

Universidade Federal do Maranhão  
Centro de Ciências Exatas e Tecnologia  
Curso de Pós-graduação em Engenharia de Eletricidade

---

*ESTIMAÇÃO DA FREQUÊNCIA  
INSTANTÂNEA CARDÍACA UTILIZANDO  
O MÉTODO EAR E WAVELETS*

---

Márcio de Oliveira Santos

São Luís - Dezembro/2003

CDU 004.421

Universidade Federal do Maranhão  
Centro de Ciências Exatas e Tecnologia  
Curso de Pós-graduação em Engenharia de Eletricidade

---

*ESTIMAÇÃO DA FREQUÊNCIA  
INSTANTÂNEA CARDÍACA UTILIZANDO  
O MÉTODO EAR E WAVELETS*

---

**Márcio de Oliveira Santos**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Eletricidade da UFMA, como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Ciências da Computação.

**São Luís - Dezembro/2003**

Santos, Márcio de Oliveira

Estimação da Frequência Instantânea Cardíaca utilizando o Método  
EAR e wavelets / Márcio de Oliveira Santos. - São Luís, 2003.

54f.:il.

Dissertação (Mestrado em Engenharia de Eletricidade) - Centro de  
Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal do Maranhão,  
2003.

1. Algoritmo 2.Frequência Instantânea. I.Título.

CDU 004.421

# ESTIMAÇÃO DA FREQUÊNCIA INSTANTÂNEA CARDÍACA UTILIZANDO O MÉTODO EAR E WAVELETS

Márcio de Oliveira Santos

Aprovado em 12/12/2003

## BANCA EXAMINADORA

---

**Prof. Allan Kardec Duailibe Barros Filho**

Dr. em Engenharia Elétrica  
Orientador

---

**Prof. Jurandir Nadal**

Dr. em Engenharia Elétrica  
Examinador Externo

---

**Prof. João Viana Fonseca Neto**

Dr. em Engenharia Elétrica  
Examinador Interno

“Todo vento é desfavorável àquele que não sabe para onde vai”.

**Sêneca**

# Dedicatória

Este trabalho é dedicado todos os meus amigos, que de direta ou indiretamente, colaboraram para a consecução deste trabalho, em especial aos meus colegas da PRMA e do PIB.

# Agradecimentos

---

Eu agradeço muito a **Deus** por ter me dado forças mais uma vez. Graças a Ele eu consegui forças para terminar este trabalho. Semelhante ao que escrevi quando da defesa da minha monografia, ele de novo (e espero que sempre) me carregou nos Seus braços e me fez chegar até aqui.

Agradeço ao meu orientador o Prof. Dr. Allan Kardec por sua paciência quase infinita, pois, como pertencço a uma área não tão direcionada para o cálculo, tive que aprender muitos conceitos (Transformadas de Fourier, Wavelets, Filtros, Filtros Adaptativos, entre outros) que necessitariam de mais tempo para uma completa assimilação. E o que eu puder aprender foi graças ao Professor Allan. Muito Obrigado.

Aos amigos do PIB, Maxwell Borges e Deusdete Brito que também me explicaram muitos conceitos teóricos que dificilmente eu teria condições de entender sozinho.

Aos meus amigos da PRMA, Raimundo Vale, Walber Leão, Karlla Tereza, que sempre me apoiaram para que eu concluísse logo o Mestrado.

À minha namorada, Irecer, que me auxiliou na confecção e teve paciência para agüentar meu mau-humor quando da elaboração desta Dissertação.

## RESUMO

O diagnóstico de um paciente pode ser feito através da análise da variabilidade cardíaca que, por ser resultado de interações nervosas, fornece o estado dos sistemas vagal e simpático. A principal medida utilizada para se fazer esta análise é taxa de variabilidade cardíaca (HRV) que pode ser obtida por métodos de diferença temporal de ondas R e espectrais. A principal desvantagem que é encontrada nestes métodos é que a alta taxa de amostragem do ECG é herdada por estes métodos, ocasionando perda de informação e o aumento de custo para armazenamento dos dados se torna mais alto. Para que este problema fosse solucionado foram desenvolvidas novas medidas que não apresentassem esses inconvenientes, como o algoritmo HIF. Este algoritmo é composto de duas etapas: a construção de uma função *driver* e filtragem através de uma wavelet de Gabor. O algoritmo proposto neste trabalho foi baseado no HIF utilizando um novo método auto-regressivo (EAR) para função driver e otimizando-se os parâmetros da wavelet de Gabor. Os resultados obtidos mostraram que o algoritmo desenvolvido é bastante promissor e o erro de estimação é bem menor em relação a HIF.

**Palavras Chaves:** Frequência Instantânea, Variabilidade Cardíaca, Método Auto-Regressivo.

## ABSTRACT

The patient diagnosis can be made through a analysis of the cardiac variability that, being formed of nervous interactions, give the status of the vagal and sympathetic systems. The main measure to do this analysis is HRV, obtained by RR temporal differences or spectral methods. A major disadvantage we can find in the latter methods is a high sampling tax that yields in lost of information and high storage cost. New methods has been developed to minimize these incovenients, like HIF. This method have two steps: a driver function and a wavelet filter. The proposed algorithm is based on HIF using a auto regressive method as driver function and otimized parameters to the wavelet filter. The obtained results are very promissor and the estimation error is smaller than traditional methods one.

**Keywords:** Instantaneous Frequency, Heart Variability, Autoregressive method.

# Lista de Tabelas

3.1	Tabela de Wavelets e Resolução conjunta Tempo-Frequência . . .	30
4.1	Comparação entre $\hat{A}$ e $coef$ utilizando os modelos AR e EAR, para um sinal gaussiano filtrado. . . . .	33
4.2	Comparação dos Métodos - Erro e regressão. . . . .	35
4.3	Comparação dos resultados obtidos pelos modelos AR e EAR para um sinal composto da soma de três sinais senoidais . . . . .	37
4.4	Comparação dos Resultados para sinais cardíacos normais . . . . .	39
4.5	Comparação dos Resultados para sinais cardíacos de portadores de apnéia . . . . .	40

# Lista de Figuras

2.1	Onda Cardíaca . . . . .	11
2.2	Histograma da duração dos Intervalos RR . . . . .	16
2.3	Histograma das diferenças de duração dos Intervalos RR . . . . .	18
2.4	Gráfico de Lorenz . . . . .	19
2.5	Gráfico de Lorenz de um sinal HRV de grande variação entre os intervalos RR . . . . .	20
2.6	Gráfico de Lorenz de HRV com uma faixa estreita de valores de intervalos RR . . . . .	21
3.1	Diagrama de blocos do algoritmo do nosso estudo. . . . .	23
3.2	Wavelet de Haar . . . . .	28
3.3	Wavelet de Meyer . . . . .	28
3.4	Diagrama das etapas do algoritmo HIF. . . . .	30
4.1	Comparação dos valores $coef$ e $\hat{A}$ de um sinal gaussiano filtrado utilizando o método AR . . . . .	34
4.2	Comparação dos valores $coef$ e $\hat{A}$ obtidos de um sinal gaussiano filtrado utilizando o método EAR . . . . .	34
4.3	Comparação dos coeficientes estimados $\hat{A}$ e $coef$ obtidos de um sinal gaussiano adicionado à soma de quatro sinais senoidais utilizando o método AR . . . . .	36
4.4	Comparação dos coeficientes estimados $\hat{A}$ e $coef$ obtidos de uma soma de sinais utilizando o método EAR . . . . .	36
4.5	Comparação dos sinais $\hat{s}(n)$ e $s(n)$ obtidos de um sinal não-estacionário utilizando o método AR . . . . .	38

4.6	Comparação dos sinais $\hat{s}(n)$ e $s(n)$ obtidos de um sinal não-estacionário utilizando o método EAR . . . . .	38
4.7	Espectro dos HRVs obtidos pelo nosso algoritmo (superior) e pelo método tradicional (inferior). . . . .	39

# Lista de Abreviaturas e Siglas

AR	Método Auto-Regressivo
EAR	Método Auto-Regressivo conjugado a coeficientes exponenciais
ECG	Eletrocardiograma
EXPAR	Método Auto-Regressivo Exponencial
HRV	Taxa de Variabilidade Cardíaca
PFNAR	Método Auto-Regressivo Não-Linear de <i>Feedback</i> de Processo – <i>Process Feedback Nonlinear Autoregressive model</i>

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>7</b>
1.1	Objetivo . . . . .	8
1.2	Motivação . . . . .	8
1.3	Contribuições . . . . .	9
1.4	Organização da Dissertação . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Taxa de Variabilidade Cardíaca</b>	<b>10</b>
2.1	Introdução . . . . .	10
2.2	A taxa cardíaca . . . . .	10
2.3	Fatores que influenciam a HRV . . . . .	12
2.4	Métodos de Estimação da HRV . . . . .	13
2.4.1	Métodos Geométricos . . . . .	14
2.4.2	Vantagens e Limitações dos Métodos Geométricos . . . . .	19
<b>3</b>	<b>Estimação da Frequência Cardíaca</b>	<b>22</b>
3.1	Introdução . . . . .	22
3.2	O Algoritmo EAR . . . . .	23
3.2.1	Wavelets . . . . .	26
3.2.2	O Algoritmo HIF . . . . .	29
<b>4</b>	<b>Implementação, Resultados e Análise do Estimador</b>	<b>32</b>
4.1	Introdução . . . . .	32
4.2	Implementação e Resultados . . . . .	33
4.3	Análise . . . . .	38

<b>5 Conclusão</b>	<b>42</b>
5.1 Trabalhos Futuros . . . . .	43
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>44</b>

## CAPÍTULO 1

# Introdução

---

A atividade rítmica do coração é conhecida há muito tempo. Muitos autores afirmam que este conhecimento deu origem à Música, com o coração se tornando o primeiro metrônomo da Humanidade. Algum tempo depois, foi-se notando que qualquer alteração nesta quase-periodicidade poderia ser considerada como indício de alguma doença. O uso de aparelhos para verificação das batidas cardíacas vêm da Idade Média, quando surge o auscultador – versão primitiva do estetoscópio. Somente no começo do século XX, com o eletrocardiógrafo idealizado por Einthoven (1901), é que começam a ser feitos os assentamentos gráficos – eletrocardiogramas (ECG)– da onda cardíaca.

O eletrocardiógrafo representou um avanço considerável na área cardiológica. Pela primeira vez podia-se visualizar o batimento cardíaco. O cardiologista não precisava ter um “ouvido musical”<sup>1</sup> para fazer um diagnóstico correto. Surgiu também uma nova medida, que reflete a variabilidade cardíaca encontrada no ECG, a HRV - Heart Rate Variability - que é formada pelo conjunto de inversos das diferenças temporais entre duas ondas R consecutivas num sinal ECG. Como as flutuações dentro da ECG são resultado das interações entre os sistemas simpático, parassimpático e células marca-passo cardíacas, a HRV se torna uma ferramenta importante para a análise do estado do sistema nervoso autônomo – SNA.

Contudo, a HRV apresenta uma desvantagem inerente: sua taxa de amostragem é dependente da taxa de amostragem da ECG, adquirindo valores da ordem de 128 Hz, para pacientes em repouso, e 500 Hz para pacientes realizando teste

---

<sup>1</sup>Em inglês, esse termo é conhecido como *Perfect Pitch*

físico.

Por isso, alguns pesquisadores resolveram propor métodos alternativos para o cálculo da HRV. Estes métodos, conforme demonstra Lovell *et al.* (Lovell 1995), precisam ter uma boa resolução tempo-frequência. Por isso, muitos destes métodos usam como ferramentas de análise a STFT e as Wavelets. Entre os autores que propuseram métodos utilizando STFT – *Short Time Fourier Transform*, estão Kwok e Jones (Kwok 2000), Cohen e Lee (Cohen 1989), Kootsookos *et al.* (Kootsookos 1992) e Tanaka *et al.* (Tanaka 2002).

Como os métodos que usam a STFT são muitos onerosos computacionalmente, resolvemos basear o nosso trabalho no algoritmo HIF – *Heart Instantaneous Frequency*, de Barros e Ohnihshi (Barros 2001), que apresenta um erro pequeno em relação à HRV, podendo ser usado como alternativa a este último.

## 1.1 Objetivo

O objetivo desta dissertação é mostrar um novo método para fazer a estimação da HRV em tempo real, utilizando uma nova abordagem do método Auto-Regressivo clássico (AR), conjugando-se o mesmo com coeficientes exponenciais e filtragem utilizando Wavelets.

## 1.2 Motivação

O que nos motivou a fazer esta dissertação foi a necessidade de se desenvolver um algoritmo para estimar a HRV, de modo que a taxa de amostragem do ECG não tivesse influência sobre ele e que este algoritmo não fosse afetado drasticamente pela presença de ruídos externos ao ECG. Desta maneira, optamos desenvolver este algoritmo em dois blocos a fim de alcançar tais objetivos. O primeiro bloco seria a obtenção a frequência fundamental do ECG e foi desenvolvido utilizando-se um método auto-regressivo conjugado com coeficientes exponenciais. O segundo bloco é composto de uma Wavelet que filtrará o ECG original utilizando a frequência obtida no primeiro bloco, obtendo uma estimativa bastante acurada da HRV.

## 1.3 Contribuições

- Um novo tipo de método auto-regressivo que, além dos coeficientes auto-regressivos já conhecidos, utiliza coeficientes exponenciais para diminuir a ordem de regressão e, conseqüentemente, o tempo de execução do método;
- Implementação de um filtro Wavelet com parâmetros otimizados de modo a alcançar a melhor relação tempo-freqüência, obtendo, assim, melhores resultados na filtragem.

## 1.4 Organização da Dissertação

Esta dissertação está organizada em Capítulos os quais descrevem a natureza do problema, sua formulação, testes de validação e análise de resultados.

O Capítulo 2 trata da explicação da Taxa de Variabilidade Cardíaca (HRV), sua importância para a análise do estado paciente, a formulação clássica, fatores biológicos e externos que podem alterar a HRV e os principais métodos de obtenção.

O Capítulo 3 mostra as ferramentas matemáticas que foram utilizadas no nosso algoritmo: método auto-regressivo e Wavelets; explicando desde os fundamentos teóricos de cada ferramenta e mostrando as modificações nas mesmas para que se tornassem mais adequadas ao nosso trabalho.

No Capítulo 4 são mostrados os testes feitos utilizando-se o nosso algoritmo para diferentes tipos de sinal: gaussiano, senoidal adicionado a gaussiano, soma de senoidais e sinais cardíacos reais, confrontando os resultados obtidos com os resultados da HIF. Além disso, é feita uma análise sobre os resultados que foram obtidos nesta fase.

No último Capítulo são apresentadas as conclusões e são mostradas as perspectivas futuras em relação ao nosso trabalho.

# Taxa de Variabilidade Cardíaca

---

## 2.1 Introdução

Desde a invenção do eletrocardiógrafo e, como consequência, a elaboração do ECG – eletrocardiograma, vem se procurando um método para fazer a análise do sinal cardíaco de modo a fazer um diagnóstico mais apurado do estado do paciente. Para que esta análise fosse feita, seria necessário derivar uma nova medida que fosse baseada no ECG e que permitisse a diagnose do paciente com relativa facilidade. A HRV, medida obtida pela seqüência de diferenças temporais entre ondas R contíguas, se tornou o padrão para que se fizesse esse diagnóstico.

Este capítulo foi dividido nas seguintes seções. A primeira trata da taxa cardíaca, definição e importância. A segunda seção mostra os fatores que podem influenciar a taxa cardíaca como os de ordem orgânica como natureza química. A última seção mostra os principais métodos para estimação da HRV: geométricos e espectrais, com ênfase no primeiro que foi utilizado no nosso trabalho.

## 2.2 A taxa cardíaca

A taxa cardíaca (TC) pode ser definida como a taxa de ocorrências dos batimentos cardíacos, geralmente expresso em batimentos por minuto. A informação fornecida pela taxa cardíaca é freqüentemente derivada do ECG – eletrocardiograma. O primeiro passo para obtenção da TC é reduzir o ECG a uma seqüência de eventos. Estes eventos podem ser as ondas R ou, mais raramente, as ondas P;

Figura 2.1. A utilização das ondas R é mais comum devido à sua fácil detecção e melhor precisão. O segundo passo para a obtenção da TC é calcular a taxa de ocorrência destes eventos.

A partir da TC nós podemos obter uma medida bastante importante: a HRV – Taxa de Variabilidade Cardíaca (*Heart Instantaneous Variability*). A HRV é a taxa de flutuações que são encontradas dentro da TC, sendo definida pela equação:

$$hrv = \left[ \frac{60}{t_1} \quad \frac{60}{t_2} \dots \frac{60}{t_n} \right] \quad (2.1)$$

onde sendo  $t_1 \dots t_n$  são as diferenças temporais entre duas ondas R consecutivas da onda cardíaca; Figura 2.1

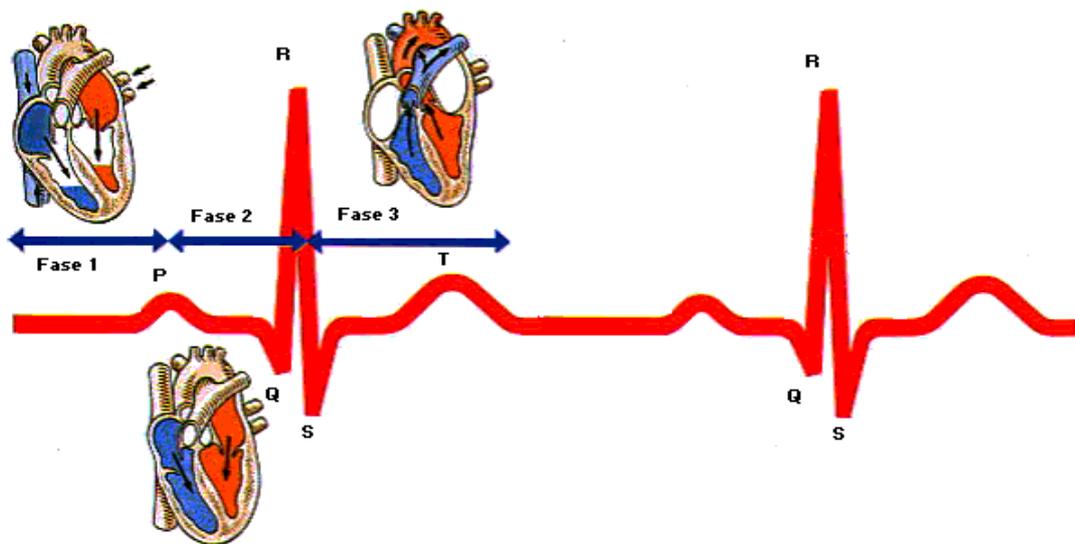


Figura 2.1: Onda Cardíaca

As flutuações dentro da taxa cardíaca tanto podem tanto ser de natureza determinística quanto estatística e são perturbadas por ruído, principalmente de natureza intrínseca ao instrumentos de obtenção do ECG. Para se fazer a análise da HRV há dois tipos de enfoque principais que são utilizados (Holter 1961):

1. Medidas Estatísticas – podem ser empregadas para descrever a variabilidade em relação à tarefas bem definidas, como as realizadas em fisiologia

ergonômica. Dois exemplos de medidas estatísticas são o desvio-padrão de intervalos das ondas R e valor média das diferenças absolutas entre dois batimentos sucessivos;

2. Séries de eventos – a HRV pode ser analisada como sendo formada por uma série de eventos, sendo utilizados para a análise da taxa cardíaca métodos de análise de séries de eventos ou uma obtenção de um sinal estimado que defina satisfatoriamente a variabilidade cardíaca.

## 2.3 Fatores que influenciam a HRV

A HRV é uma ferramenta importante para a análise do estado do paciente porque é resultado das interações entre as áreas simpática (que é responsável pelo controle voluntário dos músculos) e vagal (responsável pelo controle involuntário dos órgãos internos) do sistema nervoso.

Os efeitos da estimulação dos nervos da área vagal causam uma diminuição da taxa cardíaca – e, conseqüentemente, da HRV – de forma diferenciada: uma estimulação dos nervos vagais presentes no lado esquerdo do coração ocasiona um maior efeito de redução da HRV que a estimulação dos nervos do lado direito. Uma outra característica da estimulação vagal é a sua não-linearidade em relação à HRV: uma frequência de estimulação vagal  $E$  obtém uma variação negativa  $\Delta_{hrv}$  do valor inicialmente obtido para a HRV. Se a frequência de estimulação vagal for dobrada a variação negativa da HRV não irá dobrar e, sim, diminuir exponencialmente (Parker 1984).

Os nervos simpáticos formam uma rede que se estende por toda a extensão do tecido cardíaco, incluindo o nó sino-atrial, nó atrio-ventricular e o tecido de Purkinje<sup>1</sup>. O aumento da atividade simpática tem como conseqüência o aumento da taxa de batimentos cardíacos e da força de contração do miocárdio. Como no caso da estimulação vagal, a resposta da HRV ao estímulo simpático é não-linear. A estimulação dos nervos simpáticos obtém maiores efeitos de aumento da HRV, ao contrário do que ocorre aos nervos vagais, quando o estímulo se localiza no

---

<sup>1</sup>Conjunto de fibras que levam o impulso cardíaco do nó atrioventricular para os ventrículos e faz com que eles se contraíam

lado direito do coração (principalmente utilizando-se baixas taxas de frequência de estimulação) (Furnival 1973).

As ativações vagal e simpática são ativadas, principalmente, através dos seguintes receptores orgânicos:

1. Barorreceptores – receptores situados em algumas artérias que sinalizam o aumento de pressão sanguínea. Causam um estímulo da atividade vagal cardíaca diminuindo, assim, a taxa cardíaca;
2. Quimiorreceptores – situados em artérias periféricas. Causam bradicardia quando disparados diminuindo a taxa cardíaca;
3. Receptores Atriais – situados nas junções superiores e inferiores da veia cava e veias pulmonares com os átrios. Causa a atividade cardíaca elevando a taxa cardíaca;

Além dos receptores orgânicos, outros eventos podem influenciar a HRV (Malik 1995). O principal deles é a Arritmia Senoidal Respiratória (ASR) causada pelos movimentos de expiração e inspiração. A ASR causa uma diminuição da taxa cardíaca durante a expiração e aumento da taxa cardíaca durante a inspiração. Contudo, pode-se verificar a ASR mesmo quando não há o ato voluntário da respiração, o que implica que a ASR não tem ligação com algum controle nervoso simpático<sup>2</sup>.

## 2.4 Métodos de Estimação da HRV

Nesta seção abordamos duas famílias de métodos para Estimação da HRV. O primeiro é o método geométrico, que é utilizado neste trabalho. O segundo método é baseado na análise do espectrograma do ECG, fazendo uma divisão do mesmo em zonas de frequências (VLF – muito baixas frequências, LF – baixas frequências ou HF – altas frequências) e faz analogia à Teoria dos Gases para explicar o

---

<sup>2</sup>A verificação desse fato é feita utilizando-se animais em laboratório com sistema simpático respiratório paralisado devido através de aplicação de uma droga – obtendo o oxigênio somente através de aparelhos. com um desligamento momentâneo dos aparelhos ainda é verificado no ECG a presença da ASR.

comportamento do ECG no campo espectral. Ele é descrito apenas sucintamente e maiores detalhes podem ser vistos na referência (Malik 1995)

As medidas de curta duração obtidas no domínio do tempo são utilizadas para estudo efeitos do alcoolismo, infarto pós-miocardial, falhas congênitas do coração na HRV. Sua maior vantagem é sua curta duração que permite uma análise mais rápida e, como é realizada em ambiente clínico, pode ser verificada a influência da administração de drogas e da ventilação controlada na taxa cardíaca. Sua principal desvantagem é a necessidade de colaboração do paciente, o que impossibilita a utilização dessa medida em pacientes em estado de inconsciência. Outra desvantagem é a impossibilidade de se verificar as influências das variações do ciclo cardíaco ao longo de um dia (Malik 1995).

Para se sanar este último problema é necessário fazer um registro de ECG de longa duração, de modo a verificar a variação da taxa cardíaca durante um período de 24 horas. Este registros são feitos através de um aparelho chamado *Holter* e, depois que são obtidos, são varridos e os complexos de ondas QRS são identificados. Após a identificação do complexo QRS, há duas maneiras para se fazer o cálculo da HRV:

1. Derivar a HRV diretamente da diferença entre ondas R – verifica-se a seqüência de diferenças temporais entre duas ondas R consecutivas e possui a equação 2.1. É o método mais utilizado na obtenção da HRV;
2. Derivar a HRV da diferença entre comprimentos de ciclo adjacentes – a HRV é calculada através da diferença entre amostras consecutivas (ciclos) da equação 2.1. A necessidade de dois cálculos – o primeiro para calcular as diferenças entre intervalos RR e o segundo para calcular a diferença entre as diferenças entre intervalos RR – é pouco utilizado na pesquisa atual.

### 2.4.1 Métodos Geométricos

É muito comum a ocorrência, quando do registro do ECG, de algumas perturbações que podem tornar o cálculo da HRV inexato. Por exemplo, uma onda T pode possuir uma amplitude grande ocasionando uma falsa detecção da mesma como onda R. Esta falsa detecção resulta em um aumento artificial da TC e, conseqüentemente, a HRV.

Para se resolver esse problema, podemos adotar duas estratégias distintas: a primeira é realizar uma filtragem das diferenças de ondas RR obtidas utilizando alguns parâmetros, por exemplo, dois intervalos RR consecutivos não podem diferir entre si em mais de 20 %. Além disso, podemos estabelecer uma duração mínima e máxima dos intervalos RR e, fazendo um pré-processamento, remover todas os intervalos RR duvidosos ou errôneos. Infelizmente, esta filtragem não é 100 % garantida e, em alguns casos, pode tornar a seqüência de intervalos RR ainda menos válida que a seqüência não-filtrada (Cripps T 1989).

A segunda abordagem usa métodos que são substancialmente menos afetados pela qualidade do sinal de entrada (no nosso caso, a seqüência das diferenças RR). Estes métodos são chamados **Métodos Geométricos**.

Como o nome sugere, os métodos geométricos fazem uso da seqüência RR para construir uma forma geométrica e, daí, extrair a HRV. As formas geométricas utilizadas nos diferentes métodos variam. Na maioria dos casos, os métodos se baseiam em um histograma das densidades das amostras de duração dos intervalos RR, em um histograma das diferenças entre intervalos RR, mapas de Poincaré ou gráficos de Lorentz; sendo todas essas formas geométricas geradas em relação à duração do intervalo RR precedente.

A forma de extração da HRV a partir da forma geométrica também varia de método para método. Basicamente, há três formas de se realizar a extração: tomar medidas da forma geométrica – como largura da base e altura do histograma – derivando a HRV desses números; fazer uma aproximação para um padrão geométrico pré-definido, sendo a HRV calculada com base nos parâmetros desse padrão; e, classificar a forma geométrica dentro de uma entre várias categorias geométricas pré-definidas, com a HRV sendo calculada com base na categoria selecionada.

A primeira classe de métodos geométricos, e também os mais estudados, são os métodos que se baseiam em histogramas de densidades de amostra das durações de intervalos RR. Os intervalos RR incorretos são geralmente ou substancialmente menores ou substancialmente maiores que a população de intervalos RR; Figura 2.2.

Os intervalos incorretos pequenos são obtidos quando a análise computadorizada reconhece uma onda T um pouco mais alta ou um ruído de gravação como

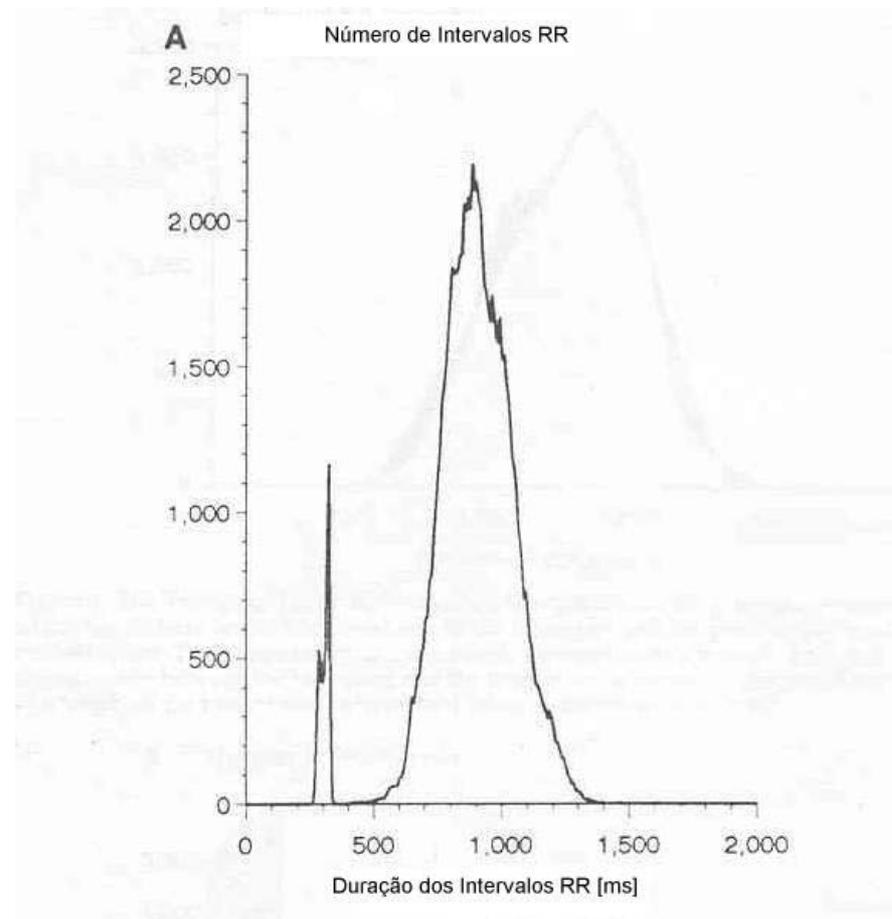


Figura 2.2: Histograma da duração dos Intervalos RR

sendo um complexo QRS, enquanto que os intervalos maiores incorretos são resultado de uma falha de análise de um ou vários complexos QRS. Como os intervalos incorretos se localizam fora do maior pico do histograma, podem ser facilmente identificados e desconsiderados (Malik 1995).

O método geométrico mais simples desta classe é chamado de *Índice Triangular HRV – ITH*. O ITH é baseado na idéia que o maior pico do histograma pode ser modelado como sendo um triângulo, com altura  $H$  igual ao número de intervalos RR com duração da moda do histograma e área  $A$  do triângulo igual ao número de intervalos RR utilizados para contruí-lo. Para se determinar o valor da HRV é feita a divisão  $A/H$ , que é igual ao valor da base do triângulo. O valor da ITH é dependente do valor da taxa de amostragem utilizada para construir o

histograma, ou seja, na escala discreta usada para medir os intervalos RR. Uma variação desse método é a *Interpolação Triangular dos Intervalos RR – TIRR*. O TIRR é menos dependente do valor da taxa de amostragem. A diferença para o ITH é que o triângulo é formado usando o método da interpolação de diferenças dos mínimos quadrados, com a HRV também sendo dada pelo valor da base do triângulo (Farrell TG 1991).

Ambos os métodos acima são bastante eficazes para o caso do histograma apresentar apenas um pico dominante. Este tipo de histograma é somente obtido em condições ambulatoriais, sem que o paciente sofra excessos mentais e físicos. No caso de registros de longa duração de pacientes ativos, é necessário fazer o estudo de dois picos de histograma principais: um relativo às atividades diurnas e outro para as atividades noturnas. O ITH faz apenas uma subestimação da HRV enquanto que o TIRR se comporta um pouco melhor, somente obtendo subestimação da HRV se os picos estão substancialmente separados.

Outra classe de métodos geométricos se baseia nos histogramas das diferenças entre durações de intervalos RR, os chamados histogramas diferenciais; Figura 2.3. Como estes histogramas são muito mais estreitos que os histogramas de intervalo RR sua aproximação através do uso de triângulos não é muito eficiente. Os métodos geométricos desta segunda classe se baseiam, então, na agudeza do pico do histograma diferencial.

Um método bastante simples para se determinar a HRV é medir a largura do histograma em dois níveis diferentes de pares de intervalo. A HRV, então, é dada como a diferença dos dois valores de largura encontrados. O valor da largura de um histograma diferencial não é dependente apenas do valor da frequência de amostragem com a qual os intervalos RR são medidos, mas também pela duração absoluta do registro ECG original. Para um ECG de duração 24h e frequência de amostragem de 128 Hz (valor mais comum dos sistemas Holter comerciais), o método fornece uma indicação bastante precisa para a HRV.

A última classe de métodos geométricos são os gráficos de Lorenz, gerados como um mapa cartesiano. Cada par de intervalos RR sucessivos é impresso como um ponto com coordenadas  $(R_i R_{i+1}, R_{i+1} R_{i+2})$ , sendo  $R_i$  é o  $i$ -ésimo intervalo RR; Figura 2.4.

Os intervalos RR incorretamente determinados e as pausas compensatórias dos

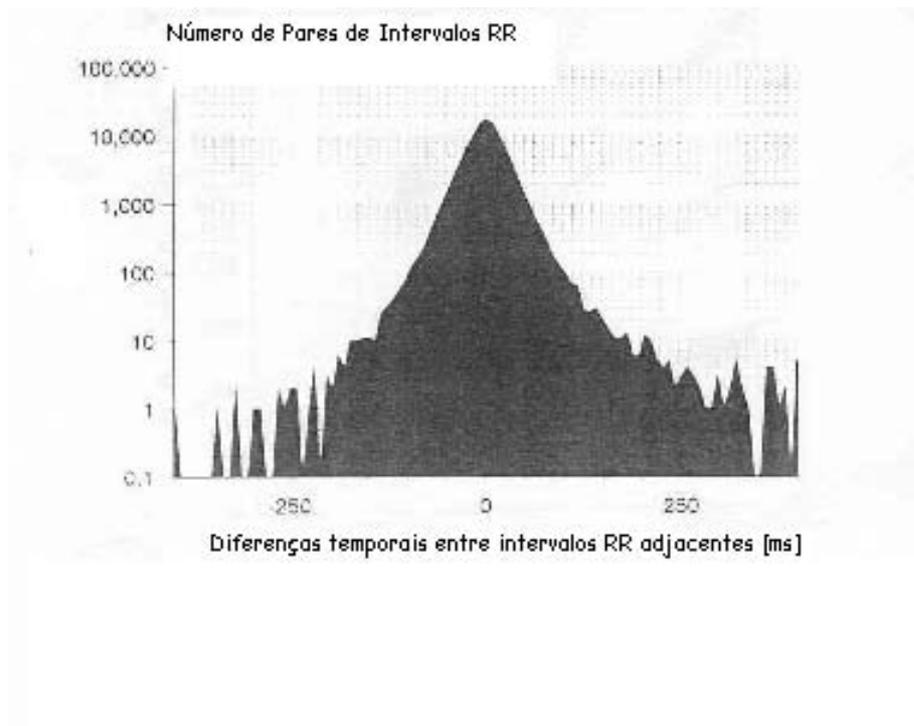


Figura 2.3: Histograma das diferenças de duração dos Intervalos RR

batimentos ventriculares e atriais prematuros resultam em áreas desprovidas de pontos no gráfico, facilmente detectáveis. Comparado ao métodos de histograma de duração RR, os gráficos de Lorenz são mais adequados para verificar a qualidade da detecção dos intervalos RR em Holter. Quando a HRV tem uma variação muito grande obtemos um gráfico de Lorenz com os pontos espalhados enquanto que, no caso de uma HRV compreendida em uma faixa estreita de valores, o gráfico é compacto. As figuras 2.5 e 2.6 mostram, respectivamente, os Gráficos de Lorenz de um sinal HRV com grande variação e de um sinal HRV situado numa faixa estreita de valores de intervalos RR.

Com base na análise visual alguns estudos propuseram uma classificação do gráfico de Lorenz com base no formato do gráfico, atribuindo padrões como “cometa” ou “torpedo” (Woo 1994). Contudo, essas definições carecem de definição precisa de cada categoria e, há toda uma variedade de padrões que se situa entre “cometa” e “torpedo”, dificultando a avaliação do analista humano. Alguns métodos matemáticos foram propostos para se fazer a classificação dos gráficos de

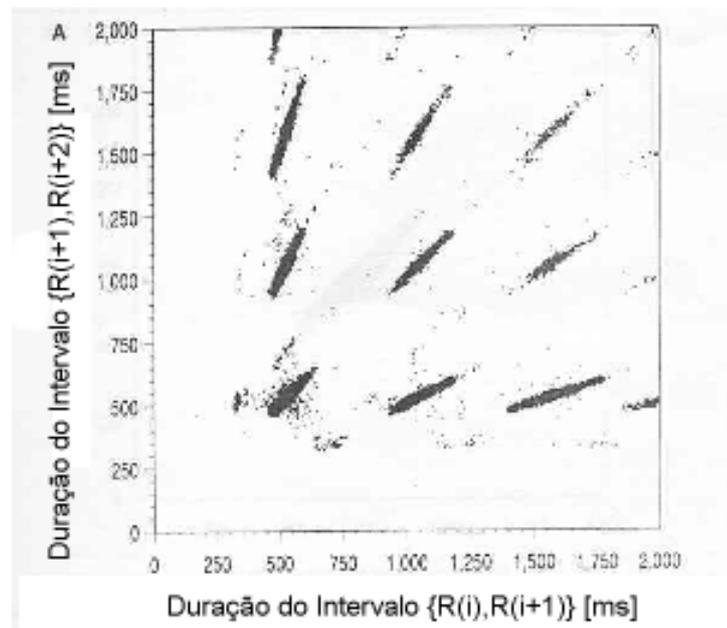


Figura 2.4: Gráfico de Lorenz

Lorenz, baseando-se em índices no domínio do tempo da HRV. Isto significa que o gráfico de Lorenz somente pode ser utilizado como auxílio gráfico dos métodos em domínio do tempo, não apresentando superioridade sobre qualquer dos métodos em domínio do tempo.

### 2.4.2 Vantagens e Limitações dos Métodos Geométricos

A partir do que analisamos anteriormente vemos que as vantagens dos métodos geométricos são muitas. Podem fornecer uma indicação razoável do valor da HRV mesmo quando a qualidade dos dados não permitem o uso dos métodos espectrais e em domínio do tempo convencionais. Porém, não significa dizer que os métodos geométricos podem substituir os outros métodos completamente. Seus resultados são apenas aproximados e não possuem a precisão dos métodos em domínio do tempo e espectrais.

Esta natureza aproximada dos resultados dos métodos geométricos é uma limitação. Outra limitação reside no fato que os métodos geométricos precisam de uma quantidade de intervalos RR bastante grande para se construir um padrão geométrico representativo. Por exemplo, para se construir um histograma de

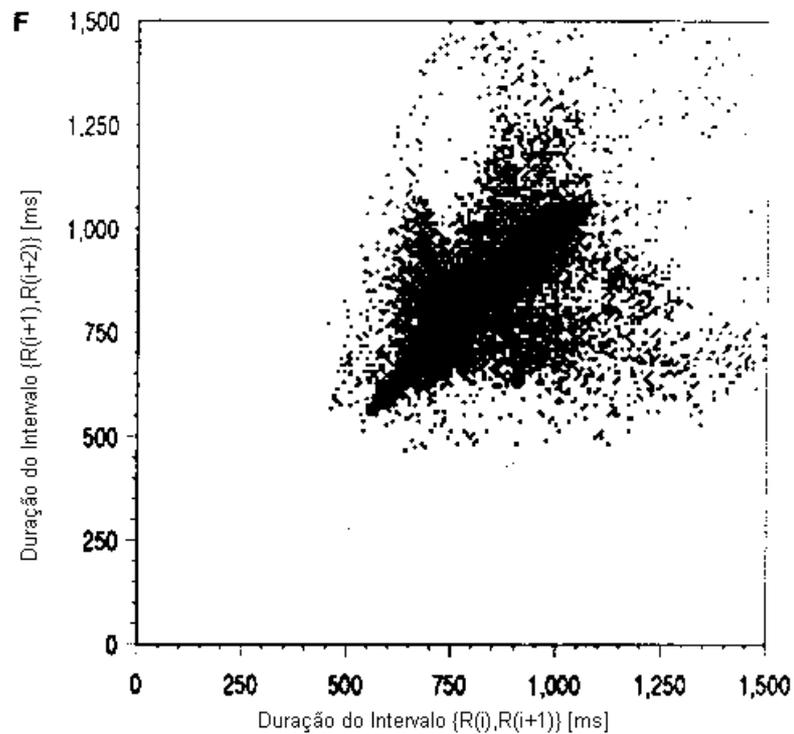


Figura 2.5: Gráfico de Lorenz de um sinal HRV de grande variação entre os intervalos RR

intervalos RR é necessário pelo menos 20 minutos de gravação e para a construção de um gráfico de Lorenz, uma duração muito maior (Malik 1990). Logo, a eficácia dos métodos geométricos é maximizada quando a obtenção da HRV é feita a partir de registros de pelo menos 24 horas de duração.

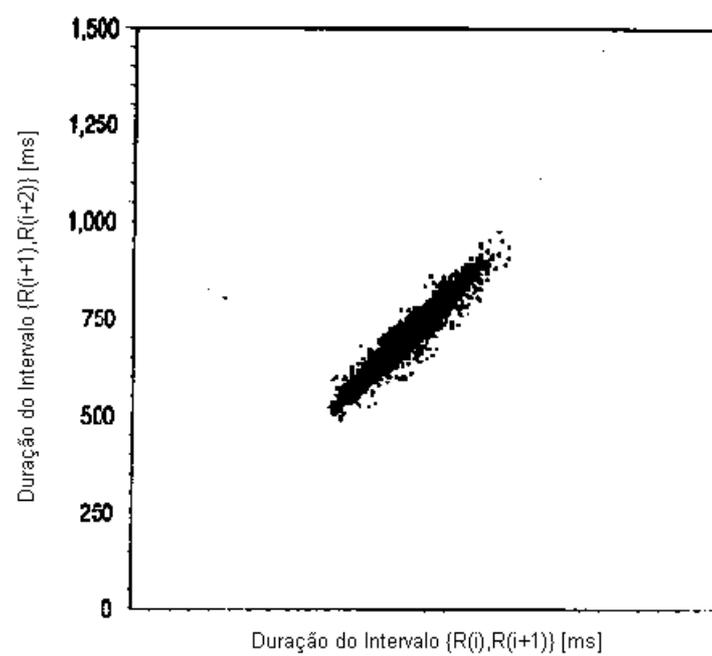


Figura 2.6: Gráfico de Lorenz de HRV com uma faixa estreita de valores de intervalos RR

# Estimação da Frequência Cardíaca

---

### 3.1 Introdução

A busca de um algoritmo para estimar a HRV, sem que possuísse uma alta taxa de amostragem sempre foi o objetivo de muitos pesquisadores da pesquisa cardíaca. Além disto, é necessário que o algoritmo possua uma boa definição conjunta nos domínios tempo-frequência, conforme cita Lovell *et alii.* (Lovell 1995). No algoritmo HIF (Barros 2001), após a coleta da frequência instantânea através de uma função *driver* recursiva, foi utilizada uma função Wavelet como filtro. Neste trabalho, propomos uma reestruturação deste algoritmo de modo a utilizar uma nova abordagem para a construção da função *driver* chamado de **EAR** – *Exponential Autoregressive*, baseado numa proposta de Kato e Ozaki (Kato 2002), e um novo filtro Wavelet baseado em (Barros 2001).

Neste capítulo apresentamos o desenvolvimento do método proposto para estimação da HRV. Os conceitos básicos de estimação e as metodologias matemáticas para desenvolver a proposta são: o modelo Auto-Regressivo e Wavelets. O modelo auto-regressivo serviu como base para a nova abordagem da função *driver*, que vai ser utilizada neste trabalho. Esta função vai fornecer para nós uma indicação aproximada das frequências principais presentes no sinal ECG em estudo. Por isso, a abordagem auto-regressiva, por seu caráter recursivo<sup>1</sup>, que

---

<sup>1</sup>A modelagem auto-regressiva ilustra que o valor atual de um sinal é função de  $\mathbf{P}$  amostras

concordaria perfeitamente com a proposta inicial de (Barros 2001).

Após isto, explicamos o funcionamento das ferramentas que permitem a análise espectral do sinal, desde a proposta de Fourier, no começo do séc. XIX, passando pela proposta da STFT e concluindo com a explicação do funcionamento das wavelets. Explicamos o uso da wavelet do nosso trabalho, que partiu da mesma base da proposta da HIF – utilizar um filtro passa-banda com a melhor resolução tempo-frequência aliado com características que permitissem a análise de um sinal não-estacionário<sup>2</sup> de maneira eficiente. Resolvemos propor para o nosso trabalho uma wavelet de Gabor com os devidos ajustes nas variâncias temporais e espectrais, de modo que a resolução conjunta tempo-frequência fosse a melhor possível. O algoritmo do nosso trabalho, com base nisso, tem o seguinte diagrama:

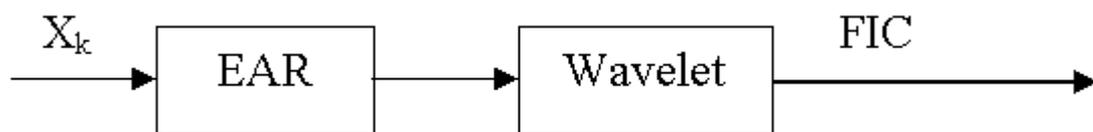


Figura 3.1: Diagrama de blocos do algoritmo do nosso estudo.

## 3.2 O Algoritmo EAR

Nesta seção apresentamos o desenvolvimento do método proposto para estimador da frequência fundamental cardíaca, EAR – *Exponential Auto Regressive Method*, união do método auto-regressivo AR com coeficientes exponenciais.

A modelagem AR é uma técnica que pode ser formulada no domínio da frequência como um problema de *matching* espectral ou no domínio do tempo como um problema de predição linear. Por isso, pode ser considerada como sendo anteriores do sinal, com P sendo a ordem de regressão do sinal, o que concorda com a definição de recursão: obtenção de valor com base na aplicação repetida de um mesmo procedimento até se alcançar a condição-base. O procedimento do modelo AR é o somatório e a condição-base a ser alcançada é a P-ésima amostra anterior do sinal.

<sup>2</sup>Sinal cujas propriedades estatísticas variam no tempo

um tipo de regressão linear para séries temporais. O valor da amostra atual,  $s_n$ , em uma seqüência de dados,  $[s_1 \ s_2 \ \dots \ s_N]$ , pode ser predito como uma combinação linear dos  $\mathbf{P}$  mais recentes valores da amostra  $[s_{n-1} \ s_{n-2} \ \dots \ s_{n-p}]$ , onde  $P$  é a ordem de regressão do modelo e geralmente é escolhido como sendo muito menor que a duração da seqüência,  $N$ . Seja  $\hat{s}_n$  o valor estimado para  $s_n$  obtido pela modelagem AR, com equação dada por:

$$\hat{s}_n = - \sum_{i=1}^{\mathbf{P}} \mathbf{a}_i s_{n-i} + \varepsilon_n \quad (3.1)$$

onde:

1.  $P$  – ordem de regressão
2.  $\mathbf{a}$  – vetor de coeficientes auto-regressivos do modelo  $\mathbf{a} = [a_1, a_2, \dots, a_P]^T$
3.  $\varepsilon_n$  – erro gaussiano do modelo

O espectro de potência do modelo AR é obtido pelo quadrado do módulo da função de transferência do filtro  $H(e^{j\omega})$ ,

$$|\mathbf{H}(e^{j\omega})| = \frac{1}{1 + \sum_{\mathbf{k}=1}^{\mathbf{M}} \mathbf{a}(\mathbf{k}) e^{-j\omega \mathbf{k}}} \quad (3.2)$$

composto somente de pólos.

Podemos notar pela equação (3.1) que o sinal a ser modelado é linear. O sinal de ECG é um tipo de sinal com características não-lineares, sendo mais apropriado, neste caso, o uso de métodos não-lineares para modelar o sinal. Tendo em vista este fato, procuramos no nosso trabalho utilizar o modelo auto-regressivo não-linear PFNAR, proposto por Kato e Ozaki (Kato 2002), que é definido por

$$\mathbf{x}(\mathbf{n}) = \sum_{\mathbf{m}=1}^{\mathbf{M}} \mathbf{f}_n(\mathbf{x}_{\mathbf{n}-\mathbf{k}_1}, \mathbf{x}_{\mathbf{n}-\mathbf{k}_2}) \mathbf{x}_{\mathbf{n}-\mathbf{m}} + \varepsilon_n \quad (3.3)$$

com  $M$  sendo a ordem de regressão do modelo,  $\varepsilon_n$  uma seqüência de variáveis aleatórias e independentes de  $x_{n-i}$ ,  $i > 0$ , e  $k_1$  e  $k_2$  parâmetros de atraso do modelo.

Muitos outros tipos de modelo auto-regressivo podem ser visualizados como sendo do tipo PFNAR, como o modelo EXPAR:

$$\mathbf{x}_n = \sum_{m=1}^M \{\psi_m + \pi_m \exp(-\gamma \mathbf{x}_{n-1}^2)\} \mathbf{x}_{n-m} + \varepsilon_n \quad (3.4)$$

onde  $\psi_m$  e  $\pi_m \exp(-\gamma x_{n-1}^2)$  são os coeficientes auto-regressivos que, obedecendo ao modelo PFNAR, são funções dos coeficientes atrasados no tempo  $x_{n-m}$ . O parâmetro  $\gamma$  é um padrão de escalonamento que determina a influência de  $\exp(-x_{n-1}^2)$  em  $x_n$ .

A equação 3.4 pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\mathbf{x}_n = \sum_{m=1}^M \{\psi_m \mathbf{x}_{n-m} + \pi_m \mathbf{x}_{n-m} \exp(-\gamma \mathbf{x}_{n-1}^2)\} + \varepsilon_n \quad (3.5)$$

O termo  $\psi_m x_{n-m}$ , sendo uma constante, pode ser representado pelo vetor arbitrário  $a_m$  de coeficientes auto-regressivos<sup>3</sup>. O termo  $\pi_m x_{n-m}$  é o vetor de coeficientes que fornecerão as amplitudes da exponencial  $\exp(-\gamma x_{n-1}^2)$ , podendo ser representado por  $b_m$ . A equação (3.5), então, se torna

$$\mathbf{x}_n = \sum_{m=1}^M \{\mathbf{a}_m \mathbf{x}_{n-m} + \mathbf{b}_m \exp(-\gamma \mathbf{x}_{n-1}^2)\} + \varepsilon_n \quad (3.6)$$

Para que tenhamos o erro quadrático, de onde se derivará o sistema de equações que fornecerá a frequência instantânea do nosso sinal em estudo,

$$\varepsilon_n = \mathbf{d}_n - \mathbf{A}_n \cdot \mathbf{X}_n + \mathbf{B}_n \cdot \mathbf{E}_n \quad (3.7)$$

onde:

- $\varepsilon$  – erro gaussiano;
- $d$  – sinal de entrada;
- $A$  – vetor de coeficientes auto-regressivos  $A = [A_1, A_2, \dots, A_P]^T$ ;
- $X$  – conjunto de vetores com os valores do sinal de entrada atrasados no tempo;

---

<sup>3</sup>Como os da fórmula 3.1

- $B$  – coeficientes do vetor das frequências  $E$ ;
- $E$  – vetor de frequências encontradas no sinal cardíaco;
- $n$  – índice de tempo.

Para obtermos as equações para estimação da frequência instantânea cardíaca (FIC) em *Batch* e *online*, temos que derivar o erro quadrático, que é dado pela equação de custo  $J_\omega$ :

$$\mathbf{J}_\omega = \varepsilon^2 = (\mathbf{d}_n - \mathbf{A}_n \cdot \mathbf{X}_n + \mathbf{B}_n \cdot \mathbf{E}_n)^2 \quad (3.8)$$

Derivando (3.8) em relação aos vetores  $A$  e  $B$  e igualando a zero, obtemos o sistema de equações utilizado para o processamento *batch* (Cohen 1995):

$$\mathbf{A} = \langle \mathbf{dX} + \mathbf{B}^T \mathbf{E} \mathbf{X} \rangle \cdot \langle \mathbf{X} \mathbf{X}^T \rangle^{-1} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{B} = \langle \mathbf{dE} + \mathbf{A}^T \mathbf{X} \mathbf{E} \rangle \cdot \langle \mathbf{E} \mathbf{E}^T \rangle^{-1} \quad (3.10)$$

onde  $\langle \cdot \rangle$  é o operador esperança.

Para a extração da FIC em tempo real, atualizamos os valores de  $A_k$  e  $B_k$  através das seguintes equações:

$$\mathbf{A}_{k+1} = \mathbf{A}_k + \mu \cdot \partial \mathbf{J} / \partial \mathbf{A} = \mathbf{A}_k + \mu \cdot (\mathbf{B}^T \mathbf{E} + \mathbf{X}^T \mathbf{A} - \mathbf{d}) \mathbf{X} \quad (3.11)$$

$$\mathbf{B}_{k+1} = \mathbf{B}_k + \eta \cdot \partial \mathbf{J} / \partial \mathbf{B} = \mathbf{B}_k + \eta \cdot (\mathbf{A}^T \mathbf{X} + \mathbf{E}^T \mathbf{B} - \mathbf{d}) \mathbf{E} \quad (3.12)$$

Onde  $\mu$  e  $\eta$  constituem as taxas de aprendizagem do sistema.

### 3.2.1 Wavelets

Pode-se dizer que o estudo das Wavelets começou na descoberta por Joseph Fourier das séries que levam o seu nome para Análise da Distribuição de Calor num corpo. A partir dessas séries, foi desenvolvida a Transformada de Fourier, que é usada para se formar uma função  $F(\omega)$  no domínio da frequência a partir de outra função  $f(t)$  no domínio do tempo. Seja  $F(\omega)$  a Transformada de Fourier de um sinal  $f(t)$ . A formulação da transformada é:

$$\mathbf{F}(\omega) = \sum_{\mathbf{k}=-\infty}^{\infty} \mathbf{f}(\mathbf{t}) \mathbf{e}^{-j\omega \mathbf{k}} \quad (3.13)$$

A transformada acima usa como função de análise a exponencial complexa. Esta função se estende no domínio do tempo de  $[-\infty \cdots \infty]$ . Gabor (Gabor 1946), em sua adaptação do Teorema da Incerteza de Heisemberg para o processamento de sinais, formulou

$$\Delta_t^2 \times \Delta_\omega^2 \geq 1/2 \quad (3.14)$$

onde  $\Delta_t$  é a largura da função de análise (no nosso caso, a exponencial complexa) no domínio do tempo e  $\Delta_\omega$  a largura dessa mesma função no domínio da frequência. Como a exponencial complexa não tem limites no domínio do tempo, sua largura neste domínio é infinita. Quando isto ocorre, dizemos que a função tem *suporte infinito*.

Inversamente, a largura da exponencial no domínio da frequência é uma função  $\beta$ . Por isso, a Transformada de Fourier fornece uma indicação precisa das frequências existentes no sinal que se está analisando, mas sem uma determinação da localização dessas frequências no domínio do tempo.

Uma abordagem criada para se tentar minimizar tal problema foi a criação da STFT – *Short Time Fourier Transform*.

$$\mathbf{F}(\mathbf{p}, \omega) = \sum_{\mathbf{k}=0}^{\mathbf{N}-1} \mathbf{f}(\mathbf{k}) \mathbf{w}(\mathbf{k} - \mathbf{p}) e^{-j\omega \mathbf{k}} \quad (3.15)$$

com  $w(k)$  função de janelamento que delimita a porção do sinal a ser analisado,  $p$  é a constante de deslocamento da janela dentro do sinal. O uso de uma janela retangular causaria cortes abruptos (Fenômeno de Gibbs). Por isso, frequentemente é utilizada a função gaussiana  $w(t) = e^{-x^2/2}$  que tem decaimento suave.

O principal problema que surge ao utilizar a STFT é o dimensionamento correto do tamanho da janela, já que o mesmo é fixo e, portanto, permite a determinação satisfatória de uma faixa de frequências restrita. Quando é utilizado um janelamento estreito no domínio temporal, há separação bem definida no domínio do tempo. Contudo, no domínio espectral não podemos delimitar as frequências presentes do sinal. O contrário ocorre quando utilizamos um janelamento temporal mais largo: a definição das frequências do sinal mais acessível, mas não há informação sobre o intervalo de tempo em que essas frequências estão presentes.

Pensando nisso, alguns pesquisadores retomaram uma idéia de análise espectral que fora desenvolvida no começo do século XX pelo pesquisador Haar: as

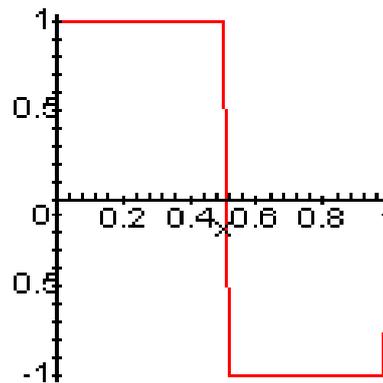


Figura 3.2: Wavelet de Haar

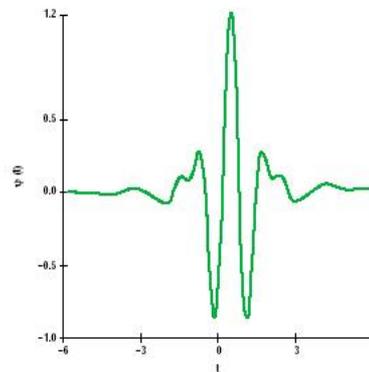


Figura 3.3: Wavelet de Meyer

Wavelets – pequenas ondas, em inglês. Wavelets são funções que possuem dois parâmetros: um para fazer o deslocamento no tempo e o outro para a dilatação (escalamento) da wavelet, no seguinte formato:

$$\psi_{\mathbf{a},\mathbf{b}} = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{a}}}\psi\left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{b}}{\mathbf{a}}\right) \quad (3.16)$$

com  $a$  sendo o parâmetro de escala e  $b$  o parâmetro de deslocamento da wavelet-mãe  $\psi(x)$ .

Há vários tipos de famílias de wavelet, cada qual recebendo o nome relativo à wavelet-mãe que lhes dá origem, como mostram as figuras (3.2) e (3.3).

Para que uma função  $\psi(t)$  seja considerada wavelet tem que satisfazer duas propriedades:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(\mathbf{t})\mathbf{d}\mathbf{t} = \mathbf{0} \quad \text{e} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \psi^2(\mathbf{t})\mathbf{d}\mathbf{t} = \mathbf{1} \quad (3.17)$$

A primeira parte da Equação (3.17) diz que a wavelet deve ser oscilatória, enquanto que a segunda parte diz que em algum ponto da wavelet ela deve assumir um valor diferente de zero.

### 3.2.2 O Algoritmo HIF

Os pesquisadores Barros e Ohnishi (Barros 2001) propuseram um algoritmo denominado HIF – *Heart Instantaneous Frequency*, que estima o valor da HRV a partir do ECG, com uma redução na frequência de amostragem do sinal HRV para um valor em torno de 5 Hz e 20 Hz, dependendo da situação do paciente em estudo, se em repouso ou em teste de esforço exaustivo, respectivamente. A HIF se baseou no fato que o coração possui uma quase-periodicidade em seus batimentos, logo, podemos extrair a frequência fundamental a partir do espectrograma do ECG.

Há dois passos para a extração da HIF:

1. Elaboração de uma função *driver* – em primeiro lugar é gerado o espectrograma do ECG, obtendo-se uma função  $P(t,f)$ , que fornece a relação de frequências presentes no ECG em cada unidade de tempo (min.). A partir de  $P(t,f)$  é obtida a função driver propriamente dita, com a seguinte formulação:

$$\beta(t) = \arg \max_f [P(t, f)]_{\beta(t^-) - \alpha}^{\beta(t^-) + \alpha} \quad (3.18)$$

sendo  $\beta(t)$  a função que fornecerá, em cada instante de tempo  $t$ , a frequência fundamental dentro daquele instante. A variável  $\alpha$ , geralmente assumindo valores entre 0,3 e 0,5 Hz, determina a faixa de frequências ao redor da frequência fundamental anterior  $\beta(t^-)$ , na qual se determina a frequência fundamental atual.

2. Filtragem através de Wavelet – após a obtenção da função  $\beta(t)$  é necessário fazer uma filtragem do ECGT em torno das frequências. O filtro passa-banda escolhido foi a wavelet de Gabor, por ter uma resolução tempo-frequência muito boa. A wavelet utilizada foi

$$\psi(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \left[ \exp \left( -\pi \left\{ \frac{\overline{\sigma(t)t}}{2} \right\}^2 \right) \cos \left( 2\pi t \int_{\Omega} \beta(\tau) d\tau \right) \right] \quad (3.19)$$

sendo  $\overline{\sigma(t)} = \frac{1}{\Omega} \sum_{\Omega} \beta(t)$  e  $\Omega$  um intervalo pequeno de tempo.

As etapas de processamento do algoritmo HIF podem ser visualizadas no seguinte diagrama



Figura 3.4: Diagrama das etapas do algoritmo HIF.

### Resolução Tempo-Frequência

Para que uma wavelet possa ser utilizada para análise, tem que apresentar uma resolução conjunta ótima nos domínios do tempo e frequência, como enuncia a equação (3.14). As resoluções tempo-frequências das principais famílias de wavelets são mostradas na tabela (3.1)

Wavelet	$\Delta_t^2 \cdot \Delta_\omega^2$
Morlet	0.5007
Gaussiana nº 2	0.5261
Meyer	0.8271
Daubechies nº 2	14.51
Haar	75.44

Tabela 3.1: Resolução conjunta tempo-frequência das principais famílias de wavelets

A Wavelet original utilizada no algoritmo HIF, apesar de ter tido como base uma Wavelet de Gabor, não apresentava uma resolução conjunta de 1/2. Por isso, esta wavelet teve de ser reformulada para uso na nossa dissertação. Seja a Wavelet original dada por:

$$\psi(\mathbf{t}) = e^{-\pi\left(\frac{\mathbf{t}\cdot\mathbf{f}_0}{\sigma}\right)^2} \cdot \text{sen}(\mathbf{f}_0 \cdot \mathbf{t}) \quad (3.20)$$

O seno acima pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$\text{sen}(\mathbf{f}_0 \cdot \mathbf{t}) = \frac{e^{j\cdot\mathbf{f}_0\cdot\mathbf{t}} - e^{-j\cdot\mathbf{f}_0\cdot\mathbf{t}}}{2} \quad (3.21)$$

Como a nossa Wavelet é analítica, a exponencial complexa negativa do numerador é igual a zero, a equação (3.20) passa a ser formulada

$$\psi(\mathbf{t}) = \mathbf{e}^{-\alpha \cdot \mathbf{t}^2} \cdot \mathbf{e}^{i \cdot \mathbf{f}_0 \cdot \mathbf{t}} \cdot \frac{1}{2} \quad \text{sendo } \alpha = \pi \cdot f_0^2 / \sigma^2 \quad (3.22)$$

A equação (3.22) pertence ao conjunto de funções de Gabor (Gabor 1946), exceto pela constante  $1/2$ . As funções de Gabor possuem a melhor resolução em tempo-frequência, com variância conjunta neste domínios igual a  $1/4$  (Gabor 1946). Para verificar a influência da constante  $1/2$  no cálculo final da variância de (3.22), devemos calcular  $\sigma_t^2$  e  $\sigma_\omega^2$ :

$$\sigma_t^2 = \mathbf{Var}[\psi(\mathbf{t})] = \frac{1}{4} \cdot \mathbf{Var} \left[ \mathbf{e}^{-\alpha \cdot \mathbf{t}^2} \cdot \mathbf{e}^{i \cdot \mathbf{f}_0 \cdot \mathbf{t}} \right] = \frac{1}{4 \cdot \alpha} \quad (3.23)$$

Para o cálculo de  $\sigma_\omega^2$ , utilizaremos o resultado da Transformada de Fourier de (3.22), de acordo com Cohen (Cohen 1995)

$$\hat{\psi}(\omega) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{\alpha}} \cdot \mathbf{e}^{-\frac{(\omega - \mathbf{f}_0)^2}{2\alpha}} \quad (3.24)$$

Logo,  $\sigma_\omega^2$  é igual a:

$$\sigma_\omega^2 = \mathbf{Var}[\hat{\psi}(\omega)] = \frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi}{\alpha} \cdot 2\alpha = \pi \quad (3.25)$$

Para que a condição  $\sigma_t^2 \cdot \sigma_\omega^2 = \frac{1}{4}$  seja satisfeita, teremos  $\alpha = \pi$ . Transpondo este resultado para (3.20), obtemos  $\sigma = f_0$ , resultando em,

$$\psi(\mathbf{t}) = \mathbf{e}^{-\pi \cdot \mathbf{t}^2} \cdot \mathbf{sen}(\mathbf{f}_0 \cdot \mathbf{t}) \quad (3.26)$$

Sendo que a wavelet acima foi a que utilizamos em nosso trabalho.

# Implementação, Resultados e Análise do Estimador

---

## 4.1 Introdução

Após a definição do algoritmo, teria de ser feita a implementação para que fosse verificada sua conformidade com os métodos já desenvolvidos. Em primeiro lugar, resolvemos verificar a precisão do método auto-regressivo EAR frente ao já consolidado método AR, para quatro tipos de sinal:

1. Sinal gaussiano filtrado;
2. Sinal gaussiano adicionado a quatro sinais senoidais;
3. Sinal formado pela soma de três sinais senoidais;
4. Sinais cardíacos reais, obtidos da biblioteca MIT-BIH (MIT 1997), de pacientes normais e portadores de apnéia do sono.

Após esta parte comparativa dos métodos auto-regressivos, é feita uma análise dos resultados que foram obtidos, descrevendo a natureza dos sinais onde o algoritmo proposto pode ser utilizado de modo a obter resultados ótimos.

## 4.2 Implementação e Resultados

Para testarmos o primeiro grupo, criamos um sinal gaussiano e o filtramos usando um vetor de coeficientes com um número de amostras igual à ordem da regressão. Em seguida, utilizamos os métodos AR e EAR para determinar os coeficientes do filtro. Para comparação das diferenças entre os resultados obtidos pelos métodos AR e EAR e o valor do vetor de coeficientes do filtro *coef* utilizamos a seguinte fórmula para obter o erro  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{P} \sum_{k=1}^P \left[ \frac{\hat{A} - \text{coef}}{\text{coef}} \right]^2} \quad (4.1)$$

sendo  $\hat{A}$  é o valor estimado dos coeficientes do filtro obtido pelo método AR ou EAR, e  $P$  a ordem de regressão do método utilizado (AR ou EAR).

Uma comparação entre os coeficientes estimados  $\hat{A}$ , obtidos pelos modelos AR e EAR, em relação ao vetor de coeficientes utilizado para filtrar o sinal gaussiano, com diferentes ordens de regressão pode ser verificada na tabela 4.1:

Tabela 4.1: Comparação entre  $\hat{A}$  e *coef* utilizando os modelos AR e EAR, para um sinal gaussiano filtrado.

Método	Erro $\varepsilon$	Ordem de regressão
AR	0,2894	20
EAR	0,2877	20
AR	0,2999	30
EAR	0,2709	30
AR	0,3360	40
EAR	0,3144	40

A comparação entre o vetor de coeficientes *coef* do filtro (verde) em relação ao vetor de coeficientes  $\hat{A}$  estimado pelo método AR e pelo método EAR pode ser visualizada nas figuras 4.1 e 4.2, respectivamente. Em ambas as figuras o eixo horizontal mostra o número de coeficientes utilizados no filtro (no caso, 40 coeficientes) e o eixo vertical representa os valores assumidos por cada um destes

coeficientes. Como os valores têm um decaimento exponencial, utilizamos como primeiro coeficiente do filtro o valor 1, o segundo 0,5, o terceiro 0,25, e assim por diante. Esta mesma definição para os eixos é utilizada também nas figuras 4.3 e 4.4.

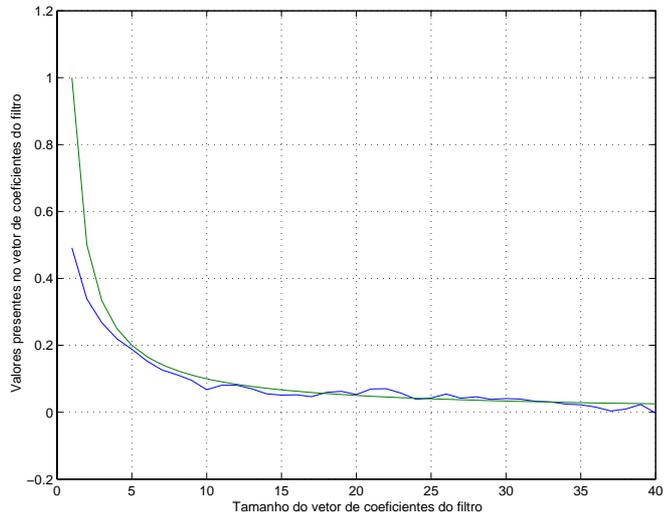


Figura 4.1: Comparação dos valores  $coef$  e  $\hat{A}$  de um sinal gaussiano filtrado utilizando o método AR

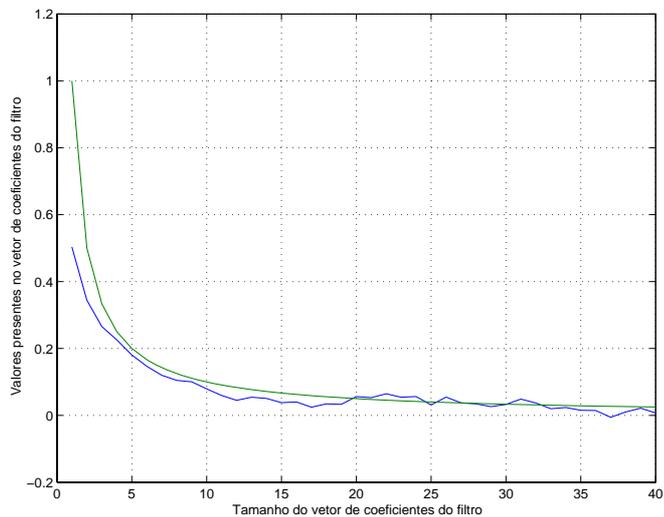


Figura 4.2: Comparação dos valores  $coef$  e  $\hat{A}$  obtidos de um sinal gaussiano filtrado utilizando o método EAR

O segundo tipo de sinal,  $s(n)$ , é um sinal gaussiano ao qual foi adicionado a quatro sinais senoidais de frequências 1, 3, 5 e 7 Hz. Seja  $\hat{A}$  o vetor de coeficientes estimado por um método dado (AR ou EAR) e  $coef$  o vetor original dos coeficientes do filtro. O erro  $\varepsilon$  é dado, para esta segunda simulação, pela seguinte fórmula:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{P} \sum_{k=1}^P \left[ \frac{\hat{A} - coef}{coef} \right]^2} \tag{4.2}$$

sendo  $P$  é a ordem de regressão do sinal, que também é o número de amostras do vetor de coeficientes do filtro.

Os resultados obtidos para este segundo teste podem ser verificados na tabela 4.2. Esta tabela apresenta uma comparação dos resultados obtidos pelos modelos AR e EAR para um sinal gaussiano adicionado a uma soma de sinais senoidais.

Tabela 4.2: Comparação dos Métodos - Erro e regressão.

Método	Erro $\varepsilon$	Ordem de regressão
AR	1,8159	10
EAR	0,1105	10
AR	1,6676	15
EAR	0,1768	15
AR	1,5433	20
EAR	0,1562	20

As figuras (4.3) e (4.4) mostram os sinais estimados  $\hat{s}(n)$  e os sinais de entrada  $s(n)$  utilizando a ordem de regressão 20 e os métodos AR e EAR, respectivamente.

O próximo teste feito para verificar a robustez do algoritmo EAR frente ao modelo AR foi a recuperação de um sinal formado pela soma de três sinais senoidais de 30, 50 e 70 Hz. Como não há um vetor de coeficientes de filtro para fazer a comparação, comparamos o sinais estimados  $\hat{s}(n)$  por cada um dos métodos (AR e EAR) com o valor do sinal de entrada  $s(n)$ . Para o método AR o sinal estimado  $\hat{s}(n)$  é dado pela fórmula  $\hat{s}(n) = AX$  sendo  $A$  é o vetor de valores auto-regressivos obtidos pelo método AR e  $X$   $X$  é o vetor de coeficientes atrasados no tempo  $[s(n - 1) \ s(n - 2) \dots \ s(n - P)]$ , sendo  $P$  é a ordem de regressão utilizada

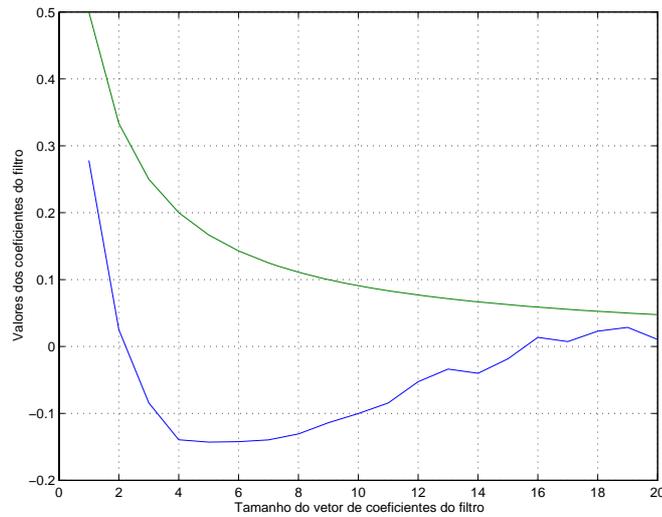


Figura 4.3: Comparação dos coeficientes estimados pelo método AR  $\hat{A}$  (azul) e o vetor de coeficientes  $coef$  (verde), obtidos de um sinal gaussiano adicionado à soma de quatro sinais senoidais.

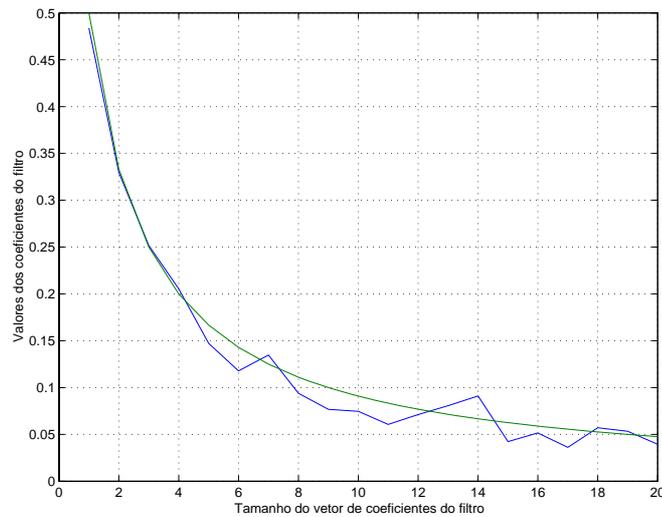


Figura 4.4: Comparação dos coeficientes estimados pelo método EAR  $\hat{A}$  (azul) e o vetor de coeficientes  $coef$  (verde), obtidos de um sinal gaussiano adicionado à soma de quatro sinais senoidais.

no método AR. No caso do modelo EAR, o sinal estimado  $\hat{s}(n)$  foi dado pela fórmula  $\hat{s}(n) = AX + BE$ , sendo  $A$  e  $X$  têm a mesma definição que foi dada no

modelo AR. O vetor  $B$  é composto dos valores das amplitudes estimadas de  $\hat{s}(n)$  e  $E$  é o vetor de senos e cossenos que fornece a indicação das principais frequências encontradas no sinal original  $s(n)$ . A tabela 4.3 fornece os valores de erro  $\varepsilon$  obtidos para cada um dos dois métodos. Para determinarmos o erro  $\varepsilon$  utilizamos a seguinte formulação

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \left[ \frac{\hat{s}(\mathbf{n}) - s(\mathbf{n})}{s(\mathbf{n})} \right]^2}$$

sendo  $M$  é o número de amostras do sinal de entrada.

Tabela 4.3: Comparação dos resultados obtidos pelos modelos AR e EAR para um sinal composto da soma de três sinais senoidais

Método	Erro $\varepsilon$	Ordem de regressão
AR	0,16	20
EAR	7,0941e-11	20
AR	0,1722	30
EAR	3,2742e-11	30
AR	2,8420	40
EAR	9,0949e-12	40

As figuras (4.5) e (4.6) foram produzidas através dos resultados obtidos pelos modelos AR e EAR com ordem de regressão igual a 40.

O último grupo de sinais analisados foram sinais eletrocardiográficos reais obtidos da biblioteca MIT-BIH (MIT 1997). Foram selecionados 10 sinais cardíacos de sujeitos normais e 8 sinais cardíacos de pacientes portadores de apnéia do sono. Utilizamos somente o método EAR e o comparamos a valores obtidos utilizando o método HIF. Para a composição do vetor de frequências  $E$  tomamos frequências variando de 0,8 ~ 2,0 Hz – faixa de valores das frequências fundamentais encontradas em um sinal eletrocardiográfico. Os valores das diferenças percentuais entre a EARM e a HIF são dados pelas Tabelas 4.4 e 4.5:

Graficamente, podemos visualizar na figura 4.7 o espectro do HRV obtido pela técnica tradicional impresso junto com o espectro do HRV estimado pelo algoritmo proposto, obtidos pela transformada de Fourier:

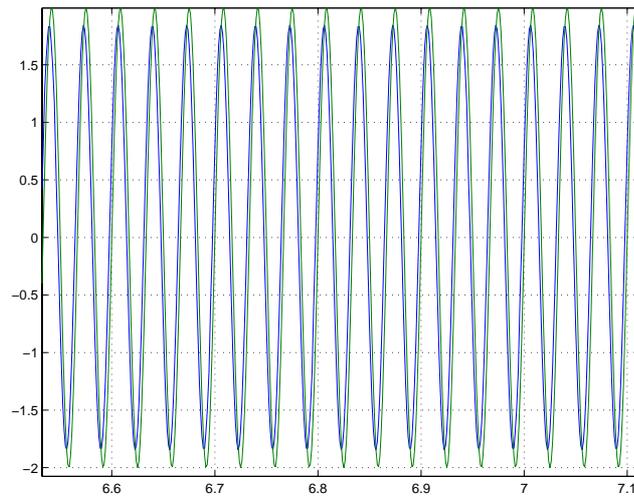


Figura 4.5: Comparação do sinal estimado  $\hat{s}(n)$  (azul) – obtido pelo método AR – em relação ao sinal de entrada  $s(n)$  (verde).

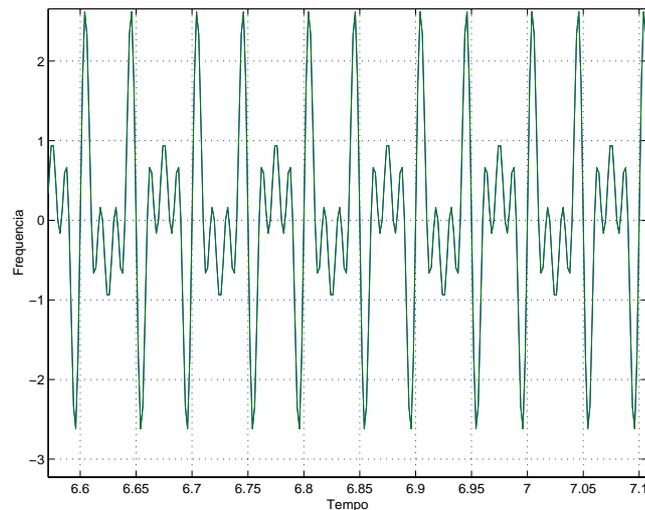


Figura 4.6: Comparação do sinal estimado  $\hat{s}(n)$  (azul) – obtido pelo método EAR – em relação ao sinal de entrada  $s(n)$  (verde). Pode-se observar que há uma superposição dos sinais estimado e original devido ao valor de erro desprezível.

### 4.3 Análise

O método EAR foi proposto para tornar mais acelerada a recuperação das frequências que podem ser encontradas dentro de um sinal de entrada  $s(n)$  que apresentasse

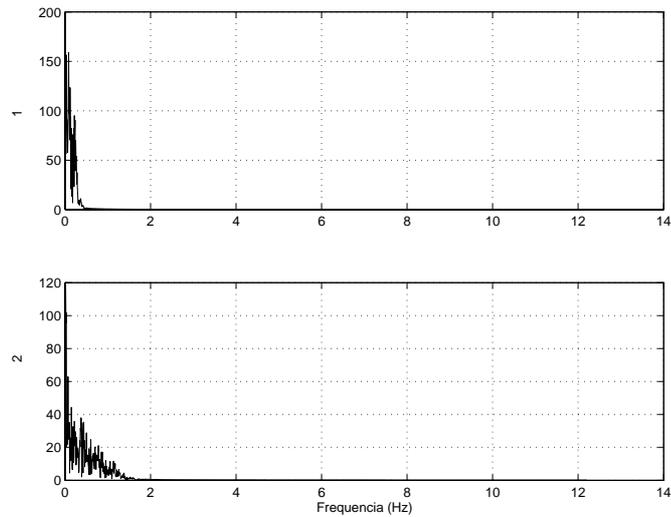


Figura 4.7: Espectro dos HRVs obtidos pelo nosso algoritmo (superior) e pelo método tradicional (inferior).

características quase-estacionárias e um espectro de frequências conhecido para que pudéssemos construir  $E$ , vetor de frequências do método EAR e a recuperação das amplitudes das frequências principais do sinal em estudo fosse a mais precisa

Tabela 4.4: Comparação dos resultados obtidos para sinais cardíacos normais

Sinal	Erro em relação à HIF
s1	0.0815
s2	0.0056
s3	0.0234
s4	0.0064
s5	0.0193
s6	2.876e-4
s7	0.0318
s8	0.0101
s9	0.0122
s10	0.0177

Tabela 4.5: Comparação dos resultados obtidos para sinais de portadores de apnéia

Sinal	Erro em relação à HIF
s11	0.0054
s12	0.0034
s13	0.0054
s14	8.1414e-5
s15	0.028
s16	0.0096
s17	7.2453e-4
s18	0.0751

possível. Para avaliação do EAR em relação ao diferentes tipos de sinal que podem ser encontrados na pesquisa fizemos uma série de comparações entre os resultados obtidos pelo método auto-regressivo simples AR e o método EAR.

Os sinais que foram analisados representaram uma seqüência de modo que, do primeiro sinal analisado (gaussiano filtrado), não possuíamos nenhuma informação acerca das freqüências presentes, enquanto que, no terceiro teste (com uma soma de sinais senoidais), pudemos elaborar  $E$  com os valores das freqüências componentes da soma e obtendo o melhor resultado em relação ao método AR.

Como dissemos acima, a primeira comparação entre os métodos AR e EAR foi feita utilizando um sinal gaussiano filtrado. Os erros obtidos por ambos os métodos em relação aos vetor  $coef$  de coeficientes do filtro apresentaram-se bastante próximos. O vetor de freqüências utilizado pelo EAR não conseguiu recuperar o vetor  $coef$  pois o sinal gaussiano apresenta um espectro de freqüências bastante amplo sendo necessário um vetor de freqüências  $E$  muito grande, comprometendo o desempenho do EAR. Neste primeiro teste podemos afirmar que os métodos AR e EAR são equivalentes e, neste caso, podem ser utilizados indistintamente. Os valores de coeficientes estimados  $\hat{A}$  e dos coeficientes do filtro  $coef$ , obtidos pelos métodos AR e EAR, podem também ser verificados através das figuras (4.1) e (4.2).

No segundo teste, o método EAR apresentou uma melhor recuperação dos

coeficientes do filtro em relação ao método AR para uma dada ordem de regressão. E, além disso, à medida em que a ordem de regressão aumentava, os coeficientes estimados pelo método EAR cada vez se aproximavam dos valores originais dos coeficientes fornecidos para o filtro. O método AR, apesar de ter apresentado menor tempo de execução, produziu um vetor de coeficientes estimados  $\hat{A}$  bastante díspar em relação aos vetor de coeficientes *coef* do filtro.

No caso da análise do sinal obtido pela soma de três sinais senoidais os sinais estimados pelo método EAR apresentaram os menores erros em relação ao sinal de entrada dado. Isto se deve principalmente ao vetor de coeficientes exponenciais  $E$  que, como foi explicado acima, é alimentado com as frequências que compõem o sinal de entrada, fazendo com que o algoritmo EAR convirja com maior velocidade e maior precisão. Os sinais estimados pelo método AR apresentaram um valor de erro baixo, motivo este que o tornou um método bastante popular na área de Processamento de Sinais. Contudo, os erros obtidos pelo AR possuem uma ordem bem superior aos que foram encontrados pelo método EAR.

A comparação final foi feita entre os sinais estimados pelos métodos EAR e HIF para um conjunto de sinais cardíacos normais e de portadores de apnéia do sono. Os valores de erro encontrados ao compararmos os sinais estimados por ambos os métodos foram bastante baixos, o que mostra a robustez do método EAR para a estimação da HRV.

## CAPÍTULO 5

# Conclusão

---

Neste trabalho apresentamos um método novo para estimação da HRV, eliminando a dependência existente em outros métodos da alta taxa de amostragem do ECG de origem.

Foi mostrado, passo-a-passo, o desenvolvimento de uma função driver baseada em um novo método auto-regressivo chamado EAR – *Exponential Auto Regressive Method*, que estimou a frequência fundamental do ECG com uma ordem de regressão menor e, conseqüentemente, menor custo computacional em relação ao método auto-regressivo. Também foram calculados os parâmetros da wavelet de Gabor de modo que a mesma possuísse a melhor relação tempo-frequência o que permitiu uma filtragem do ECG mais precisa.

No decorrer do trabalho, conseguimos mostrar que a utilização do EAR aliado à wavelet de Gabor forneceu uma estimação mais precisa do que os métodos de diferença temporal de ondas R e HIF. Comparando-se com o método AR normalmente utilizado, o método proposto apresentou um melhor desempenho para grupos de sinais de conteúdo espectral conhecido.

A validação do método EAR foi realizada para dois grupos de indivíduos, que foram classificados como saudáveis e portadores de apnéia do sono. Foram também utilizados sinais simulados compostos de ruído crescente que somente corroboraram as nossas previsões teóricas: quanto melhor a informação sobre a natureza espectral do sinal de entrada, melhor o desempenho do algoritmo proposto.

## 5.1 Trabalhos Futuros

Os próximos passos a serem dados na evolução do nosso algoritmos são:

- Fazer uma implementação do método em tempo real, para verificar a robustez e precisão do mesmo;
- Gerar uma base de dados que poderá ser utilizada para fazer um diagnóstico do paciente por meio de um algoritmo *fuzzy*.

# Referências Bibliográficas

- Barros, A. K. e Ohnishi, N. (2001). Heart Instantaneous Frequency (HIF): An Alternative Approach to Extract Heart Rate Variability. *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **48**, 850–855.
- Cohen, L. (1995). *Time-frequency Analysis*. 1st. ed.. IEEE Pearson Education POD.
- Cohen, L. e Lee, C. (1989). Instantaneous frequency and time-frequency distributions. *IEEE International Symposium on Circuits and Systems* **02**, 1231–1234.
- Cripps T, ; Malik M, ; Farrell T et al (1989). Prognostic value of heart rate variability after myocardial infaction – a comparison of different date processing methods. *Med Biol Eng Comput* **27**, 603–611.
- Farrell TG, Bashir Y, Cripps T et al (1991). A simple method of risk stratification for arrhythmic events in post-infaction patients based on heart rate variability and signal averaged ECG. *Journal of the Am. Coll. of Cardiology* **18**, 687–697.
- Furnival, CM; Linden, RJ e Snow HM (1973). Chronotropic and inotropic effects on the dog heart of stimulating the efferent cardiac sympathetic nerves. *Journal of Physiology* **230**, 137–153.
- Gabor, D. (1946). Theory of Communication. *Journal of the Institute of Electrical Engineers* **93**, 429–457.
- Holter, N. J. (1961). New Method for Heart Studies: Continuous electrocardiography of active subjects over long periods is now practical. *Science* **134**, 1214–1220.

- Kato, Hiroko e Ozaki, Tohru (2002). Adding data process feedback to the nonlinear autoregressive model. *Signal Processing 82 Elsevier* pp. 1189–1204.
- Kootsookos, P. J.; Lovell, Brian C. e Boashash Boualem (1992). A unified approach to the STFT, TFDs, and instantaneous frequency. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing* **40**, 1971–1982.
- Kwok, Henry K. e Jones, Douglas L. (2000). Instantaneous Frequency estimation using an Adaptive Short-Time Fourier Transform. *IEEE Transactions on Signal Processing* **48**, 2964–2972.
- Lovell, Brian C.; Williamson, Robert C. e Boashash Boualem (1995). The Relationship Between Instantaneous Frequency and Time-Frequency Representations. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing* **41**, 543–547.
- Malik, Marek e Camm, A. John (1995). *Heart Rate Variability*. 5th. ed.. Futura Publishing Company, Incorporated. San Francisco.
- Malik, Marek; Farrell, T. e Camm A. John (1990). Circadian rhythm of heart rate variability after acute myocardial infarction and its influence on prognostic value of heart rate variability. *American Journal of Cardiology* **66**, 1049–1054.
- MIT (1997). *MIT-BIH Arrhythmia Database*. Harvard-MIT Division of Health Sciences and Technology.
- Parker, P.; Celler, BG; Potter EK et al (1984). Vagal stimulation and cardiac slowing. *Journal Auton. Nerv. System* **11**, 226–231.
- Tanaka, T.; Kobayashi, T.; Arifianto D. e Masuko T. (2002). Fundamental frequency estimation based on instantaneous frequency amplitude spectrum. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing* **1**, I329–I332.
- Woo, MA; Stevenson, WG; Moser DK et al (1994). Complex heart rate variability and serum norepinephrine levels in patients with advanced heart failure. *Journal of the American College of Cardiology* **23**, 565–569.