.B. Multifractal measures. In PEITGEN, H; JÜRGENS, H; SAUPE, D. **Chaos and fractals**. Springer, Berlim, p. 921-953, 1992.
- EMBRAPA. Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária. **Sistema brasileiro de classificação de solos - SBCS**. 5. ed. Brasília, 590p, 2018.
- GREGO, C. R; VIERIRA, S. R. Variabilidade espacial de propriedades físicas do solo em uma parcela experimental. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**. 29, p. 169-177, 2005.
- HALSEY, T. C; JENSEN, M. H; KANADOFF, L. P; PROCACCIA, I; SHARIMAN, B. I. Fractal measures and their singularities: the characterization of strange sets. **Physical Review A**. 33, p. 1141-1151, 1986.
- HENTSCHEL, J. G. E; PROCACCIA, I. The infinite number of generalized dimensions on fractals and strange attractors. **Physica D**. 8, p. 435-444, 1983.
- JOHANN, J. A; URIBE-OPAZO, M. A; SOUZA, E. G; ROCHA, J. V. Variabilidade espacial dos atributos físicos do solo e da produtividade em um Latossolo Bruno Distrófico da região de Cascavel, PR. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**. 8, p. 212-219, 2004.
- LEIVA, J. O. R; SILVA, R. A; BUSS, R. N; FRANÇA, V. L; SOUZA, A. A; SIQUEIRA, G. M. Multifractal analysis of soil penetration resistance under sugarcane cultivation. **Revista de Engenharia Agrícola e Ambiental**. v. 23, n. 7, p. 538-544, 2019.
- MIRÁS, A. J.M; TRIGO, C. E; SILVA, D. R; VARELA, V. I; GARCÍA, T. A. Multifractal behaviour of the soil water content of a vineyard in northwest Spain during two growing seasons. **Nonlinear Process in Geophysics**. 23, p. 205-213, 2016.

- PAHLEVAN, N; YAZDANI, M. R; ZOLFAGHARI, A. A; GHODRATI, M. Multifractal analysis of soil hydraulic properties in arid areas. **Soil Research**. 54, p. 914-925, 2016.
- PAZ, F. J; MIRANDA, J. G. V; VIDAL, V. E. Multifractal analysis of soil porosity based on mercury injection and nitrogen adsorption. **Vadose Zone Journal**. 9, p. 325-335, 2011.
- PAZ, F. J; MARINHO, M. A; ABREU, C. A; VIDAL, V. E. Soil texture effects on multifractal behaviour of nitrogen adsorption and desorption isotherms. **Biosystems Engineering**. 168, p. 121-132, 2018.
- SALA, F; RUJESCU, C. Fractal analysis to evaluate the productivity elements at wheat spike. **Annals of West University of Timișoara, ser. Biology**. 20, p. 91-102, 2017.
- SIQUEIRA, G. M; VIEIRA, S. R; FALCI, D. S. C., Variabilidade espacial da densidade e da porosidade de um Latossolo Vermelho eutroférico sob semeadura direta por vinte anos. **Bragantia**. 68, p. 751-759, 2009.
- SIQUEIRA, G. M; SILVA, J. S; BEZERRA, J. M; SILVA, Ê. F. F; DAFONTE, D. J; MELO, R. F. Estacionariedade do conteúdo de água de um Espodosolo Humilúvico. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**. 19, p. 439-448, 2015.
- SIQUEIRA, G. M; SILVA, E. F. F; VIDAL, V. E; PAZ, G. A. Multifractal and joint multifractal analysis of general soil properties and altitude along a transect. **Biosystems Engineering**. 168, p. 105-120, 2018.
- WILDING, L. P; DREES, L. R. Spatial variability and pedology. In: Wilding, L. P., Smeck, N. E., Hall, G. F. (Ed.). **Pedogenesis and soil taxonomy: I. Concepts and interactions**. New York: Elsevier. p. 83 -116, 1983.
- WILSON, M. G; MIRAS, A. J. M; LADO, M; PAZ, G. A. Multifractal Analysis of vertical profiles of soil penetration resistance at varying water contents. **Vadose Zone Journal**. 15, p. 1-10, 2015.

VIDAL, V. E; PAZ, F. J; MIRANDA, J. G. V; PAZ, G. A. Multifractal analysis of pore size distributions as affected by simulated rainfall. **Vadose Zone Journal**. 7, p. 500-511, 2008.

VIDAL, V. E; CAMARGO, O. A; VIEIRA, S. R; MIRANDA, J. G. V; MENK, J. R. F; SIQUEIRA, G. M; MIRÁS, A. J. M; PAZ, G. A. Multifractal analysis of soil properties along two perpendicular transects. **Vadose Zone Journal**. 12, p. 1-14, 2013.

Capítulo 2

SILVA, S. S; SILVA, R. A; SIQUEIRA, G. M. Caracterização multifractal do NDVI de formações vegetacionais de Cerrado no Parque Estadual do Mirador (Maranhão, Brasil). No Prelo.

**CARACTERIZAÇÃO MULTIFRACTAL DO NDVI DE FORMAÇÕES
VEGETACIONAIS DE CERRADO NO PARQUE ESTADUAL DO MIRADOR
(MARANHÃO, BRASIL)**

RESUMO: As mudanças da vegetação ao longo da paisagem correspondem a um fenômeno não-linear, requerendo assim, o emprego de modelos matemáticos complexos como a análise multifractal, para a sua compreensão e entendimento. Nesse sentido, este trabalho tem como objetivo realizar análise multifractal do índice de vegetação (NDVI) em diferentes formações de Cerrado do parque Estadual do Mirador (Maranhão, Brasil). Foram avaliadas três parcelas (5120 m x 5120 m), por meio de imagens SRTM e determinação do NDVI para compreensão da dinâmica dos padrões vegetacionais nos anos de 2015, 2016, 2017, 2018 e 2019. A parcela A apresentou as menores diferenças nos espectros de singularidade, enquanto que as parcelas B e C apresentaram as maiores diferenças para o espectro de singularidade, representando sistemas com maior variação, que pode ser explicado pelas formas do relevo e pela maior sensibilidade das parcelas a eventos climáticos de anos mais secos.

Palavras-chave: Espectro de singularidade; NDVI; Modelos matemáticos complexos; Bioma Cerrado.

Abstract:

Vegetation changes along the landscape correspond to a non-linear phenomenon, thus requiring the use of complex mathematical models, such as multifractal analysis, for its understanding and understanding. In this sense, this work aims to carry out a multifractal analysis of the vegetation index (NDVI) in different Cerrado formations in the Mirador State Park (Maranhão, Brazil). Three plots (5120 m x 5120 m) were evaluated by means of SRTM images and NDVI determination to understand the dynamics of vegetation patterns in the years 2015, 2016, 2017, 2018 and 2019. The plot A presented the smallest differences in the spectra of singularity, while plots B and C presented the greatest differences for the singularity spectrum, representing systems with greater variation, which can be explained by the relief forms and the greater sensitivity of the plots to climatic events in drier years.

Keywords: Singularity spectrum; NDVI; Complex mathematical models; Cerrado Biome.

1. INTRODUÇÃO

O Cerrado é o segundo maior bioma brasileiro, ocupando aproximadamente 22% do território (SANO et al., 2010), e no Maranhão alberga uma área de aproximadamente 181.000 km², desenhando uma mescla de paisagens (DIAS et al., 2021). A natureza não é uniforme, assim, o cerrado não é um ambiente homogêneo e possui um mosaico de paisagens que é composta pelas formações: florestais, savânicas e campestres (RIBEIRO & WALTER, 2008).

O Sensoriamento Remoto (SR) é uma ferramenta que auxilia o estudo das paisagens e pode ser aplicado na identificação de diferentes tipos de formações vegetacionais (JÚNIOR et al., 2009; BAYMA, 2015; ALONSO et al. 2017; AZIZ et al., 2018). Para que seja conhecida a matemática por trás de índices de vegetação como o NDVI - Índice de Vegetação por Diferença Normalizada (ROUSE et. al., 1973), é preciso empregar técnicas de análise espacial que levem em consideração as variadas escalas de um mesmo dado (ANTONIAZZI, 2007).

Utilizando a técnica multifractal é possível analisar as diferentes escalas de um mesmo dado (POSADAS et al., 2009; VIDAL VAZQUÉZ et al., 2013; SILVA & SIQUEIRA, 2020), conforme Banerjee et al. (2011) a análise multifractal possui uma gama de informações sobre a heterogeneidade de um sistema até então desconhecidas. Um dos métodos mais utilizados na análise multifractal é o box-counting, onde imagens podem ser divididas em segmentos com o intuito de se identificar similaridade nas diferentes escalas, permitindo a identificação do número de escalas e suas respectivas dimensões (POSADAS et al., 2005)

Diante do exposto, o objetivo deste trabalho foi realizar análise multifractal do índice de vegetação (NDVI) em diferentes formações de Cerrado do parque Estadual do Mirador (Maranhão, Brasil).

2. MATERIAIS E MÉTODOS

Caracterização da Área

O Parque Estadual do Mirador (PEM) no Estado do Maranhão (Brasil) abrange uma área de cerca de 766.781 ha e encontra-se localizado nos municípios de Fernando Falcão, Formosa da Serra Negra e Mirador. O PEM foi criado por meio do Decreto nº 7.641 de 04 de junho de 1980, posteriormente alterado pela Lei Estadual nº 8.958, de 08 de maio de 2009, e está situado entre as coordenadas 6° 42' 9,803" S, 44° 42' 54,936" W, 6° 33' 58,112" S e 45° 55' 17,452" W. A sua paisagem é caracterizada por chapadas e chapadões com até 586 m de

altitude, havendo mudança brusca de altitude da ordem de 258 m, e nas partes mais baixas do terreno o relevo é suave ondulado com altitude média de 328 m (Figura 1).

A geologia do PEM envolve as formações Corda e Sambaíba (Grupo Balsas) com predominância da formação Corda nas chapadas, que na sua maioria são sustentadas por crostas lateríticas ou arenitos duros (BANDEIRA et al., 2013). Os solos do PEM possuem elevada variabilidade, e nas partes mais baixas do terreno são encontradas solos profundos, porosos e permeáveis, com predominância de Latossolos Amarelos, Argissolos Vermelho-Amarelos e Neossolos Litólicos (BANDEIRA et al., 2013). No terço médio são encontrados solos rasos, pouco porosos e impermeáveis, dispostos em relevo com elevada declividade: Neossolos Litólicos (BANDEIRA et al., 2013). Nas partes mais elevadas do terreno ou terço superior são encontrados solos pouco profundos, permeáveis e porosos, representados pelos Latossolos Amarelos (BANDEIRA et al., 2013).

O clima da região de acordo com dados históricos é do tipo tropical úmido (Aw) com temperatura média anual de 25,9 °C e precipitação anual em torno de 1.342 mm, com ocorrência de chuvas predominantemente entre os meses de novembro a abril (1.115 mm), e com período seco entre os meses de maio a outubro (227 mm) e temperatura média anual de 28°C (ALVARES *et al.*, 2013). Para o presente estudo foram considerados dados climáticos dos anos de 2014, 2015, 2016, 2017, 2018 e 2019, obtidos por meio de estação climatológica convencional do Instituto Nacional de Meteorologia – INMET (Figura 2) situada no Município de Colinas (Maranhão, Brasil - <https://portal.inmet.gov.br/>), localizado a 65 km do PEM, com 175 m de altitude e com as seguintes coordenadas geográficas: 06°01'33" S e 44°14'57" W.

A vegetação natural do PEM é caracterizada como savana, que no Brasil compreende o Bioma Cerrado (RIBEIRO & WALTER, 2008). No PEM ocorrem formações florestais e formações savânicas, sendo as formações florestais subdivididas em Mata Ciliar e Cerradão; e as formações savânicas subdivididas em Cerrado Denso, Cerrado Típico e Cerrado Ralo (SANO et al., 2007; RIBEIRO & WALTER, 2008).

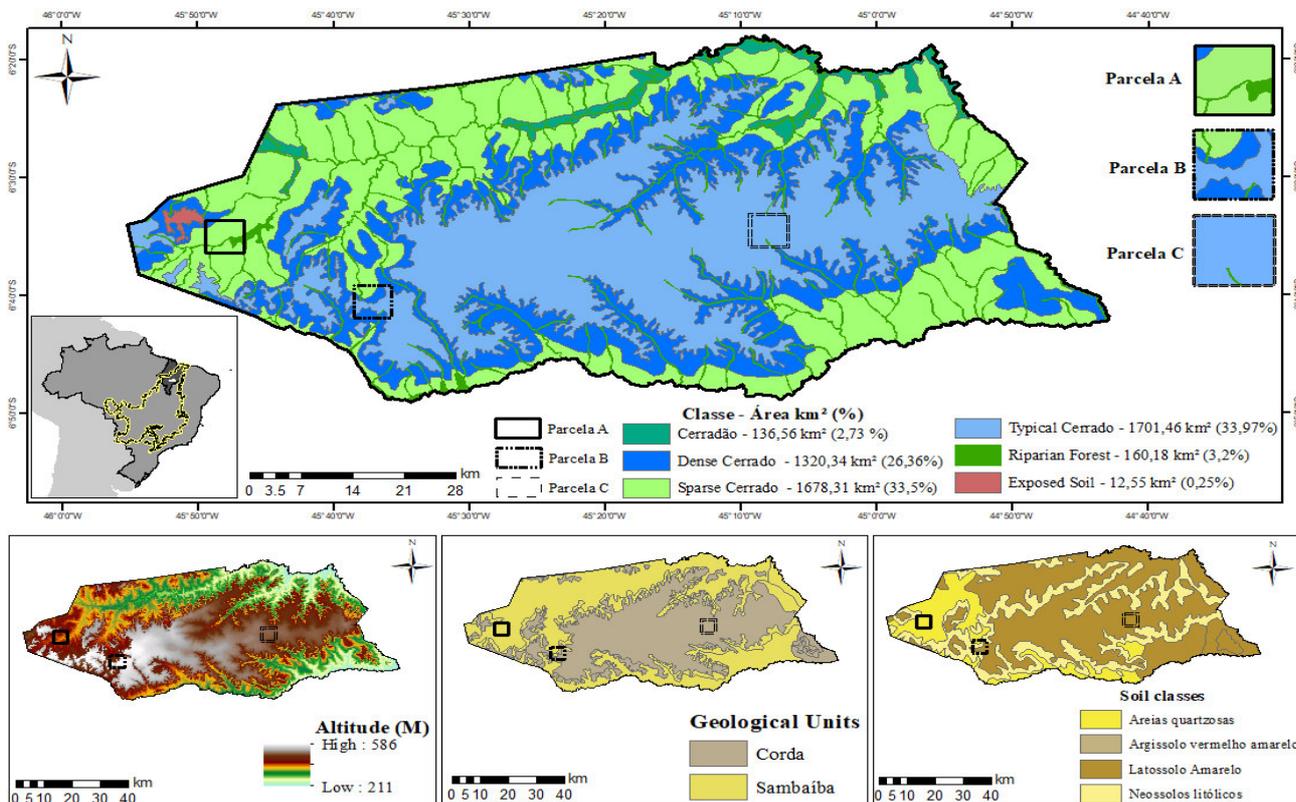


Figura 1. Mapa de localização do Parque Estadual do Mirador (Maranhão, Brasil).

Parcelas Experimentais e Imagens Espectrais

As parcelas experimentais foram alocadas no PEM em diferentes fitofisionomias de Cerrado: parcela A (Cerrado ralo), parcela B (transição entre Cerrado ralo e Cerrado denso) e parcela C (Cerrado típico). As parcelas possuem dimensões de 5120 m x 5210 m, e foram alocadas após cruzamento das informações de vegetação (RIBEIRO & WALTER, 2008), relevo e solos (BANDEIRA *et al.*, 2013). Em 21/08/2017 foi realizado trabalho de campo para confirmar que as parcelas foram alocadas nas principais formações vegetacionais, classes de solos e relevo do PEM.

Foram utilizadas imagens Sentinel-2 (resolução espacial de 10 m), por meio do sensor Multi Espectral Instrument (MSI) e disponibilizadas em: <https://glovis.usgs.gov/>. Para o presente estudo foram utilizadas imagens de 2015 a 2019, compreendidas durante a estação seca. A escolha das datas das imagens, considerou a averiguação individual de cada imagem, objetivando identificar ausência de nuvens dentro da área das parcelas experimentais, por essa razão as datas escolhidas possuem determinada variação, resultando nas seguintes datas: 22/11/2015, 06/11/2016, 12/09/2017, 22/09/2018 e 23/08/2019.

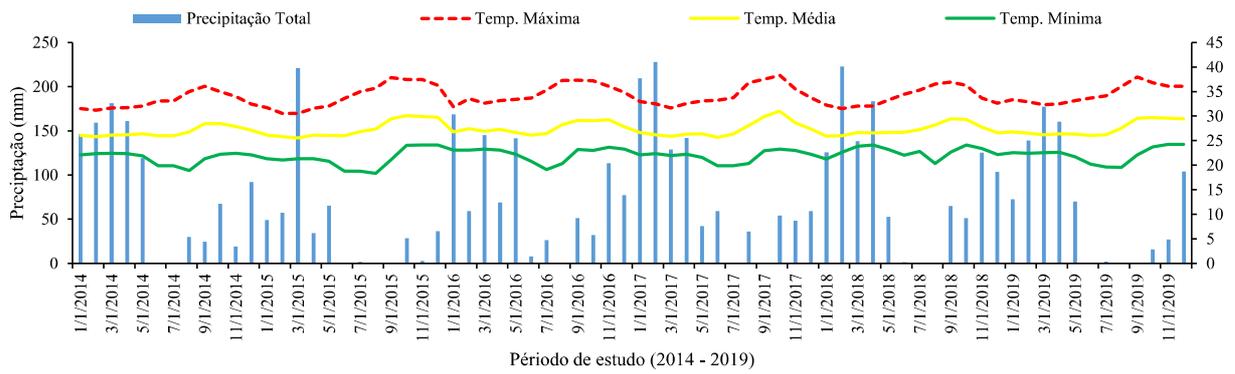


Figura 2. Parâmetros climáticos da estação climatológica convencional localizada no município de Colinas (MA, Brasil) no período entre 2014 e 2019 para o Parque Estadual do Mirador (Maranhão, Brasil).

As cenas utilizadas para gerar os mapas altimétricos para as parcelas experimentais foram: s07_w045 e s07_w046, obtidas por meio do radar SRTM (Shuttle Radar Topography Mission) com resolução espacial de 30 m x 30 m (<https://earthexplorer.usgs.gov/>).

Índice de Vegetação

O Índice de Vegetação por Diferença Normalizada (Normalized Difference Vegetation Index - NDVI) foi proposto por Rouse *et. al.* (1973), o cálculo envolve a reflectância nas frequências eletromagnéticas do vermelho e infravermelho próximo do espectro eletromagnético, com o propósito de se quantificar e avaliar a resposta espectral da vegetação, variando de -1 a +1, sendo do valores de NDVI adimensionais. Quanto maior o seu valor, maior o vigor de desenvolvimento da vegetação, sendo determinada pela Equação 1:

$$NDVI = \frac{NIR - R}{NIR + R} \quad (1)$$

onde: NIR: é a banda que corresponde ao infravermelho próximo; R: é a banda que corresponde ao vermelho.

Estatística descritiva e análise multifractal

Os dados foram inicialmente analisados por meio da estatística descritiva, sendo determinados os seguintes parâmetros: média, variância, desvio padrão (SD), coeficiente de variação (CV, %), assimetria, curtose e D (desvio máximo em relação à distribuição normal por meio do teste de Kolmogorov-Smirnov, $p < 0,01$). O coeficiente de variação foi classificado em alto (> 75%), médio (12 a 17 %) e baixo (< 12%), conforme Warrick & Nielsen (1980).

A análise multifractal foi implementada pelo método de box-counting utilizando software NASS (POSADAS *et al.*, 2005). As imagens foram divididas em segmentos com o intuito de se identificar similaridade nas diferentes escalas, permitindo a identificação do número de escalas e suas respectivas dimensões (POSADAS *et al.*, 2005; ANTONIAZZI, 2007). Assim, a análise multifractal, foi realizada considerando a probabilidade (Pi) para sistemas heterogêneos (multifractais), conforme a Equação 2:

$$P_i(\varepsilon) \sim \varepsilon^{\alpha_i} \quad (2)$$

onde α_i é o expoente de Lipschitz-Hölder ou a força de singularidade que caracteriza a escala multifractal, sendo calculado a partir da relação entre a densidade e a escala; ε representa a escala utilizada.

Para representação do expoente de Lipschitz-Hölder (α) é preciso definir a variação no intervalo do expoente α ($\alpha_{-\infty}, \alpha_{+\infty}$), e posteriormente estimar a dimensão fractal do conjunto de caixas com a singularidade de α . Dessa maneira, os conjuntos fractais ainda podem ser caracterizados por meio das dimensões generalizadas (D_q) para momentos de ordens definidos em q $[-\infty, +\infty]$, sendo obtidos pela equação 3 (POSADAS *et al.*, 2005).

$$D_q = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{1}{q-1} \frac{\log \mu(q, \varepsilon)}{\log(\varepsilon)} \right) \quad (3)$$

onde $\mu(q, \varepsilon)$ representa a função de partição definida pela equação 4, considerando o número de contagem de caixas e o tamanho da escala determinada por ε .

$$m(q, \varepsilon) = \sum_{i=\varepsilon}^{N(\varepsilon)} p_i^q(\varepsilon) \quad (4)$$

onde N o número de caixas; ε a escala adotada; P_i a variação de probabilidade para o sistema estudado.

Partindo da dimensão generalizada (D_q) obtém-se as dimensões generalizadas para os momentos de q $[-\infty, +\infty]$, podendo definir em $q = 0$, $q = 1$ e $q = 2$, denominadas de dimensão de capacidade (D_0 – equação 5), dimensão de informação (D_1 – equação 6) e dimensão de correlação (D_2 – equação 7), conforme Banerjee *et al.* (2011), Hentschel & Procaccia (1983), Posadas *et al.* (2009) e Chhabra *et al.* (1989).

$$D_0 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log(N(\varepsilon))}{\log(\varepsilon)} \quad (5)$$

$$D_1 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} m_i(\varepsilon) \log(m_i(\varepsilon))}{\log(\varepsilon)} \quad (6)$$

$$D_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log(C(\varepsilon))}{\log(\varepsilon)} \quad (7)$$

Assim, D_0 fornece informações globais do sistema, sendo independente de q , enquanto, a D_1 está relacionada a informação de entropia de Shannon, quantificando dessa maneira, o grau de desordem presente em uma distribuição, sendo valores compreendidos no intervalo de $0 < D < 1$ (POSADAS *et al.*, 2009). A D_2 é associada a função de correlação, sendo capaz de computar a correlação de medidas contidas em intervalos ε (HENTSCHEL & PROCACCIA (1983). A relação estabelecida entre D_0 , D_1 e D_2 para que um sistema possua heterogeneidade de escala (sistemas multifractais) devem obedecer a relação de $D_0 > D_1 > D_2$ (JORGE *et al.*, 2008). Porém, para sistemas autossimilares ou homogêneo a relação deve ser de $D_0 = D_1 = D_2$ (POSADAS *et al.*, 2005).

O espectro de singularidade é representado por meio de um gráfico em parábola de uma função de $f(\alpha)$ em α para os momentos de q em estudo ($q = 0$, $q = 1$ e $q = 2$), conforme equações 8 e 9.

$$f(\alpha(q)) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{\log(N)} \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} \mu_i(q, \varepsilon) \log[m_i(q, \varepsilon)] \quad (8)$$

$$\alpha(q) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{\log(N)} \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} \mu_i(q, \varepsilon) \log[m_i(\varepsilon)] \quad (9)$$

Para o presente estudo os valores de D_q e para a função (α) em α foram determinados em momentos de $q = +5$ e $q = -5$. E os valores de assimetria determinados pela diferença nos momentos de $q = +5$ e $q = -5$.

A assimetria foi calculada conforme a equação 10, proposta por Ott, (1993) e Macek

& Szczepaniak (2008), onde o espectro de singularidade tem seu valor máximo $f(\alpha_0) = 1$.

$$A = \frac{\alpha_0 - \alpha_{\min}}{\alpha_{\max} - \alpha_0} \quad (10)$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os parâmetros estatísticos para a altitude e NDVI nas parcelas experimentais são apresentados na tabela 1. O valor médio para a altitude foi de 414.87 para parcela A, 522.55 para área B e 494.54 para parcela C (Tabela 1 e Figura 3). Na figura 3 são apresentados os mapas de variabilidade para o relevo. De acordo com Bandeira *et al.* (2013), o relevo do PEM é caracterizado por: degraus estruturais e rebordos erosivos, presentes na parcela B, superfícies aplainadas retocadas ou degradadas, que estão presentes nas parcelas A e B, planaltos presente em todas as parcelas e por baixos platôs e domínio de colinas dissecadas e de morros baixos, que não estão presentes em nenhuma das parcelas experimentais. O maior valor médio para a altitude na parcela B (Figura 3b) é justificado pela ocorrência da quebra do relevo nos extremos leste – oeste da área, com elevações que variam entre 435 m e 575 m. Na parcela A (figura 3a), com menor valor médio, há uma diminuição suave de altitude em toda a área e com uma suave elevação no extremo oeste, apresentando variação de elevação de 390 m a 536 m. Já a parcela C (figura 3c) apresenta uma diminuição de altitude suave na parte leste da área, com variação de altitude de 473 m a 503 m.

O maior valor médio de NDVI foi descrito para a parcela C no ano de 2019 ($\bar{X} = 0.44$), enquanto que, o menor valor de NDVI foi descrito para a parcela A no ano de 2015 ($\bar{X} = 0.22$). De maneira geral, se verifica que os valores de NDVI são mais elevados para a parcela C representada pelo Cerrado típico, medianos para a parcela B (transição entre Cerrado típico e denso) e baixos para a parcela A (Cerrado ralo).

Os parâmetros de classificação do NDVI foram adaptados de acordo com o proposto por Aquino & Oliveira (2012), Aziz *et al.*, (2018) e Aquino *et al.*, (2018): onde < 0 – solo exposto ou água, > 0 a < 0.20 – muito baixo, $0.20 < 0.40$ – baixo, $0.40 < 0.60$ – médio, $0.60 < 0.80$ – moderadamente alto e 0.80 a 1 – alto.

Tabela 1 – Parâmetros estatísticos para a altitude e o NDVI nas parcelas experimentais estudo no Parque Estadual do Mirador (Maranhão, Brasil).

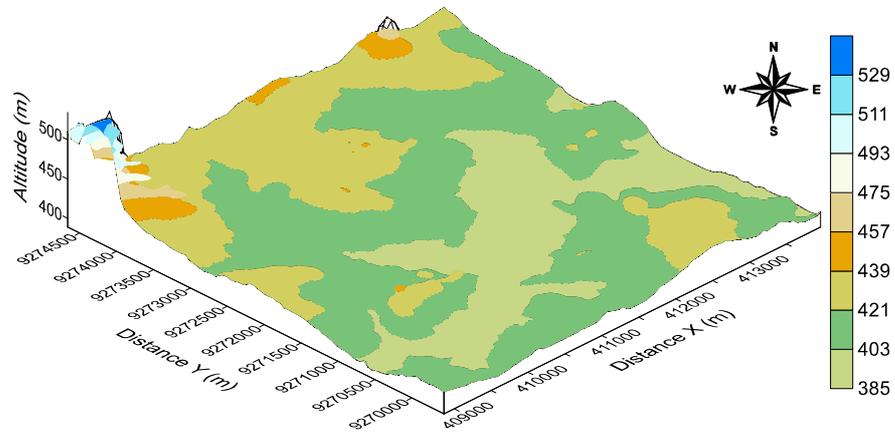
	Minimum	Maximum	Mean	SD	CV (%)	Skewness	Kurtosis	D
Altitude								
Parcela A	389	537	414.87	16.49	3.98	2.37	12.157	0.073Ln
Parcela B	433	578	522.55	46.63	8.92	-0.38	-1.511	0.199Ln
Parcela C	472	504	494.54	5.03	1.02	-1.29	1.384	0.168Ln
Parcela A								
2015	0.121	0.430	0.22	0.04	16.35	1.05	28085.88	0.076Ln
2016	0.108	0.585	0.28	0.05	18.96	0.69	28085.88	0.056Ln
2017	0.033	0.765	0.23	0.11	45.46	0.76	28085.88	0.056Ln
2018	0.099	0.705	0.27	0.07	24.04	1.04	28085.88	0.056Ln
2019	0.133	0.673	0.31	0.06	18.77	1.23	28085.88	0.056Ln
Parcela B								
2015	0.101	0.547	0.28	0.05	18.82	0.66	28085.88	0.064Ln
2016	0.122	0.678	0.31	0.06	19.57	0.77	28085.88	0.033Ln
2017	0.141	0.786	0.31	0.07	23.97	1.66	28085.88	0.085Ln
2018	0.024	0.597	0.23	0.08	34.26	0.44	28085.88	0.070Ln
2019	0.047	0.699	0.26	0.09	34.37	0.30	28085.88	0.030n
Parcela C								
2015	0.190	0.393	0.28	0.03	9.00	-0.21	28085.88	0.030n
2016	0.036	0.599	0.30	0.10	32.51	-0.14	28085.88	0.058Ln
2017	0.283	0.560	0.43	0.03	7.53	0.12	28085.88	0.024Ln
2018	0.050	0.542	0.39	0.10	26.44	-1.64	28085.88	0.257Ln
2019	0.158	0.537	0.44	0.03	5.77	-0.74	28085.88	0.015Ln

SD: desvio padrão; CV: coeficiente de variação; D*: teste de Kolmogorov-Sminov-0.01%.

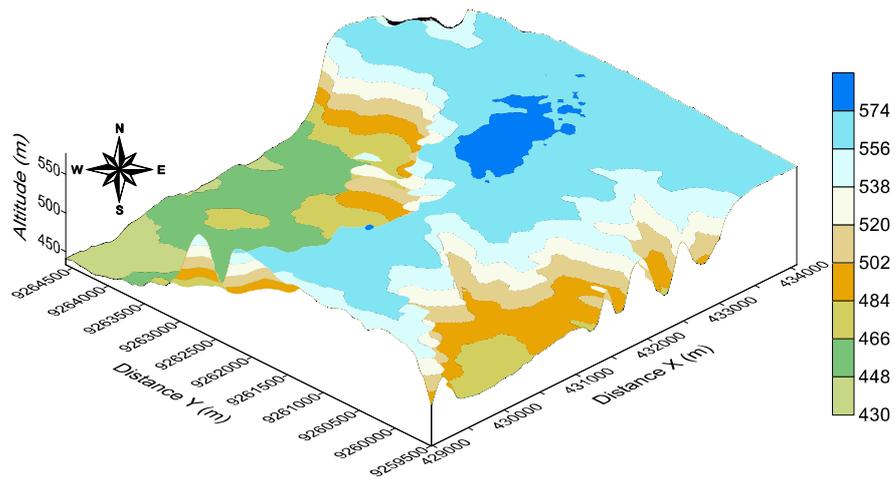
Na parcela A de acordo com a classificação de NDVI proposta, há predominância de valores baixos em todo o período de análise, porém em 2016 aparecem valores moderadamente altos que crescem nos anos seguintes e permanecem até 2019. Na parcela B apesar da predominância de valores baixos em todos os anos de análise, há um aumento significativo de valores muito baixos e médios e também o aumento de fragmentos de valores moderadamente altos nos anos de 2016 a 2019 e um fragmento de solo exposto ou água em 2017. Há predominância de valores baixos na parcela C em 2015 e 2016, nos três anos seguintes a predominância é de valores médios, porém há um aumento de valores muito baixos nos anos de 2016, 2018 e 2019. Aquino *et al.*, (2018) associou a predominância de valores baixos no NDVI a um déficit na vegetação em termos de volume de fitomassa, ao estudar uma área no estado do Ceará.

Os valores de CV (% - Tabela 1) para os dados de altitude nas parcelas em estudo foram considerados baixos ($CV < 12\%$) conforme classificação de WARRICK & NIELSEN (1980). Os valores de CV (%) para o NDVI nas parcelas A e B são mediados (CV de 12 a 60%), enquanto para a parcela C, os valores de CV nos anos de 2015 ($CV = 9.00\%$), 2017 ($CV = 7.53\%$) e 2019 ($CV = 5.77\%$) são baixos ($CV < 12\%$). O teste de Kolmogorov-Smirnov para a altitude e para os dados de NDVI possuem distribuição de frequência lognormal (Ln), com exceção do NDVI para o ano de 2019 na parcela B ($D = 0.030n$) e NDVI no ano de 2015 na parcela C ($D = 0.030n$).

a)



b)



c)

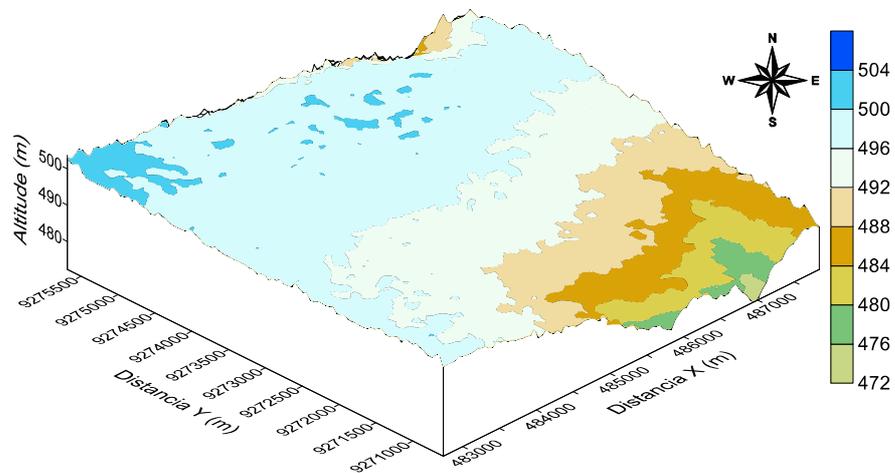


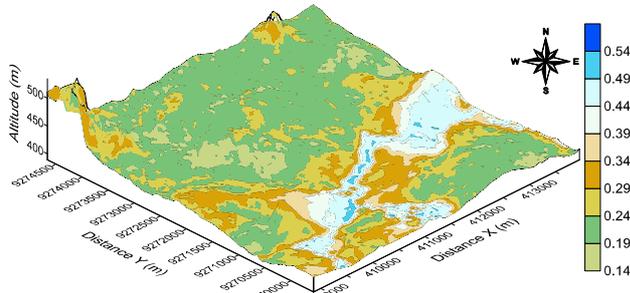
Figura 3. Mapa de variabilidade espacial do relevo nas parcelas experimentais no Parque Estadual do Mirador: a) T1 – Em sua maioria Cerrado Ralo; b) Transição entre Cerrado Denso e Típico; c) Em sua maior parte Cerrado Típico.

Nas figuras 4 5 e 6 são apresentados os mapas de variabilidade espacial para o NDVI nas parcelas experimentais. A parcela A possui menores valores de NDVI, quando comparada as parcelas B (Fig. 5) e C (Fig. 6). Os valores de desvio padrão (SD) para o NDVI nas parcelas experimentais demonstram que as imagens do ano de 2017 possuem as maiores diferenças entre os valores medidos de NDVI (SD = 0.11 parcela A; SD = 0.07 parcela B e SD = 0.03 parcela C), coincidindo com a menor precipitação (95.2 mm) no trimestre anterior a aquisição das imagens espectrais. Corroborando com esse resultado, Santos & Negri (1997) ao fazer uma comparação utilizando o NDVI e a precipitação para o nordeste brasileiro, concluíram que existe uma relação linear ente o NDVI e o regime de chuvas, sendo que nos meses de estiagem os valores de NDVI tendem mais próximo de -1 e nos meses de chuva mais próximo de 1.

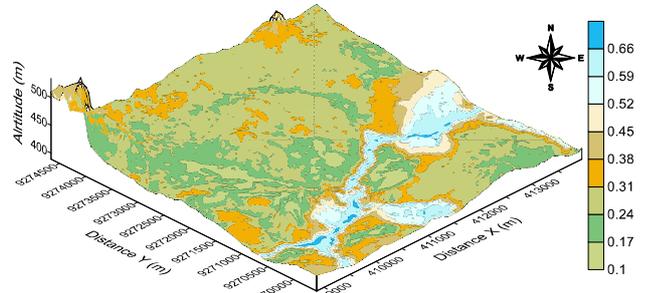
Durante o período de análise para a parcela A o ano de 2017 foi o que apresentou uma variação mais expressiva dos valores de NDVI de 0.03 – 0.80 (2017 – figura 4c), tais valores refletem as formações vegetacionais presentes nessa parcela, com destaque para a formação vegetal de Mata Ciliar (Floresta Riparia) onde estão presentes os valores mais próximos de 1, pois ocorre maior atividade fotossintética, por isso apresenta os maiores valores dentro da área de análise (PONZONI & SHIMABUKURO, 2010; NASER *et al.*, 2020) e quando comparada com as demais formações ocorrentes, principalmente com Cerrado Ralo, onde os valores de NDVI se aproximam de -1, demonstrando haver menor densidade vegetacional. Os valores encontrados na parcela A, são bem próximos aos expostos por Júnior et al. (2009), quando estudou uma área de Cerrado no município de Formosa (GO), apresentando os seguintes valores de NDVI: 0.60 – 0.80 para formação de Mata de Galeria e 0.30 – 0.60 para o Cerrado Ralo.

Para a parcela B, o ano de 2017 também foi o que obteve a variação mais expressiva dos valores de NDVI: -0.01 – 0.78 (figura 5c), onde as formações vegetacionais presente na parcela B foram Mata Ciliar, com uma maior densidade vegetativa e Cerrado Denso e Cerrado Ralo, com baixa densidade vegetal, e conseqüentemente menor atividade fotossintética demonstrada pelos valores de NDVI próximos de 0 (MENESES & ALMEIDA, 2012). Bayma (2015) analisando uma série temporal de NDVI para o cerrado dos estados de Goiás, Tocantins e Bahia, encontrou valores de NDVI de: 0.42 – 0.70 / 0.34 – 0.59 para formações savânica, valores esses que quando comparados com os da parcela B tem os seus resultados bem próximos.

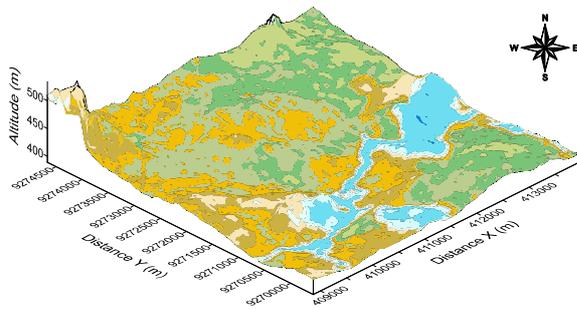
a)



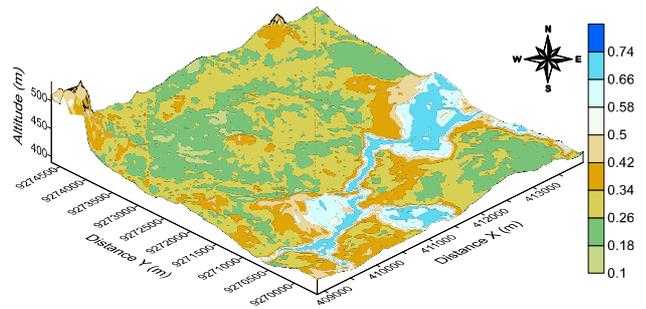
b)



c)



d)



e)

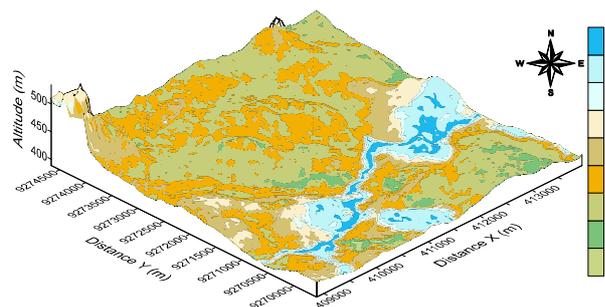


Figura 4. Mapa de variabilidade espacial para o NDVI na parcela A no Parque Estadual do Mirador: a) ano de 2015; b) ano de 2016; c) ano de 2017; d) ano de 2018; e) ano de 2019.

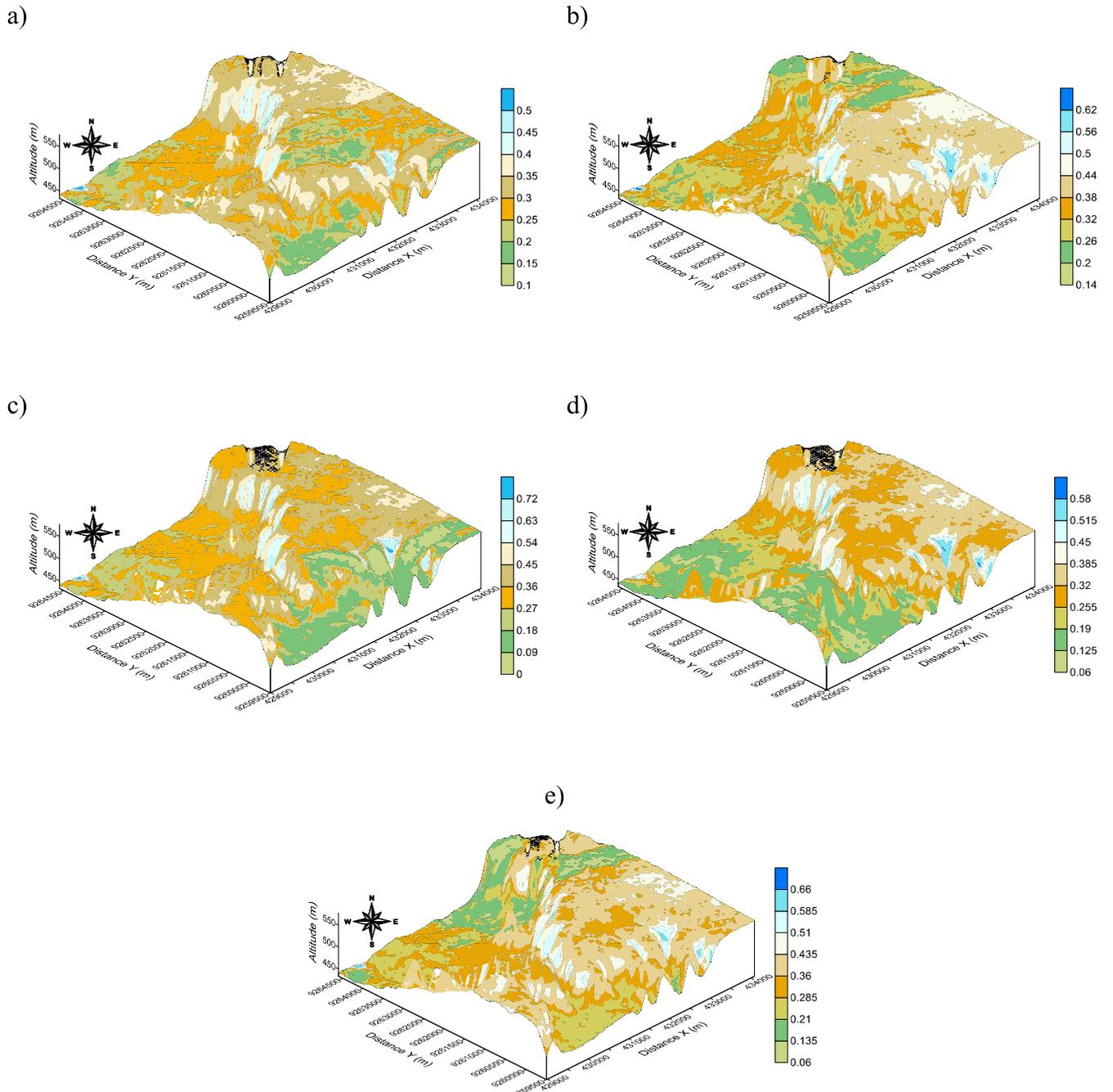


Figura 5. Mapa de variabilidade espacial para o NDVI na parcela B no Parque Estadual do Mirador: a) 2015; b) 2016; c) 2017; d) 2018; e) 2019.

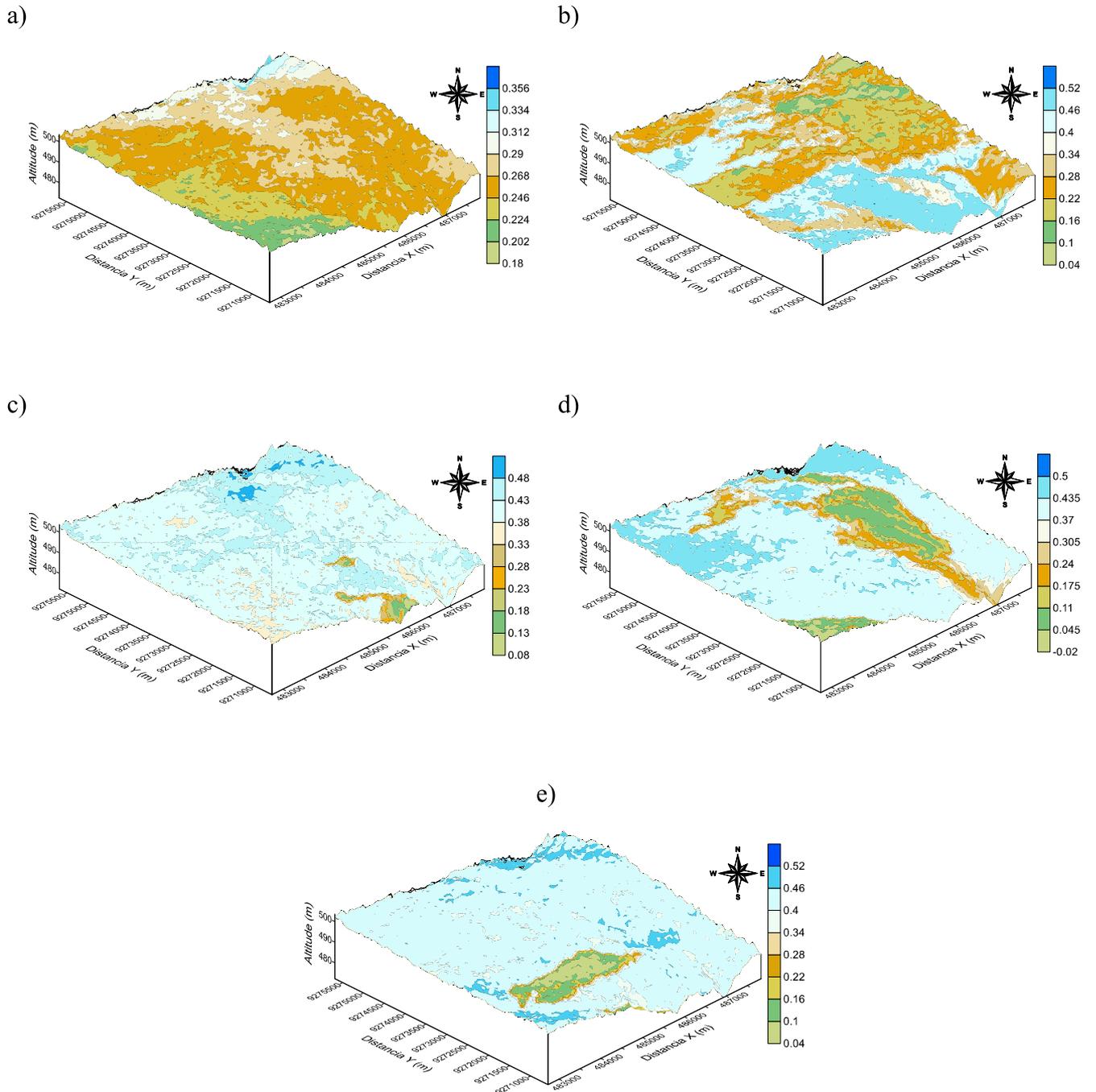


Figura 6. Mapa de variabilidade espacial para o NDVI na parcela C com vegetação de Cerrado Típico e Mata Ciliar no Parque Estadual do Mirador: a) 2015; b) 2016; c) 2017; d) 2018; e) 2019.

Na parcela C, a maior variação nos valores de NDVI foi em 2016 $-0.02 - 0.59$ (figura 6b), a parcela compreende uma área de Cerrado Típico que nos anos de 2016 e 2018 apresentou valores negativos, o que de acordo com Alonso *et al.* (2017) indica fragmentos com solo exposto, e valores positivos entorno de 0.5 nas áreas de mata ciliar (floresta riparia), refletindo uma vegetação sadia (OLIVEIRA *et al.*, 2012). Os valores de NDVI encontrados na parcela C são bem próximos aos apresentados por Gamarra *et al.* (2016) ao estudar uma Unidade de Conservação no cerrado do Rio Grande do Sul, com NDVI de $0.155 - 0.661$.

As propriedades multifractais para a altitude e o NDVI nas parcelas experimentais são apresentadas na tabela 2. Os parâmetros multifractais para a altitude variaram no intervalo de $q = +5$ e $q = -5$, com maior valor de α_0 para a parcela C ($\alpha_0 = 2.005$) e menor valor para parcela A ($\alpha_0 = 2.000$). O valor de α é conhecido como coeficiente de Hölder, e quantifica a amplitude do espectro de singularidade, sendo importante indicativo do grau de heterogeneidade de escala de uma variável (DAFONTE DAFONTE *et al.*, 2015; BERTOL *et al.*, 2017; SIQUEIRA *et al.*, 2018; SILVA & SIQUEIRA, 2020). Para a parcela A, o maior valor de α_0 para o NDVI foi descrito no ano de 2017 ($\alpha_0 = 2.002 \pm 0.000$), e os menores valores de α_0 foi para os anos de 2015, 2016, 2018 e 2019 ($\alpha_0 = 2.001 \pm 0.000$ – tabela 2), confirmando menor heterogeneidade. Na parcela B, não houve variação de α_0 para os anos 2017, 2018 e 2019 ($\alpha_0 = 2.001 \pm 0.000$), demonstrando não haver diferença na amplitude do espectro de singularidade para esses anos, enquanto que, para a parcela C, os anos de 2015 e 2019 obtiveram os maiores valores de α_0 ($\alpha_0 = 2.001 \pm 0.000$).

A heterogeneidade de uma variável também pode ser descrita pelo valor máximo (α_5) e mínimo (α_{-5}) da função de $f(\alpha)$ versus α do espectro de singularidade, descrevendo que a altitude obteve o maior valor mínimo foi para a parcela C ($\alpha_{-5} = 2.099 \pm 0.193$) e maior valor máximo foi para a parcela B ($\alpha_5 = 1.994 \pm 0.037$ – Tabela 2).

Para o presente estudo a assimetria (AI) da altitude foi maior para a parcela C ($A = -0.362$) e menor para a parcela A ($A = 0.130$), demonstrando que a parcela A representa um sistema multifractal mais homogêneo para a altitude, quando comparada as demais parcelas. De acordo com BERTOL *et al.* (2017), a assimetria (AI) é um importante parâmetro multifractal para descrever as propriedades de escalas de uma variável

Tabela 2. Propriedades multifractais do relevo e do NDVI nas parcelas experimentais em estudo no Parque Estadual do Mirador, Maranhão, Brasil

	q+	q-	α_0	α_{-5}	α_5	Δ^+	Δ^-	AI
Altitude								
Parcela A	5	-5	2.000±0.000	2.011±0.098	1.988±0.012	0.013	0.010	0.130
Parcela B	5	-5	2.001±0.000	2.015±0.219	1.994±0.037	0.007	0.014	-0.333
Parcela C	5	-5	2.005±0.000	2.099±0.193	1.961±0.135	0.044	0.094	-0.362
Parcela A								
2015	5	-5	2.001±0.000	2.011±0.014	1.988±0.017	0.013	0.010	0.130
2016	5	-5	2.001±0.000	2.105±0.032	1.986±0.056	0.015	0.104	-0.748
2017	5	-5	2.002±0.000	2.023±0.054	1.982±0.071	0.020	0.021	-0.024
2018	5	-5	2.001±0.000	2.013±0.019	1.986±0.058	0.015	0.012	0.111
2019	5	-5	2.001±0.000	2.009±0.017	1.990±0.040	0.011	0.008	0.158
Parcela B								
2015	5	-5	2.000±0.000	2.008±0.019	1.995±0.011	0.005	0.008	-0.231
2016	5	-5	2.000±0.000	2.006±0.013	1.996±0.009	0.004	0.006	-0.200
2017	5	-5	2.001±0.000	2.059±0.067	1.997±0.028	0.004	0.058	-0.871
2018	5	-5	2.001±0.000	2.015±0.041	1.994±0.016	0.007	0.014	-0.333
2019	5	-5	2.001±0.000	2.026±0.066	1.994±0.013	0.007	0.025	-0.563
Parcela C								
2015	5	-5	2.001±0.000	2.009±0.003	1.990±0.002	0.011	0.008	0.158
2016	5	-5	2.000±0.000	2.038±0.107	1.999±0.029	0.001	0.038	-0.949
2017	5	-5	2.000±0.000	2.009±0.020	1.999±0.003	0.001	0.009	-0.800
2018	5	-5	2.000±0.000	2.026±0.002	1.994±0.026	0.006	0.026	-0.625
2019	5	-5	2.001±0.000	2.059±0.254	1.997±0.008	0.004	0.058	-0.871

Na figura 7 são apresentados os gráficos de espectros de singularidade para a altitude e para o NDVI nos anos estudados. A altitude nas parcelas A e B apresentaram espectros de singularidade reduzidos, demonstrando menor heterogeneidade para essas parcelas quando comparados a parcela C (Figura 7a). Para a parcela C, o ramo do espectro foi mais alongado para a direita, evidenciando domínio de valores baixos para a altitude nessa parcela (Figura 7a), corroborando com valor de assimetria (AI) para parcela C (Tabela 2). Na porção leste da parcela C ocorrem os menores valores de altitude, havendo uma concentração de valores em uma única região, que resulta no domínio de valores baixos de medidas expressas no espectro de singularidade (Figura 7a) e no valor de assimetria (AI = -0.362). A parcela A apresentou o menor valor de assimetria (AI) e a menor amplitude do espectro de singularidade (Figura 7a),

com domínio de valores elevados e baixos, resultando no espectro com menor assimetria ($AI = 0.130$), indicando assim um sistema homogêneo, que é reflexo da paisagem nesta parcela, pois não existe mudança brusca na paisagem, havendo uma diminuição suave dos valores de altitude, e conforme Figura 3a, se verifica que há uma suave rampa. Na parcela B, o espectro de singularidade segue a mesma tendência do espectro para a parcela A, com ramos simétricos, no entanto, na parcela B, ocorre uma mudança brusca na paisagem presente na porção oeste.

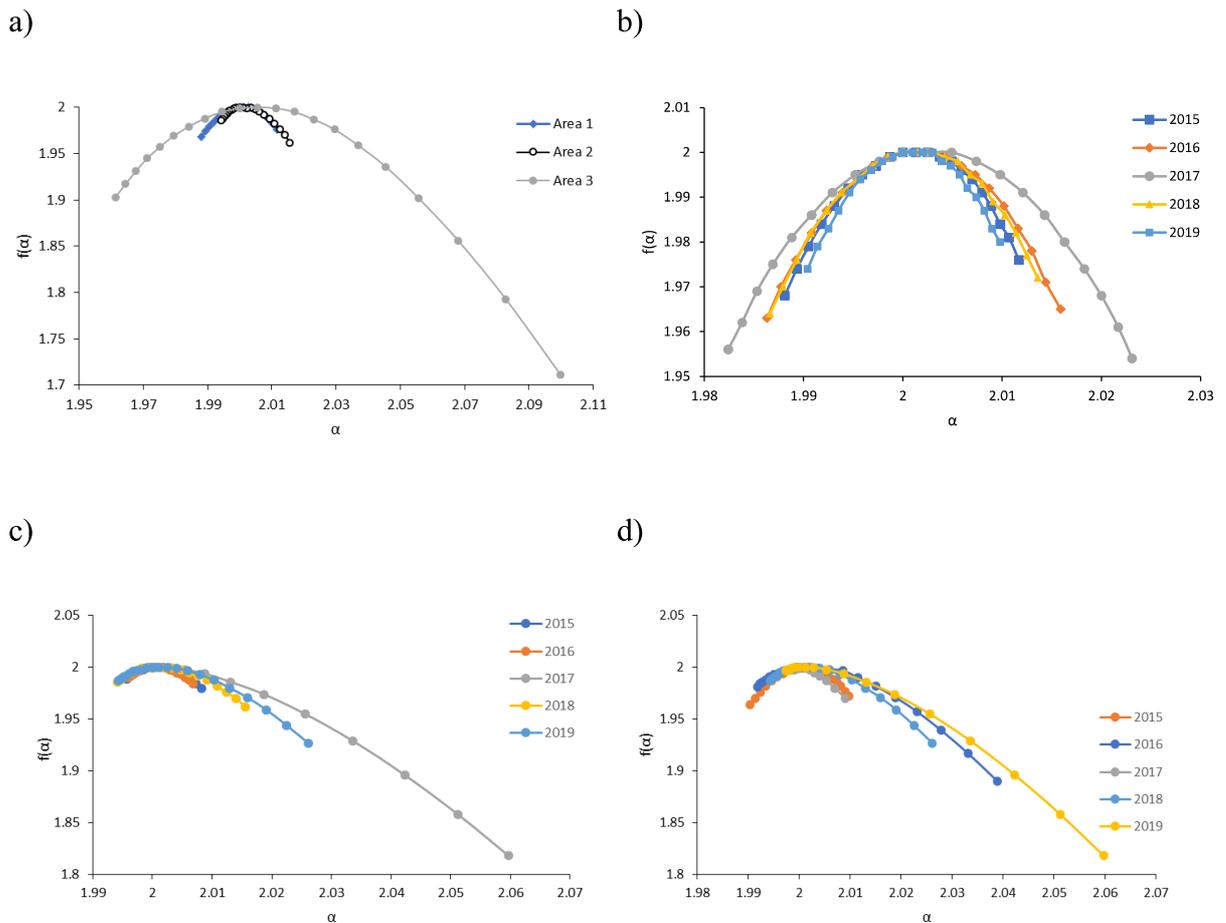


Figura 7. Espectro de singularidade para as parcelas estudadas. a) Relevo parcela A, B e C; b) NDVI parcela A, c) NDVI parcela B e d) NDVI parcela C no Parque Estadual do Mirador, Maranhão, Brasil.

Com relação ao NDVI nos anos (2015, 2016, 2017, 2018 e 2019), a parcela A apresentou gráficos de espectros de singularidade mais estruturados (parábolas), com baixa variação na assimetria dos ramos (Figura 7b). Em 2017, foi descrita a menor assimetria ($A = -0.024$), portanto, é o de maior homogeneidade, onde as formações vegetais de cerrado se encontram mais estáveis e equilibradas, isso reflete também no espectro de singularidade (Figura 7b), onde o ramo esquerdo e o direito do espectro são parecidos, pois refletem valores altos e baixos com pouca variação na assimetria, o que demonstra também que o ano anterior contou com um bom regime de chuvas, com precipitação média de 74.29 mm. Já em 2016, foi

o ano de maior assimetria ($A = -0.748$), onde as formações vegetais se mostraram mais heterogêneas, muito em consequência das perturbações na qual o PEM passou, com uma escassez de chuva no ano anterior, com uma precipitação média de 41.33 mm.

Para a parcela B, os espectros de singularidade evidenciaram alongamentos do ramo direito, demonstrando que nessa parcela ocorre domínio de valores baixos (VIDAL VÁZQUEZ et al., 2013). O ano de 2016 foi o de menor assimetria ($A = -0.200$), tendo valores altos e baixos apresentando-se no espectro de singularidade (Figura 7c) na mesma proporção, portanto é o ano mais homogêneo da parcela B, refletindo uma vegetação equilibrada. O valor de maior assimetria foi em 2017 ($A = -0.871$) demonstrando que as formações vegetais de cerrado se apresentaram menos exuberantes e mais heterogêneas. Nos anos de 2018 e 2019 houveram valores de assimetria baixos ($A = -0.333$ e -0.563 , respectivamente), evidenciando uma precipitação média (83.94 mm para 2017 e 89.10 mm para 2018) que favoreceu a vegetação nessa parcela. Na parcela C, os gráficos foram alongados para a direita, com menor assimetria para o ano de 2015 ($A = 0,158$), demonstrando-se mais homogêneo e estável, possivelmente influenciado pela precipitação (83.30 mm em 2014 – figura 7d). Para o ano de 2016, houve maior assimetria ($A = -0.949$), provavelmente influenciado pelo regime de chuvas de 2015 (41.33 mm), demonstrando-se heterogêneo. Para os anos de 2017, 2018 e 2019, os valores de assimetria foram de ($A = -0.800$, -0.625 e -0.871), evidenciando heterogeneidade nas formações vegetais do cerrado.

Para o presente estudo foi possível avaliar que a altitude influenciou os padrões multifractais nas parcelas A e B, demonstrando sistemas mais homogêneos e sistema heterogêneo para a parcela C. A altitude influenciou o NDVI nos padrões multifractais na parcela A, onde demonstrou um sistema mais homogêneo, e sistemas mais heterogêneos para as parcelas B e C, no período de análise.

4. CONCLUSÕES

Os dados demonstraram que o NDVI nos diferentes gradientes de Cerrado possui comportamento multifractal na paisagem. Os índices de vegetação apresentaram variabilidade nas escalas no período de estudo (2015-2019), indicando que feições do terreno com menor declividade resultam em índices com menor multifractalidade. A parcela com Cerrado típico aparentou a maior heterogeneidade e assimetria, reflexo da complexidade ambiental desta fisionomia vegetacional.

REFERÊNCIAS

ALONSO, C.; TARQUIS, A. M.; ZÚÑIGA, I.; BENITO, R.M. **Spatial and radiometric characterization of multi spectrum satellite images through multi-fractal analysis.** *Nonlinear Process. Geophys.* 2017, 24, 141–155

ALVARES C. A.; STAPE, J. L.; SENTELHAS, P. C.; GONÇALVES, J. L. M.; SPAROVEK, G. **Köppen's climate classification map for Brazil.** *Meteorologische Zeitschrift*; v. 22, n. 6, p. 711-728, 2013.

ANTONIAZZI, R. L. **Aplicação do método box counting para a estimativa da dimensão fractal de figuras planas digitalizadas.** 2007. 52f. Universidade Federal de Santa Maria. Centro de Ciências Rurais. Monografia (Especialização em Geomática).

AQUINO, C. M. S.; OLIVEIRA, J. G. B. ESTUDO DA DINÂMICA DO ÍNDICE DE VEGETAÇÃO POR DIFERENÇA NORMALIZADA (NDVI) NO NUCLEO DE SÃO RAIMUNDO NONATO-PI. **GEOUSP Espaço e Tempo** (Online), [S. l.], v. 16, n. 2, p. 157-168, 2012. DOI: 10.11606/issn.2179-0892.geousp.2012.74261. Disponível em: <https://www.revistas.usp.br/geousp/article/view/74261>. Acesso em: 24 maio. 2021.

AQUINO, D. N; ROCHA, O.C; MOREIRA, M. A; TEIXEIRA, A. S; ANDRADE, E. M. Use of remote sensing to identify areas at risk of degradation in the semi-arid region. **Revista Ciência Agronômica**, [s.l.], v. 49, n. 3, p.420-429, 2018. GN1 Genesis Network.

AZIZ, A; UMAR, M; KHAN, M. S; JAVED, M. N; GAO, H; MANSHA, M; FARHAN, S. B; IQBAL, I; ABDULLAH, S. Assessment of drought conditions using HJ-1A/1B data: a case study of Potohar region, Pakistan. **Geomatics, Natural Hazards and Risk**, 9:1, 1019-1036, 2018. DOI: 10.1080/19475705.2018.1499558

BANDEIRA, Iris Celeste Nascimento (Org.). **Geodiversidade do estado do Maranhão.** Teresina: CPRM, 2013. 256 p. il. color. Programa Geologia do Brasil. Levantamento da Geodiversidade. ISBN 978-85-7499-159-7.

BANERJEE, S.; HE, Y.; GUO, X.; SI, B. C. Spatial relationships between leaf area index and topographic factors in a semiarid grassland Joint multifractal analysis. **Australian Journal of Crop Science**, v. 6, p. 756-763, 2011.

BAYMA, A. P. **Análise do potencial de séries temporais de índices de vegetação (NDVI e EVI) do sensor MODIS para detecção de desmatamentos no bioma Cerrado**. Brasília, Instituto de Geociências, Universidade de Brasília, 2015, 99p. Dissertação de Mestrado.

BERTOL, I., SCHICK, J., BANDEIRA, D. H., PAZ FERREIRO, J., VIDAL VÁZQUEZ, E. (2017). **Multifractal and joint multifractal analysis of water and soil losses from erosion plots: A case study under subtropical conditions in Santa Catarina highlands, Brazil**. *Geoderma*, 287, 116-125. <https://doi.org/10.1016/j.geoderma.2016.08.008>

CHHABRA, A., JENSEN, R.V., 1989. **Direct determination of the $f(\alpha)$ singularity spectrum**. *Physical Review Letters* 62: 1327-1330. <http://doi:10.1103/PhysRevLett.62.1327>

DAFONTE DAFONTE, J., VALCÁRCEL ARMESTO, M., Da SILVA DÍAS, R., VIDAL VÁZQUEZ, E., PAZ GONZÁLEZ, A., 2015. **Assessment of the spatial variability of soil chemical properties along a transect using multifractal analysis**. *Cadernos Lab. Xeolóxico de Laxe*. 38: 11-24. ISSN: 0213-4497

DIAS, L. J. B. S. *et al.*, (Orgs). **Sumário Executivo do Zoneamento Ecológico Econômico do Maranhão (ZEE-MA): etapa Bioma Cerrado e Sistema Costeiro**. v.1 /São Luís: IMESC, 431 p, 2021.

GAMARRA et al., **Uso do NDVI na análise da estrutura da vegetação e efetividade da proteção de unidade de conservação no cerrado**. *R. RaeGa*, v.37, p. 307- 332, Ago/2016. ISSN: 2177-2738. Disponível em: < www.ser.ufpr.br/raega > Acesso em: 08 abr. 2020.

HENTSCHEL, J.G.E., PROCACCIA, I., 1983. **The infinite number of generalized dimensions on fractals and strange attractors**. *Physica D*. 8: 435-444. [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(83\)90235-X](https://doi.org/10.1016/0167-2789(83)90235-X)

JUNIOR, O. A. C; JUNIOR, A. F.C; SILVA, N. C; MARTINS, E. S; CARVALHO, A. P. F; GOMES, R. A.T. **Avaliação dos classificadores espectrais de mínima distância euclidiana e spectral correlation mapper em séries temporais NDVI-MODIS no campo de instrução militar de Formosa (GO)**. *Revista Brasileira de Cartografia*, v. 61, n. 4, p. 399-412, 2009.

Disponível em: < <http://www.lsie.unb.br/rbc/index.php/rbc/article/view/296/285>>. Acesso em: 5 maio 2021.

MACEK, W. M.; SZCZEPANIAK, A. **Generalized two-scale weighted Cantor set model for solar wind turbulence**. *Geophys.Res. Lett.*, 35, L02108, 2008a. <http://doi:10.1029/2007GL032263>

MENESES, P. R.; ALMEIDA, T. (Org.) **Introdução ao processamento de imagens de sensoriamento remoto**. Brasília: CNPq, 2012.

NASER, M. A; KHOSLA, R; LONGCHAMPS, L; DAHAL, S. **Using NDVI to Differentiate Wheat Genotypes Productivity Under Dryland and Irrigated Conditions**. *Remote Sensing*. 12. 824, 2020. <http://doi:10.3390/rs12050824>.

OLIVEIRA, L. C. B; GUASSELLI, L. A.; ANTUNES, R. L S. **Variação espaço-temporal de NDVI no rio Madeira, na área de aproveitamento hidrelétrico da UHE Santo Antônio – RO**. *Revista Geonorte, Manaus, Edição Especial, V.2, N.4, p.1823 –1832, 2012.*

OTT, E. **Chaos in Dynamical Systems**. Cambridge University Press. Cambridge, 1993.

PONZONI, F. J; SHIMABUKURO, Y. E. **Sensoriamento Remoto no Estudo da Vegetação**. 2010. ed. São José dos Campos: Parêntese, 2010. 128 p.

POSADAS , A. N. D.; QUIROZ , R. Corresponding author; ZOROGASTÚA, P. E.; LEÓN-VELARDE, C. (2005) **Multifractal characterization of the spatial distribution of ulexite in a Bolivian salt flat**, *International Journal of Remote Sensing*, 26:3, 615-627, DOI: 10.1080/01431160512331299261

POSADAS, A., QUIROZ, R., TANNUS, A., CRESTANA, S., Vaz, C.N., 2009. **Characterizing water fingering phenomena in soils using magnetic resonance imaging and multifractal theory**. *Nonlinear Proc Geoph* 16: 159-168. <http://doi:10.5194/npg-16-159-2009>.

RIBEIRO, J.F., WALTER, B.M.T. As Principais Fitofisionomias do Bioma Cerrado. In: SANO, S. M.; ALMEIDA, S. P. de; RIBEIRO, J. F. (Ed.). **Cerrado: ecologia e flora** v.2. Brasília: EMBRAPA-CERRADOS, 876 p, 2008.

ROUSE JR, J.W.; HAAS, R.H.; SCHELL, J.A.; DEERING, D.W. Monitoring vegetation systems in the Great Plains with ERTS. In **Proceedings of the Third Earth Resources Technology Satellite-1 Symposium**, Washington, DC, USA, p. 10-14. 1973.

SANO, E. E.; ROSA, R.; BRITO, J. L. S.; FERREIRA, L. G. **Land cover mapping of the tropical savanna region in Brazil**. Environmental Monitoring and Assessment, v. 166, p. 113-124, 2010.

SANO, E. E.; ROSA, R.; LUÍS, J.; LAERTE, S. B.; FERREIRA, G. Mapeamento de cobertura vegetal do bioma Cerrado: estratégias e resultados. **EMBRAPA Boletim de Pesquisa e Desenvolvimento**, v. 205, p. 60, 2007.

SANTOS, P.; NEGRI, A. J. A comparasion of the normalized difference vegetation index and rainfall for the Amazon and northeastern Brazil. **Journal of applied meteorology**, Washington, v. 36, nº 7, 1997, p. 958-965.

SILVA, R. A.; SIQUEIRA, G. M. Multifractal analysis of soil fauna diversity indexes. **BRAGANTIA JCR**, v. epub, p. 1-14, 2020.

SIQUEIRA, G. M.; SILVA, E. F. F.; VIDAL VÁZQUEZ, E.; PAZ GONZÁLEZ, A. **Multifractal and joint multifractal analysis of general soil properties and altitude along a transect**. **Biosystems Engineering**, v. 168, p. 105-120, 2018.

VIDAL, V. E; CAMARGO, O. A; VIEIRA, S. R; MIRANDA, J. G. V; MENK, J. R. F; SIQUEIRA, G. M; MIRÁS, A. J. M; PAZ, G. A. **Multifractal analysis of soil properties along two perpendicular transects**. *Vadose Zone J* 12: 1-13, 2013. [http:// doi:10.2136/vzj2012.0188](http://doi:10.2136/vzj2012.0188)

WARRICK, A. W., & NIELSEN, D. R. **Spatial variability of soil physical properties in the field**. In D. Hillel (Ed.), *Applications of soil physics* (p. 319-344), 1980. New York: Academic Press. <http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-12-348580-9.50018-3>