

Marcelino Pacelli Macêdo Muniz

Modelagem e Simulação de Saliências Magnéticas em  
Máquinas de Indução

Dissertação de Mestrado submetida à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Eletricidade da Universidade Federal do Maranhão como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Eletricidade.

Área de Concentração: Automação e Controle

Luiz Antonio de Souza Ribeiro, DSc. - CEFET/MA  
Orientador

São Luís, Maranhão, Brasil

©Marcelino Pacelli Macêdo Muniz, 2004

# Modelagem e Simulação de Saliências Magnéticas em Máquinas de Indução

Marcelino Pacelli Macêdo Muniz

*Dissertação de Mestrado apresentada em 27/08/2004*

Luiz Antonio de Souza Ribeiro, DSc. - CEFET/MA  
Orientador

Antonio Marcus Nogueira Lima, Dr.- UFCG  
Componente da Banca

João Viana da Fonseca Neto, DSc. - UFMA  
Componente da Banca

São Luís, Maranhão, Brasil, Agosto/2004

## **Dedicatória**

À minha família e, em especial, aos meus pais Lourival e Neuza,  
à minha esposa Conceição, e nossas filhas: Raquel e Marcela.



## Agradecimentos

A Deus, pelo dom da vida.

A toda a minha família, e em especial aos meus pais que souberam dar o que há de mais precioso na vida: amor, espiritualidade e educação.

Aos meus irmãos, Regina Lúcia e Marcos Antônio, por suas lutas incessantes e incentivos, com os quais concretizo mais um projeto de vida

A minha esposa, Maria da Conceição Lobato Muniz, pelo incentivo, compreensão e carinho dedicados ao longo deste trabalho e as minhas filhas, Raquel e Marcela, pela paciência e colaboração nos momentos familiares que foram subtraídos com o transcorrer do trabalho.

Ao professor Luiz Antonio de S. Ribeiro, pelo trabalho dedicado de orientação e colaboração, de suma importância para o desenvolvimento e conclusão deste trabalho.

Aos amigos, Ronaldo Mourão Moraes e Lindbergue Conde, com os quais compartilhei momentos de luta e de alegria, pelo agradável ambiente de trabalho e de amizade.

A professora Maria da Guia, pela compreensão e incentivo dados para a realização deste trabalho.

À professora Virginia Freire, pela sua presteza na tradução do resumo para o inglês e ao professor Marcus Fábio, pelo seu valiosíssimo auxílio na correção do texto desta dissertação

Ao secretário Alcides da CPGEE, pela atenção e colaboração dadas para a defesa deste trabalho.

Aos companheiros Renato, Orlando, Reginaldo, José Ronaldo e a todas as pessoas que de algum modo contribuíram para a construção desse trabalho.

Aos professores do departamento de eletroeletrônica, pela ajuda e estímulo.

À UFMA, ao CEFET/MA e ao CNPQ, que propiciaram as condições necessárias para viabilizar o desenvolvimento deste trabalho.

## Resumo

A estimação da posição rotórica e do vetor de fluxo em máquinas de indução é desejável por duas razões básicas: 1) o aumento da confiabilidade e 2) a redução do custo que se consegue quando os sensores destas grandezas são eliminados. Sabe-se que as técnicas de estimação de posição rotórica e do vetor de fluxo que se baseiam no modelo fundamental da máquina não funcionam nas faixas de velocidades baixa e nula, pois a força contra-eletromotriz é muito pequena nesta região. Ao longo dos últimos anos as técnicas que se destacaram na estimação nesta faixa de velocidade baseiam-se na injeção de sinais de alta frequência sobrepostos à alimentação fundamental da máquina. Com estas técnicas é possível explorar características magnéticas, chamadas de saliências magnéticas, que estão presentes nas máquinas ou foram intencionalmente adicionadas. Desta forma é possível se estimar a posição rotórica em toda a faixa de velocidade, incluindo velocidade zero. O grande problema que se observa é que normalmente as máquinas apresentam mais de um tipo de saliência magnética, sendo que somente uma delas é usada para a estimação e as outras funcionam como perturbações a estimação. Neste contexto, este trabalho apresenta uma modelagem da máquina de indução que inclui os efeitos das principais saliências que aparecem na máquina: 1) aquelas devido às ranhuras, 2) aquelas devido à saturação e 3) aquelas devido às excentricidades do rotor. O modelo é simulado para se estudar a interação do mesmo com os sinais de alta frequência, que são injetados na máquina para a estimação de posições de saliências magnéticas. Desta forma, é possível se estudar como as saliências indesejáveis afetam o desempenho do estimador. Os resultados das simulações do modelo da máquina são comparados com curvas reais para se obter a validação do modelo. Finalmente, é mostrada uma possível aplicação do modelo, que é a estimação da posição rotórica e do vetor de fluxo em máquinas de indução.

## Abstract

The estimation of the rotor position and the flux vector in induction machines is desirable for two fundamental reasons: 1) the reliability increased and 2) the cost reduction that one obtains when the sensors of such magnitude are eliminated. One knows that the techniques used for estimating the rotor position and the flux vector, which are based upon the fundamental model of the machine, do not work in the low and null speed ranges because the back-electromotive force is very small in this area. Along the last years the techniques that have been pointed out in the estimation in this speed range are based upon high frequency signal injection overlaid to the machine fundamental feeding. With such techniques it is possible to explore magnetic characteristics, so called magnetic saliencies, which are present in the machine or were intentionally added. Thus it is possible to estimate the rotor position in all speed range including null speed. The great problem that one observes is that normally the machines present more than one type of magnetic saliencies but only one of them is used for estimation and the others work as disturbances to estimation. In this context, this piece of work presents a modelling of the induction machine that includes the effects of the major saliencies that appear on the machine: 1) those due to slots, 2) those due to saturation and 3) those due to rotor excentricities. The model is simulated so that one can study its interaction with the high frequency signals that are injected in the machine the estimation of magnetic saliencies position. Therefore, it is possible to study how undesirable saliencies affect the estimator performance. The results of the machine model simulations are compared to real curves so that one can obtain the model validation. Finally a possible application of the model is shown which is the estimation of the rotor position and the flux vector in induction machines.

# Lista de Símbolos e Abreviaturas

$g$	: expoente que representa a posição genérica dos eixos de referência $dq$
$s$	: expoente que representa grandezas no referencial estatórico
$e$	: expoente que representa grandezas num referencial síncrono genérico
$*$	: expoente que indica grandezas de referência
$r_s, r_r$	: resistências estatórica e rotórica (referida ao estator) ( $\Omega$ )
$L_s, L_r$	: indutâncias próprias do estator e do rotor (referida ao estator) ( $H$ )
$L_m$	: indutância mútua entre estator e rotor ( $H$ )
$L_{ls}, L_{lr}$	: indutâncias de dispersão do estator e do rotor ( $H$ )
$\sigma L_s$	: indutância transiente estatórica ( $H$ )
$J$	: momento de inércia da máquina ( $Kg.m^2$ )
$b_p$	: coeficiente de atrito viscoso ( $N.m/rad/s$ )
$P$	: número de pólos da máquina
$T_e$	: conjugado eletromagnético ( $N.m$ )
$C_m$	: conjugado mecânico ( $N.m$ )
$s_l$	: escorregamento ( <i>slip</i> )
$odq$	: sistema ortogonal de eixos girantes

$v_s^g$	:	vetor de tensão estatórica ( $V$ )
$v_{ds}^g, v_{qs}^g$	:	tensões estatóricas de eixos $d$ e $q$ ( $V$ )
$v_r^g$	:	vetor de tensão rotórica ( $V$ )
$v_{dr}^g, v_{qr}^g$	:	tensões rotóricas de eixos $d$ e $q$ ( $V$ )
$v_{s\_c}^s$	:	componente de alta frequência de $v_s^s(V)$
$v_{s\_f}^s$	:	componente fundamental de $v_s^s(V)$
$v_{s\_cp}^s$	:	componente de seqüência positiva de $v_{s\_c}^s(V)$
$v_{s\_cn}^s$	:	componente de seqüência negativa de $v_{s\_c}^s(V)$
$i_s^g$	:	vetor de corrente estatórica ( $A$ )
$i_{ds}^g, i_{qs}^g$	:	correntes estatóricas de eixos $d$ e $q$ ( $A$ )
$i_{dr}^g, i_{qr}^g$	:	correntes rotóricas de eixos $d$ e $q$ ( $A$ )
$i_{s\_c}^s$	:	componente de alta frequência de $i_s^s(V)$
$i_{s\_f}^s$	:	componente fundamental de $i_s^s(V)$
$i_{s\_cp}^s$	:	componente de seqüência positiva de $i_{s\_c}^s(V)$
$i_{s\_cn}^s$	:	componente de seqüência negativa de $i_{s\_c}^s(V)$
$\lambda_s^g$	:	vetor de fluxo estatórico ( $Wb$ )
$\lambda_{ds}^g, \lambda_{qs}^g$	:	fluxos estatóricos de eixos $d$ e $q$ ( $Wb$ )
$\lambda_r^g$	:	vetor de fluxo rotórico ( $Wb$ )
$\lambda_{dr}^g, \lambda_{qr}^g$	:	fluxos rotóricos de eixos $d$ e $q$ ( $Wb$ )
$\omega_g$	:	velocidade angular elétrica dos eixos $dq$ ( $rad/s$ )
$\omega_{sl}$	:	velocidade angular de escorregamento ( $rad/s$ )
$\omega_r$	:	velocidade angular elétrica do rotor ( $rad/s$ )
$\omega_e$	:	velocidade angular elétrica síncrona qualquer das grandezas da máquina ( $rad/s$ )
$\omega_g$	:	velocidade da variação da permeância no entreferro ( $rad/s$ )

$\omega_c$	:	frequência do sinal injetado ( $rad/s$ )
$f_{cem}$	:	força contra-eletromotriz ( $V$ )
$Z_s$	:	impedância estatórica ( $\Omega$ )
$\Sigma Z_s$	:	impedância média estatórica ( $\Omega$ )
$\Delta Z_s$	:	impedância diferencial estatórica ( $\Omega$ )
$\Sigma \sigma_{ls}$	:	indutância transiente média estatórica ( $\Omega$ )
$\Delta \sigma_{ls}$	:	impedância transiente diferencial estatórica ( $\Omega$ )
$\mu_o$	:	permeabilidade magnética do ar ( $H/m$ )
$D$	:	diâmetro do entreferro ( $m$ )
$l_e$	:	comprimento axial específico da máquina ( $m$ )
$g_e$	:	comprimento do entreferro ( $m$ )
$rpm$	:	velocidade em rotações por minuto
$cc$	:	corrente contínua
$ca$	:	corrente alternada
$h$	:	número harmônico da saliência
$k_p$	:	ganho proporcional do controlador $PI$ de corrente
$k_i$	:	ganho integral do controlador $PI$ de corrente
$k_d$	:	ganho diferencial do controlador $PI$ de corrente
$k_{ic}$	:	ganho integral do controlador $PI$ de corrente modificado
$k_{pc}$	:	ganho proporcional do controlador $PI$ de corrente modificado
$R$	:	número de ranhuras do rotor
$S$	:	número de ranhuras do estator
$\hat{\cdot}$	:	expoente que indica grandezas estimadas
$y_{hpf}^e$	:	qualquer grandeza (tensão ou corrente) no referencial síncrono
$y^e$	:	valor da grandeza filtrado

$\theta_r$	: posição mecânica do rotor ( <i>rad</i> )
$\theta_\epsilon$	: posição angular das grandezas da máquina em relação ao referencial estacionário ( <i>rad</i> )
$\theta_{rm}$	: posição mecânica do rotor relativa a origem do estator ( <i>rad</i> )
$\theta_{sm}$	: ângulo mecânico ao longo do estator relativo a origem do estator ( <i>rad</i> )
$\theta_{em}$	: posição mecânica da saliência ( <i>graus mecânicos</i> )
$\theta_c$	: ângulo do sinal injetado de alta frequência ( <i>graus mecânicos</i> )
$\phi$	: ângulo de deslocamento de fase ( <i>rad</i> )
$f_{sr}$	: função normalizada da permeância do entreferro
$f_{\epsilon sr}$	: função de permeância do entreferro para um rotor excêntrico
$N$	: função de enrolamento
$I_{c-p}$	: magnitude da componente de seqüência positiva de $i_{s-cp}^s$ ( <i>A</i> )
$I_{c-n}$	: magnitude da componente de seqüência negativa de $i_{s-cn}^s$ ( <i>A</i> )
$V_{c-p}$	: magnitude da componente de seqüência positiva de $v_{s-cp}^s$ ( <i>V</i> )
$V_{c-n}$	: magnitude da componente de seqüência negativa de $v_{s-cn}^s$ ( <i>V</i> )
$V_f$	: magnitude da componente fundamental $v_{s-f}^s$ ( <i>V</i> )
<i>IFO</i>	: controle com orientação indireta pelo fluxo rotórico (Indirect Field Oriented)
<i>DFO</i>	: controle com orientação direta pelo fluxo rotórico (Direct Field Oriented)
<i>HPF</i>	: filtro passa-alta
<i>LPF</i>	: filtro passa-baixa
<i>FFT</i>	: transformada de Fourier rápida complexa
$\epsilon$	: erro entre os vetores estimado e medido
<i>V/F</i>	: controle volts-Hertz

# Lista de Figuras

2.1	Variação da permeância de entreferro devido às ranhuras do estator e do rotor: segmentos pretos - representam as ranhuras; segmentos brancos - representam os dentes . . . . .	17
2.2	Tipos de excentricidades rotóricas: (a) excentricidade estática, (b) excentricidade dinâmica . . . . .	18
3.1	Modelo da máquina de indução: (a) Circuito equivalente de alta frequência convencional; (b) circuito equivalente de alta frequência aproximado. . . . .	45
3.2	Sentido de rotação dos vetores girantes: injeção de tensão e vetores resultantes de corrente . . . . .	48
3.3	Sentido de rotação dos vetores girantes: injeção de corrente e vetores resultantes de tensões . . . . .	49
3.4	Padrão elíptico traçado pelos vetores de tensão ou corrente quando uma saliência está presente na máquina: (a) $\theta_e = 0^\circ$ ; (b) $\theta_e = 45^\circ$ ; (c) $\theta_e = 90^\circ$ ; (d) $\theta_e = 120^\circ$ ; (e) $\theta_e = 135^\circ$ ; (f) $\theta_e = 180^\circ$ . . . . .	51
3.5	Padrão elíptico traçado pelos vetores de corrente quando duas saliências dependentes da posição rotórica estão presentes na máquina:: (a) $\theta_r = 0^\circ$ ; (b) $\theta_r = 15^\circ$ ; (c) $\theta_r = 30^\circ$ ; (d) $\theta_r = 45^\circ$ ; (e) $\theta_r = 75^\circ$ ; (f) $\theta_r = 90^\circ$ . . . . .	56
3.6	Padrão elíptico traçado pelos vetores de corrente quando duas saliências estão presentes na máquina:: (a) $\theta_r = 0^\circ, \theta_e = 0^\circ$ ; (b) $\theta_r = 0^\circ, \theta_e = 30^\circ$ ; (c) $\theta_r = 0^\circ, \theta_e = 60^\circ$ ; (d) $\theta_r = 0^\circ, \theta_e = 90^\circ$ ; . . . . .	57

3.7	Sobreposição dos padrões elípticos traçados pelos vetores de corrente quando duas saliências estão presentes na máquina: 1 saliência dependente da posição rotórica e outra dependente da posição do vetor de fluxo rotórico: $\theta_r = 0^\circ, \theta_e = 0^\circ - 360^\circ$ ; . . . . .	58
3.8	FFT do vetor corrente estatórica com excitação fundamental, referente ao modelo com uma saliência dependente da posição rotórica: (a) todos os componentes; (b) filtragem da componente positiva; (c) filtragem da componente fundamental e positiva; (d) filtragem dos componente fundamental e positiva, mostrada no referencial síncrono de seqüência negativa; . . . . .	63
3.9	FFT do vetor corrente estatórica com excitação fundamental, referente ao modelo com duas saliências dependentes da posição rotórica: (a) todos os componentes; (b) filtragem da componente positiva; (c) filtragem da componente fundamental e positiva; (d) filtragem dos componente fundamental e positiva no referencial síncrono de seqüência negativa: . . . . .	65
3.10	FFT do vetor corrente estatórica com excitação fundamental, referente ao modelo com duas saliências - uma depedente da posição rotórica e outra dependente da posição do vetor de fluxo rotórico: (a) todos os componentes; (b) filtragem do componente fundamental; (c) filtragem dos componentes fundamental e de seqüência positiva; (d) filtragem dos componentes fundamental e de seqüência positiva no referencial síncrono de seqüência negativa. . . . .	67
3.11	FFT do vetor de tensão estatórica com excitação fundamental, referente ao modelo com uma saliência dependente da posição rotórica: (a) todos os componentes; (b) filtragem do componente fundamental; (c) filtragem dos componentes fundamental e de seqüência positiva; (d) filtragem dos componentes fundamental e de seqüência positiva no referencial síncrono de seqüência negativa. . . . .	69

3.12	FFT do vetor de tensão estatórica com excitação fundamental, referente ao modelo com uma saliência dependente da posição rotórica: (a) todos os componentes; (b) filtragem do componente fundamental; (c) filtragem dos componentes fundamental e de seqüência positiva; (d) filtragem dos componentes fundamental e de seqüência positiva no referencial síncrono de seqüência negativa. . . . .	70
3.13	FFT do vetor de tensão estatórica com excitação fundamental, referente ao modelo com duas saliências - uma dependente da posição rotórica e outra dependente da posição do vetor de fluxo rotórico: (a) todos os componentes; (b) filtragem do componente fundamental; (c) filtragem dos componentes fundamental e de seqüência positiva; (d) filtragem dos componentes fundamental e de seqüência positiva no referencial síncrono de seqüência negativa. . . . .	72
3.14	FFT do vetor tensão estatórica experimental sem excitação fundamental e com uma saliência dependente da posição rotórica: (a) referencial estacionário; (b) referencial síncrono de seqüência negativo . . . . .	73
3.15	FFT do vetor tensão estatórica experimental com excitação fundamental e uma saliência dependente da posição rotórica: (a) referencial estacionário; (b) referencial síncrono de seqüência negativo . . . . .	74
4.1	Diagrama de blocos do controlador <i>PI</i> vetorial síncrono modificado; controlador fundamental implementado no referencial síncrono fundamental; controlador modificado implementado no referencial estatórico. . .	79
4.2	Injeção de um sinal de tensão de alta freqüência sobreposto à fundamental	80
4.3	Injeção de um sinal de corrente de alta freqüência sobreposto à fundamental	81
4.4	Filtro passa-alta para eliminação do componente fundamental . . . . .	82
4.5	Filtro passa-alta para eliminação do componente de seqüência positiva .	82

4.6	Observador para a estimação da posição rotórica numa máquina com uma saliência magnética: (a) no referencial estatórico, (b) no referencial síncrono de seqüência negativa . . . . .	84
4.7	Observador para a estimação da posição do vetor de fluxo numa máquina com uma saliência magnética . . . . .	85
4.8	Comparação entre as posições rotóricas medida e estimada com excitação fundamental presente numa máquina usando uma saliência dependente da posição rotórica (trajetória da velocidade do rotor: $0\ rpm \rightarrow -30\ rpm \rightarrow 30\ rpm \rightarrow 0\ rpm$ e $v_s^* = 250v$ ): (a) $\theta_r, \hat{\theta}_r$ ; (b) erro . . . . .	86
4.9	Tensão de seqüência negativa $v_{s-cn}^s$ ( $v_{ds-cn}^s, v_{qs-cn}^s$ ) observada durante o transitório que ocorre em $t = 3.0\ s$ . . . . .	87
4.10	Comparação entre as posições rotóricas medida e estimada com excitação fundamental presente numa máquina usando uma saliência dependente da posição rotórica (trajetória da velocidade do rotor: $0\ rpm \rightarrow -30\ rpm \rightarrow 30\ rpm \rightarrow 0\ rpm$ e $v_s^* = 50v$ ): (a) $\theta_r, \hat{\theta}_r$ ; (b) erro . . . . .	88
4.11	Diagrama de blocos do controlador <i>PI</i> vetorial síncrono modificado incluindo o desacoplamento da componente fundamental no controle das correntes de alta freqüência. . . . .	89
4.12	Comparação entre as posições rotóricas medida e estimada com excitação fundamental presente numa máquina usando uma saliência dependente da posição rotórica (trajetória da velocidade do rotor: $0\ rpm \rightarrow -15\ rpm \rightarrow 15\ rpm \rightarrow 0\ rpm$ ): (a) $\theta_r, \hat{\theta}_r$ ; (b) erro . . . . .	90
4.13	Comparação entre as posições rotóricas medida e estimada com excitação fundamental presente numa máquina usando duas saliências - ambas dependentes da posição rotórica (trajetória da velocidade do rotor: $0\ rpm \rightarrow -15\ rpm \rightarrow 15\ rpm \rightarrow 0\ rpm$ ): (a) $\theta_r, \hat{\theta}_r$ ; (b) erro . . . . .	91

4.14	Comparação entre as posições rotóricas medida e estimada com excitação fundamental presente numa máquina usando duas saliências - uma dependente da posição rotórica e outra dependente da posição do vetor de fluxo rotórico (trajetória da velocidade do rotor: $0 \text{ rpm} \rightarrow -15 \text{ rpm} \rightarrow 15 \text{ rpm} \rightarrow 0 \text{ rpm}$ ): (a) $\theta_r, \hat{\theta}_r$ ; (b) erro . . . . .	92
4.15	Comparação entre as posições do vetor de fluxo rotórico medido e estimado usando uma saliência dependente da saturação (condições de operação: 30% do fluxo nominal, à vazio e trajetória da velocidade do rotor: $0 \text{ rpm} \rightarrow -600 \text{ rpm} \rightarrow 600 \text{ rpm} \rightarrow 0 \text{ rpm}$ ) $\Rightarrow \theta_e, \hat{\theta}_e$ ; . . . . .	93
4.16	Diagrama de blocos do sistema . . . . .	94
4.17	Fluxograma da estratégia de controle e estimação . . . . .	95
4.18	FFT do vetor tensão estatórica experimental sem excitação fundamental e com uma saliência dependente da posição rotórica: (a) referencial estacionário; (b) referencial síncrono de seqüência negativo. . . . .	96
4.19	Observador para a estimação da posição rotórica com desacoplamento da saliência estacionária . . . . .	97
4.20	Vetores de tensão de alta freqüência: (a) $v_{s-c}^{cn}$ ; (b) $v_{s-cn}^{cn}$ ; (c) $v_{s-cn}^{cn}$ após o desacoplamento da saliência estacionária. . . . .	97
4.21	Comparação entre as posições rotóricas medida e estimada: (a) $\theta_r, \hat{\theta}_r$ ; (b) erro. . . . .	98
4.22	FFT do vetor tensão estatórica experimental com excitação fundamental e com uma saliência dependente da posição rotórica: (a) referencial estacionario; (b) referencial síncrono de seqüência negativo. . . . .	99
4.23	Comparação entre as posições rotóricas medida e estimada: (a) $\theta_r, \hat{\theta}_r$ ; (b) erro. . . . .	100
4.24	Comparação entre as posições rotóricas medida e estimada: (a) $\theta_r, \hat{\theta}_r$ ; (b) erro. . . . .	101

4.25 Padrão elíptico apresentado pelos vetores de tensão de alta frequência resultantes da injeção de corrente para três níveis diferentes de fluxo fundamental. . . . .	102
--	-----

# Lista de Tabelas

3.1	Parâmetros da máquina utilizada na simulação . . . . .	62
4.1	Parâmetros da máquina usada nos resultados experimentais . . . . .	94

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Contribuições desta Pesquisa . . . . .	6
1.2	Organização do Trabalho . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Modelagem da Máquina de Indução com Múltiplas Saliências</b>	<b>8</b>
2.1	Introdução . . . . .	8
2.2	Modelo Clássico da Máquina de Indução . . . . .	9
2.3	Modelagem da Máquina de Indução . . . . .	13
2.4	Modelo da Máquina de Indução com Múltiplas Saliências . . . . .	15
2.5	Cálculo Genérico da Indutância . . . . .	20
2.5.1	Indutâncias Harmônicas devido às Ranhuras do Estator e do Rotor	21
2.5.2	Indutâncias Harmônicas devido à Excentricidade do Rotor . . . . .	27
2.5.3	Indutâncias Harmônicas devido à Saturação . . . . .	31
2.5.4	Modelo Genérico das Indutâncias Harmônicas . . . . .	32
2.6	Conclusão . . . . .	37
<b>3</b>	<b>Injeção de um Sinal de Alta Freqüência e Simulação do Modelo</b>	<b>38</b>
3.1	Introdução . . . . .	38

3.2	Interação do Modelo com Sinais de Alta Fre-qüência . . . . .	39
3.2.1	Modelagem de uma Carga Desbalanceada . . . . .	40
3.2.2	Modelo de Alta Freqüência da Máquina de Indução . . . . .	43
3.2.3	Injeção de Sinal de Tensão e de Corrente . . . . .	46
3.2.4	Injeção de Tensão e Corrente em uma Máquina com Múltiplas Saliências . . . . .	50
3.3	Modelo da Simulação . . . . .	59
3.4	Resultados das Simulações da Modelagem e Comparação com Curvas Reais . . . . .	62
3.5	Conclusão . . . . .	74
<b>4</b>	<b>Aplicação da Modelagem: Estimação da Posição de Saliências Magnéticas</b>	<b>76</b>
4.1	Introdução . . . . .	76
4.2	Projeto do Controlador de Corrente . . . . .	77
4.2.1	Projeto do Controlador PI para Injeção de um Vetor de Corrente em uma Máquina com Saliências . . . . .	78
4.3	Estimação da Posição da Saliência . . . . .	80
4.3.1	Sistema de Filtragem dos Sinais . . . . .	81
4.3.2	Observador para a Estimação da Saliência . . . . .	83
4.4	Resultados de Simulação . . . . .	83
4.5	Resultados Experimentais . . . . .	93
4.6	Conclusão . . . . .	101
<b>5</b>	<b>Conclusão Final e Futuros Trabalhos</b>	<b>103</b>
5.1	Conclusão Final . . . . .	103
5.2	Sugestões para Futuros Trabalhos . . . . .	104

# Capítulo 1

## Introdução

O mercado industrial globalizado tornou-se cada vez mais competitivo e exigente quanto à qualidade e quantidade dos seus produtos. Para tanto, houve a necessidade da área de automação industrial desenvolver-se exigindo acionamentos de alto desempenho. Desta forma, a tecnologia de controle de alto desempenho e de estimação tem tido uma rápida evolução nos últimos anos e sua aceitação em acionamentos industriais tem crescido em aplicações, tais como: fábrica de aço, fábrica de papel, servomecanismo, máquinas ferramentas, robótica, elevadores e sistemas de transportes. A introdução de inversores estáticos à frequência variável, a partir dos anos 60, conduziu a uma era moderna de acionamentos *ca*. Inicialmente introduziu-se o controle de velocidade tipo  $V/F$  em malha aberta. Gradualmente, outras técnicas de controle escalar foram introduzidas para melhoria de desempenho do sistema. A descoberta da técnica de controle vetorial (ou com orientação pelo campo) na Alemanha e a demonstração de que o motor de indução podia ser controlado de forma semelhante àquela do motor de corrente contínua (*cc*) com excitação independente levou à utilização das máquinas *ca* em acionamentos de alto desempenho [1].

O advento dos microprocessadores fez com que o controle vetorial tivesse mais aceitação a partir dos anos 80. É interessante observar que técnicas de controle ótimo e controle adaptativo que foram previamente estudadas nos acionamentos *cc* poderiam agora ser facilmente estendidas para acionamentos *ca* controlados vetorialmente.

O advento dos chips *ASIC* (Application Specific Integrated Circuit), computadores pessoais, ferramentas de simulação amigáveis, técnicas de inteligência artificial (*IA*) e avanços da teoria de controle e de estimação têm continuamente estendido a fronteira da tecnologia de controle e de estimação [1].

Antes das pesquisas sobre controle com orientação pelo campo, tinha-se grande dificuldade na utilização das máquinas de indução em acionamentos de alto desempenho, pois se dava preferência ao emprego dos motores de corrente contínua que apresentavam facilidade de controle e possibilitavam rápidas respostas dinâmicas. Apesar da máquina assíncrona ser de construção mecânica simples e ser robusta, é um sistema com característica não linear, não estacionário (seus parâmetros variam com o tempo), multivariável com efeito de acoplamento, e tem uma dinâmica complexa de alta ordem. A supremacia das máquinas *cc* ocorria em função das máquinas assíncronas apresentarem pobre desempenho dinâmico associado às técnicas de controle até então existentes [2].

Após a descoberta da técnica de controle vetorial aliada ao desenvolvimento dos microprocessadores, os acionamentos de alto desempenho têm utilizado cada vez mais as máquinas assíncronas, em detrimento das máquinas de corrente contínua, que apresentam uma série de desvantagens, tais como: necessidade de manutenção periódica das escovas e dos comutadores, sensibilidade a ambientes corrosivos e explosivos, reduzida capacidade de comutação em alta velocidade, menor relação potência/peso, maior custo, maior inércia, menor robustez, menor confiabilidade do sistema de acionamento, etc [2], [3]. Através desta técnica consegue-se desempenho dinâmico com motores de indução superior àquele conseguido com motor de corrente contínua. O atual estado da arte em controles precisos de conjugado (eficiente, dinamicamente bem comportado, livre de oscilações, resposta rápida) e posição de máquinas de indução envolve o uso de um controlador vetorial ou orientado pelo campo. Isso é possível fazendo-se uso das técnicas de controle vetorial, para controlar fluxo e conjugado de forma independente de modo similar ao realizado no acionamento de máquinas de corrente contínua com excitação independente.

Para obter esta orientação pelo campo, é necessário que se saiba a amplitude e a

posição instantânea do vetor de fluxo rotórico ou, como também é denominado, ângulo de campo. Dependendo da forma como esta informação é obtida, têm-se dois métodos: o método indireto (*IFO*), descoberto por K. Hasse em 1969 e o direto (*DFO*), proposto por F. Blaschke em 1971 [1]. No controle vetorial direto, a posição e amplitude do vetor fluxo rotórico são determinadas através da medição direta do fluxo de entreferro, ou então são estimadas a partir das medições das grandezas terminais. Este método faz uso de sensores para medição do fluxo de entreferro e apresenta a vantagem de ser menos insensível à variação dos parâmetros do motor. Já o método indireto determina a posição do vetor de fluxo rotórico através da posição do rotor e da relação de escorregamento, ou seja, precisa do conhecimento da velocidade e é mais sensível a variações paramétricas. No método direto, quando os fluxos são estimados através de observadores, também há necessidade de ter-se o conhecimento da velocidade [4], [5], [6], [7]. A posição e/ou velocidade podem ser obtidas através do método clássico, acoplando-se um sensor destas grandezas ao eixo da máquina. A utilização de sensores e transdutores para medição de fluxo e posição/velocidade (por exemplo, sensores de efeito hall, bobinas pesquisadoras, encoders, resolvers, e tacômetros) localizados internamente ou no eixo da máquina, traz desvantagens ao sistema de acionamento, tais como: redução da confiabilidade, aumento do custo, diminuição da imunidade aos ruídos, redução da robustez.

Segundo Jansen e Lorenz [8] o custo computacional em tempo real vem decaindo continuamente com o progresso da microeletrônica e tem proporcionado uma ação favorável à substituição dos sensores mecânicos por métodos de estimação baseados em software. Assim, torna-se essencial reduzir o custo do acionamento e aumentar a robustez do sistema.

Técnicas de estimação de fluxo, posição/velocidade em máquinas assíncronas usando as propriedades terminais têm sido uma área muito ativa de pesquisa nos últimos anos. Por conseguinte, a estimação de posição e velocidade para acionamentos sem sensor de velocidade tornou-se um objeto de pesquisa de grande relevância, gerando-se na última década uma gama de diversidades de trabalhos publicados [8], [7], [9], [10], [11], [12], [13].

Estimação de fluxo, posição e velocidade em máquinas assíncronas são necessárias por duas razões distintas: a primeira é a orientação pelo campo já descrita acima, e a segunda é a diminuição do custo e aumento da confiabilidade do sistema. Um dos principais requisitos de qualquer malha de controle é fornecer rigidez dinâmica ao sistema de modo que as perturbações sejam rejeitadas. Estas exigências significam que qualquer estimativa usada para controle de movimento deve ter largura de faixa suficiente para fornecer a rigidez dinâmica necessária para o controle. Isto é uma das exigências mais rigorosas colocadas sobre o controle sem sensor e é uma das razões que muitas das técnicas falham em aplicações no mundo real.

Os métodos de estimação de velocidade e/ou posição, que são fundamentados na força contra-eletromotriz e que utilizam os efeitos secundários, tais como aqueles produzidos pelas ranhuras rotóricas, apresentam limitações de sensibilidade paramétrica (especialmente à constante de tempo rotórica) e dependência da excitação fundamental da máquina [14], [15], [16], [4], [17], [18]. Além do mais, não funcionam adequadamente em velocidade baixa e zero devido à falta de sinal. Isto ocorre em função de problemas de integração em baixas velocidades e devido aos valores pequenos dos sinais medidos provocarem alta influência de ruídos. Nenhuma dessas técnicas pode confiavelmente trabalhar em frequência zero, pois nesta frequência os estados rotóricos não são observáveis [19].

Portanto, para solução aos problemas citados anteriormente são apontados três requisitos necessários para que se possa obter uma estimação robusta, com ampla largura de faixa, e independente de parâmetros [20], [21]:

1. Excitação persistente e integrada, além da fundamental, é necessária para assegurar a estimação da posição em velocidades baixa e nula. Além do mais, a excitação deve utilizar o inversor já existente sem necessidade de hardware adicional;
2. Presença de uma saliência espacial no rotor da máquina. Isto permite uma estimação independente das variações dos parâmetros;

3. Processamento digital de sinais inteligente para que a técnica seja extensivamente utilizada numa ampla faixa de velocidade.

Nos últimos anos, tem se desenvolvido pesquisas com essas características, que são fundamentadas basicamente em duas principais categorias: injeção de sinal de alta frequência sobreposto ao componente fundamental [20], [21], [9], [22], [10], [11], [23], [13], [12], [24], [25], [26], [27], [28], [29] e na excitação criada pelo chaveamento do inversor PWM [30], [19]. Assim, consegue-se uma estimação independente da alimentação fundamental e, de preferência, independente dos parâmetros da máquina.

Portanto, propõe-se trabalhar com as técnicas de injeção de sinais de alta frequência sobreposto à alimentação fundamental para se estimar a posição rotórica ou fluxo independente da alimentação fundamental e, de preferência, independente dos parâmetros da máquina. A explicação dessa idéia consiste em injetar um sinal de alta frequência que produz um fluxo que se concentra na superfície do rotor como fluxo de dispersão. Introduzindo-se uma modulação espacial da indutância de dispersão rotórica, pode-se determinar a posição das saliências magnéticas em função dessas alterações. Através do desenvolvimento do modelo do motor de indução que considere os aspectos das saliências magnéticas é possível estimar com precisão a velocidade e posição do rotor. O objetivo deste trabalho, portanto, é desenvolver um modelo da máquina que seja capaz de reproduzir as saliências magnéticas existentes numa máquina real: efeitos das ranhuras, das excentricidades e da saturação. Então, este modelo será analisado na simulação e utilizado para a estimação da posição rotórica

O atual estado da arte em acionamentos de médio e alto desempenho de máquinas de indução sem sensores de posição exige controles precisos de conjugado e posição. Para esta obtenção é necessário o uso de um controlador vetorial ou orientado pelo campo. Este tipo de controle necessita, por sua vez, saber da posição rotórica e dos parâmetros da máquina. Por conseguinte, uma estimação precisa e com alta largura de faixa da posição torna o acionamento sem sensor bem mais barato e robusto.

## 1.1 Contribuições desta Pesquisa

A contribuição desta pesquisa basicamente é o desenvolvimento de uma modelagem da máquina de indução que permite o estudo da estimação da posição rotórica com injeção de sinais de alta frequência. Esta técnica apresenta confiabilidade e precisão nas estimativas no acionamento sem sensores de velocidade e/ou posição. Oferece capacidade de estimação da posição rotórica com uma ampla largura de faixa, atuando sobre uma ampla faixa de velocidades, incluindo velocidade baixa e nula. As contribuições de maiores relevâncias apresentadas neste trabalho são as seguintes:

- Desenvolvimento de um modelo para simulação do motor de indução que prediz com melhor exatidão os efeitos da saturação e como as saliências magnéticas interagem com a excitação da máquina;
- Simulação do modelo genérico de indutâncias da máquina e análise dos efeitos das saliências magnéticas. Para este estudo utiliza-se a modulação da indutância estática;
- Análise da técnica de injeção de um sinal de alta frequência sobreposto à excitação fundamental;
- Análise comparativa entre os resultados da simulação do modelo genérico de indutâncias com curvas reais.

## 1.2 Organização do Trabalho

No capítulo 2, apresenta-se o desenvolvimento de um modelo genérico para calcular a indutância da máquina com várias formas de saliências presentes, incluindo ranhuras no estator e no rotor, excentricidade do rotor e as induzidas pela saturação. Este modelo é determinado através da aplicação da técnica fundamentada na série de Fourier e inclui os efeitos de múltiplas saliências sobre a indutância da máquina.

No capítulo 3, descreve-se a técnica de injeção de sinal de alta frequência sobreposto à excitação fundamental para ser utilizada na estimação da posição rotórica. A técnica faz uso da injeção de sinal de alta frequência de tensão e tem como finalidade estimar a posição, velocidade e fluxo. Apresentam-se os resultados da simulação do modelo genérico das indutâncias da máquina desenvolvidos no Capítulo 2, para analisar como a excitação da máquina interage com as saliências presentes. A partir destas análises, observa-se que os efeitos das saliências na máquina surgem independentes do número de saliências e do tipo de excitação da máquina. Mostra-se que o sinal que contém informação espacial sobre a saliência pode ser isolado, usando-se técnicas de filtragem de sinais. Faz-se, ainda, uma análise comparativa dos dados da simulação com os resultados de curvas reais.

No capítulo 4, descreve-se a técnica de estimação da posição rotórica e do fluxo rotórico, utilizando-se os observadores de estado estilo Luenberger, analisando se os efeitos provocados por uma saliência. Verifica-se, também, a estimação da posição rotórica para o caso de múltiplas saliências. Por fim, analisam-se os resultados das estimações obtidos.

No capítulo 5, apresentam-se as principais conclusões obtidas nesta pesquisa e algumas sugestões para desenvolvimento futuro.

## Capítulo 2

# Modelagem da Máquina de Indução com Múltiplas Saliências

### 2.1 Introdução

Entende-se por saliência alguma variação na permeância do circuito magnético. Estas variações podem ser causadas basicamente por: excentricidade, ranhuras, saturação e intencionalmente introduzidas na máquina.

Saliências em máquinas elétricas têm sido objeto de pesquisa nos últimos anos. Na literatura existem vários exemplos de técnicas usadas para medição das saliências. As pesquisas se concentram principalmente sobre como determinar a presença das saliências a fim de se construírem modelos com maior exatidão para eliminar os seus efeitos indesejáveis na estimação da posição rotórica e do fluxo rotórico[14], [31], [16], [32], [33], [34], [35], [36], [37].

Saliências podem ser usadas para estimação da posição rotórica ou do vetor de fluxo. A velocidade e a posição rotórica podem ser detectadas a partir da modificação do projeto da máquina, tais como: variações na largura, profundidade ou preenchimento das ranhuras ao longo da superfície do rotor [21]. Podem ser estimadas, também, através das saliências produzidas pela ranhuras do estator/rotor. Os efeitos da excentricidade do

rotor e da saturação são normalmente indesejáveis e, portanto, devem ser eliminados [11], [26], [38].

Neste capítulo desenvolve-se um estudo da modelagem da máquina de indução. Inicialmente faz-se uma breve revisão do modelo clássico geralmente utilizado para simulação, que considera a máquina sem ranhuras (rotor cilíndrico). Em acionamentos de alto desempenho sem sensor onde se necessita da estimação de fluxo, posição e velocidade com maior exatidão, é crucial que se faça o desenvolvimento de uma modelagem que obtenha maior precisão da indutância.

Portanto, o principal objetivo deste capítulo é desenvolver um modelo da máquina que considere os efeitos das variações nas indutâncias (saliências) devido à presença de ranhuras e saturação. A presença das saliências pode gerar erros na estimação da posição rotórica e do ângulo de fluxo. Para o desenvolvimento deste modelo genérico estudou-se o modo como a presença das saliências causa variações espaciais na permeância da máquina. Verifica-se, ainda, que as saliências presentes numa máquina podem ser dependentes da posição rotórica e do fluxo, portanto, o modelo construído deve ser capaz de modelar completamente qualquer tipo de saliência presente na máquina. Esta modelagem servirá de suporte para simulação da máquina quando da aplicação da técnica de injeção de sinal de alta frequência para estimação das saliências magnéticas.

## 2.2 Modelo Clássico da Máquina de Indução

O desenvolvimento de um modelo do motor de indução simplificado e que seja conveniente para ser usado para fins de simulação requer algumas suposições, sem contudo afetar a precisão dos resultados [39], [3]:

- A máquina é considerada simétrica trifásica, equilibrada, composta por enrolamentos conectados em estrela;
- Máquina sem ranhuras com entreferro constante (máquina com rotor cilíndrico);

- Distribuição senoidal do fluxo magnético;
- O circuito magnético é linear (saturação e histerese são desprezadas);
- O ferro é ideal (permeabilidade infinita)

Como o modelo em variáveis naturais (abc) é inconveniente para ser utilizado em simulação, visto que apresenta parâmetros variantes com posição angular do rotor (varia com o tempo) e demanda maior tempo de processamento, o modelo equivalente da máquina bifásica dq é o mais adequado para ser usado, pois seus parâmetros são constantes.

As equações que modelam a máquina bifásica dq em um referencial qualquer podem ser expressas por:

- Equações das tensões do estator e do rotor.

$$v_{qs}^g = r_s i_{qs}^g + \frac{d}{dt} \lambda_{qs}^g + \omega_g \lambda_{ds}^g \quad (2.1)$$

$$v_{ds}^g = r_s i_{ds}^g + \frac{d}{dt} \lambda_{ds}^g - \omega_g \lambda_{qs}^g \quad (2.2)$$

$$v_{qr}^g = r_r i_{qr}^g + \frac{d}{dt} \lambda_{qr}^g + (\omega_g - \omega_r) \lambda_{dr}^g \quad (2.3)$$

$$v_{dr}^g = r_r i_{dr}^g + \frac{d}{dt} \lambda_{dr}^g - (\omega_g - \omega_r) \lambda_{qr}^g \quad (2.4)$$

O conjunto de equações dos fluxos concatenados é dado por (2.5) [39],

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qds}^g \\ \lambda_{qdr}^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_s L_s (k_s)^{-1} & k_s L_{sr} (k_r)^{-1} \\ k_r (L_{sr})^T (k_s)^{-1} & k_r L_r (k_r)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qds}^g \\ i_{qdr}^g \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

onde:

$$k_s = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \text{sen} \theta & \text{sen} \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \text{sen} \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$k_s^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen} \theta & 1 \\ \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \text{sen} \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \\ \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) & \text{sen} \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$k_r = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \beta & \cos \left( \beta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \beta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \text{sen} \theta & \text{sen} \left( \beta - \frac{2\pi}{3} \right) & \text{sen} \left( \beta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$k_r^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \beta & \text{sen} \beta & 1 \\ \cos \left( \beta - \frac{2\pi}{3} \right) & \text{sen} \left( \beta - \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \\ \cos \left( \beta + \frac{2\pi}{3} \right) & \text{sen} \left( \beta + \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$k_s L_s (k_s)^{-1} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + L_m & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$k_r L_r (k_r)^{-1} = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_{lr} + L_m & 0 \\ 0 & 0 & L_{lr} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$k_s L_{sr} (k_r)^{-1} = k_r (L_{sr})^T (k_s)^{-1} = \begin{bmatrix} L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\beta = \theta - \theta_r \quad (2.13)$$

onde  $\theta_r$  é a posição angular e  $\beta$  é a posição angular do referencial para o qual as grandezas estão sendo transformadas em relação ao referencial rotórico.

- Equações dos fluxos do estator e do rotor.

Substituindo as equações (2.10), (2.11), (2.12) em (2.5) encontram-se as expressões para os fluxos concatenados do estator e do rotor. Na forma expandida podem ser expressos por:

$$\lambda_{qs}^g = L_s i_{qs}^g + L_m i_{qr}^g = L_{ls} i_{qs}^g + L_m (i_{qs}^g + i_{qr}^g) \quad (2.14)$$

$$\lambda_{ds}^g = L_s i_{ds}^g + L_m i_{dr}^g = L_{ls} i_{ds}^g + L_m (i_{ds}^g + i_{dr}^g) \quad (2.15)$$

$$\lambda_{qr}^g = L_r i_{qr}^g + L_m i_{qs}^g = L_{lr} i_{qr}^g + L_m (i_{qs}^g + i_{qr}^g) \quad (2.16)$$

$$\lambda_{dr}^g = L_r i_{dr}^g + L_m i_{ds}^g = L_{lr} i_{dr}^g + L_m (i_{ds}^g + i_{dr}^g) \quad (2.17)$$

sendo: “ $g$ ” o sobrescrito que representa um referencial genérico;  $v_{qs}^g, v_{ds}^g$  as tensões estatóricas de eixos  $q$  e  $d$ ;  $i_{qs}^g, i_{ds}^g$  as correntes estatóricas de eixos  $q$  e  $d$ ;  $\lambda_{qs}^g, \lambda_{ds}^g$  os fluxos estatóricos de eixos  $q$  e  $d$ ;  $i_{qr}^g, i_{dr}^g$  as correntes rotóricas de eixos  $q$  e  $d$ , referenciadas ao estator;  $r_s$  a resistência estatórica;  $L_s$  a indutância própria do estator;  $L_{ls}$  a indutância de dispersão estatórica,  $L_m$  a indutância mútua entre os enrolamentos do estator e rotor;  $L_{sr}$  indutância mútua referenciada ao estator;  $v_{qr}^g, v_{dr}^g$  as tensões rotóricas de eixos  $q$  e  $d$ ;  $\lambda_{dr}^g, \lambda_{qr}^g$  os fluxos rotóricos de eixos  $q$  e  $d$ ;  $r_r$  a resistência rotórica referenciada ao estator;  $L_r$  a indutância própria do rotor referenciada ao estator;  $L_{lr}$  a indutância de dispersão rotórica,  $\omega_r$  a velocidade angular elétrica do rotor e  $\omega_g$  a velocidade angular dos eixos  $dq$ .

Expressando as equações (2.1)-(2.4) e (2.14)-(2.17) na forma do modelo equivalente vetorial complexo, em um referencial  $dq$  genérico, tem-se as equações (2.18)-(2.21) [3]:

- Expressões de tensões estatórica e rotórica

$$v_s^g = r_s i_s^g + \left( \frac{d}{dt} + j\omega_g \right) \lambda_s^g \quad (2.18)$$

$$v_r^g = r_r i_r^g + \left[ \frac{d}{dt} + j(\omega_g - \omega_r) \right] \lambda_r^g \quad (2.19)$$

- Expressões de fluxos estatórico e rotórico

$$\lambda_s^g = L_s i_s^g + L_m i_r^g \quad (2.20)$$

$$\lambda_r^g = L_m i_s^g + L_r i_r^g \quad (2.21)$$

com

$$v_s^g = v_{qs}^g - j v_{ds}^g$$

$$v_r^g = v_{qr}^g - j v_{dr}^g$$

$$i_s^g = i_{qs}^g - j i_{ds}^g$$

$$i_r^g = i_{qr}^g - j i_{dr}^g$$

$$\lambda_s^g = \lambda_{qs}^g - j \lambda_{ds}^g$$

$$\lambda_r^g = \lambda_{qr}^g - j \lambda_{dr}^g$$

sendo:  $v_s^g$ ,  $v_r^g$  os vetores de tensão estatórica e rotórica;  $i_s^g$ ,  $i_r^g$  os vetores de corrente estatórica e rotórica;  $\lambda_s^g$ ,  $\lambda_r^g$  os vetores de fluxo estatórico e rotórico.

– Equações do conjugado e da velocidade

$$T_e = \frac{P}{2} \frac{L_m}{L_r} (i_{qs}^g \lambda_{dr}^g - i_{ds}^g \lambda_{qr}^g) \quad (2.22)$$

$$\frac{P}{2} (T_e - C_m) = J \frac{d}{dt} \omega_r + b_p \omega_r \quad (2.23)$$

$$\frac{d}{dt} \theta_r = \omega_r \quad (2.24)$$

sendo:  $T_e$ ,  $C_m$  os conjugados eletromagnético e mecânico,  $J$  o momento de inércia,  $b_p$  o coeficiente de atrito viscoso,  $P$  o número de pólos,  $\theta_r$  a posição rotórica. Observe que este modelo pode ser aplicado tanto para máquinas de indução com rotor bobinado quanto para máquinas com rotor em gaiola. Neste trabalho de pesquisa será considerado as máquinas com rotor em gaiola, e assim, as tensões rotóricas são nulas ( $v_{qr}^g = v_{dr}^g = 0$  ou  $v_r^g = 0$ )

## 2.3 Modelagem da Máquina de Indução

O desenvolvimento de um modelo com maior exatidão das indutâncias da máquina de indução possibilita um melhor estudo de como as variações na permeância do circuito magnético afetam a estimação de fluxo, velocidade e posição rotórica, ou mesmo podem servir para estimar estas grandezas. Assim, pode-se obter esta modelagem supondo que a máquina tenha alguma saliência magnética. Diz-se que uma máquina tem saliência

magnética quando se obtém qualquer forma de variação nas indutâncias em função da posição rotórica ou do ângulo do fluxo.

Existem vários métodos usados para modelar a presença das saliências em máquina de indução. Dentre estas, a mais básica e amplamente usada destas técnicas é fundamentada no uso da série de Fourier para representar as variações espaciais nos enrolamentos da máquina e na permeância do entreferro [33], [40], [41], [11]. Utiliza-se a série de Fourier devido à natureza discreta dos enrolamentos da máquina. O modelo desenvolvido por Cuzner [33] usa a aproximação das séries de Fourier para as variações espaciais na permeância do entreferro de uma máquina com ranhuras no estator/rotor e excentricidade do rotor. O principal objetivo deste modelo foi relacionar o conteúdo da excitação fundamental com as saliências parasitas na máquina. O modelo é limitado, pois somente observa um pequeno subconjunto das formas potenciais que uma saliência pode influenciar na indutância da máquina. Devido a esta limitação, esta técnica não fornece um modelo geral que inclua os diversos modos como as saliências podem afetar a indutância da máquina.

A equação utilizada para calcular a indutância entre dois enrolamentos é mostrada em (2.25), sendo que as funções dos enrolamentos dadas por  $N_x(\theta_{sm})$ ,  $N_y(\theta_{sm})$ , e a variação da permeância no entreferro,  $f_{sr}(\theta_{sm}, \theta_{rm})$ , podem ser representadas usando série de fourier. O cálculo da indutância é baseado no fluxo concatenado entre dois enrolamentos devido à corrente em um dos enrolamentos. Usando-se a expansão em série de Fourier, é possível calcular a indutância dos vários harmônicos separadamente.

$$\begin{aligned} L_{xy} &= \frac{\lambda_{xy}(\theta_{rm}, t)}{i_y(t)} \\ &= \frac{\mu_o D l_e}{2g_e} \int_0^{2\pi} N_x(\theta_{sm}) f_{sr}(\theta_{sm}, \theta_{rm}) N_y(\theta_{sm}) d\theta_{sm} \end{aligned} \quad (2.25)$$

sendo:

- $x$  :  $x$ -ésimo enrolamento;
- $y$  :  $y$ -ésimo enrolamento;

- $\lambda_{xy}$  : fluxo que concatena o  $x$ -ésimo enrolamento gerado pelo  $y$ -ésimo enrolamento;
- $i_y$  : corrente no  $y$ -ésimo enrolamento;
- $\theta_{rm}$  : posição mecânica do rotor relativa a origem do estator;
- $\theta_{sm}$  : ângulo mecânico ao longo do estator relativo a origem do estator;
- $\mu_o$  : permeabilidade magnética do ar;
- $D$  : diâmetro do entreferro;
- $l_e$  : comprimento axial específico da máquina;
- $g_e$  : comprimento do entreferro;
- $N_x$  :  $x$ -ésima função de enrolamento;
- $N_y$  :  $y$ -ésima função de enrolamento;
- $f_{sr}$  : função normalizada da permeância de entreferro.

## 2.4 Modelo da Máquina de Indução com Múltiplas Saliências

O modelo da máquina síncrona a polos salientes, desenvolvido por Park [39], e amplamente usado para modelar as máquinas síncronas salientes, depende da saliência ser senoidalmente distribuída, tendo um período igual ao passo polar da máquina, e girando na mesma velocidade do rotor ou fluxo. Embora as saliências mais importantes para análise da componente fundamental nas máquinas satisfaçam estes requisitos, existe uma ampla faixa de saliências que não satisfazem. As principais causas da presença das saliências secundárias numa máquina *ca* são a natureza discreta dos enrolamentos da máquina, o processo de fabricação e as características magnéticas não lineares do ferro. Conforme a origem de suas causas, pode-se classicá-las dentro de três grandes grupos: ranhuras do rotor e do estator, rotor excêntrico e induzidas pela saturação. No trabalho de Degner [11], encontra-se um estudo detalhado que descreve como a permeância magnética é afetada por estas saliências secundárias. O modo como estas saliências causam variações espaciais na permeância da máquina é crítico na determinação da presença ou da magnitude de qualquer variação na indutância. Descrevem-se a seguir

as principais conclusões desta pesquisa:

- Variações da permeância devido às ranhuras do estator e do rotor:
  - As ranhuras dos enrolamentos do estator ou do rotor isoladamente causam uma variação na permeância de entreferro com período igual ao passo da ranhura. Por razões de projeto, como as máquinas são normalmente dimensionadas com um grande número de ranhuras por pólo, a variação da permeância devido às ranhuras do estator ou do rotor isoladamente tem um período pequeno, ou uma alta frequência relativa ao passo polar da máquina. Por causa disto, ela normalmente não produz uma variação espacial significativa na indutância dos enrolamentos da máquina;
  - As variações da permeância no entreferro causadas pelas ranhuras do estator e rotor tornam-se significantes quando ambas estão presentes na máquina e têm um número de períodos, ou de pólos, que é igual à diferença entre o número de ranhuras do rotor e estator. As ranhuras do estator e do rotor são representadas na figura por dois discos com segmentos alternados em brancos e pretos. Quando os discos são sobrepostos, observa-se uma variação da permeância, na qual as áreas em branco representam alta permeância no entreferro e as áreas em preto representam baixa permeância no entreferro (Veja Figura 2.1). Um segundo interessante efeito é a velocidade com que a variação da permeância no entreferro se move à medida que o rotor gira. Sua equação (2.26) é válida para ( $R \neq S$ ) e pode ser expressa por:

$$\omega_{gap} = \frac{R}{R - S} \omega_{rm} \quad (2.26)$$

sendo:  $w_{gap}$  a velocidade da variação da permeância no entreferro,  $w_{rm}$  a velocidade mecânica do rotor,  $R$  o número de ranhuras do rotor,  $S$  o número de ranhuras do estator. Conclui-se, ainda, que o sentido de movimento da variação da permeância é função dos valores de  $R$  e  $S$ . Quando  $R > S$  a variação da permeância gira no mesmo sentido do movimento do rotor. Caso contrário  $R < S$ , gira no sentido inverso. Um caso final interessante ocorre

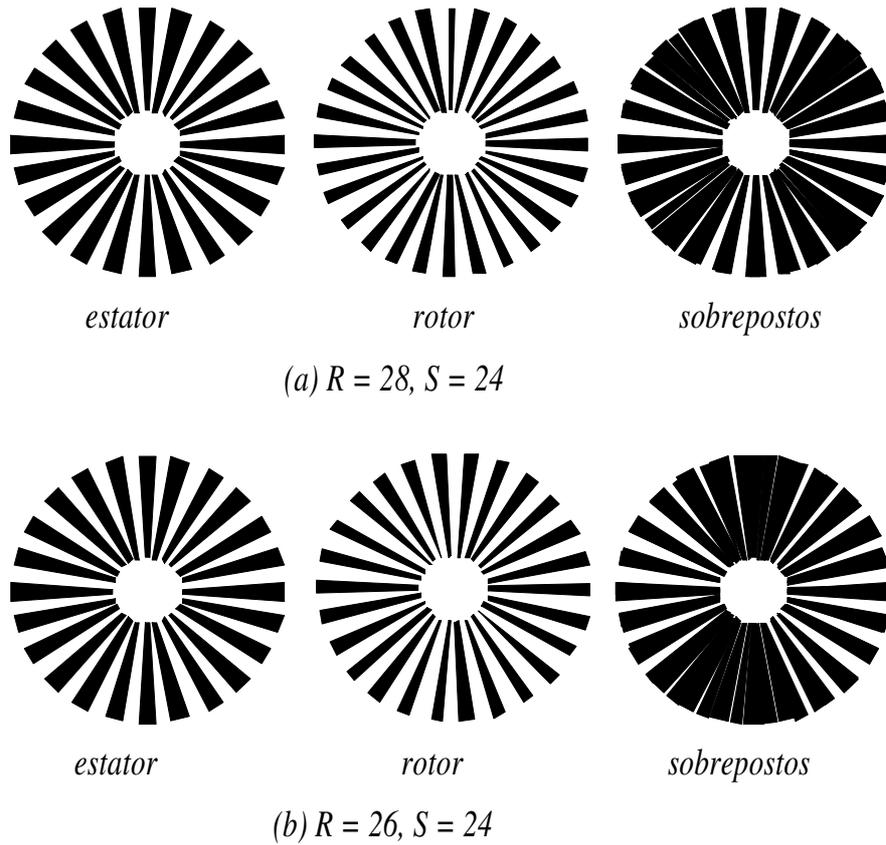


Figura 2.1: Variação da permeância de entreferro devido às ranhuras do estator e do rotor: segmentos pretos - representam as ranhuras; segmentos brancos - representam os dentes

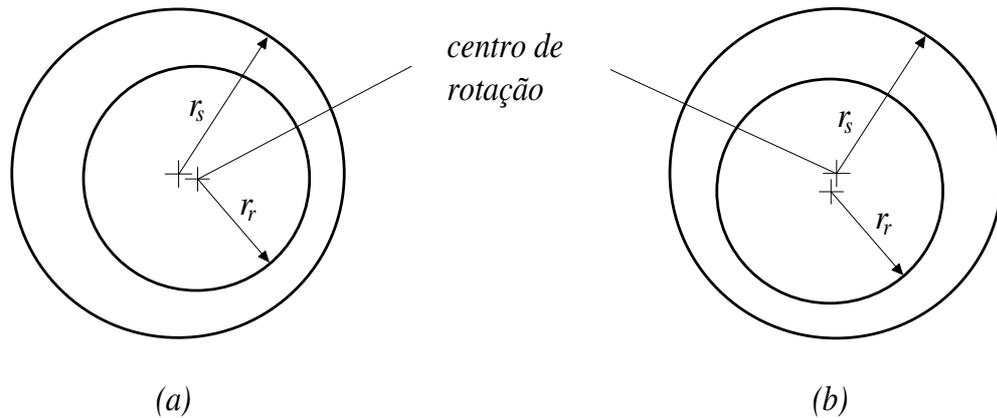


Figura 2.2: Tipos de excentricidades rotóricas: (a) excentricidade estática, (b) excentricidade dinâmica

quando o número de ranhuras do estator e do rotor são iguais  $R = S$ , e a variação da permeância girará na mesma velocidade do rotor. Este tipo de projeto na máquina geralmente é evitado em razão de provocar altas ondulações no conjugado (*cogging torque*) pois está associado com o número iguais de ranhuras do estator e do rotor;

- Variações da permeância devido a um rotor excêntrico:
  - As excentricidades nos rotores são geralmente originadas por erros de fabricação e montagem, desgaste no transporte e em geral não são determinísticas, a menos que exista outro problema sistemático na fabricação ou a excentricidade foi deliberadamente projetada dentro da máquina. Por causa disto, as excentricidades nos rotores não são normalmente utilizadas para a estimação da posição rotórica e do ângulo de fluxo, pois provocam efeitos secundários prejudiciais a esta estimação;
  - Excentricidades rotóricas podem ser classificadas em dois tipos, dependendo de como elas se manifestam na máquina: excentricidade estática e excentricidade dinâmica. A excentricidade estática ocorre quando há um deslocamento entre o centro geométrico do estator e do rotor, com o rotor girando

sobre seu eixo geométrico (Veja Figura 2.2a). Ela causa uma variação na permeância do entreferro que não varia com a posição do rotor e, por causa disto, não causará nenhuma variação na indutância da máquina que seja dependente da posição rotórica. Por sua vez, a excentricidade dinâmica ocorre quando há um deslocamento entre os centros geométricos do estator e do rotor, sendo que o rotor gira em torno do centro geométrico do estator. Esta última provoca uma variação na permeância do entreferro, que gira no mesmo sentido e com a mesma velocidade do rotor (Veja Figura 2.2b). Isto é diferente do caso de variações causadas pelas ranhuras do estator e do rotor, em que a variação da permeância no entreferro gira com um múltiplo da velocidade do rotor;

- Variações da permeância devido aos efeitos da saturação:
  - A saturação do ferro pode ser modelada por um aumento equivalente no comprimento do entreferro (decréscimo da permeância do entreferro) no local onde a saturação ocorre [40], [41];
  - Uma vez que a saturação é causada pelo fluxo na máquina, ela gira na mesma velocidade do fluxo. Isto significa que a variação da permeância no entreferro equivalente, que modela os efeitos da saturação, também gira na mesma velocidade do fluxo que a causou. Isto é equivalente ao caso da excentricidade dinâmica do rotor;
  - A saturação necessariamente não ocorre de forma senoidal e a variação da permeância que modela os efeitos da saturação pode consistir de uma série harmônica.

## 2.5 Cálculo Genérico da Indutância

A indutância mútua entre dois enrolamentos estáticos,  $x$  e  $y$ , considerando os harmônicos, pode ser calculada através da equação (2.27), [40], [41].

$$\begin{aligned} L_{xuyv}(\theta_{rm}) &= \frac{\lambda_{xuyv}(\theta_{rm}, t)}{i_y(t)} \\ &= \frac{\mu_o D l_e}{2g_e} \int_0^{2\pi} N_{xu}(\theta_{sm}) f_{sr}(\theta_{sm}, \theta_{rm}) N_{yv}(\theta_{sm}) d\theta_{sm} \end{aligned} \quad (2.27)$$

sendo:

- $u$  :  $u$ -ésimo harmônico do  $x$ -ésimo enrolamento;
- $v$  :  $v$ -ésimo harmônico do  $y$ -ésimo enrolamento;
- $\lambda_{xuyv}$  : fluxo que concatena o  $u$ -ésimo harmônico do  $x$ -ésimo enrolamento gerado pelo  $v$ -ésimo harmônico do  $y$ -ésimo enrolamento;
- $N_{xu}$  :  $u$ -ésimo harmônico da  $x$ -ésima função de enrolamento;
- $N_{yv}$  :  $v$ -ésimo harmônico da  $y$ -ésima função de enrolamento;

As funções de enrolamentos são dadas por:

$$N_{xu}(\theta_{sm}) = N_{xu} \cos \left[ u \left( \frac{P}{2} \theta_{sm} + \phi_x \right) \right] \quad (2.28)$$

$$N_{yv}(\theta_{sm}) = N_{yv} \cos \left[ v \left( \frac{P}{2} \theta_{sm} + \phi_y \right) \right] \quad (2.29)$$

sendo:

- $P$  : número de pólos da máquina;
- $\phi_x$  : deslocamento de fase do  $x$ -ésimo enrolamento relativo a origem do estator;
- $\phi_y$  : deslocamento de fase do  $y$ -ésimo enrolamento relativo a origem do estator;

O produto das funções de enrolamentos na expressão (2.27) será dado por:

$$N_{xu}(\theta_{sm}) N_{yv}(\theta_{sm}) = N_{xu} N_{yv} \cos \left[ u \left( \frac{P}{2} \theta_{sm} + \phi_x \right) \right] \cos \left[ v \left( \frac{P}{2} \theta_{sm} + \phi_y \right) \right] \quad (2.30)$$

Utilizando a identidade trigonométrica (2.31) e simplificando, a equação resultante do produto das funções dos enrolamentos será dada por (2.32)

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a + b) + \cos(a - b)] \quad (2.31)$$

$$\frac{N_{xu}N_{yv}}{2} \left\{ \cos \left[ (u+v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x + v\phi_y \right] + \cos \left[ (u-v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x - v\phi_y \right] \right\} \quad (2.32)$$

Substituindo (2.32) em (2.27) e simplificando, tem-se:

$$\begin{aligned} L_{xyv}(\theta_{rm}) = & \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} \int_0^{2\pi} \left\{ \cos \left[ (u+v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x + v\phi_y \right] \right. \\ & \left. + \cos \left[ (u-v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x - v\phi_y \right] \right\} f_{sr}(\theta_{sm}, \theta_{rm}) d\theta_{sm} \quad (2.33) \end{aligned}$$

### 2.5.1 Indutâncias Harmônicas devido às Ranhuras do Estator e do Rotor

Numa máquina de indução, geralmente se considera o entreferro uniforme. Porém, devido à presença das ranhuras do estator e do rotor, o entreferro torna-se não uniforme. Esta variação da permeância no entreferro pode produzir variações espaciais nas indutâncias dos enrolamentos que podem ser dependentes do número de ranhuras do estator e do rotor, da forma geométrica da ranhura, e da inclinação da ranhura. Portanto, a permeância do entreferro da máquina com ranhuras no estator e no rotor pode ser representada através de uma série de Fourier [40], [41], como mostra a equação (2.34).

$$\begin{aligned} f_{sr}(\theta_{sm}, \theta_{rm}) \cong & f_{s0}f_{r0} + \sum_{m=1}^{\infty} f_{sm}f_{r0} \cos(mS\theta_{sm}) \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} f_{s0}f_{rn} \cos[nR(\theta_{sm} - \theta_{rm})] \\ & + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} f_{sm}f_{rn} \{ \cos[(nR + mS)\theta_{sm} - nR\theta_{rm}] \\ & + \cos[(nR - mS)\theta_{sm} - nR\theta_{rm}] \} \quad (2.34) \end{aligned}$$

sendo:

- $m$  :  $m$ -ésimo harmônico da permeância de entreferro estatórica;
- $n$  :  $n$ -ésimo harmônico da permeância de entreferro rotórica;

$f_{s0}, f_{r0}$  : funções de permeância com estator e rotor lisos, respectivamente  
 $f_{sm}, f_{rm}$  : funções de permeância com ranhuras no estator e no rotor

Analisando a equação (2.34), nota-se que ela consiste de quatro termos que podem ser associados a uma combinação particular de ranhuras do estator e do rotor. O primeiro termo representa uma máquina com entreferro liso, o segundo termo representa uma máquina com ranhuras no estator e com rotor liso, o terceiro termo representa uma máquina com estator liso e com ranhuras no rotor e o quarto termo representa uma máquina com ranhuras no estator e no rotor.

A equação completa da indutância de uma máquina com ranhuras no estator e no rotor (2.35) pode ser determinada através da substituição de (2.34) em (2.33).

$$\begin{aligned}
 L_{xuyv}(\theta_{rm}) = & \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} \left\{ f_{s0} f_{r0} \int_0^{2\pi} \left[ \cos \left[ (u+v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x + v\phi_y \right] \right. \right. \\
 & + \cos \left[ (u-v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x - v\phi_y \right] d\theta_{sm} \\
 & + f_{r0} \sum_{m=1}^{\infty} f_{sm} \int_0^{2\pi} \left[ \cos \left[ (u+v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x + v\phi_y \right] \right. \\
 & + \cos \left[ (u-v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x - v\phi_y \right] \left. \right] \cos(mS\theta_{sm}) d\theta_{sm} \\
 & + f_{s0} \sum_{n=1}^{\infty} f_{rn} \int_0^{2\pi} \left[ \cos \left[ (u+v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x + v\phi_y \right] \right. \\
 & + \cos \left[ (u-v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x - v\phi_y \right] \left. \right] \cos[nR(\theta_{sm} - \theta_{rn})] d\theta_{sm} \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} f_{sm} f_{rn} \int_0^{2\pi} \left[ \cos \left[ (u+v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x + v\phi_y \right] \right. \\
 & + \cos \left[ (u-v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x - v\phi_y \right] \left. \right] \left[ \cos[(nR+mS)\theta_{sm} - nR\theta_{rm}] \right. \\
 & \left. + \cos[(nR-mS)\theta_{sm} - nR\theta_{rm}] \right] d\theta_{sm} \left. \right\} \quad (2.35)
 \end{aligned}$$

Aplicando-se às relações trigonométricas (2.36), (2.37) em (2.35) pode-se simplificar a equação da indutância completa.

$$\int \cos(A\theta_{sm} + \delta) \cos(B\theta_{sm} + \gamma) d\theta_{sm} = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{se } A \neq B \\ \pi \cos(\delta - \gamma) & \text{se } A = B \\ \pi \cos(\delta + \gamma) & \text{se } A = -B \end{array} \right\} \quad (2.36)$$

$$\int \cos(A\theta_{sm} + \delta) d\theta_{sm} = 0 \text{ se } A \text{ é um inteiro } \neq 0 \quad (2.37)$$

Cada termo da integral mostrada em (2.35) será analisado separadamente. Isto resultará nas seguintes integrais (2.38)-(2.72).

1º termo:

$$L_{xyuv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} f_{s0} f_{r0} \int_0^{2\pi} \cos \left[ (u+v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x + v\phi_y \right] d\theta_{sm} = 0 \quad (2.38)$$

Como a equação (2.38) é uma integral de uma função cosseno sobre um número inteiro de períodos ela sempre será igual a zero.

2º termo:

$$L_{xyuv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} f_{s0} f_{r0} \int_0^{2\pi} \cos \left[ (u-v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x - v\phi_y \right] d\theta_{sm} = 0 \quad (2.39)$$

Esta equação (2.39), também é uma integral de uma função cosseno sobre um número inteiro de períodos de modo que será sempre zero, a menos que  $u = x$ . Neste caso, o resultado será uma indutância entre dois enrolamentos para uma máquina com entreferro liso, (2.40)

$$L_{xyuv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} f_{r0} 2\pi \cos(u\phi_x - v\phi_y) \quad (2.40)$$

3º termo:

$$L_{xyuv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} f_{r0} \sum_{m=1}^{\infty} f_{sm} \int_0^{2\pi} \cos \left[ (u+v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x + v\phi_y \right] \cos(mS\theta_{sm}) d\theta_{sm} \quad (2.41)$$

Conforme a equação (2.36), a integral mostrada em (2.41) será sempre zero. Exceto quando a condição (2.42) for satisfeita. Neste caso, a indutância resultante é dada por (2.43)

$$(u + v) \frac{P}{2} = mS \quad (2.42)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} f_{r0} f_{sm} \pi \cos [u\phi_x + v\phi_y] \quad (2.43)$$

4º termo:

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} f_{r0} \sum_{m=1}^{\infty} f_{sm} \int_0^{2\pi} \cos \left[ (u - v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x - v\phi_y \right] \cos(mS\theta_{sm}) d\theta_{sm} \quad (2.44)$$

Similar ao caso anterior, esta integral será diferente de zero quando é satisfeita a condição (2.45). Neste caso, o termo da indutância resultante é dado por (2.46)

$$\left| (u - v) \frac{P}{2} \right| = mS \quad (2.45)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} f_{r0} f_{sm} \pi \cos [u\phi_x - v\phi_y] \quad (2.46)$$

As integrais (2.41) e (2.44) representam o resultado de ranhuras somente do estator. Estas estarão sempre presentes, mesmo se o rotor for uniforme. Elas representam uma indutância mútua entre dois enrolamentos causados pelos harmônicos da permeância de um entreferro não uniforme, criado pelo acoplamento das ranhuras do estator com os harmônicos das funções dos enrolamentos. Os resultados destas duas integrais não contêm informação da posição do rotor. Isto ocorre porque as ranhuras do estator são fixas.

5º termo:

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} f_{s0} \sum_{m=1}^{\infty} f_{rn} \int_0^{2\pi} \cos \left[ (u + v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x + v\phi_y \right] \cos(nR(\theta_{sm} - \theta_{rm})) d\theta_{sm} \quad (2.47)$$

O resultado desta equação dado em (2.49) será diferente de zero, quando satisfizer a condição (2.48)

$$\left| (u + v) \frac{P}{2} \right| = nR \quad (2.48)$$

$$L_{xyv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} f_{s0} f_{rn} \pi \cos [u\phi_x + v\phi_y + nR\theta_{rm}] \quad (2.49)$$

6º termo:

$$L_{xyv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} f_{s0} \sum_{m=1}^{\infty} f_{rn} \int_0^{2\pi} \cos \left[ (u-v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x - v\phi_y \right] \cos(nR(\theta_{sm} - \theta_{rm})) d\theta_{sm} \quad (2.50)$$

A equação (2.50) será diferente de zero, caso a condição (2.51) seja satisfeita. O resultado é mostrado em (2.52). Caso seja satisfeita a condição (2.53), a indutância resultante é dada por (2.54)

$$\left| (u-v) \frac{P}{2} \right| = nR \quad (2.51)$$

$$L_{xyv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} f_{s0} f_{rn} \pi \cos [u\phi_x - v\phi_y + nR\theta_{rm}] \quad (2.52)$$

$$\left| (v-u) \frac{P}{2} \right| = nR \quad (2.53)$$

$$L_{xyv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} f_{s0} f_{rn} \pi \cos [u\phi_x - v\phi_y - nR\theta_{rm}] \quad (2.54)$$

As integrais (2.47) e (2.50) representam uma indutância mútua entre dois enrolamentos causados pelos harmônicos da permeância de um entreferro não uniforme criado pelo acoplamento entre as ranhuras do rotor com as funções dos enrolamentos. O resultado diz que as indutâncias têm uma dependência espacial da posição rotórica.

7º termo:

$$L_{xyv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} f_{sm} f_{rn} \int_0^{2\pi} \cos \left[ (u+v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x + v\phi_y \right] \cos [(nR + mS)\theta_{sm} - nR\theta_{rm}] d\theta_{sm} \quad (2.55)$$

A integral será sempre igual a zero, a menos que a condição (2.56) seja satisfeita. Neste caso, a indutância resultante é dada por (2.57)

$$\left| (u+v) \frac{P}{2} \right| = nR + mS \quad (2.56)$$

$$L_{xyv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} \frac{1}{2} f_{sm} f_{rn} \pi \cos [u\phi_x + v\phi_y + nR\theta_{rm}] \quad (2.57)$$

8º termo:

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} f_{sm} f_{rn} \int_0^{2\pi} \cos \left[ (u+v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x + v\phi_y \right] \cos [(nR - mS) \theta_{sm} - nR\theta_{rm}] d\theta_{sm} \quad (2.58)$$

Os valores desta indutância são diferentes de zero caso as condições (2.59) e (2.60) sejam satisfeitas. As indutâncias resultantes serão dadas por (2.61) e (2.62), respectivamente

$$(u+v) \frac{P}{2} = nR - mS \quad (2.59)$$

$$\left| (u+v) \frac{P}{2} \right| = mS - nR \quad (2.60)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} \frac{1}{2} f_{sm} f_{rn} \pi \cos [u\phi_x + v\phi_y + nR\theta_{rm}] \quad (2.61)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} \frac{1}{2} f_{sm} f_{rn} \pi \cos [u\phi_x + v\phi_y - nR\theta_{rm}] \quad (2.62)$$

9º termo:

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} f_{sm} f_{rn} \int_0^{2\pi} \cos \left[ (u-v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x - v\phi_y \right] \cos [(nR + mS) \theta_{sm} - nR\theta_{rm}] d\theta_{sm} \quad (2.63)$$

Os resultados da indutância (2.63) são diferentes de zero quando as condições (2.64) e (2.65) forem satisfeitas. As indutâncias resultantes serão dadas por (2.66) e (2.67), respectivamente

$$(u-v) \frac{P}{2} = nR + mS \quad (2.64)$$

$$\left| (v-u) \frac{P}{2} \right| = nR + mS \quad (2.65)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} \frac{1}{2} f_{sm} f_{rn} \pi \cos [u\phi_x - v\phi_y + nR\theta_{rm}] \quad (2.66)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} \frac{1}{2} f_{sm} f_{rn} \pi \cos [u\phi_x + v\phi_y - nR\theta_{rm}] \quad (2.67)$$

10º termo:

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} f_{sm} f_{rn} \int_0^{2\pi} \cos \left[ (u-v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x - v\phi_y \right] \cos [(nR - mS) \theta_{sm} - nR\theta_{rm}] d\theta_{sm} \quad (2.68)$$

Os resultados da indutância (2.68) são diferentes de zero quando as condições (2.69) e (2.70) forem satisfeitas. As indutâncias resultantes serão dadas por (2.71) e (2.72), respectivamente

$$(u - v) \frac{P}{2} = nR - mS \quad (2.69)$$

$$\left| (v - u) \frac{P}{2} \right| = nR - mS \quad (2.70)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} \frac{1}{2} f_{sm} f_{rn} \pi \cos [u\phi_x - v\phi_y + nR\theta_{rm}] \quad (2.71)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} \frac{1}{2} f_{sm} f_{rn} \pi \cos [u\phi_x - v\phi_y - nR\theta_{rm}] \quad (2.72)$$

A seguir apresentam-se as equações finais das formas das indutâncias potenciais. Para o desenvolvimento da demonstração destas equações utilizaram-se as referências [33], [40], [41], [11].

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = L_{xuyv} \cos(u\phi_x - v\phi_y) \quad (2.73)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = L_{xuyv} \cos(u\phi_x + v\phi_y) \quad (2.74)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = L_{xuyv} \cos(u\phi_x + v\phi_y + nR\theta_{rm}) \quad (2.75)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = L_{xuyv} \cos(u\phi_x + v\phi_y - nR\theta_{rm}) \quad (2.76)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = L_{xuyv} \cos(u\phi_x - v\phi_y + nR\theta_{rm}) \quad (2.77)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = L_{xuyv} \cos(u\phi_x - v\phi_y - nR\theta_{rm}) \quad (2.78)$$

### 2.5.2 Indutâncias Harmônicas devido à Excentricidade do Rotor

Em vez de desenvolver soluções separadas para os dois tipos de excentricidades rotóricas, uma solução mais genérica seria aquela que modela ambos os tipos de excentricidades ao mesmo tempo. Este modelo genérico é mais desejável, visto que é impossível eliminar totalmente os dois tipos de excentricidade.

Um modelo genérico é desenvolvido fazendo-se uma analogia com a função de permeância com ranhuras no estator e no rotor. Se o centro de rotação do rotor é escolhido como a origem do sistema, é facilmente observável que a distância, tanto do estator quanto do rotor em relação a esta origem, varia em função do ângulo mecânico do estator e do rotor.

Uma função de permeância em função dos ângulos mecânicos do estator e do rotor pode ser desenvolvida, visto que a superfície do entreferro, devido à excentricidade do rotor, apresenta a mesma forma que a superfície do entreferro com ranhuras no estator e no rotor. A diferença entre a variação da permeância devido à excentricidade rotórica e devido às das ranhuras do estator e do rotor é que a frequência fundamental da saliência é igual a uma revolução mecânica em vez de um passo da ranhura. A função de permeância para excentricidade rotórica é representada por (2.79).

$$\begin{aligned}
 f_{esr}(\theta_{sm}, \theta_{rm}) \cong & f_{es0} f_{er0} + \sum_{j=1}^{\infty} f_{esj} f_{er0} \cos(j\theta_{sm} + \phi_e) \\
 & + \sum_{k=1}^{\infty} f_{es0} f_{erk} \cos[k(\theta_{sm} - \theta_{rm}) + \phi_e] \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{esj} f_{erk} \{ \cos[(k+j)\theta_{sm} - k\theta_{rm} + \phi_e] \\
 & + \cos[(k-j)\theta_{sm} - k\theta_{rm} + \phi_e] \}
 \end{aligned} \tag{2.79}$$

sendo:

- $\phi_e$  : ângulo de deslocamento da excentricidade do rotor em relação a referência do estator;
- $j$  :  $j$ -ésimo harmônico da permeância de entreferro estatórico
- $k$  :  $k$ -ésimo harmônico da permeância de entreferro rotórico

A equação completa da função de permeância no entreferro pode ser determinada através da inclusão dos efeitos das ranhuras e excentricidade. Sua equação (2.80) é dada pelo produto entre as expressões (2.34) e (2.79).

$$f_{srt}(\theta_{sm}, \theta_{rm}) = f_{sr}(\theta_{sm}, \theta_{rm}) f_{esr}(\theta_{sm}, \theta_{rm}) \tag{2.80}$$

Logo, tem-se a equação geral da função de permeância dada por (2.81).

$$\begin{aligned}
f_{srt}(\theta_{sm}, \theta_{rm}) &\cong f_{s0}f_{r0}f_{es0}f_{er0} + \sum_{m=1}^{\infty} f_{sm}f_{r0}f_{es0}f_{er0} \cos(mS\theta_{sm}) \\
&+ \sum_{n=1}^{\infty} f_{s0}f_{rn}f_{es0}f_{er0} \cos[nR(\theta_{sm} - \theta_{rm})] \\
&+ \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} f_{sm}f_{rn}f_{es0}f_{er0} [\cos[(nR + mS)\theta_{sm} - nR\theta_{rm}] \\
&+ \cos[(nR - mS)\theta_{sm} - nR\theta_{rm}]] \\
&+ f_{s0}f_{r0} \sum_{j=1}^{\infty} f_{esj}f_{er0} \cos(j\theta_{sm} + j\phi_e) \\
&+ \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} f_{sm}f_{r0}f_{esj}f_{er0} [\cos[(mS + j)\theta_{sm} + j\phi_e] \\
&+ \cos[(mS - j)\theta_{sm} - j\phi_e]] \\
&+ \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} f_{s0}f_{rn}f_{esj}f_{er0} [\cos[(nR + j)\theta_{sm} - nR\theta_{rm} + j\phi_e] \\
&+ \cos[(nR - j)\theta_{sm} - nR\theta_{rm} - j\phi_e]] \\
&+ \frac{1}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} f_{sm}f_{rn}f_{esj}f_{er0} [ \\
&\cos[(nR + mS + j)\theta_{sm} - nR\theta_{rm} + j\phi_e] \\
&+ \cos[(nR + mS - j)\theta_{sm} - nR\theta_{rm} - j\phi_e] \\
&+ \cos[(nR - mS + j)\theta_{sm} - nR\theta_{rm} + j\phi_e] \\
&+ \cos[(nR - mS - j)\theta_{sm} - nR\theta_{rm} - j\phi_e]] \\
&+ f_{s0}f_{r0} \sum_{k=1}^{\infty} f_{es0}f_{erk} \cos[k(\theta_{sm} - \theta_{rm}) + j\phi_e] \\
&+ \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{sm}f_{r0}f_{es0}f_{erk} [\cos[(mS + k)\theta_{sm} - k\theta_{rm} + k\phi_e] \\
&+ \cos[(mS - k)\theta_{sm} + k\theta_{rm} - k\phi_e]] \\
&+ \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{s0}f_{rn}f_{es0}f_{erk} [\cos[(nR + k)(\theta_{sm} - \theta_{rm}) + k\phi_e] \\
&+ \cos[(nR - k)(\theta_{sm} - \theta_{rm}) - k\phi_e]]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{sm} f_{rn} f_{es0} f_{erk} [ \\
 & \cos [(nR + mS + k) \theta_{sm} - (nR + k) \theta_{rm} + k\phi_e] \\
 & + \cos [(nR + mS - k) \theta_{sm} - (nR - k) \theta_{rm} - k\phi_e] \\
 & + \cos [(nR - mS + k) \theta_{sm} - (nR + k) \theta_{rm} + k\phi_e] \\
 & + \cos [(nR - mS - k) \theta_{sm} - (nR - k) \theta_{rm} - k\phi_e] \\
 & + \frac{1}{2} f_{s0} f_{r0} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{esj} f_{erk} [\cos [(k + j) \theta_{sm} - k\theta_{rm} + (k + j) \phi_e] \\
 & + \cos [(k - j) \theta_{sm} - k\theta_{rm} + (k - j) \phi_e]] \\
 & + \frac{1}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{sm} f_{r0} f_{esj} f_{erk} [ \\
 & \cos [(mS + k + j) \theta_{sm} - k\theta_{rm} + (k + j) \phi_e] \\
 & + \cos [(mS - k - j) \theta_{sm} + k\theta_{rm} - (k + j) \phi_e] \\
 & + \cos [(mS + k - j) \theta_{sm} - k\theta_{rm} + (k - j) \phi_e] \\
 & + \cos [(mS - k + j) \theta_{sm} + k\theta_{rm} - (k - j) \phi_e] \\
 & + \frac{1}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{s0} f_{rn} f_{esj} f_{erk} [ \\
 & \cos [(nR + k + j) \theta_{sm} - (nR + k) \theta_{rm} + (k + j) \phi_e] \\
 & + \cos [(nR - k - j) \theta_{sm} - (nR - k) \theta_{rm} - (k + j) \phi_e] \\
 & + \cos [(nR + k - j) \theta_{sm} - (nR + k) \theta_{rm} + (k - j) \phi_e] \\
 & + \cos [(nR - k + j) \theta_{sm} - (nR - k) \theta_{rm} - (k - j) \phi_e] \\
 & + \frac{1}{8} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{sm} f_{rn} f_{esj} f_{erk} [ \\
 & \cos [(nR + mS + k + j) \theta_{sm} - (nR + k) \theta_{rm} + (k + j) \phi_e] \\
 & + \cos [(nR + mS - k - j) \theta_{sm} - (nR - k) \theta_{rm} - (k + j) \phi_e] \\
 & + \cos [(nR - mS + k + j) \theta_{sm} - (nR + k) \theta_{rm} + (k + j) \phi_e] \\
 & + \cos [(nR - mS - k - j) \theta_{sm} - (nR - k) \theta_{rm} - (k + j) \phi_e]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \cos [(nR + mS + k - j) \theta_{sm} - (nR + k) \theta_{rm} + (k - j) \phi_e] \\
 & + \cos [(nR + mS - k + j) \theta_{sm} - (nR - k) \theta_{rm} - (k - j) \phi_e] \\
 & + \cos [(nR - mS + k - j) \theta_{sm} - (nR + k) \theta_{rm} + (k - j) \phi_e] \\
 & + \cos [(nR - mS - k + j) \theta_{sm} - (nR - k) \theta_{rm} - (k - j) \phi_e]
 \end{aligned}$$

(2.81)

Considere que  $f_{sr}(\theta_{sm}, \theta_{rm}) = f_{srt}(\theta_{sm}, \theta_{rm})$ . A função de permeância pode ser usada para avaliar os termos diferentes de zero na equação da indutância dada por (2.82).

$$\begin{aligned}
 L_{xuyv}(\theta_{rm}) = & \frac{\mu_o D l_e N_{xu} N_{yv}}{4g_e} \int_0^{2\pi} \left\{ \cos \left[ (u + v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x + v\phi_y \right] \right. \\
 & \left. + \cos \left[ (u - v) \frac{P}{2} \theta_{sm} + u\phi_x - v\phi_y \right] \right\} f_{sr}(\theta_{sm}, \theta_{rm}) d\theta_{sm} \quad (2.82)
 \end{aligned}$$

Após análise e simplificação, encontram-se as indutâncias potenciais devido às ranhuras do estator e do rotor e excentricidades do rotor (2.83) - (2.88).

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = L_{xuyv} \cos(u\phi_x - v\phi_y + \phi) \quad (2.83)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = L_{xuyv} \cos(u\phi_x + v\phi_y + \phi) \quad (2.84)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = L_{xuyv} \cos(u\phi_x + v\phi_y + h\theta_{rm} + \phi) \quad (2.85)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = L_{xuyv} \cos(u\phi_x + v\phi_y - h\theta_{rm} + \phi) \quad (2.86)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = L_{xuyv} \cos(u\phi_x - v\phi_y + h\theta_{rm} + \phi) \quad (2.87)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{rm}) = L_{xuyv} \cos(u\phi_x - v\phi_y - h\theta_{rm} + \phi) \quad (2.88)$$

### 2.5.3 Indutâncias Harmônicas devido à Saturação

Os resultados deste modelo de indutância com inclusão dos efeitos da saturação é o mesmo que o caso devido às ranhuras do estator e do rotor com o termo  $nR\theta_{rm}$  substituído por  $nP\theta_{em}$ , sendo  $\theta_{em}$  a posição mecânica da saliência com um período fundamental igual ao passo polar e  $n$  o número harmônico da expansão da série de Fourier da saliência.

### 2.5.4 Modelo Genérico das Indutâncias Harmônicas

Um modelo genérico, que represente todos os tipos de variações nas indutâncias presentes numa máquina (por saliências causadas pelas ranhuras, excentricidades ou saturação) é apresentada nas equações (2.89) - (2.94).

$$L_{xuyv}(\theta_{em}) = L_{xuyv} \cos(u\phi_x - v\phi_y + \phi) \quad (2.89)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{em}) = L_{xuyv} \cos(u\phi_x + v\phi_y + \phi) \quad (2.90)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{em}) = L_{xuyv} \cos(u\phi_x + v\phi_y + h\theta_{em} + \phi) \quad (2.91)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{em}) = L_{xuyv} \cos(u\phi_x + v\phi_y - h\theta_{em} + \phi) \quad (2.92)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{em}) = L_{xuyv} \cos(u\phi_x - v\phi_y + h\theta_{em} + \phi) \quad (2.93)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{em}) = L_{xuyv} \cos(u\phi_x - v\phi_y - h\theta_{em} + \phi) \quad (2.94)$$

sendo  $\theta_{em}$  a posição mecânica da saliência

Estas seis formas de indutâncias podem, ainda, ser reduzidas para somente duas formas (2.95) e (2.96), bastando condiderar que  $h$  assuma valores positivo, negativo ou zero.

$$L_{xuyv}(\theta_{em}) = L_{xuyv} \cos(u\phi_x + v\phi_y + h\theta_{em} + \phi) \quad (2.95)$$

$$L_{xuyv}(\theta_{em}) = L_{xuyv} \cos(u\phi_x - v\phi_y + h\theta_{em} + \phi) \quad (2.96)$$

Se estas indutâncias forem utilizadas para calcular a matriz indutância de uma máquina trifásica, pode-se obter uma representação genérica para a matriz de indutâncias dada por (2.97).

$$L_{ABCuabcv} = \begin{bmatrix} L_{Auav} & L_{Aubv} & L_{Aucv} \\ L_{Buav} & L_{Bubv} & L_{Bucv} \\ L_{Cuav} & L_{Cubv} & L_{Cucv} \end{bmatrix} \quad (2.97)$$

sendo que  $A, B$  e  $C$  representam um conjunto de enrolamentos trifásicos e  $a, b$  e  $c$  representam um outro conjunto de enrolamentos trifásicos, que podem ser ou não o mesmo que o primeiro. Considerando somente um conjunto de enrolamentos trifásicos e aplicando a transformada de Park (transformação invariante com a potência) [39]

em (2.97) e simplificando as várias combinações dos harmônicos dos enrolamentos, obtém-se a matriz de indutâncias de eixos dq0 (2.99) [11].

$$L_{dq0uv} = \begin{bmatrix} L_{quqv} & L_{qudv} & L_{qu0v} \\ L_{duqv} & L_{dudv} & L_{du0v} \\ L_{0uqv} & L_{0udv} & L_{0u0v} \end{bmatrix} = K_s \begin{bmatrix} L_{AuAv} & L_{AuBv} & L_{AuCv} \\ L_{BuAv} & L_{BuBv} & L_{BuCv} \\ L_{CuAv} & L_{CuBv} & L_{CuCv} \end{bmatrix} K_s^{-1} \quad (2.98)$$

$$\text{sendo: } K_s = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \text{ e } K_s^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$L_{dq0uv} = L_{xuyv}L \quad (2.99)$$

sendo que  $L$  é calculada através das equações (2.95) e (2.96). As possíveis matrizes resultantes são funções dos valores dos harmônicos de enrolamentos  $u$  e  $v$ . Estas matrizes são representadas por (2.100) - (2.108) quando se usa (2.95) para calcular  $L$ .

para  $u = 1, 4, 7, \dots$  e  $v = 1, 4, 7, \dots \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} \cos(h\theta_{em} + \phi) & -\text{sen}(h\theta_{em} + \phi) & 0 \\ -\text{sen}(h\theta_{em} + \phi) & -\cos(h\theta_{em} + \phi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.100)$$

para  $u = 1, 4, 7, \dots$  e  $v = 2, 5, 8, \dots \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} \cos(h\theta_{em} + \phi) & \text{sen}(h\theta_{em} + \phi) & 0 \\ -\text{sen}(h\theta_{em} + \phi) & \cos(h\theta_{em} + \phi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.101)$$

para  $u = 1, 4, 7, \dots$  e  $v = 3, 6, 9, \dots \Rightarrow$

$$\sqrt{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \cos(h\theta_{em} + \phi) & -\text{sen}(h\theta_{em} + \phi) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.102)$$

para  $u = 2, 5, 8, \dots$  e  $v = 1, 4, 7, \dots \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} \cos(h\theta_{em} + \phi) & -\text{sen}(h\theta_{em} + \phi) & 0 \\ \text{sen}(h\theta_{em} + \phi) & \cos(h\theta_{em} + \phi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.103)$$

para  $u = 2, 5, 8, \dots$  e  $v = 2, 5, 8, \dots \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} \cos(h\theta_{em} + \phi) & \text{sen}(h\theta_{em} + \phi) & 0 \\ \text{sen}(h\theta_{em} + \phi) & -\cos(h\theta_{em} + \phi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.104)$$

para  $u = 2, 5, 8, \dots$  e  $v = 3, 6, 9, \dots \Rightarrow$

$$\sqrt{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \cos(h\theta_{em} + \phi) & \text{sen}(h\theta_{em} + \phi) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.105)$$

para  $u = 3, 6, 9, \dots$  e  $v = 1, 4, 7, \dots \Rightarrow$

$$\sqrt{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cos(h\theta_{em} + \phi) \\ 0 & 0 & -\text{sen}(h\theta_{em} + \phi) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.106)$$

para  $u = 3, 6, 9, \dots$  e  $v = 2, 5, 8, \dots \Rightarrow$

$$\sqrt{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cos(h\theta_{em} + \phi) \\ 0 & 0 & -\text{sen}(h\theta_{em} + \phi) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.107)$$

para  $u = 3, 6, 9, \dots$  e  $v = 3, 6, 9, \dots \Rightarrow$

$$2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(h\theta_{em} + \phi) \end{bmatrix} \quad (2.108)$$

Analisando as matrizes (2.100)-(2.108), percebe-se que se pode obter infinitas combinações, porém, normalmente, só algumas possibilidades estarão presentes numa máquina real. Isto se deve, em primeiro lugar, porque todos os harmônicos pares para as funções de enrolamento podem ser eliminados, visto que é improvável que as bobinas sejam enroladas de forma assimétrica. Segundo, somente os termos que resultam dos

harmônicos de baixa ordem da função de enrolamento produzirão valores significativos de indutâncias. Terceiro, os termos que resultam em valores de indutâncias maiores serão aqueles que têm harmônicos de enrolamentos de igual ordem, com  $u = v = 1$ .

Uma simples matriz dada por (2.109) pode caracterizar as potenciais indutâncias dependentes da posição de uma saliência. Esta saliência pode ser dependente da posição rotórica quando produzida pelo movimento do rotor ou dependente da posição do fluxo quando produzida pelo movimento do vetor de fluxo (saturação).

$$L_{dq0uv} = \frac{3}{2} L_{xyv} \begin{bmatrix} \cos(h\theta_{em} + \phi) & -\text{sen}(h\theta_{em} + \phi) & 0 \\ -\text{sen}(h\theta_{em} + \phi) & -\cos(h\theta_{em} + \phi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.109)$$

As possíveis matrizes resultantes para  $L$  que são calculadas a partir de (2.96) são expressas por (2.110). Isto ocorrerá quando o número harmônico da permeância rotórica vezes o número de ranhuras rotóricas for igual ao número harmônico da permeância estatórica vezes o número de ranhuras estatóricas ( $nR = mS$ ). Esta situação é normalmente evitada no projeto da máquina por causa da alta ondulação de conjugado que pode ser produzida [40], [41], [11].

$$L_{dq0uv} = \frac{3}{2} L_{xyv} \begin{bmatrix} \cos(h\theta_{em} + \phi) & -\text{sen}(h\theta_{em} + \phi) & 0 \\ \text{sen}(h\theta_{em} + \phi) & \cos(h\theta_{em} + \phi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.110)$$

Considerando o número harmônico,  $h$ , igual a zero em (2.100) - (2.108), determina-se uma matriz (2.111) que representa uma saliência estacionária, ou seja, que não varia com a posição do rotor ou do vetor de fluxo.

$$L_{dq0uv} = \frac{3}{2} L_{xyv} \begin{bmatrix} L_{qq} & L_{qd} & 0 \\ L_{dq} & L_{dd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.111)$$

A matriz de indutância total para uma máquina pode ser determinada pela combinação das indutâncias que estarão presentes se a máquina não for saliente com as

indutâncias causadas pelas saliências. As saliências numa máquina podem ser de múltiplas fontes: saturação, ranhuras no estator e no rotor, excentricidade no rotor, etc, cada uma pode girar em uma velocidade diferente. Como as saliências presentes numa máquina podem ser dependentes da posição do rotor e do vetor de fluxo, um modelo que inclua ambos os tipos de saliências será capaz de modelar completamente qualquer tipo de saliência que ocorra na máquina. A equação (2.112) representa este modelo, incluindo as indutâncias de uma máquina não-saliente e eliminando os termos nulos de (2.110).

$$\begin{aligned}
 L_{dq} = & \Sigma L_{dq} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta L_{qqs} & \Delta L_{qds} \\ \Delta L_{dqs} & \Delta L_{dds} \end{bmatrix} \\
 & + \sum_{h_r=-\infty}^{\infty} \Delta L_{dq-h_r} \begin{bmatrix} \cos(h_r\theta_r + \phi_{r-h_r}) & -\text{sen}(h_r\theta_r + \phi_{r-h_r}) \\ -\text{sen}(h_r\theta_r + \phi_{r-h_r}) & -\cos(h_r\theta_r + \phi_{r-h_r}) \end{bmatrix} \\
 & + \sum_{h_e=-\infty}^{\infty} \Delta L_{dq-h_e} \begin{bmatrix} \cos(h_e\theta_e + \phi_{e-h_e}) & -\text{sen}(h_e\theta_e + \phi_{e-h_e}) \\ -\text{sen}(h_e\theta_e + \phi_{e-h_e}) & -\cos(h_e\theta_e + \phi_{e-h_e}) \end{bmatrix} \\
 & + \sum_{h_r=-\infty}^{\infty} \sum_{h_e=-\infty}^{\infty} \Delta L_{dq-h_{er}} \begin{bmatrix} \cos(h_r\theta_r + h_e\theta_e + \phi_{h_{er}}) & -\text{sen}(h_r\theta_r + h_e\theta_e + \phi_{h_{er}}) \\ -\text{sen}(h_r\theta_r + h_e\theta_e + \phi_{h_{er}}) & -\cos(h_r\theta_r + h_e\theta_e + \phi_{h_{er}}) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.112}$$

sendo:

$\Sigma L_{dq}$  : indutância média que representa a indutância de uma máquina não-saliente;

$\Delta L_{qqs}, \Delta L_{dds}, \Delta L_{qds}, \Delta L_{dqs}$  : valores diferenciais de indutância que representam uma saliência estacionária;

$\Delta L_{dq-h_r}$  : valor máximo da matriz de indutância diferencial que representa uma saliência dependente da posição rotórica;

$\Delta L_{dq-h_e}$  : valor máximo da matriz de indutância diferencial que representa uma saliência dependente da posição de fluxo;

$\Delta L_{dq-h_{er}}$  : valor máximo da matriz de indutância diferencial que representa uma saliência dependente da posição rotórica e do fluxo;

Os modelos de indutâncias apresentados em (2.112), após algumas simplificações, serão usados para fins de simulação, para destacar o efeito ou a combinação específica de algumas saliências. Visto que a estimação da posição rotórica em baixa frequência é fundamentada na técnica de injeção de sinais de alta frequência, é necessário o estudo e desenvolvimento do modelo de alta frequência da máquina de indução.

## 2.6 Conclusão

Neste capítulo, desenvolveram-se as equações do modelo genérico da máquina de indução que representa todos os tipos de indutâncias presentes numa máquina, ou seja, aquelas causadas por ranhuras, excentricidade ou saturação. Este modelo é o resultado da combinação das indutâncias que estarão presentes se a máquina não for saliente com as indutâncias causadas pelas saliências. As indutâncias originadas somente pelas saliências são geralmente representadas por uma das seguintes equações, (2.113) a (2.115).

$$L_{dq} = \Delta L_{dq} \begin{bmatrix} \cos(h_e \theta_e + \phi_e) & -\text{sen}(h_e \theta_e + \phi_e) \\ -\text{sen}(h_e \theta_e + \phi_e) & -\cos(h_e \theta_e + \phi_e) \end{bmatrix} \quad (2.113)$$

$$L_{dq} = \Delta L_{dq} \begin{bmatrix} \cos(h_e \theta_e + \phi_e) & -\text{sen}(h_e \theta_e + \phi_e) \\ \text{sen}(h_e \theta_e + \phi_e) & \cos(h_e \theta_e + \phi_e) \end{bmatrix} \quad (2.114)$$

$$L_{dq} = \begin{bmatrix} \Delta L_{qqs} & \Delta L_{qds} \\ \Delta L_{dqs} & \Delta L_{dds} \end{bmatrix} \quad (2.115)$$

sendo:

$h_e$  : número harmônico da saliência;

$\theta_e$  : a posição mecânica da saliência, dependente da posição rotórica ou do ângulo de fluxo;

## Capítulo 3

# Injeção de um Sinal de Alta Freqüência e Simulação do Modelo

### 3.1 Introdução

O método clássico de se obter a posição e/ou velocidade é através do acoplamento de um sensor destas grandezas ao eixo da máquina (encoder, resolver...). Porém, quando se necessita da informação direta da posição de fluxo, esta é normalmente obtida pela inserção de sensores de fluxo no entreferro da máquina.

É bem aceito que acionamentos de alto desempenho exijam conhecimento da posição rotórica e do fluxo para controle preciso de conjugado, e velocidade em toda faixa de velocidade, inclusive em velocidade baixa e nula.

Os métodos de estimação fundamentados na força contra eletromotriz que utilizam o modelo de equações dinâmicas dq da máquina e os que utilizam técnicas de estimação baseados na medição de efeitos secundários, tais como, aqueles produzidos pelas saliências mecânicas, não solucionaram o problema de se estimar a velocidade e/ou posição na faixa de velocidades baixa e nula [4], [42].

O uso da injeção de um sinal de alta freqüência sobreposto à excitação fundamental para a estimação da posição rotórica em velocidade baixa e nula tem se estabelecido

nos últimos anos como meios viáveis para a eliminação de sensores de posição em acionamentos de *ca* para aplicações que necessitem de controle de velocidade e conjugado [43], [20], [21], [9], [22], [10], [11]. Assim, pode obter-se uma estimação independente da alimentação fundamental e, de preferência, independente dos parâmetros da máquina.

Este capítulo faz o estudo da técnica de injeção de sinais de alta freqüência para acionamento sem sensor em uma ampla faixa de velocidade. A finalidade é estudar, sistematicamente, os efeitos que múltiplas saliências espaciais, ou saliências harmônicas, provocam na estimação da posição rotórica e do ângulo de fluxo. No primeiro momento, descrevem-se as técnicas de injeção de sinais de alta freqüência para a estimação de fluxo, posição e/ou velocidade da máquina, analisando o modelo de uma carga desbalanceada e o modelo de alta freqüência da máquina de indução. Posteriormente, será feita uma análise da injeção de tensão e corrente em máquinas com múltiplas saliências. Em seguida, apresentam-se as análises dos resultados das simulações do modelo genérico das indutâncias da máquina desenvolvidos no Capítulo 2. A seguir, será analisado o sistema de filtragem e estudados os resultados das simulações da máquina em acionamento de malha aberta e malha fechada. Faz-se uma analogia com alguns resultados verificados experimentalmente.

## 3.2 Interação do Modelo com Sinais de Alta Freqüência

Sabe-se que as técnicas de estimação de posição rotórica ou do vetor de fluxo que dependem da alimentação fundamental não funcionam na região de velocidades baixa e nula, pois a força contra-eletromotriz é muito pequena. Nos últimos anos, observou-se que as técnicas de controle que se mostraram promissoras nesta região de operação normalmente usam a injeção de sinais de alta freqüência sobrepostos à alimentação fundamental [21], [9], [20], [22], [36], [10]. Portanto, nesta seção observaremos a interação do modelo proposto no capítulo anterior com os sinais de alta freqüência.

É vantajoso o uso da injeção de sinal de alta freqüência de tensão em relação à injeção de corrente quando se usam os tradicionais inversores fonte de tensão, pois é relativamente mais fácil a geração da excitação desejada. Contudo, a injeção de corrente tem a vantagem potencial de fornecer um sinal de tensão elevado, que contém a informação espacial desejada relativa à corrente injetada. Isto se deve ao aumento da magnitude da impedância (reatância indutiva) com o aumento da freqüência [13].

A injeção de sinal de corrente apresenta várias dificuldades potenciais: 1) a freqüência utilizada em algumas técnicas de estimação é relativamente menor. Isto diminui a vantagem provida pela magnitude da impedância com a freqüência; 2) quando um sinal de menor freqüência é utilizado, é necessário que se injete um sinal de maior amplitude. Isto aumenta a ondulação de conjugado; 3) com uma freqüência menor, é mais difícil a isolação do sinal de corrente injetado da fundamental, além da diminuição da largura de faixa da estimação, e 4) a injeção de corrente requer um regulador de corrente com largura de faixa suficientemente grande para regular tanto a fundamental quanto a componente de alta freqüência. Tal desempenho está além da capacidade dos reguladores *PI* síncronos de corrente convencionais [13], [12], [44], [45].

### 3.2.1 Modelagem de uma Carga Desbalanceada

Antes do estudo propriamente dito da injeção de tensão e de corrente de alta freqüência faz-se necessário o estudo das características do modelo de uma carga desbalanceada. Utilizando a notação dq, uma carga desbalanceada pode ser modelada através da seguinte matriz de impedância (3.1).

$$Z_s^s = \begin{bmatrix} Z_{qs}^s & 0 \\ 0 & Z_{ds}^s \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Excitando esta carga desbalanceada por um vetor girante de tensão (3.2), [46], o vetor da corrente resultante pode ser calculado através da equação (3.4).

$$v_s^s = \begin{bmatrix} v_{qs}^s \\ v_{ds}^s \end{bmatrix} = V_s \begin{bmatrix} \cos(\omega t) \\ -\text{sen}(\omega t) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Na forma vetorial, (3.2) pode ser escrita como

$$v_s^s = V_s e^{j\omega t} \quad (3.3)$$

$$i_s^s = \begin{bmatrix} i_{qs}^s \\ i_{ds}^s \end{bmatrix} = Z_s^{s-1} v_s^s \quad (3.4)$$

Expressando a matriz (3.1) de outro modo, tem-se,

$$Z_s^s = \left( \frac{Z_{qs}^s + Z_{ds}^s}{2} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \left( \frac{Z_{qs}^s - Z_{ds}^s}{2} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

A matriz (3.5) é constituída por dois termos: o primeiro termo representa a impedância média por  $\Sigma Z_s^s$  (3.6) e o segundo termo representa a impedância diferencial  $\Delta Z_s^s$  (3.7). Substituindo estes dois termos na matriz de impedância (3.5), encontra-se (3.8).

$$\Sigma Z_s^s = \frac{Z_{qs}^s + Z_{ds}^s}{2} \quad (3.6)$$

$$\Delta Z_s^s = \frac{Z_{qs}^s - Z_{ds}^s}{2} \quad (3.7)$$

$$Z_s^s = \Sigma Z_s^s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \Delta Z_s^s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Expressando a inversa da matriz impedância por (3.9) e fazendo algumas manipulações algébricas, tem-se (3.10).

$$Z_s^{s-1} = \frac{1}{Z_{qs}^s Z_{ds}^s} \begin{bmatrix} Z_{ds}^s & 0 \\ 0 & Z_{qs}^s \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$Z_s^{s-1} = \frac{1}{Z_{qs}^s Z_{ds}^s} \left\{ \Sigma Z_s^s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \Delta Z_s^s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right\} \quad (3.10)$$

Substituindo (3.10) em (3.4), encontra-se a seguinte equação da corrente

$$i_s^s = \begin{bmatrix} i_{qs}^s \\ i_{ds}^s \end{bmatrix} = I_{c-p} \begin{bmatrix} \cos(\omega t) \\ -\text{sen}(\omega t) \end{bmatrix} + I_{c-n} \begin{bmatrix} \cos(\omega t) \\ \text{sen}(\omega t) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Expressando na forma vetorial, (3.11) pode ser escrita como

$$i_s^s = I_{c-p} e^{j\omega t} - I_{c-n} e^{-j\omega t} \quad (3.12)$$

sendo:

$$I_{c-p} = \frac{\Sigma Z_s^s}{Z_{qs}^s Z_{ds}^s} V_s \quad e \quad I_{c-n} = \frac{\Delta Z_s^s}{Z_{qs}^s Z_{ds}^s} V_s.$$

Caso esta carga seja alimentada por um vetor girante de corrente (3.13), o vetor de tensão resultante pode ser calculado de acordo com (3.15).

$$i_s^s = \begin{bmatrix} i_{sq}^s \\ i_{sd}^s \end{bmatrix} = I_s \begin{bmatrix} \cos(\omega t) \\ -\text{sen}(\omega t) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Na forma vetorial, (3.13) pode ser escrita como

$$i_s^s = I_s e^{j\omega t} \quad (3.14)$$

$$v_s^s = \begin{bmatrix} v_{sq}^s \\ v_{sd}^s \end{bmatrix} = Z_s^s i_s^s \quad (3.15)$$

Substituindo (3.8) em (3.15), resulta na seguinte tensão

$$v_s^s = \begin{bmatrix} v_{sq}^s \\ v_{sd}^s \end{bmatrix} = V_{c-p} \begin{bmatrix} \cos(\omega t) \\ -\text{sen}(\omega t) \end{bmatrix} + V_{c-n} \begin{bmatrix} \cos(\omega t) \\ \text{sen}(\omega t) \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Na forma vetorial, (3.16) pode ser escrita como

$$v_s^s = V_{c-p} e^{j\omega t} + V_{c-n} e^{-j\omega t} \quad (3.17)$$

sendo

$$V_{c-p} = \Sigma Z_s^s I_s \quad e \quad V_{c-n} = \Delta Z_s^s I_s$$

Observando-se as equações (3.12) e (3.17) percebe-se que as correntes e tensões têm duas componentes: uma de seqüência positiva, que gira na mesma direção do sinal injetado, e outra de seqüência negativa, que gira na direção contrária ao sinal injetado. Além disso, as componentes de seqüência positiva são proporcionais ao valor

médio da impedância e os componentes de seqüência negativa são proporcionais ao valor diferencial da impedância. Esta característica apresentada é similar ao caso de excitação desequilibrada aplicada a uma carga equilibrada.

Todo estudo anterior é válido somente para uma saliência (desbalanceamento) estacionária. Estendendo-se esta análise para saliências girantes em máquinas de indução será melhor entendido o funcionamento da estimação sem sensor para máquinas *ca*.

### 3.2.2 Modelo de Alta Freqüência da Máquina de Indução

A freqüência do sinal injetado usado para a estimação de fluxo, posição rotórica e/ou velocidade tem que ser bem maior que a excitação fundamental por dois motivos: 1) a largura de faixa da estimação é no máximo metade da freqüência do sinal injetado. Logo, se a freqüência for maior, a largura de faixa da estimação também será maior; 2) obtém-se facilidade na isolação entre os componentes fundamental e de alta freqüência, quando a separação espectral for maior. Portanto, pode-se obter um modelo simplificado para a máquina caso o sinal injetado seja de alta freqüência. Faz-se agora um estudo analítico deste modelo da máquina de indução no referencial estatórico ( $\omega_g = 0$ ).

Em altas freqüências os termos das resistências do estator e do rotor nas equações (2.18) e (2.19) tornam-se desprezíveis em relação aos termos das indutâncias, conforme é mostrado em (3.18)-(3.19).

$$v_{s-c}^s \cong \frac{d}{dt} \lambda_s^s \cong \frac{d}{dt} (L_s i_s^s + L_m i_r^s) \quad (3.18)$$

$$0 \cong \left( \frac{d}{dt} - j\omega_r \right) \lambda_{r,s}^s \cong \left( \frac{d}{dt} - j\omega_r \right) (L_m i_s^s + L_r i_r^s) \quad (3.19)$$

sendo  $v_{s-c}^s$  a tensão de alta freqüência injetada na máquina

Considerando a freqüência do sinal injetado fixa,  $\omega_c$ , o operador  $\frac{d}{dt}$  pode ser substituído por  $j\omega_c$  na equação (3.19) e desta forma obtém-se (3.20), (3.21)

$$0 \cong (j\omega_c - j\omega_r) \lambda_{r,s}^s \cong (j\omega_c - j\omega_r) (L_m i_s^s + L_r i_r^s) \quad (3.20)$$

$$i_r^s \cong - \left( \frac{L_m}{L_r} \right) i_s^s \quad (3.21)$$

Substituindo (3.21) na equação (3.18), encontra-se o modelo da máquina para alta freqüência (3.22)-(3.23).

$$v_{s-c}^s \cong j\omega_c \left( L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) i_s^s \quad (3.22)$$

$$v_{s-c}^s \cong j\omega_c \left[ L_{ls} + L_{lr} \left( \frac{L_m}{L_{lr} + L_m} \right) \right] i_s^s \cong j\omega_c \sigma l_s i_s^s \quad (3.23)$$

sendo a indutância transiente estatórica dada por,

$$\sigma l_s = L_s - \frac{L_m^2}{L_r} = L_{ls} + L_{lr} \left( \frac{L_m}{L_{lr} + L_m} \right) \quad (3.24)$$

Geralmente a indutância magnetizante da máquina é muito maior que as indutâncias de dispersão. Fazendo-se esta consideração na indutância transiente estatórica, obtém-se um modelo da máquina em alta freqüência mais simplificado.

$$\sigma l_s \cong L_{ls} + L_{lr} \quad (3.25)$$

Pode-se obter esta simplificação analisando diretamente o circuito equivalente da máquina de indução em regime permanente, que é mostrada na Figura 3.1. Em altas freqüências, como  $\omega_c \gg \omega_r$ , pode-se fazer as seguintes considerações:

- o escorregamento  $s_l = (\omega_c - \omega_r) / \omega_c \simeq 1$ ;
- a impedância de magnetização  $j\omega_c L_m$  é muito grande e, portanto, pode-se considerar este ramo como um circuito aberto;
- as reatâncias indutivas têm seus valores muito maiores do que os das resistências e, assim, pode-se desprezar os termos resistivos.

Concluindo, uma máquina de indução polifásica pode ser modelada em altas freqüências (Figura 3.1b) e representada somente pela indutância transiente estatórica ou dispersão da máquina. Isto significa dizer que o fluxo de dispersão representa a maior quantidade de fluxo gerado pelos componentes de alta freqüência.

Desta forma, se o sinal de alta freqüência for usado para a estimação do ângulo de fluxo ou da posição rotórica, a indutância transiente estatórica deve conter informação

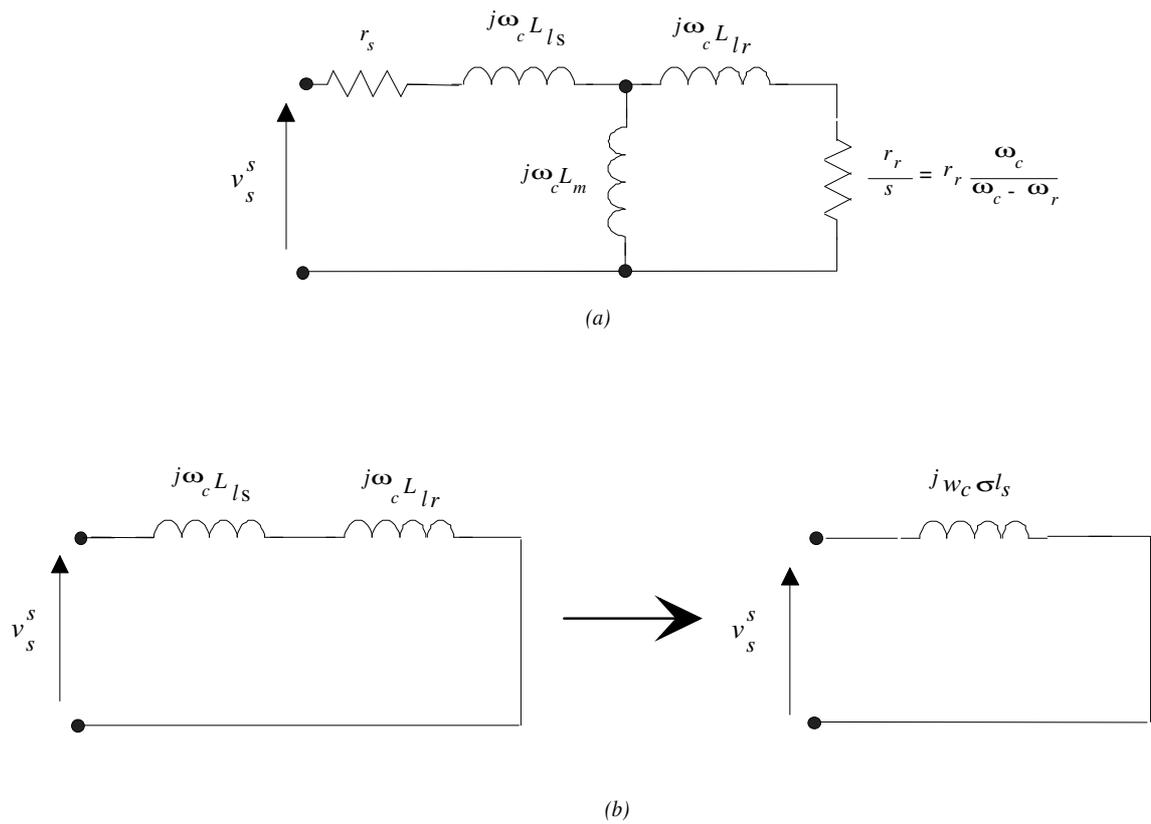


Figura 3.1: Modelo da máquina de indução: (a) Circuito equivalente de alta frequência convencional; (b) circuito equivalente de alta frequência aproximado.

especial em relação à posição do fluxo ou do rotor. Se a saliência for senoidalmente distribuída, e tiver um período igual ao passo polar, ela pode ser modelada usando-se o modelo desenvolvido por Park para máquinas síncronas a pólos salientes. A representação da matriz indutância transiente estatórica saliente no referencial síncrono para uma máquina com uma única saliência é expressa por (3.26).

$$\sigma l_s^e = \begin{bmatrix} \sigma l_{qs} & 0 \\ 0 & \sigma l_{ds} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

sendo  $\sigma l_{sq} \neq \sigma l_{sd}$ . Transformando (3.26) para o referencial estacionário, obtém-se a indutância transiente como função da posição angular da saliência (3.28)

$$\sigma l_s^s = e^{j(h\theta_e + \phi)} \sigma l_s^e e^{-j(h\theta_e + \phi)} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} \sigma l_s^s &= \begin{bmatrix} \cos(h\theta_e + \phi) & \text{sen}(h\theta_e + \phi) \\ -\text{sen}(h\theta_e + \phi) & \cos(h\theta_e + \phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma l_{qs} & 0 \\ 0 & \sigma l_{ds} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(h\theta_e + \phi) & -\text{sen}(h\theta_e + \phi) \\ \text{sen}(h\theta_e + \phi) & \cos(h\theta_e + \phi) \end{bmatrix} \\ &= \Sigma \sigma l_s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \Delta \sigma l_s \begin{bmatrix} \cos(h\theta_e + \phi) & -\text{sen}(h\theta_e + \phi) \\ -\text{sen}(h\theta_e + \phi) & -\cos(h\theta_e + \phi) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.28)$$

com  $\Sigma \sigma l_s = \frac{1}{2}(\sigma l_{qs} + \sigma l_{ds})$ ,  $\Delta \sigma l_s = \frac{1}{2}(\sigma l_{qs} - \sigma l_{ds})$ ,  $h$  é o número harmônico da saliência e  $\phi$  um ângulo de fase genérico em relação a posição da saliência.

A inversa da matriz indutância transiente estatórica é facilmente calculada através de (3.29)

$$\begin{aligned} \sigma l_s^{s-1} &= \frac{1}{\Sigma \sigma l_s^2 - \Delta \sigma l_s^2} \begin{bmatrix} \Sigma \sigma l_s - \Delta \sigma l_s \cos(h\theta_e + \phi) & \Delta \sigma l_s \text{sen}(h\theta_e + \phi) \\ \Delta \sigma l_s \text{sen}(h\theta_e + \phi) & \Sigma \sigma l_s + \Delta \sigma l_s \cos(h\theta_e + \phi) \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\Sigma \sigma l_s^2 - \Delta \sigma l_s^2} \left\{ \Sigma \sigma l_s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \Delta \sigma l_s \begin{bmatrix} \cos(h\theta_e + \phi) & -\text{sen}(h\theta_e + \phi) \\ -\text{sen}(h\theta_e + \phi) & -\cos(h\theta_e + \phi) \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (3.29)$$

### 3.2.3 Injeção de Sinal de Tensão e de Corrente

Excitando a máquina através da injeção de um vetor tensão girante de alta frequência (3.30), pode-se determinar a corrente induzida resultante (3.33) ou (3.34) na máquina,

através da equação (3.32).

$$v_{s-c}^s = \begin{bmatrix} v_{qs}^s \\ v_{ds}^s \end{bmatrix} = V_{sc} \begin{bmatrix} \cos(\omega_c t) \\ -\text{sen}(\omega_c t) \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Na forma vetorial, (3.30) pode ser escrita como

$$v_{s-c}^s = V_{sc} e^{j\omega_c t} \quad (3.31)$$

$$i_{s-c}^s \cong \frac{1}{j\omega_c} \sigma l_s^{-1} v_{s-c}^s \quad (3.32)$$

$$i_{s-c}^s = \begin{bmatrix} i_{qs-c}^s \\ i_{ds-c}^s \end{bmatrix} = I_{c-p} \begin{bmatrix} \text{sen}(\omega_c t) \\ -\cos(\omega_c t) \end{bmatrix} - I_{c-n} \begin{bmatrix} \text{sen}(h\theta_e + \phi - \omega_c t) \\ -\cos(h\theta_e + \phi - \omega_c t) \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Na forma vetorial, (3.33) pode ser escrita como

$$\begin{aligned} i_{s-c}^s &= -jI_{c-p} e^{j\omega_c t} + jI_{c-n} e^{j(h\theta_e + \phi - \omega_c t)} \Rightarrow \\ i_{s-c}^s &= I_{c-p} e^{j(\omega_c t - \pi/2)} + I_{c-n} e^{j(h\theta_e + \phi - \omega_c t + \pi/2)} = i_{s-cp}^s + i_{s-cn}^s \end{aligned} \quad (3.34)$$

Sendo:

$$I_{c-p} = \frac{\Sigma \sigma l_s}{(\Sigma \sigma l_s^2 - \Delta \sigma l_s^2)} \frac{V_{sc}}{\omega_c}, \quad I_{c-n} = \frac{\Delta \sigma l_s}{(\Sigma \sigma l_s^2 - \Delta \sigma l_s^2)} \frac{V_{sc}}{\omega_c},$$

$i_{s-cp}^s$  o componente de corrente de seqüência positiva e  $i_{s-cn}^s$  o componente de corrente de seqüência negativa.

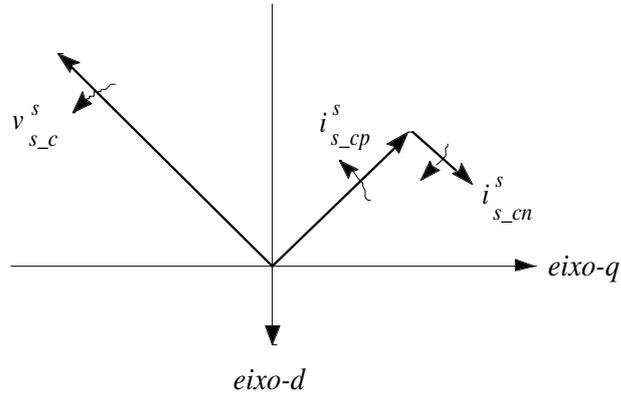
Caso a máquina seja excitada por um vetor de corrente (3.35), as tensões resultantes (3.37) podem ser calculadas substituindo-se (3.28) e (3.35) em (3.23).

$$i_{s-c}^s = \begin{bmatrix} i_{qs-c}^s \\ i_{ds-c}^s \end{bmatrix} = I_{sc} \begin{bmatrix} \cos(\omega_c t) \\ -\text{sen}(\omega_c t) \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

A equação (3.35) pode ser expressa na forma vetorial como

$$i_{s-c}^s = I_{sc} e^{j\omega_c t} \quad (3.36)$$

$$v_{s-c}^s = \begin{bmatrix} v_{qs-c}^s \\ v_{ds-c}^s \end{bmatrix} = -V_{c-p} \begin{bmatrix} \text{sen}(\omega_c t) \\ -\cos(\omega_c t) \end{bmatrix} - V_{c-n} \begin{bmatrix} \text{sen}(h\theta_e + \phi - \omega_c t) \\ -\cos(h\theta_e + \phi - \omega_c t) \end{bmatrix} \quad (3.37)$$



Injeção de tensão

Figura 3.2: Sentido de rotação dos vetores girantes: injeção de tensão e vetores resultantes de corrente

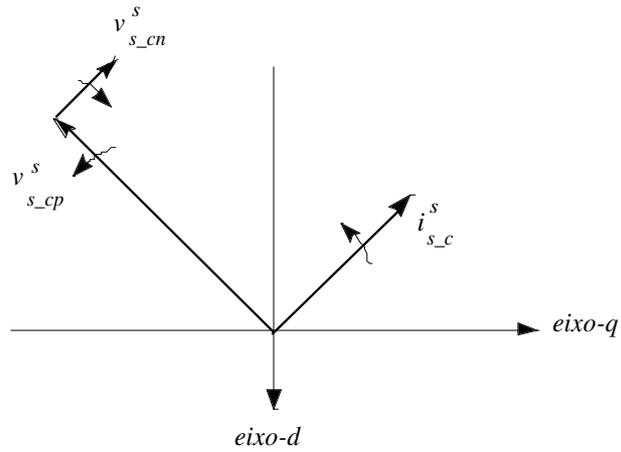
Na forma vetorial, (3.37) pode ser escrita como

$$\begin{aligned} v_{s_c}^s &= jV_{c-p}e^{j\omega_c t} + jV_{c-n}e^{j(h\theta_e + \phi - \omega_c t)} \Rightarrow \\ &= V_{c-p}e^{j(\omega_c t + \pi/2)} + V_{c-n}e^{j(h\theta_e + \phi - \omega_c t + \pi/2)} = v_{s_cp}^s + v_{s_cn}^s \end{aligned} \quad (3.38)$$

Sendo  $V_{c-p} = \Sigma \sigma l_s \omega_c I_{sc}$ ,  $V_{c-n} = \Delta \sigma l_s \omega_c I_{sc}$ ,  $v_{s_cp}^s$  o componente de tensão de seqüência positiva e  $v_{s_cn}^s$  o componente de tensão de seqüência negativa.

Analisando as equações (3.34) e (3.38), observa-se que elas são compostas por dois componentes. O primeiro componente de seqüência positiva gira na mesma direção do vetor tensão ou corrente de alta frequência, não contém informação espacial sobre a saliência e seu valor é proporcional ao valor médio da indutância de dispersão estatórica. O segundo componente de seqüência negativa gira na direção contrária ao vetor injetado, contém informação espacial em relação à saliência e sua magnitude é proporcional ao valor diferencial da indutância transiente estatórica. Nos gráficos das Figuras 3.2 e 3.3 são ilustrados o sentido de rotação dos vetores girantes de tensão e corrente para os casos analisados de injeção de tensão e de corrente de alta frequência, respectivamente.

Se os vetores de corrente ou de tensão de alta frequência (3.34), (3.38) são ilustrados



*Injeção de corrente*

Figura 3.3: Sentido de rotação dos vetores girantes: injeção de corrente e vetores resultantes de tensões

para vários ângulos diferentes do sinal de injeção,  $\theta_c = \omega_c t$ , pode-se facilmente observar que o componente de seqüência positiva traça um padrão circular e que o vetor corrente ou tensão resultante traça um padrão elíptico, conforme Figura 3.4. O padrão elíptico é o resultado da soma de dois vetores que compõem os sinais das resultantes que giram em direções opostas.

A forma elíptica traçada pelos vetores resultantes de corrente ou de tensão é característica de uma única saliência presente na máquina. Quando a máquina não é saliente, os vetores corrente ou tensão de alta freqüência consistirão somente do componente de seqüência positiva e traçarão um padrão circular. A orientação do eixo principal da elipse em relação ao eixo- $q$  é uma função da posição da saliência. Conseqüentemente, o eixo principal da elipse segue a rotação da posição da saliência. Esta rotação da elipse em função da rotação da saliência é vista nas Figuras 3.4a-f, em que a elipse é traçada para diversos ângulos da posição da saliência ( $\theta_e$ ). É importante observar a partir destas figuras que a fase da componente de seqüência positiva não é afetada pela rotação da saliência, e sim somente a fase da componente de seqüência negativa.

Uma vez que o ângulo da saliência modula a fase do componente de seqüência negativa em  $h$  vezes o ângulo da saliência girante (3.34) ou (3.38), a elipse completará  $h$  rotações para cada rotação da saliência, ou seja, a frequência de rotação da elipse será  $h$  vezes a frequência de rotação da saliência.

### 3.2.4 Injeção de Tensão e Corrente em uma Máquina com Múltiplas Saliências

A seção anterior enfocou a modelagem da excitação de sinal de alta frequência em uma máquina com uma saliência. A consideração de uma saliência nunca é válida para uma máquina real, porém, é uma boa aproximação em máquinas nas quais esta saliência é dominante. A natureza discreta dos enrolamentos da máquina, a excentricidade do rotor e a saturação sempre produzirão múltiplas saliências que podem ou não ser significantes em magnitude. As saliências que ocorrem em máquinas podem ser classificados dentro de três grupos: 1) saliências estacionárias, 2) saliências dependentes da posição rotórica, e 3) saliências dependentes da posição do vetor de fluxo. Saliências estacionárias são aquelas que estão fixas numa posição e nunca se movem. Enrolamentos assimétricos nas máquinas, propriedades magnéticas da laminação do estator não uniforme, e excentricidade estática do rotor podem causar este tipo de saliência. Saliências dependentes da posição rotórica são aquelas que giram quando o rotor gira. A estrutura do pólo em máquinas com rotor saliente, ranhuras do rotor/estator, propriedades magnéticas da laminação do rotor não uniforme e excentricidade dinâmica do rotor comumente causam este tipo de saliência. Saliências dependentes da posição do vetor de fluxo são aquelas que giram quando o fluxo gira. Este tipo de saliência normalmente é causado pela saturação. Quando o fluxo que causa uma saliência não é fixo em uma posição relativa ao rotor, a modelagem da saliência dependente da posição do fluxo torna-se mais complexa. A complexidade aumenta quando existem múltiplas saliências dependentes da posição do fluxo. Cada saliência pode ser dependente de um componente diferente de fluxo. Todos estes três tipos de saliências podem estar presentes ao mesmo tempo na máquina. Além disso, existe mais que uma saliência de cada tipo.

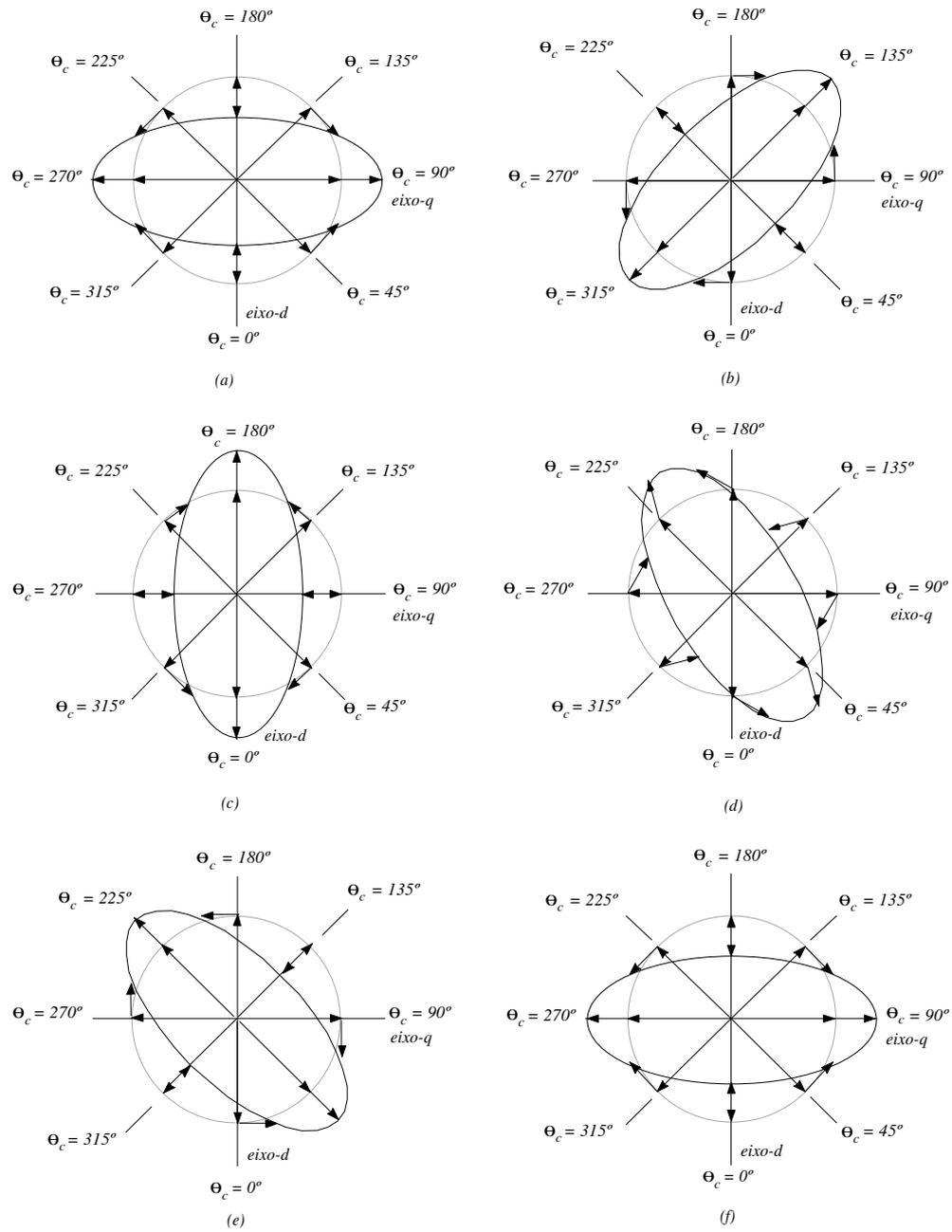


Figura 3.4: Padrão elíptico traçado pelos vetores de tensão ou corrente quando uma saliência está presente na máquina: (a)  $\theta_e = 0^\circ$ ; (b)  $\theta_e = 45^\circ$ ; (c)  $\theta_e = 90^\circ$ ; (d)  $\theta_e = 120^\circ$ ; (e)  $\theta_e = 135^\circ$ ; (f)  $\theta_e = 180^\circ$

Para o entendimento da injeção de sinal em uma máquina de múltiplas saliências, deve-se ter de posse o modelo da indutância transiente estatórica, deduzida da equação do modelo genérico de indutância (2.112). Neste estudo serão analisados dois modelos com duas saliências magnéticas. Primeiro, o modelo da indutância transiente estatórica contendo duas saliências dependentes da posição rotórica e, segundo, o modelo para duas saliências: uma dependente da posição rotórica e outra dependente da posição do fluxo rotórico.

A matriz indutância transiente estatórica para uma máquina com duas saliências dependentes da posição rotórica é mostrada em (3.39)

$$\begin{aligned} \sigma l_s^s = & \Sigma \sigma l_s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \Delta \sigma l_{sr} \begin{bmatrix} \cos(h_r \theta_r + \phi_r) & -\text{sen}(h_r \theta_r + \phi_r) \\ -\text{sen}(h_r \theta_r + \phi_r) & -\cos(h_r \theta_r + \phi_r) \end{bmatrix} \\ & + \Delta \sigma l_{se} \begin{bmatrix} \cos(h_e \theta_r + \phi_e) & -\text{sen}(h_e \theta_r + \phi_e) \\ -\text{sen}(h_e \theta_r + \phi_e) & -\cos(h_e \theta_r + \phi_e) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Caso haja uma saliência dependente da posição rotórica e outra dependente da posição do fluxo rotórico, tem-se (3.40)

$$\begin{aligned} \sigma l_s^s = & \Sigma \sigma l_s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \Delta \sigma l_{sr} \begin{bmatrix} \cos(h_r \theta_r + \phi_r) & -\text{sen}(h_r \theta_r + \phi_r) \\ -\text{sen}(h_r \theta_r + \phi_r) & -\cos(h_r \theta_r + \phi_r) \end{bmatrix} \\ & + \Delta \sigma l_{se} \begin{bmatrix} \cos(h_e \theta_e + \phi_e) & -\text{sen}(h_e \theta_e + \phi_e) \\ -\text{sen}(h_e \theta_e + \phi_e) & -\cos(h_e \theta_e + \phi_e) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Calculando-se suas inversas respectivamente encontra-se (3.41), (3.42)

$$\begin{aligned} \sigma l_s^{s-1} = & \frac{1}{|\sigma l_s^s|} \left\{ \Sigma \sigma l_s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \Delta \sigma l_{sr} \begin{bmatrix} \cos(h_r \theta_r + \phi_r) & -\text{sen}(h_r \theta_r + \phi_r) \\ -\text{sen}(h_r \theta_r + \phi_r) & -\cos(h_r \theta_r + \phi_r) \end{bmatrix} \right. \\ & \left. - \Delta \sigma l_{se} \begin{bmatrix} \cos(h_e \theta_r + \phi_e) & -\text{sen}(h_e \theta_r + \phi_e) \\ -\text{sen}(h_e \theta_r + \phi_e) & \cos(h_e \theta_r + \phi_e) \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned} \sigma l_s^{s-1} = & \frac{1}{|\sigma l_s^s|} \left\{ \Sigma \sigma l_s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \Delta \sigma l_{sr} \begin{bmatrix} \cos(h_r \theta_r + \phi_r) & -\text{sen}(h_r \theta_r + \phi_r) \\ -\text{sen}(h_r \theta_r + \phi_r) & -\cos(h_r \theta_r + \phi_r) \end{bmatrix} \right. \\ & \left. - \Delta \sigma l_{se} \begin{bmatrix} \cos(h_e \theta_e + \phi_e) & -\text{sen}(h_e \theta_e + \phi_e) \\ -\text{sen}(h_e \theta_e + \phi_e) & \cos(h_e \theta_e + \phi_e) \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (3.42)$$

sendo:  $|\sigma l_s^s|$ , o determinante de  $\sigma l_s^s$ , dado por

$$|\sigma l_s^s| = \frac{1}{\sum \sigma l_s^2 - \Delta \sigma l_{sr}^2 - \Delta \sigma l_{se}^2 - 2\Delta \sigma l_{sr} \Delta \sigma l_{se} \cos[(h_r - h_e) \theta_r + \phi_r - \phi_e]}$$

Observa-se na equação do determinante um termo que varia com a posição do rotor. Existem várias razões para que a dependência da saliência do determinante não seja significativa: 1) este termo consiste do produto de duas indutâncias diferenciais. Em geral, indutâncias diferenciais têm suas magnitudes pequenas e, portanto, seu produto é ainda menor; 2) mesmo que a dependência da posição rotórica do determinante cause uma variação na magnitude no resultado da corrente, esta não afetará a fase da corrente resultante. A posição do rotor será estimada pelo rastreamento da variação da fase da corrente resultante, e não da variação de sua magnitude.

Utilizando-se a injeção de um vetor de tensão para o caso do modelo de  $\sigma l_s^s$  com duas saliências dependentes da posição rotórica, a corrente induzida na forma vetorial (3.43) pode ser determinada por meio da substituição das equações (3.41) e da equação da tensão (3.30) em (3.32).

$$\begin{aligned} i_{s-c}^s &= -jI_{c-p} \begin{bmatrix} \text{sen}(\omega ct) \\ -\cos(\omega ct) \end{bmatrix} + jI_{c-nr} \begin{bmatrix} \cos(h_r \theta_r + \phi_r - \omega ct) \\ -\text{sen}(h_r \theta_r + \phi_r - \omega ct) \end{bmatrix} \\ &\quad + jI_{c-ne} \begin{bmatrix} \cos(h_e \theta_r + \phi_e - \omega ct) \\ -\text{sen}(h_e \theta_r + \phi_e - \omega ct) \end{bmatrix} \\ i_{s-c}^s &= -jI_{c-p} e^{j\omega ct} + jI_{c-nr} e^{j(h_r \theta_r + \phi_r - \omega ct)} + jI_{c-ne} e^{j(h_e \theta_r + \phi_e - \omega ct)} \Rightarrow \\ &= I_{c-p} e^{j(\omega ct - \pi/2)} + I_{c-nr} e^{j(h_r \theta_r + \phi_r - \omega ct + \pi/2)} + I_{c-ne} e^{j(h_e \theta_r + \phi_e - \omega ct + \pi/2)} \Rightarrow (3.43) \\ &= i_{s-cp}^s + i_{s-cnrr}^s + i_{s-cne}^s \end{aligned}$$

Similarmente para o caso de duas saliências, uma dependente da posição do rotor e outra dependente da posição do fluxo rotórico, pode-se obter a corrente induzida expressa por (3.44).

$$\begin{aligned} i_{s-c}^s &= -jI_{c-p} e^{j\omega ct} + jI_{c-nr} e^{j(h_r \theta_r + \phi_r - \omega ct)} + jI_{c-ne} e^{j(h_e \theta_e + \phi_e - \omega ct)} \Rightarrow \\ &= I_{c-p} e^{j(\omega ct - \pi/2)} + I_{c-nr} e^{j(h_r \theta_r + \phi_r - \omega ct + \pi/2)} + I_{c-ne} e^{j(h_e \theta_e + \phi_e - \omega ct + \pi/2)} \Rightarrow (3.44) \\ &= i_{s-cp}^s + i_{s-cnrr}^s + i_{s-cne}^s \end{aligned}$$

sendo:

$$I_{c-p} = \frac{\Sigma \sigma l_s V_{sc}}{|\sigma l_s^s| \omega_c}, \quad I_{c-nr} = \frac{\Delta \sigma l_{sr} V_{sc}}{|\sigma l_s^s| \omega_c}, \quad I_{c-ne} = \frac{\Delta \sigma l_{se} V_{sc}}{|\sigma l_s^s| \omega_c}$$

Utilizando-se a injeção de um vetor de corrente para o caso do modelo de  $\sigma l_s^s$  com duas saliências dependentes da posição rotórica, a tensão resultante pode ser determinada através da substituição de (3.39) e (3.35) em (3.23).

$$\begin{aligned} v_{s-c}^s \cong & j\omega_c \left\{ \Sigma \sigma l_s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \Delta \sigma l_{sr} \begin{bmatrix} \cos(h_r \theta_r + \phi_r) & -\text{sen}(h_r \theta_r + \phi_r) \\ -\text{sen}(h_r \theta_r + \phi_r) & -\cos(h_r \theta_r + \phi_r) \end{bmatrix} \right\} \\ & + \Delta \sigma l_{se} \begin{bmatrix} \cos(h_e \theta_e + \phi_e) & -\text{sen}(h_e \theta_e + \phi_e) \\ -\text{sen}(h_e \theta_e + \phi_e) & -\cos(h_e \theta_e + \phi_e) \end{bmatrix} I_{sc} \begin{bmatrix} \cos(\omega_c t) \\ -\text{sen}(\omega_c t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.45)$$

Resolvendo-se a equação (3.45), e expressando-a na forma vetorial, tem-se:

$$\begin{aligned} v_{s-c}^s &= jV_{c-p} e^{j\omega_c t} + jV_{c-nr} e^{j(h_r \theta_r + \phi_r - \omega_c t)} + jV_{c-ne} e^{j(h_e \theta_e + \phi_e - \omega_c t)} \Rightarrow \\ &= V_{c-p} e^{j(\omega_c t + \pi/2)} + V_{c-nr} e^{j(h_r \theta_r + \phi_r - \omega_c t + \pi/2)} + V_{c-ne} e^{j(h_e \theta_e + \phi_e - \omega_c t + \pi/2)} \Rightarrow \\ &= v_{s-cp}^s + v_{s-cn r}^s + v_{s-cne}^s \end{aligned} \quad (3.46)$$

sendo

$$V_{c-nr} = \omega_c \Delta \sigma l_{sr} I_{sc} \quad e \quad V_{c-ne} = \omega_c \Delta \sigma l_{se} I_{sc}$$

Similarmente para o caso de duas saliências, uma dependente da posição do rotor e outra dependente da posição do fluxo rotórico, pode-se obter a tensão resultante (3.47), pela substituição de (3.40) e (3.35) em (3.23).

$$\begin{aligned} v_{s-c}^s &= jV_{c-p} e^{j\omega_c t} + jV_{c-nr} e^{j(h_r \theta_r + \phi_r - \omega_c t)} + jV_{c-ne} e^{j(h_e \theta_e + \phi_e - \omega_c t)} \Rightarrow \\ &= V_{c-p} e^{j(\omega_c t + \pi/2)} + V_{c-nr} e^{j(h_r \theta_r + \phi_r - \omega_c t + \pi/2)} + V_{c-ne} e^{j(h_e \theta_e + \phi_e - \omega_c t + \pi/2)} \Rightarrow \\ &= v_{s-cp}^s + v_{s-cn r}^s + v_{s-cne}^s \end{aligned} \quad (3.47)$$

Analisando as equações do vetor corrente e tensão resultante, devido à injeção de um vetor de tensão e corrente de alta freqüência girante, vê-se claramente que são compostas por três termos. O primeiro, o componente de seqüência positiva,  $(i_{s\_cp}^s$  e  $v_{s\_cp}^s)$  é proporcional à  $\Sigma\sigma l_s$ . O segundo, o componente de seqüência negativa,  $(i_{s\_cnr}^s$  e  $v_{s\_cnr}^s)$ , proporcional à  $\Delta\sigma l_{sr}$ , e que tem informação em relação à posição do rotor na sua fase. O terceiro, outro componente de seqüência negativa  $(i_{s\_cne}^s$  e  $v_{s\_cne}^s)$ , proporcional à  $\Delta\sigma l_{se}$ , e que apresenta em sua fase informação sobre a posição do fluxo rotórico.

Para estudos de simulação, duas saliências foram usadas: 1) uma com  $h_r = 14$  que representa as 28 ranhuras rotóricas da máquina, ou seja, uma saliente dependente da posição rotórica e 2) outra com  $h_e = 2$  que representa uma saliência que varia na mesma velocidade do vetor de fluxo rotórico, ou seja, dependente da posição do vetor fluxo. Considera-se, também, que o valor de  $\Delta\sigma l_{sr}$  é de aproximadamente 10% de  $\Sigma\sigma l_s$  e o valor de  $\Delta\sigma l_{se}$  é 50% de  $\Delta\sigma l_{sr}$  que pode representar uma condição específica de fluxo. Substituindo estes valores nas equações (3.43) e (3.44) para o caso de injeção de tensão, ou nas equações (3.46) e (3.47) para o caso de injeção de corrente, e simulando-as, as trajetórias elípticas traçadas pelas correntes ou tensões de alta freqüência no referencial estacionário, para diferentes posições rotóricas, são mostradas na Figura 3.5. Mostra-se, também, a trajetória elíptica traçada pelas equações (3.34) para o caso de injeção de tensão ou (3.38) para o caso de injeção de corrente, quando existe somente uma saliência dependente da posição rotórica e os dois eixos principais das elipses. Analisando o gráfico da Figura 3.5, descrevem-se algumas conclusões importantes:

- Pode ser visto que o padrão elíptico traçado está presente para o caso de duas saliências. Embora não mostrado, este padrão prevalece mesmo para o caso de a máquina ter múltiplas saliências. Isto significa dizer que não é possível se determinar quantas saliências estão presentes numa máquina somente por esta simples observação deste padrão elíptico;
- Verifica-se que a relação entre o eixo principal da elipse e a posição do rotor não é mais linear. Além disso, observa-se a perda de alinhamento entre o eixo principal da elipse e a posição do rotor para algumas posições rotóricas. Conseqüentemente, isto gerará um erro de estimação caso não seja levado em consideração;

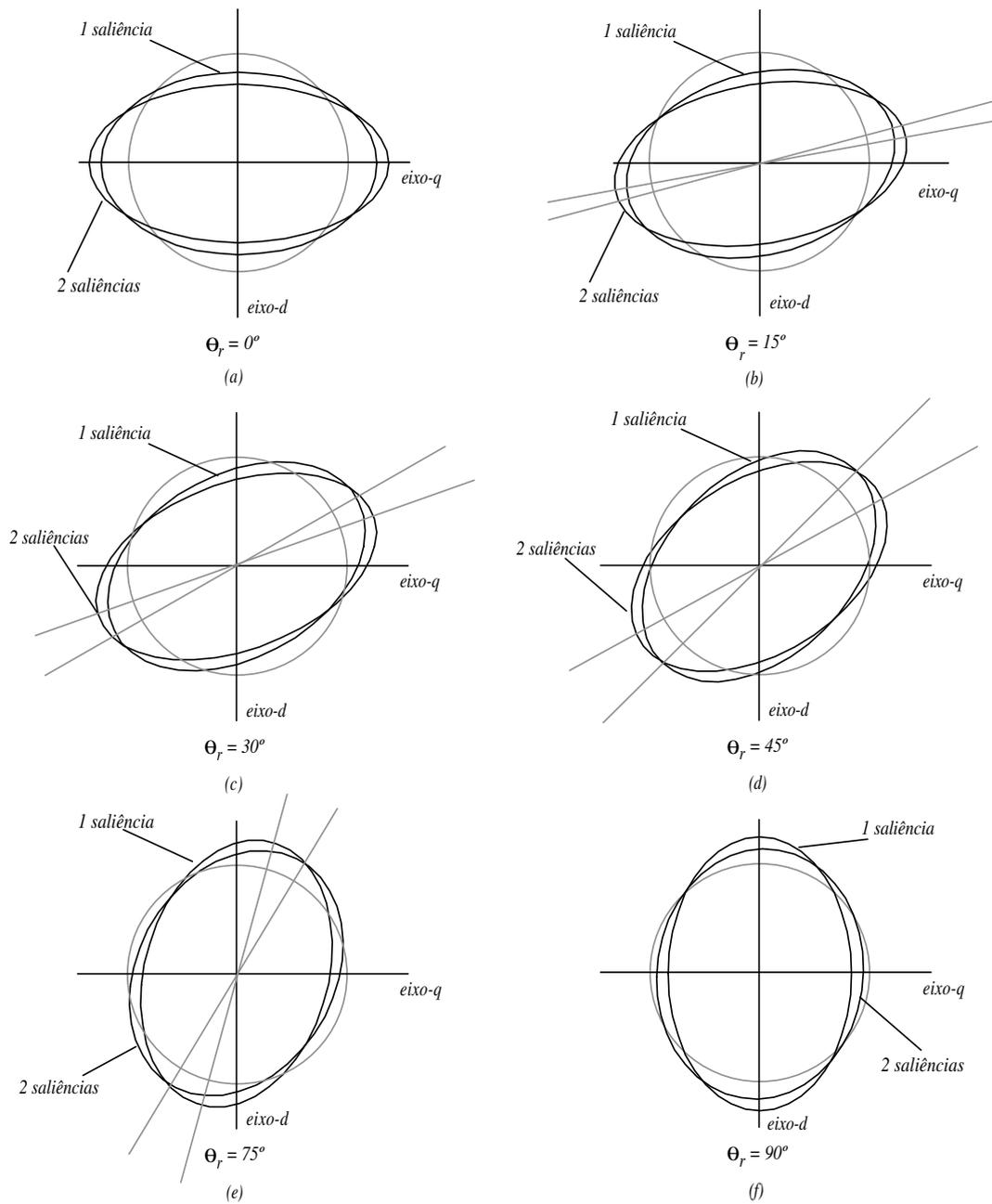


Figura 3.5: Padrão elíptico traçado pelos vetores de corrente quando duas saliências dependentes da posição rotórica estão presentes na máquina.: (a)  $\theta_r = 0^\circ$ ; (b)  $\theta_r = 15^\circ$ ; (c)  $\theta_r = 30^\circ$ ; (d)  $\theta_r = 45^\circ$ ; (e)  $\theta_r = 75^\circ$ ; (f)  $\theta_r = 90^\circ$

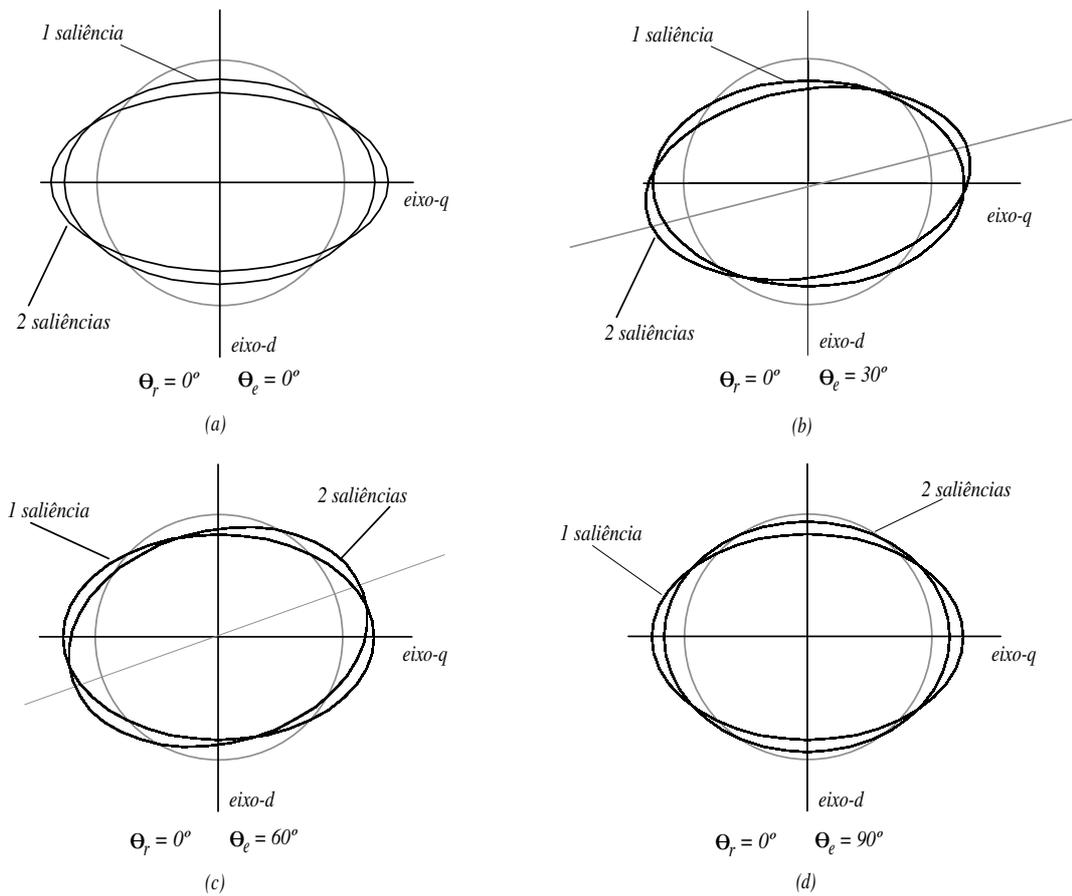


Figura 3.6: Padrão elíptico traçado pelos vetores de corrente quando duas saliências estão presentes na máquina:: (a)  $\theta_r = 0^\circ, \theta_e = 0^\circ$ ; (b)  $\theta_r = 0^\circ, \theta_e = 30^\circ$ ; (c)  $\theta_r = 0^\circ, \theta_e = 60^\circ$ ; (d)  $\theta_r = 0^\circ, \theta_e = 90^\circ$ ;

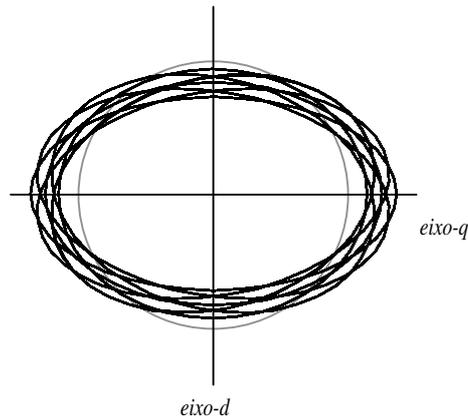


Figura 3.7: Sobreposição dos padrões elípticos traçados pelos vetores de corrente quando duas saliências estão presentes na máquina: 1 saliência dependente da posição rotórica e outra dependente da posição do vetor de fluxo rotórico:  $\theta_r = 0^\circ, \theta_e = 0^\circ - 360^\circ$ ;

- O tamanho da elipse varia de acordo com a posição rotórica.

Na Figura 3.6 é mostrado o padrão traçado para uma única posição rotórica. Observa-se que a posição do eixo principal da elipse varia mesmo quando a posição rotórica é fixa, ou seja, haverá um erro de estimação da posição rotórica que será função da fase da segunda saliência. Mostra-se na Figura 3.7 uma sobreposição do padrão elíptico traçado para vários ângulos  $\theta_e$ . Observa-se que haverá um erro de estimação, porém o valor médio deste erro é aproximadamente zero, visto que o deslocamento do eixo principal da elipse é positivo e negativo em relação à posição rotórica. O valor dos erros nos dois casos analisados será função dos tamanhos das saliências envolvidas. Particularmente, o segundo caso é mais crítico, uma vez que a fase e a magnitude da saliência relacionada com a posição do fluxo rotórico variam de acordo com nível de fluxo da máquina.

### 3.3 Modelo da Simulação

A equação da indutância total  $L_{dq}$ , deduzida no Capítulo 2, representa o modelo genérico no referencial estático que pode ser usado nas simulações. O modelo apresentado em (2.112) considera todos os harmônicos de  $(-\infty$  a  $\infty)$ . Para fins de simulação usou-se este modelo truncando-se a série de Fourier. Enfim, apresenta-se uma equação simplificada (3.48) que será utilizada nas simulações.

$$\begin{aligned}
 L_{dq} = & \Sigma L_{dq} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta L_{qqs} & \Delta L_{qds} \\ \Delta L_{dqs} & \Delta L_{dds} \end{bmatrix} \\
 & + \Delta L_{dq\_hr} \begin{bmatrix} \cos(h_r \theta_r + \phi_{r\_hr}) & -\text{sen}(h_r \theta_r + \phi_{r\_hr}) \\ -\text{sen}(h_r \theta_r + \phi_{r\_hr}) & -\cos(h_r \theta_r + \phi_{r\_hr}) \end{bmatrix} \\
 & + \Delta L_{dq\_he} \begin{bmatrix} \cos(h_e \theta_e + \phi_{e\_he}) & -\text{sen}(h_e \theta_e + \phi_{e\_he}) \\ -\text{sen}(h_e \theta_e + \phi_{e\_he}) & -\cos(h_e \theta_e + \phi_{e\_he}) \end{bmatrix} \\
 & + \Delta L_{dq\_her} \begin{bmatrix} \cos(h_r \theta_r + h_e \theta_e + \phi_{her}) & -\text{sen}(h_r \theta_r + h_e \theta_e + \phi_{her}) \\ -\text{sen}(h_r \theta_r + h_e \theta_e + \phi_{her}) & -\cos(h_r \theta_r + h_e \theta_e + \phi_{her}) \end{bmatrix} \quad (3.48)
 \end{aligned}$$

Utilizando uma modulação na indutância estática a matriz resultante  $L_{dq}$  pode ser expressa por (3.49):

$$L_{sdq} = k_s L_s (k_s)^{-1} = \begin{bmatrix} L_{sdq11} & L_{sdq12} \\ L_{sdq21} & L_{sdq22} \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

sendo:

$$\begin{aligned}
 L_{sdq11} = & \Sigma L_{dq} + \Delta L_{qqs} + \Delta L_{dq\_hr} \cos(h_r \theta_r + \phi_{r\_hr}) + \Delta L_{dq\_he} \cos(h_e \theta_e + \phi_{e\_he}) \\
 & + \Delta L_{dq\_her} \cos(h_r \theta_r + h_e \theta_e + \phi_{her}) \quad (3.50)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L_{sdq12} = & \Delta L_{qds} - \Delta L_{dq\_hr} \text{sen}(h_r \theta_r + \phi_{r\_hr}) - \Delta L_{dq\_he} \text{sen}(h_e \theta_e + \phi_{e\_he}) \\
 & - \Delta L_{dq\_her} \text{sen}(h_r \theta_r + h_e \theta_e + \phi_{her}) \quad (3.51)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L_{sdq21} = & \Delta L_{dqs} - \Delta L_{dq\_hr} \text{sen}(h_r \theta_r + \phi_{r\_hr}) - \Delta L_{dq\_he} \text{sen}(h_e \theta_e + \phi_{e\_he}) \\
 & - \Delta L_{dq\_her} \text{sen}(h_r \theta_r + h_e \theta_e + \phi_{her}) \quad (3.52)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L_{sdq22} = & \Sigma L_{dq} + \Delta L_{dds} - \Delta L_{dq-h_r} \cos(h_r \theta_r + \phi_r) - \Delta L_{dq-h_e} \cos(h_e \theta_e + \phi_e) \\
 & - \Delta L_{dq-h_{er}} \cos(h_r \theta_r + h_e \theta_e + \phi_{he_r}) \quad (3.53)
 \end{aligned}$$

Substituindo-se (3.49) em (3.54), visto que os demais termos da matriz não são alterados obtêm-se as expressões para os fluxos concatenados estatóricos e rotóricos (3.55)-(3.58):

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qds}^s \\ \lambda_{qdr}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_s L_s (k_s)^{-1} & k_s L_{sr} (k_r)^{-1} \\ k_r (L_{sr})^T (k_s)^{-1} & k_r L_r (k_r)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qds}^s \\ i_{qdr}^s \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

$$\lambda_{qs}^s = L_{sdq11} i_{qs}^s + L_{sdq12} i_{ds}^s + L_m i_{qr}^s \quad (3.55)$$

$$\lambda_{ds}^s = L_{sdq21} i_{qs}^s + L_{sdq22} i_{ds}^s + L_m i_{dr}^s \quad (3.56)$$

$$\lambda_{qr}^s = L_r i_{qr}^s + L_m i_{qs}^s \quad (3.57)$$

$$\lambda_{dr}^s = L_r i_{dr}^s + L_m i_{ds}^s \quad (3.58)$$

Substituindo-se as equações dos fluxos (3.55)-(3.58) nas expressões das tensões (2.1)-(2.4) no referencial estatórico obtêm-se o modelo elétrico da máquina assíncrona com rotor em gaiola em função dos fluxos estatóricos e rotóricos, conforme é mostrado abaixo:

$$\frac{d\lambda_{ds}^s}{dt} = v_{ds}^s - \frac{r_s}{\left(\frac{\sigma L_{s11} \sigma L_{s22}}{L_{s21}} - L_{s12}\right)} \left( \frac{\sigma L_{s11}}{L_{s21}} \lambda_{ds} - \lambda_{qs} - \frac{\sigma L_{s11}}{L_{s21}} \frac{L_m}{L_r} \lambda_{dr} + \frac{L_m}{L_r} \lambda_{qr} \right) \quad (3.59)$$

$$\frac{d\lambda_{qs}^s}{dt} = v_{qs}^s - \frac{r_s}{\left(L_{s12} - \frac{\sigma L_{s22} \sigma L_{s11}}{L_{s12}}\right)} \left( \lambda_{ds} - \frac{\sigma L_{s22}}{L_{s12}} \lambda_{qs} - \frac{L_m}{L_r} \lambda_{dr} + \frac{\sigma L_{s22}}{L_{s12}} \frac{L_m}{L_r} \lambda_{qr} \right) \quad (3.60)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d\lambda_{dr}^s}{dt} = & v_{dr}^s - \frac{r_r}{\frac{L_r}{L_m} \left(\frac{L_{s12} L_{s21}}{\sigma L_{s11}} - \sigma L_{s22}\right)} \left( \lambda_{ds} - \frac{L_{s21}}{\sigma L_{s11}} \lambda_{qs} + \frac{1}{L_m} \left( \frac{L_{s12} L_{s21}}{\sigma L_{s11}} - L_{s22} \right) \lambda_{dr} \right. \\
 & \left. + \frac{L_m}{L_r} \frac{L_{s21}}{\sigma L_{s11}} \lambda_{qr} \right) - \omega_r \lambda_{qr} \quad (3.61)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d\lambda_{qr}^s}{dt} = & v_{qr}^s - \frac{r_r}{\frac{L_r}{L_m} \left(\sigma L_{s11} - \frac{L_{s12} L_{s21}}{\sigma L_{s22}}\right)} \left( \frac{L_{s12}}{\sigma L_{s22}} \lambda_{ds} - \lambda_{qs} - \frac{L_{s12}}{\sigma L_{s22}} \frac{L_m}{L_r} \lambda_{dr} \right. \\
 & \left. + \frac{1}{L_m} \left( L_{s11} - \frac{L_{s12} L_{s21}}{\sigma L_{s22}} \right) \lambda_{qr} \right) + \omega_r \lambda_{dr} \quad (3.62)
 \end{aligned}$$

As equações das correntes estatóricas e rotóricas serão dadas por:

$$i_{ds}^s = \frac{1}{\left(\frac{\sigma L_{s11} \sigma L_{s22}}{L_{s21}} - L_{s12}\right)} \left( \frac{\sigma L_{s11}}{L_{s21}} \lambda_{ds} - \lambda_{qs} - \frac{\sigma L_{s11}}{L_{s21}} \frac{L_m}{L_r} \lambda_{dr} + \frac{L_m}{L_r} \lambda_{qr} \right) \quad (3.63)$$

$$i_{qs}^s = \frac{1}{\left(L_{s12} - \frac{\sigma L_{s22} \sigma L_{s11}}{L_{s12}}\right)} \left( \lambda_{ds} - \frac{\sigma L_{s22}}{L_{s12}} \lambda_{qs} - \frac{L_m}{L_r} \lambda_{dr} + \frac{\sigma L_{s22}}{L_{s12}} \frac{L_m}{L_r} \lambda_{qr} \right) \quad (3.64)$$

$$i_{dr}^s = \frac{1}{\frac{L_r}{L_m} \left(\frac{L_{s12} L_{s21}}{\sigma L_{s11}} - \sigma L_{s22}\right)} \left( \lambda_{ds} - \frac{L_{s21}}{\sigma L_{s11}} \lambda_{qs} + \frac{1}{L_m} \left(\frac{L_{s12} L_{s21}}{\sigma L_{s11}} - L_{s22}\right) \lambda_{dr} + \frac{L_m}{L_r} \frac{L_{s21}}{\sigma L_{s11}} \lambda_{qr} \right) \quad (3.65)$$

$$i_{qr}^s = \frac{1}{\frac{L_r}{L_m} \left(\sigma L_{s11} - \frac{L_{s12} L_{s21}}{\sigma L_{s22}}\right)} \left( \frac{L_{s12}}{\sigma L_{s22}} \lambda_{ds} - \lambda_{qs} - \frac{L_{s12}}{\sigma L_{s22}} \frac{L_m}{L_r} \lambda_{dr} + \frac{1}{L_m} \left(L_{s11} - \frac{L_{s12} L_{s21}}{\sigma L_{s22}}\right) \lambda_{qr} \right) \quad (3.66)$$

sendo:

$$\sigma L_{s11} = L_{s11} - \frac{L_m^2}{L_r} \quad (3.67)$$

$$\sigma L_{s22} = L_{s22} - \frac{L_m^2}{L_r} \quad (3.68)$$

As equações mecânicas do conjugado eletromagnético e da velocidade são obtidas a partir das equações dos fluxos e das correntes :

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{L_m}{L_r} \left( i_{qs}^s \lambda_{dr}^s - i_{ds}^s \lambda_{qr}^s \right) \quad (3.69)$$

$$\frac{d}{dt} \omega_r = \left( \frac{P}{2} T_e - b_p \omega_r - \frac{P}{2} C_m \right) \quad (3.70)$$

$$\frac{d}{dt} \theta_r = \omega_r \quad (3.71)$$

Na simulação computacional desenvolveu-se um programa em linguagem C e usou-se o método de Runge-kutta de 4ª ordem para resolução das equações diferenciais. O período de amostragem utilizado no programa foi de 0,5  $\mu s$ . Para os controladores

de correntes utilizou-se  $100 \mu s$  e para o controlador de velocidade foi usado  $1 ms$ . O tempo de chaveamento do *PWM* foi de  $100 \mu s$ . A aproximação usada na implementação digital foi o método de discretização Tustin (3.72), onde  $T$  é o período de amostragem.

$$S = \frac{2(z-1)}{T(z+1)} \quad (3.72)$$

### 3.4 Resultados das Simulações da Modelagem e Comparação com Curvas Reais

Neste item serão analisados os resultados das simulações aplicadas a um motor de indução trifásico com rotor em gaiola de 3 hp, 220v, 1710 rpm, 4 pólos e 60 Hz. Os seus parâmetros nominais são mostrados na Tabela 3.1. A finalidade destas simulações é verificar se os resultados obtidos do modelo teórico estão de acordo com alguns resultados verificados experimentalmente e, assim, validar a utilização deste modelo.

Parâmetros da máquina (simulação)						
$r_s(\Omega)$	$r_r(\Omega)$	$L_{ls}(H)$	$L_{lr}(H)$	$L_m(H)$	$J(kg.m^2)$	$I(A)$
0.435	0.82	0.002	0.002	0.1039	0.089	5.8

Tabela 3.1: Parâmetros da máquina utilizada na simulação

A máquina foi simulada em malha aberta acionada pelo controle volts-Hertz para o caso de injeção de tensão e em malha fechada para o caso de injeção de corrente. Objetiva-se estudar os resultados de modo que possam ser usados na estimação da posição rotórica em frequência próxima de zero. A Figura 3.8 mostra um resultado da simulação para injeção de tensão com a máquina alimentada na frequência de 1Hz, girando a uma velocidade de aproximadamente  $\omega_r = 2\pi 1 \text{ rad/s}$  (60 rpm), ou seja, a vazio. Mostram-se nestas figuras os espectros correspondentes aos sinais de correntes estatóricas (FFTs - Transformada de Fourier Rápida Complexa) no referencial estacionário com e sem os componentes fundamental e de seqüência positiva, e no referencial síncrono de seqüência negativa. Neste teste, o modelo da máquina contém

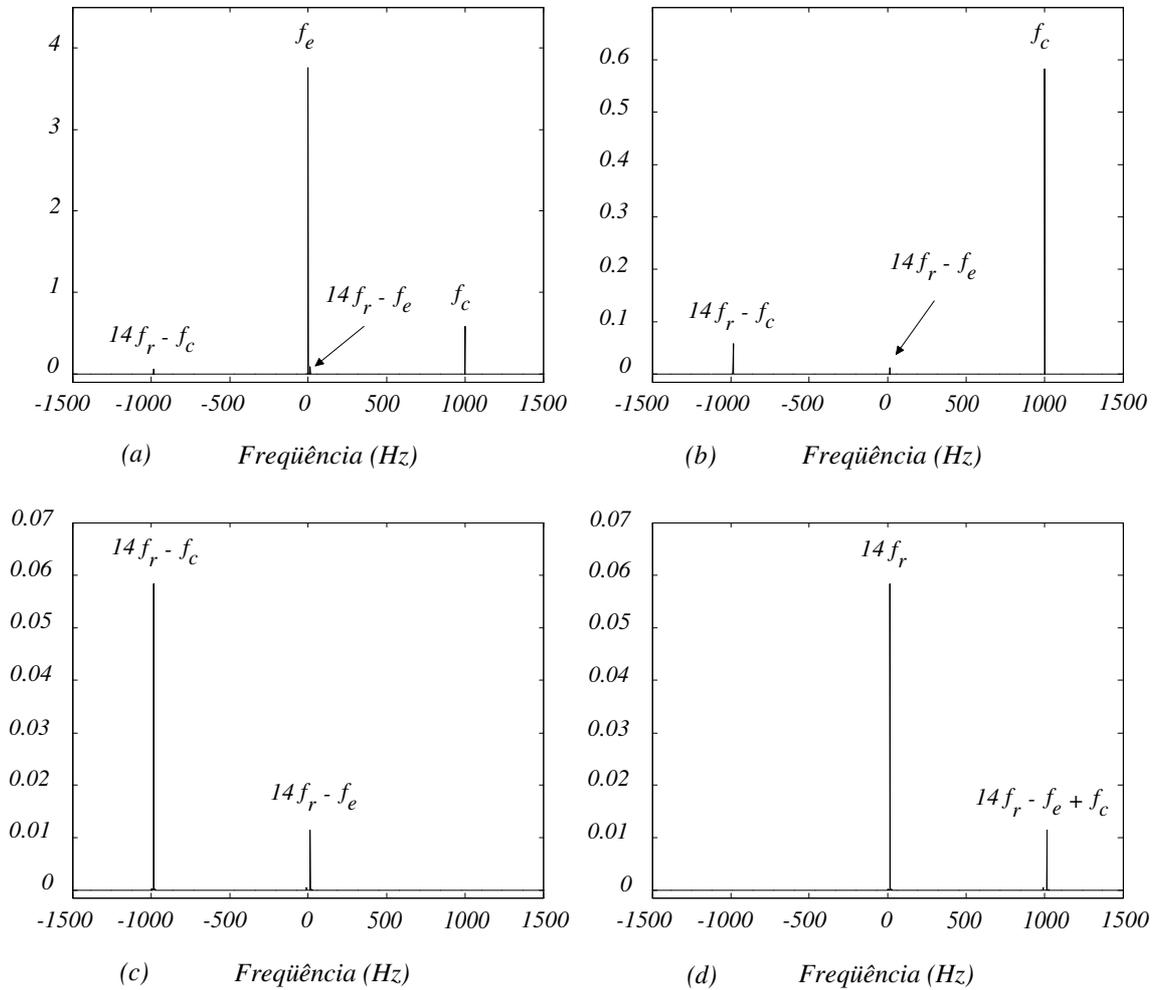


Figura 3.8: FFT do vetor corrente estática com excitação fundamental, referente ao modelo com uma saliência dependente da posição rotórica: (a) todos os componentes; (b) filtragem da componente positiva; (c) filtragem da componente fundamental e positiva; (d) filtragem dos componente fundamental e positiva, mostrada no referencial síncrono de seqüência negativa;

uma saliência dependente da posição rotórica ( $h_r = 14$ ). O valor escolhido para esta saliência foi de aproximadamente 10%, ou seja, o componente de seqüência negativa é aproximadamente 10% do valor da componente de seqüência positiva. O sinal injetado tem uma freqüência de  $1\text{KHz}$  e uma amplitude de aproximadamente 10% da tensão nominal da máquina. Pode-se notar na Figura 3.8 os três componentes principais da corrente: a componente fundamental na freqüência ( $f_e$ ), o componente de seqüência positiva na freqüência ( $f_c$ ) e o componente de seqüência negativa na freqüência de  $(14f_r - f_c)$ . A última componente possui a informação desejada da posição da saliência rotórica. São mostradas as FFTs do sinal de corrente após a filtragem da componente fundamental e de seqüência positiva nas Figuras 3.8b e 3.8c, respectivamente. Pode-se verificar que o sistema de filtragem síncrona elimina os sinais indesejáveis e não provoca atenuação das magnitudes nos componentes que não foram filtrados. Na Figura 3.8d, mostra-se a FFT do componente de seqüência negativa no referencial síncrono de seqüência negativa. A FFT desta figura é determinada transformando o sinal de seqüência negativa da corrente  $i_{s-cn}^s$  para o referencial síncrono de seqüência negativa, mostrado na equação (3.73). As características do sinal neste referencial são: 1) a freqüência é diretamente proporcional à freqüência da saliência rotórica ( $14f_r$ ). Isto significa que a fase deste sinal é uma função da posição da saliência rotórica e independente da freqüência do sinal de alta freqüência injetado.

$$i_{s-cn}^{cn} = e^{j\omega_c t} j I_{c-n} e^{j(h\theta_e + \phi - \omega_c t)} \quad (3.73)$$

2) Além dos componentes citados anteriormente, é observado também outro sinal na freqüência de  $(14f_r - f_e)$ . Este sinal surge em função da interação do componente fundamental com a saliência. Na Figura 3.8d, observa-se que esse componente tem uma separação no espectro bem definida em relação ao componente que possui informação da posição rotórica. Pode-se concluir, portanto, que não serão provocados efeitos prejudiciais na estimação da saliência rotórica.

Na Figura 3.9, mostra-se o espectro de freqüência do resultado de simulação para injeção de tensão com mesma amplitude e freqüência que aquele do teste anterior e nas mesmas condições de operação da máquina. Para este caso, o modelo da máquina possui duas saliências dependentes da posição rotórica, sendo a segunda saliência

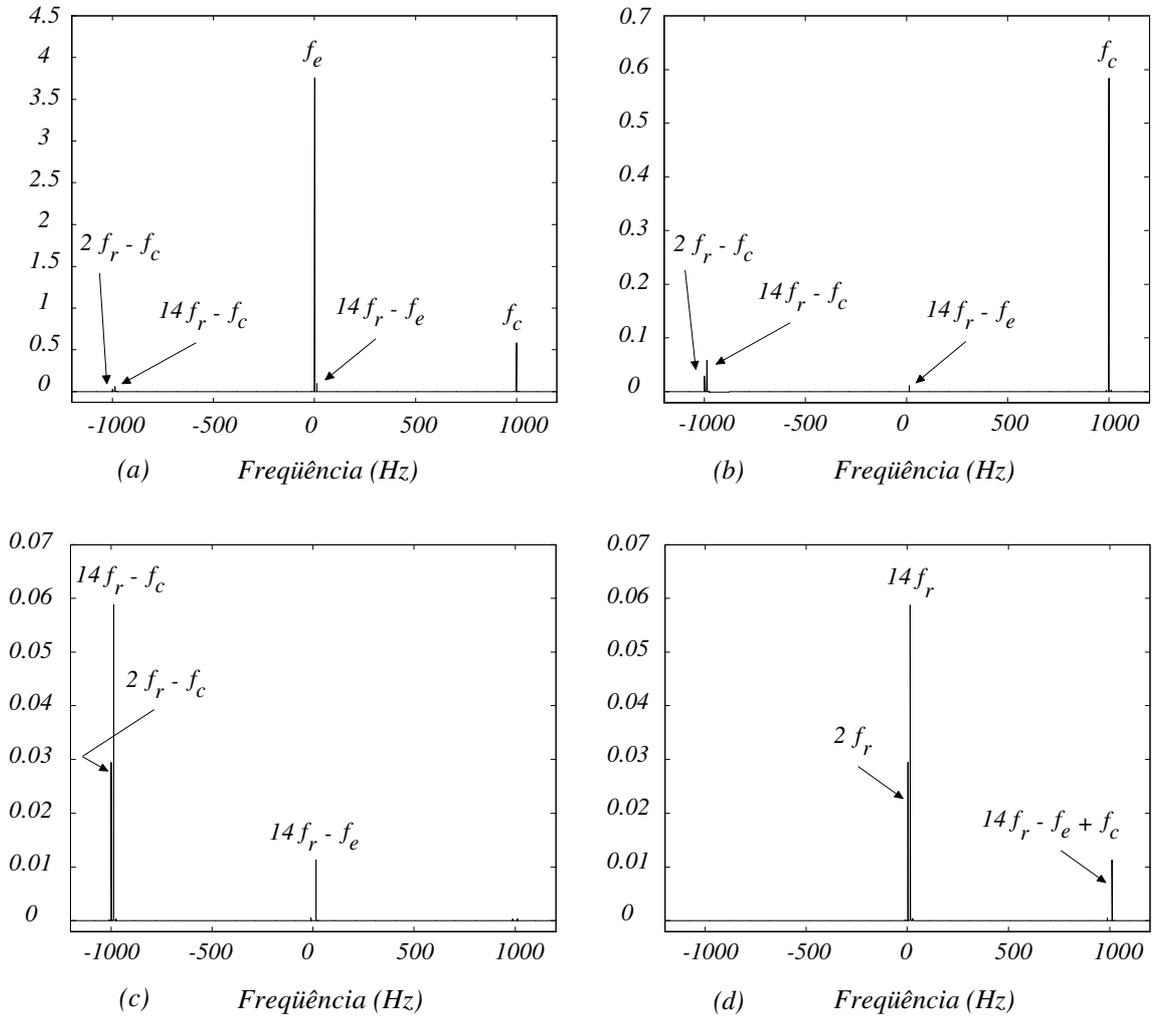


Figura 3.9: FFT do vetor corrente estática com excitação fundamental, referente ao modelo com duas saliências dependentes da posição rotórica: (a) todos os componentes; (b) filtragem da componente positiva; (c) filtragem da componente fundamental e positiva; (d) filtragem dos componente fundamental e positiva no referencial síncrono de seqüência negativa:

harmônica com  $h = 2$  e seu valor aproximadamente de 50% do valor da primeira saliência. Nestas figuras, observa-se um componente a mais devido à segunda saliência, localizado na freqüência de  $(2f_r)$ . A partir da Figura 3.9d, percebe-se que a segunda componente dependente da posição rotórica tem uma pequena separação no espectro de freqüência. Logo, é quase impossível separá-las por meio da filtragem síncrona utilizada neste trabalho. Portanto, deve-se incluir todos os componentes que têm informação sobre a saliência no modelo que será utilizado para a estimação, sob pena de os resultados apresentarem erros indesejáveis. Uma outra possibilidade é determinar o modelo da segunda saliência off-line e propor um desacoplamento da mesma [24], [26], [27].

Utilizando as mesmas condições dos testes anteriores mostram-se na Figura 3.10 os resultados do espectro de freqüência para o caso de o modelo da máquina possuir duas saliências: uma dependente da posição rotórica e outra dependente da posição do vetor de fluxo rotórico. A segunda saliência foi escolhida no modelo de tal forma que gire na velocidade do fluxo rotórico com a ordem da harmônica de  $h_e = 2$ . Sua magnitude é de aproximadamente 60% do valor da primeira saliência, representando um valor que é função do nível de fluxo da máquina. É também observado um componente a mais de seqüência negativa, localizado na freqüência  $(2f_e - f_c)$  e dependente da posição do fluxo rotórico. A mesma preocupação do teste anterior deve ser verificada para obter-se melhor exatidão do estimador.

Na Fig. 3.11 é mostrado um resultado de simulação para a injeção de um sinal de corrente com a máquina girando a  $-300$  rpm, a vazio e com fluxo nominal. Nestas figuras são mostradas as FFT do sinal de tensão antes e após a eliminação dos componentes fundamental e de seqüência positiva. O modelo saliente da máquina foi simulado com as seguintes características: 28 ranhuras rotóricas e barras retas (*unskewed rotor*), 24 ranhuras estatóricas. Esta combinação produz uma aparência saliente com período igual ao passo polar (*pole pitch*) da máquina (veja Fig. 2.1). Esta saliência interage com o componente fundamental dos enrolamentos da máquina para produzir uma variação de indutância que depende da posição rotórica. O valor escolhido para esta saliência é de aproximadamente 15%. Este valor foi escolhido propositalmente para simular o

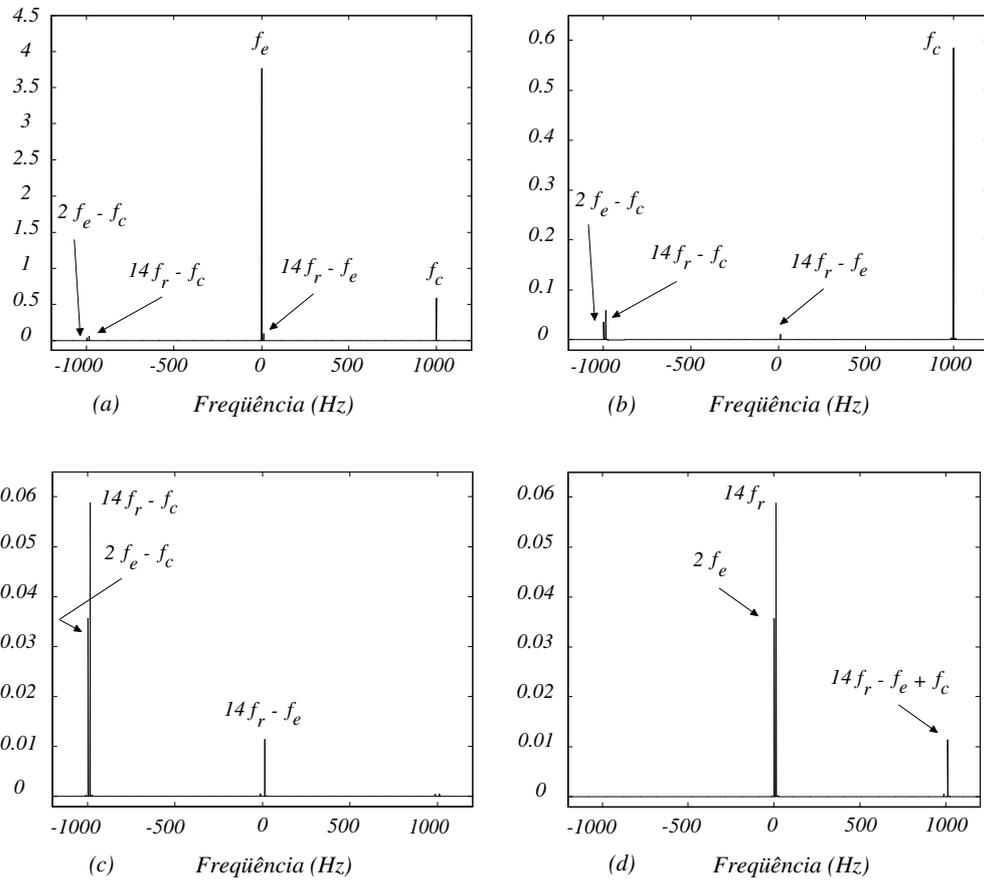


Figura 3.10: FFT do vetor corrente estática com excitação fundamental, referente ao modelo com duas saliências - uma dependente da posição rotórica e outra dependente da posição do vetor de fluxo rotórico: (a) todos os componentes; (b) filtragem do componente fundamental; (c) filtragem dos componentes fundamental e de seqüência positiva; (d) filtragem dos componentes fundamental e de seqüência positiva no referencial síncrono de seqüência negativa.

efeito de rotores com ranhuras abertas (*open slots*) e barras retas. A frequência do sinal de corrente injetado foi de  $1kHz$  e com uma amplitude de  $0.5\text{ A}$  (5% da corrente nominal). Na Fig. 3.11a observam-se os três componentes principais da tensão: o componente fundamental ( $f_e$ ), o componente de seqüência positiva ( $f_c$ ) e o componente de seqüência negativa ( $14f_r - f_c$ ), que contém a informação da posição rotórica. Nas Fig. 3.11b e Fig. 3.11c são mostradas as FFTs do sinal após a filtragem dos componentes fundamental e de seqüência positiva, respectivamente. Observa-se claramente a eficiência da filtragem síncrona, ou seja, elimina os componentes desejados sem atenuar os outros. E na Fig. 3.11d é mostrado o espectro do componente de seqüência negativa no referencial síncrono de seqüência negativa. Neste último referencial, a frequência do sinal é diretamente proporcional à frequência da saliência, neste caso  $14f_r$ . Em outras palavras, transformando o componente de seqüência negativa  $v_{s_{-cn}}^s$  para o referencial síncrono de seqüência negativa, tem-se (3.74). Ou seja, a fase deste sinal é somente função da posição da saliência, independente da frequência do sinal injetado. A mesma observação pode ser feita para o caso de saliências múltiplas.

$$v_{s_{-cn}}^{cn} = e^{j\omega_c} jV_{c-n} e^{j(h\theta_e + \phi - \omega_c t)} = jV_{c-n} e^{j(h\theta_e + \phi)} \quad (3.74)$$

Na Fig. 3.12 é mostrado um resultado de simulação para a injeção de um sinal de corrente com a máquina girando a  $-300\text{ rpm}$ , com fluxo e carga nominais. As mesmas conclusões anteriores são válidas para este caso, porém observa-se um componente a mais na frequência  $14f_r - f_e$ , que aparece devido à interação do componente fundamental com a saliência. Ele surge devido à carga e não era percebido no caso anterior, embora já houvesse interação entre o componente fundamental e a saliência, só que a mesma era insignificante. Observa-se ainda que o mesmo tem uma separação espectral (veja Fig. 3.12d) bem significativa em relação ao componente que tem informação a respeito da posição rotórica e, portanto, o seu efeito na estimação é desprezível, conforme será observado nos resultados de estimação.

Na Fig. 3.13 é mostrado um resultado de simulação para a injeção de um sinal de corrente com a máquina girando a  $-300\text{ rpm}$ , com fluxo e carga nominais. Nesse caso o modelo da máquina contém duas saliências: uma dependente da posição rotórica e

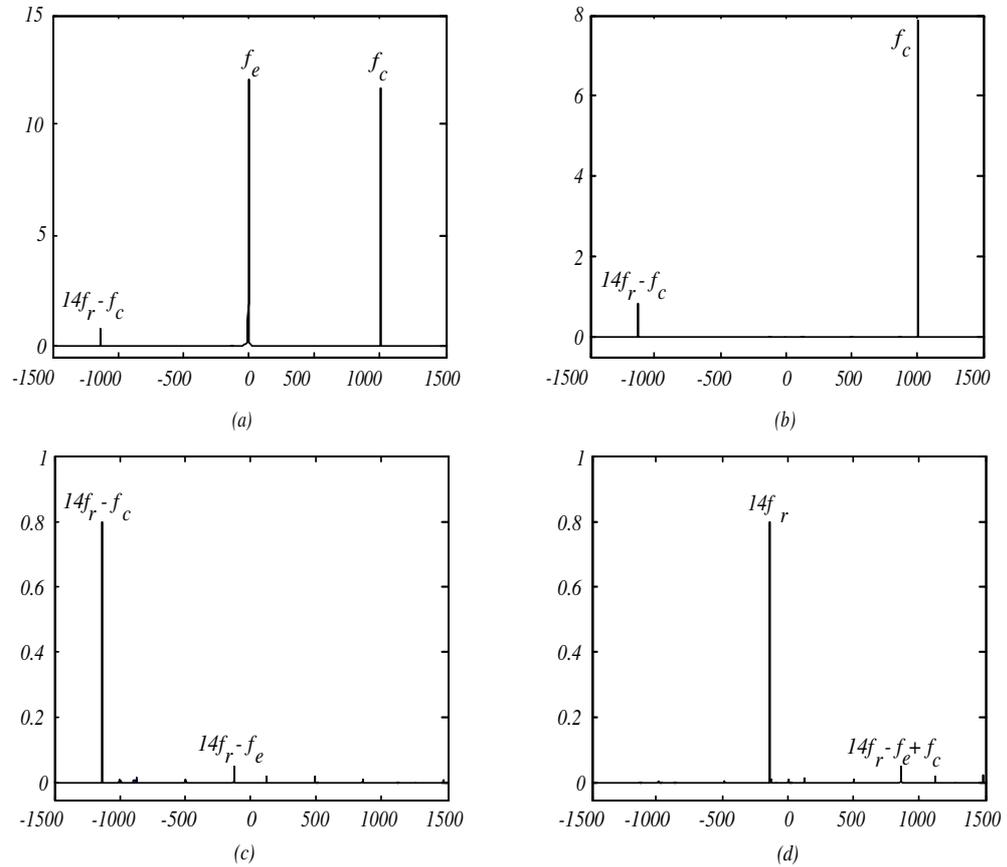


Figura 3.11: FFT do vetor de tensão estatórica com excitação fundamental, referente ao modelo com uma saliência dependente da posição rotórica: (a) todos os componentes; (b) filtragem do componente fundamental; (c) filtragem dos componentes fundamental e de seqüência positiva; (d) filtragem dos componentes fundamental e de seqüência positiva no referencial síncrono de seqüência negativa.

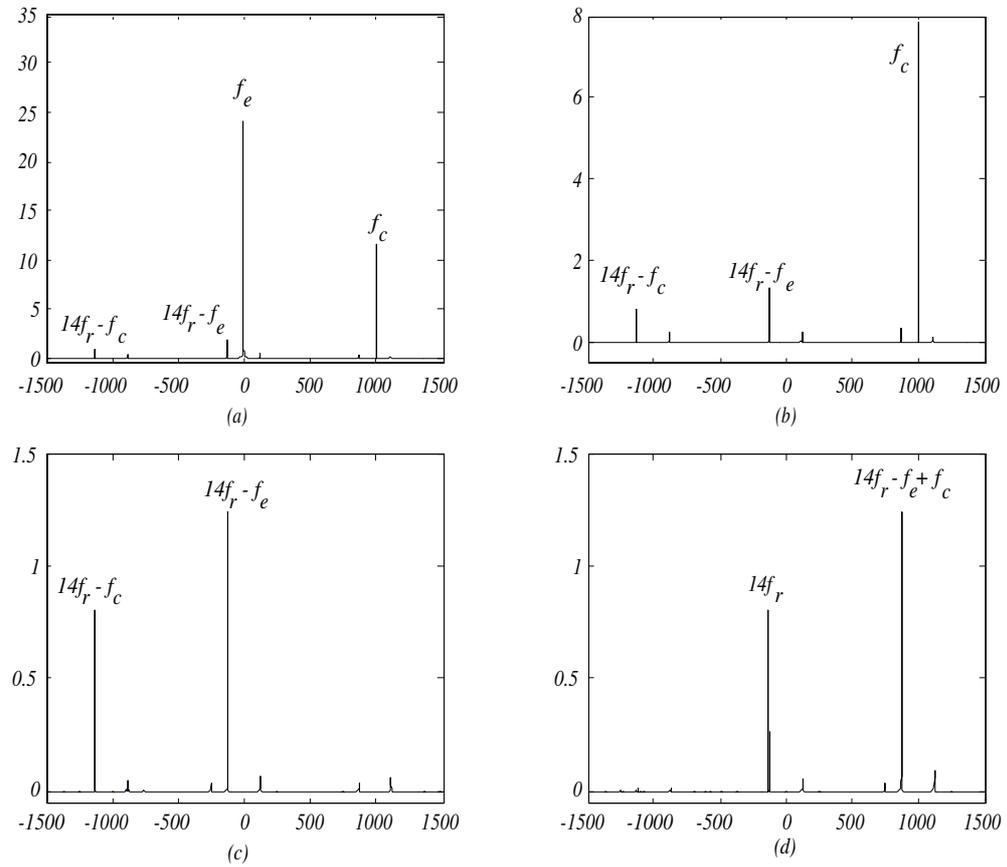


Figura 3.12: FFT do vetor de tensão estatórica com excitação fundamental, referente ao modelo com uma saliência dependente da posição rotórica: (a) todos os componentes; (b) filtragem do componente fundamental; (c) filtragem dos componentes fundamental e de seqüência positiva; (d) filtragem dos componentes fundamental e de seqüência positiva no referencial síncrono de seqüência negativa.

outra dependente da posição do vetor de fluxo rotórico. Esta última gira na velocidade do vetor de fluxo rotórico ( $h_e = 2$ ) e cujo valor é aproximadamente 60% do valor da saliência dependente da posição rotórica quando a máquina está com fluxo nominal. Este valor é função do nível de fluxo da máquina. Observa-se nesta figura que, além dos principais componentes citados anteriormente, aparece o componente de seqüência negativa dependente da posição do fluxo rotórico ( $2f_e - f_c$ ). Observa-se na Fig. 3.13d que a separação espectral entre os componentes que têm informação a respeito da saliência não é grande e, portanto, haverá um erro de estimação caso todos os componentes que têm informação a respeito da saliência não sejam incluídos no modelo a ser utilizado para a estimação.

A Fig. 3.14 mostra o espectro de frequência da tensão experimental para uma corrente injetada com frequência de  $f_c = 1$  kHz e amplitude de 2.4 A, o que corresponde a 2% da corrente nominal desta máquina. Neste teste a máquina foi alimentada somente com o sinal de alta frequência, sem o componente fundamental. A sua velocidade foi mantida em  $-450$  rpm através do controle do motor *cc* acoplado ao seu eixo. O rotor deste motor de indução tem as barras retas, o que produz uma saliência dependente da posição rotórica e que tem um número harmônico de 28 em ângulo mecânico ou 14 em ângulo elétrico. Isto significa que a cada revolução do rotor a elipse formada pelos componentes de seqüência positiva e negativa do sinal injetado completa 28 revoluções. Observa-se na Fig. 3.14a que esta máquina só tem uma saliência dependente da posição rotórica, pois os componentes dominantes são os componentes de seqüência positiva em  $f_c$  e de seqüência negativa em  $14f_r - f_c$ . Na Fig. 3.14b mostra-se o conteúdo espectral próximo ao componente de seqüência negativa, no referencial síncrono de seqüência negativa. Observa-se a presença de um componente *cc* devido a uma saliência estacionária. Esta saliência estacionária pode ser devida a vários fatores, entre eles *offset* nos sensores de corrente ou assimetrias na máquina. Comparando-se esta figura à Figura 3.11, que foi simulada com um modelo que incluía somente uma saliência dependente da posição rotórica, observa-se a semelhança dos resultados. Como nos resultados experimentais a máquina estava sem fluxo e sem conjugado, esta pode ser modelada como tendo somente uma saliência (aquela devido às ranhuras do rotor). A outra saliência que aparece (componente *cc* no referencial síncrono com a saliência) é,

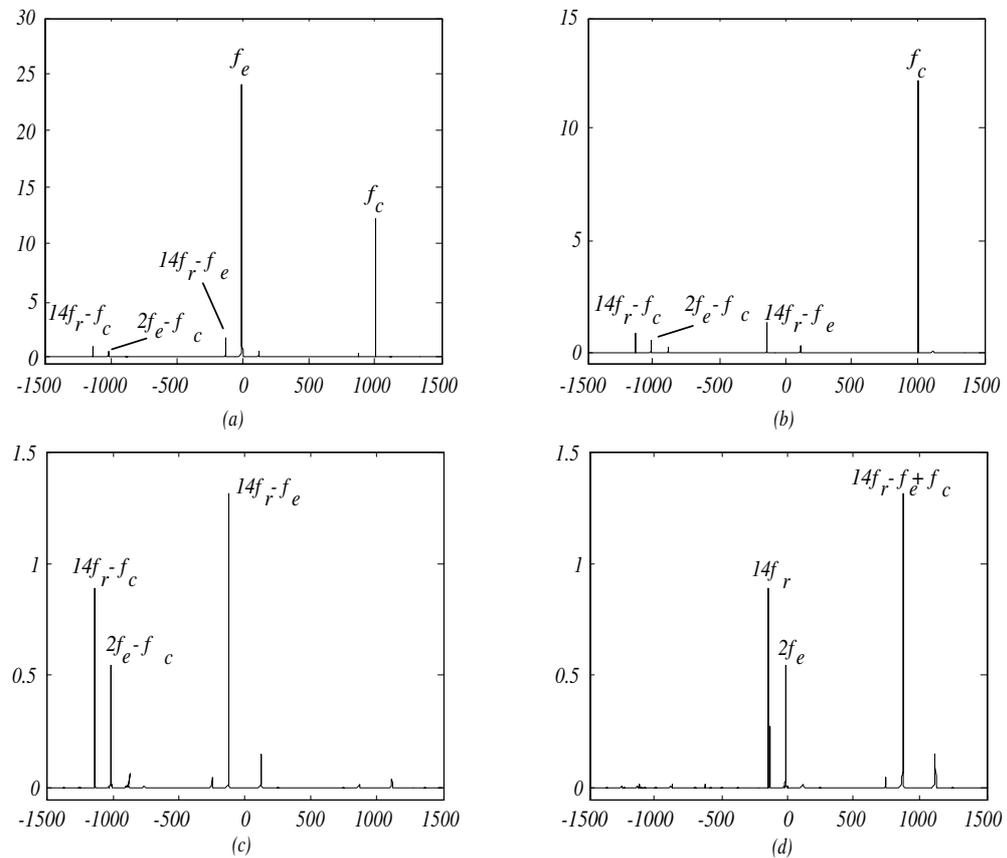


Figura 3.13: FFT do vetor de tensão estática com excitação fundamental, referente ao modelo com duas saliências - uma dependente da posição rotórica e outra dependente da posição do vetor de fluxo rotórico: (a) todos os componentes; (b) filtragem do componente fundamental; (c) filtragem dos componentes fundamental e de seqüência positiva; (d) filtragem dos componentes fundamental e de seqüência positiva no referencial síncrono de seqüência negativa.

provavelmente, devido a diferenças nos ganhos dos sensores de corrente.

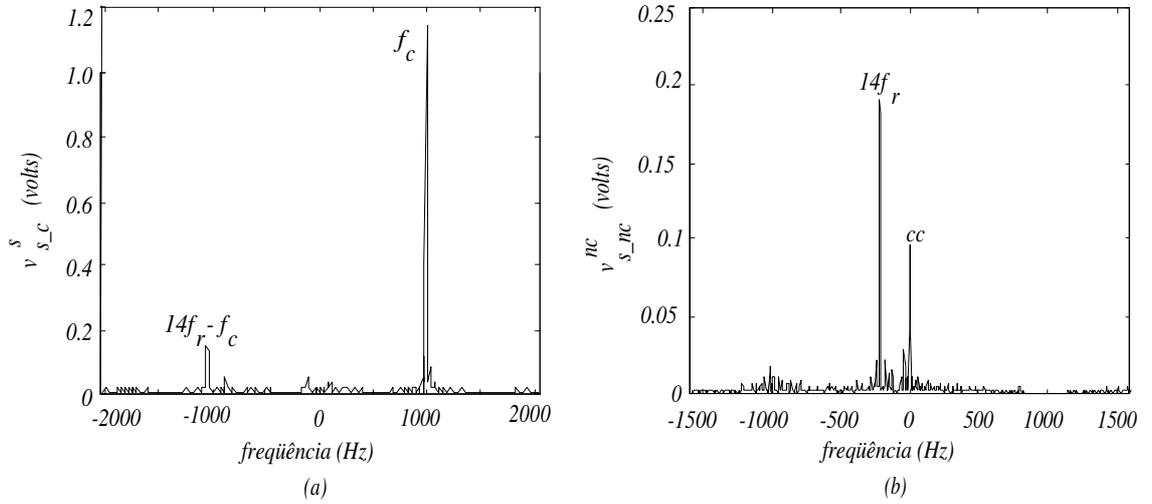


Figura 3.14: FFT do vetor tensão estátorica experimental sem excitação fundamental e com uma saliência dependente da posição rotórica: (a) referencial estacionário; (b) referencial síncrono de seqüência negativo

Na Fig. 3.15 apresenta-se a FFT experimental do vetor de tensão estátorica para a condição de fluxo nominal. A principal diferença exibida na figura no referencial estacionário (Fig. 3.15a) é a presença dos componentes devido à alimentação fundamental em  $f_e$  e  $14f_r - f_e$ . Na Fig. 3.15b mostram-se somente os sinais próximos ao componente de seqüência negativa no referencial síncrono de seqüência negativa, ou seja, os componentes fundamental e de seqüência positiva foram filtrados. Observa-se a presença de dois novos componentes induzidos por saliências dependentes da saturação: um em  $2f_e$  e outro em  $-4f_e$ . Na verdade as harmônicas nas frequências  $2f_e$ ,  $-4f_e$ ,  $8f_e$ ... são provavelmente devido à saturação e uma provável explicação para o aparecimento das harmônicas nas frequências  $-4f_e$ ,  $8f_e$ ... é que as saliências induzidas pela saturação não têm uma distribuição espacial senoidal [26]. A FFT também mostra um componente em  $14f_r - f_e + f_c$ , que, assim como nos resultados de simulação, é devido também à alimentação fundamental. O componente  $cc$  é devido à saliência estacionária.

A título de exemplo, faz-se uma analogia entre os resultados apresentados na simulação usando o modelo genérico e os resultados apresentados verificados através de

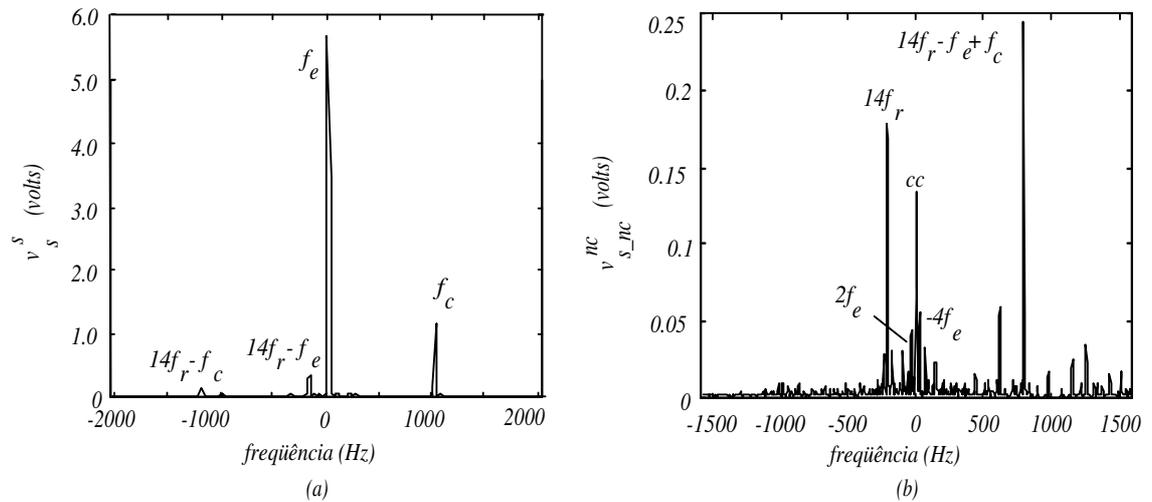


Figura 3.15: FFT do vetor tensão estática experimental com excitação fundamental e uma saliência dependente da posição rotórica: (a) referencial estacionário; (b) referencial síncrono de seqüência negativo

experiência (Compare as Figuras 3.13a) e 3.15a). Percebe-se que há similaridade no espectro de frequência apresentado. As diferenças ocorrem fundamentalmente devido à não modelagem de algumas saliências, como por exemplo: 1) a saliência estacionária e 2) o componente harmônico em  $-4f_e$ , que representa uma saliência não senoidalmente distribuída.

### 3.5 Conclusão

Neste capítulo, foram estudadas as técnicas de injeção de sinal alta frequência em uma máquina com saliências. Esta técnica consiste em alimentar a máquina com outro sinal independente da alimentação fundamental. Os sinais utilizados são de tensão ou corrente. Através destas técnicas pode-se estimar a velocidade/posição da máquina sem sensor. Verificou-se que numa máquina com saliência excitada com um vetor girante de alta frequência, podendo ser de tensão ou de corrente, surgem componentes de seqüência positiva e negativa nos sinais de corrente e de tensão. Observou-se que a informação desejada sobre a saliência está presente somente na fase do componente de

seqüência negativa.

O modelo genérico da indutância da máquina de indução desenvolvido no capítulo anterior caracteriza os efeitos secundários causados pelas ranhuras e saturação. Esta modelagem permite entender o comportamento da máquina de indução com saliências magnéticas, a fim de explorar benéficamente estes resultados para a estimação da posição rotórica da máquina.

A partir do modelo genérico foi simulada a máquina de indução para um sistema em malha aberta (injeção de tensão) e em malha fechada (injeção de corrente). A máquina de indução foi simulada para observar os efeitos de saliências dependentes da posição rotórica (produzidas pelas ranhuras) e dependentes da posição do vetor de fluxo rotórico (produzidos pela saturação). Os resultados mostraram que quando a máquina só tem uma saliência é fácil de se isolar o sinal que tem a informação da mesma, através de sistema de filtragem síncrona. Porém, quando a máquina tem várias saliências, não é possível isolar o sinal desejado com a informação da saliência, visto que os sinais estão muito próximos no espectro de freqüência. Foram realizadas comparações dos resultados obtidos na simulação com resultados verificados experimentalmente. As simulações realizadas comprovam a teoria, validando a utilização do modelo para simulações da máquina com saliências.

## Capítulo 4

# Aplicação da Modelagem: Estimação da Posição de Saliências Magnéticas

### 4.1 Introdução

Uma das possíveis aplicações da modelagem desenvolvida neste trabalho é o estudo da estimação da posição das saliências magnéticas. Como estas saliências são função da posição rotórica ou do vetor de fluxo ou ambas, é possível utilizá-las para a estimação de tais grandezas e, portanto, eliminar o sensor das mesmas em acionamentos elétricos de alto desempenho.

Particularmente, neste capítulo será apresentada a estimação da posição rotórica em máquinas de indução que contenham saliências magnéticas. A técnica de estimação é aquela que injeta vetores girantes de alta frequência sobrepostos à fundamental. Desta forma é possível se estimar a posição da saliência independente da alimentação fundamental, eliminando-se os problemas de estimação em velocidades baixa e nula.

## 4.2 Projeto do Controlador de Corrente

Em [44], [45] apresentam-se duas topologias para o regulador de corrente PI implementado no referencial síncrono: as estruturas clássica e vetorial. Estas topologias tornaram-se padrões para o controle de correntes de máquinas *ca* basicamente por causa da sua grande capacidade em regular correntes sobre uma ampla faixa de frequência com erro zero em regime permanente.

Considerando a carga de um motor de indução com desacoplamento exato da fcm, e o regulador de corrente PI, ambos no referencial síncrono, as funções de transferências respectivamente são dadas por (4.1) e (4.2).

$$G_{mi}^e(s) = \frac{i_s^e}{v_s^e} = \frac{1/\sigma l_s}{s + r'_s/\sigma l_s + j\omega_e} \quad (4.1)$$

$$G_{PI}^e(s) = \frac{k_p(s + k_i/k_p)}{s} \quad (4.2)$$

Observa-se claramente que a planta tem um pólo complexo em  $(-r'_s/\sigma l_s - j\omega_e)$  de natureza diferente do zero do controlador  $(k_i/k_p)$  que é real. A sintonia clássica do regulador de corrente PI tem como objetivo fazer com que o zero do controlador cancele o pólo mais lento da planta  $(k_i/k_p = r'_s/\sigma l_s + j\omega_e)$  e ajustar  $k_p$  de modo que se obtenha a largura de faixa desejada.

Devido a este inexato cancelamento de pólos e zeros no referencial síncrono, o controlador PI neste referencial apresentará seu melhor desempenho somente em frequência zero, pois ambos são reais e iguais. Contudo, como mostrado em [44], [45], o desempenho do controlador PI no referencial síncrono deteriora à medida que a frequência se aproxima da largura de faixa do controlador.

Para solucionar este problema foi desenvolvida em [44], [45] uma outra topologia denominada de controlador PI síncrono vetorial. A função de transferência para esta topologia é dada por (4.3).

$$G_{PI}^e(s) = \frac{k_p(s + k_i/k_p + j\omega_e)}{s} \quad (4.3)$$

A partir do exposto, pode-se observar que o zero do controlador e o pólo da planta (máquina de indução) são números complexos. Isto possibilita um perfeito cancelamento do pólo da planta pelo zero do controlador, independente da frequência síncrona de operação utilizada.

### 4.2.1 Projeto do Controlador PI para Injeção de um Vetor de Corrente em uma Máquina com Saliências

Conforme apresentado em [13], [47] não é possível obter ganho unitário e deslocamento de fase nulo em um amplo espectro de frequência com um único regulador de corrente para controlar os sinais fundamental e o de alta frequência injetado, a menos que a sua largura de faixa seja infinita.

A solução para este problema, de forma que possa regular os componentes fundamental e de alta frequência, foi possível modificando a estrutura do regulador PI síncrono de corrente padrão. Esta nova topologia mostrada na Fig. 4.1 foi proposta em [13], [48] e foi denominada de controlador PI vetorial síncrono modificado. As principais características apresentadas por este regulador modificado são: 1) o controlador fundamental é implementado no referencial síncrono, devido ao acoplamento existente entre os eixos  $d$  e  $q$  quando implementado no referencial estático; 2) o controlador modificado é implementado no referencial estático devida não haver acoplamento entre os eixos  $d$  e  $q$ . O termo  $\omega_c^2/s$  (Veja Figura 4.1) não possui o número complexo  $j$ ; 3) A sintonia deste controlador é similar ao clássico: cada zero dos controladores deve cancelar o pólo da planta ( $k_i/k_p = k_{ic}/k_{pc} = r'_s/\sigma l_s$ ) e os ganhos  $k_p$  e  $k_{pc}$  projetados para dar a largura de faixa desejada.; 4) os controladores de sinal injetado com frequência fixa não precisam ter largura de faixa elevada; 5) os controladores adicionam dois zeros que não são cancelados e têm função de limitar a atuação de cada controlador.

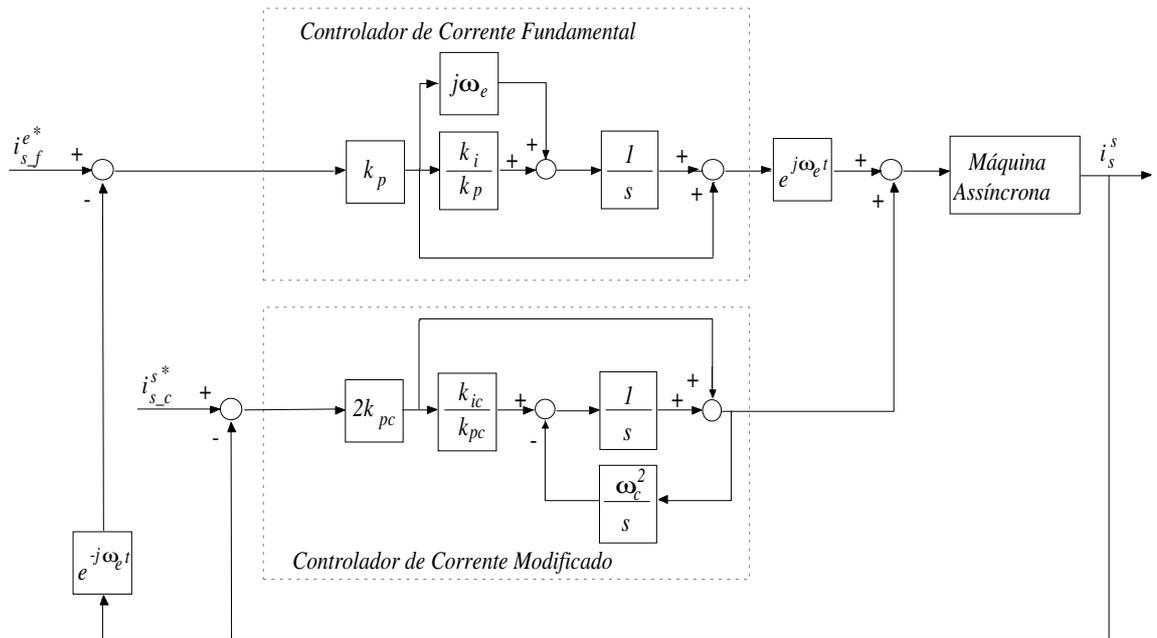


Figura 4.1: Diagrama de blocos do controlador *PI* vetorial síncrono modificado; controlador fundamental implementado no referencial síncrono fundamental; controlador modificado implementado no referencial estático.

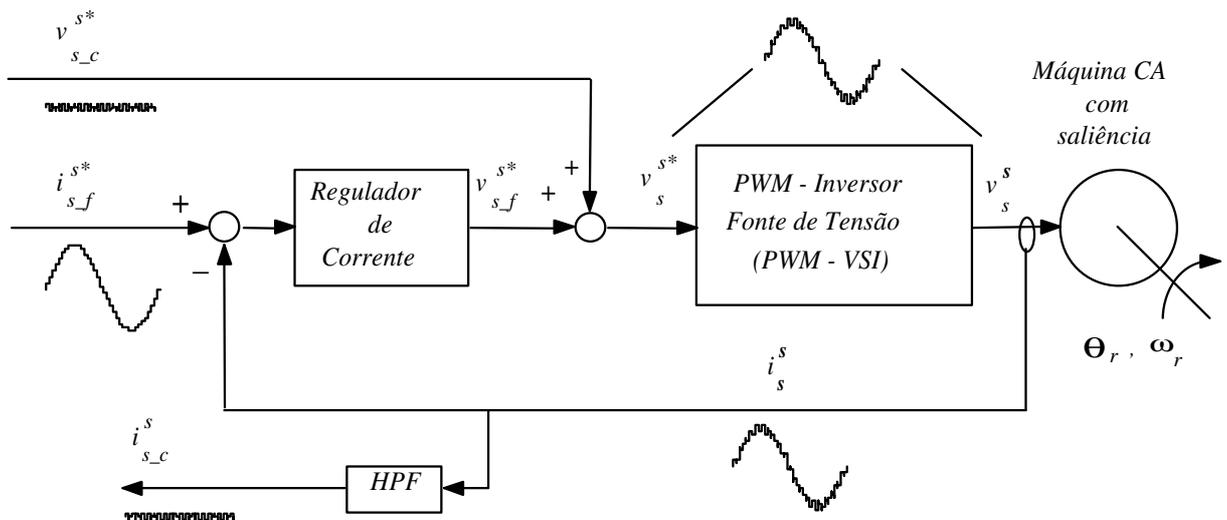


Figura 4.2: Injeção de um sinal de tensão de alta frequência sobreposto à fundamental

### 4.3 Estimação da Posição da Saliência

A injeção de sinais de alta frequência de tensão e corrente são mostradas nas Figuras 4.2 e 4.3. Observa-se que há uma sobreposição à alimentação fundamental e que para o caso de injeção de tensão necessariamente a frequência do sinal injetado precisa estar fora da largura de faixa do controlador de corrente, caso contrário ele vai tentar eliminar o sinal injetado. Por outro lado, para o caso de injeção de corrente com controladores convencionais, o sinal deve estar dentro da largura de faixa do mesmo. Caso se usem controladores modificados [13], [48], isto é resolvido.

No Capítulo anterior observou-se que quando uma máquina saliente é excitada por um vetor girante de tensão, as correntes resultantes consistem de dois componentes: 1) um componente de seqüência positiva que não contém informação espacial sobre a posição da saliência e 2) um ou mais componentes de seqüência negativa, que contém toda a informação sobre a posição das saliências. Além disso, os sinais contêm o termo fundamental. Assim as correntes ou tensões resultantes podem ser representadas em regime permanente por (4.4) e (4.5). Devido aos componentes de seqüência positiva e negativa girarem em sentidos contrários e serem de alta frequência, é relativamente fácil isolá-los. Como somente o componente de seqüência negativa contém informação sobre

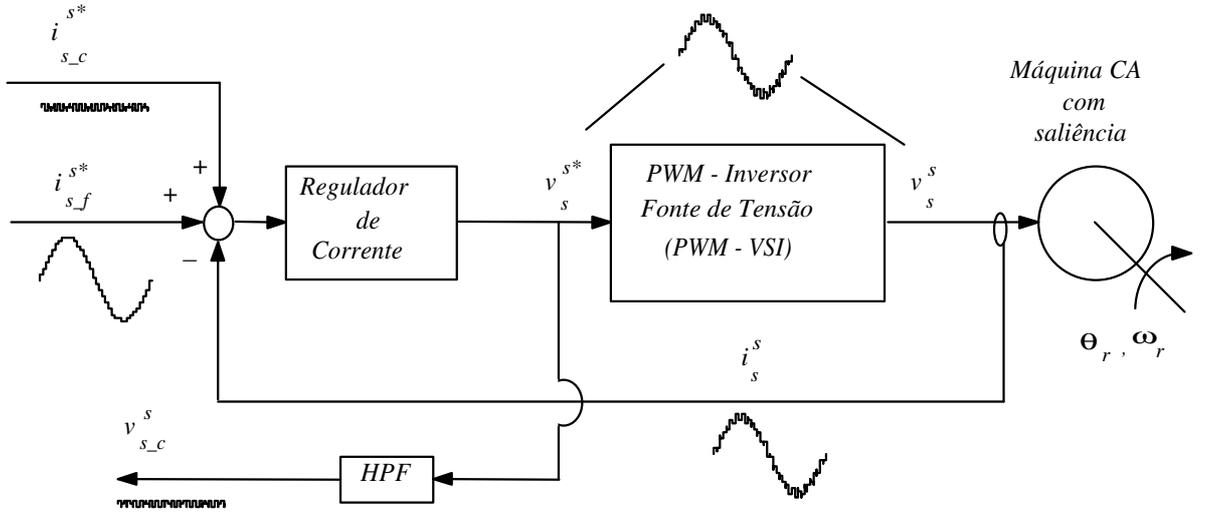


Figura 4.3: Injeção de um sinal de corrente de alta frequência sobreposto à fundamental a saliência, deve-se também eliminar o componente fundamental. Isto normalmente é feito através de filtragem síncrona, conforme explicado na próxima seção.

$$\begin{aligned}
 i_s^s &= i_{s\_cp}^s + i_{s\_cn}^s + i_{s\_f}^s \\
 &= -jI_{c\_p} e^{j\omega_c t} + jI_{c\_n} e^{j(h_e \theta_e + \phi_r - \omega_c t)} + I_f e^{j\omega_e t}
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned}
 v_s^s &= v_{s\_cp}^s + v_{s\_cn}^s + v_{s\_f}^s \\
 &= -jV_{c\_p} e^{j\omega_c t} + jV_{c\_n} e^{j(h_e \theta_e + \phi_r - \omega_c t)} + V_f e^{j\omega_e t}
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

sendo:  $i_{s\_f}^s$  e  $v_{s\_f}^s$  a componente fundamental,  $I_f$  e  $V_f$  a magnitude da componente fundamental e  $\omega_e$  a frequência fundamental

### 4.3.1 Sistema de Filtragem dos Sinais

O princípio em que se baseia o sistema de filtragem consiste em transformar os sinais de corrente ou de tensão resultante para qualquer referencial síncrono, seja ele um sinal

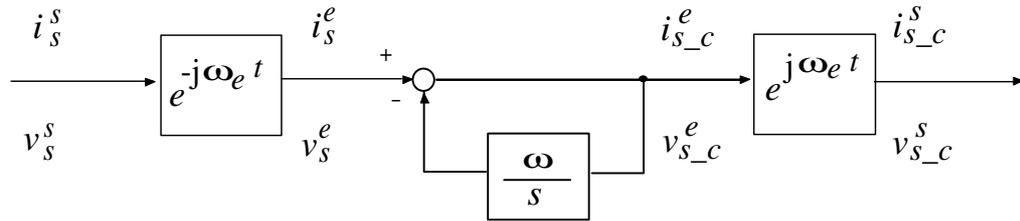


Figura 4.4: Filtro passa-alta para eliminação do componente fundamental

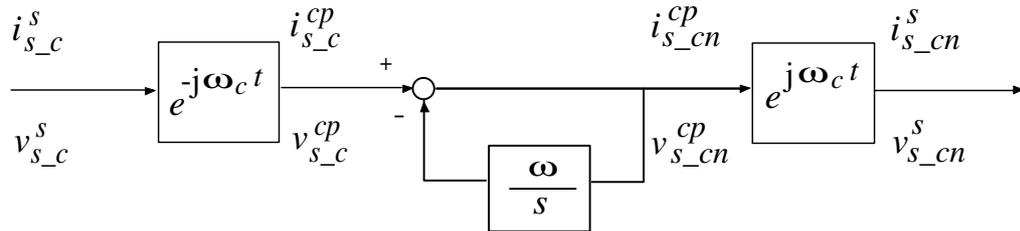


Figura 4.5: Filtro passa-alta para eliminação do componente de seqüência positiva

fundamental, de seqüência positiva ou negativa. Assim, neste referencial como o sinal de freqüência síncrona será um nível  $cc$ , um filtro passa-alta de primeira ordem será suficiente para eliminar este nível  $cc$ . A função de transferência do filtro passa-alta é expressa por (4.6).

$$\frac{y_{hpf}^e}{y^e} = \frac{s}{s + \omega} \quad (4.6)$$

onde  $y^e$  representa qualquer grandeza (corrente ou tensão) no referencial síncrono e  $y_{hpf}^e$  é o valor filtrado. Nas Figura 4.4 e 4.5 são mostradas as configurações utilizadas na implementação do filtro para isolamento da componente de seqüência negativa. Os componentes de corrente ou de tensão que não têm informação sobre a posição da saliência podem ser eliminados fazendo-se uso de um sistema em cascata de operações de rotação e filtragem [11].

### 4.3.2 Observador para a Estimação da Saliência

Após a isolamento do sinal que contém a informação sobre a posição da saliência, este é usado como entrada para o observador de posição. Nas Fig. 4.6a e Fig. 4.6b são mostrados os observadores que são utilizados quando a saliência é proporcional à posição do rotor. Na Fig. 4.6a os sinais de tensão ou corrente de seqüência negativa estão no referencial estatórico e na Fig. 4.6b os sinais de tensão ou corrente de seqüência negativa estão no referencial síncrono de seqüência negativa. Os observadores das Fig. 4.6a e Fig. 4.6b são compostos de quatro partes: 1) o produto vetorial entre as grandezas medidas e estimada; 2) o controlador; 3) o modelo mecânico do sistema com comando *feedforward* de conjugado. Este comando serve para garantir características de atraso nulo ao observador e 4) o modelo da saliência.

O produto vetorial entre os sinais medido e estimado gera um sinal proporcional ao seno do erro de fase entre os dois sinais. Para pequenos erros de fase, o seno pode ser aproximado pelo próprio erro de fase, conforme mostrado em 4.7. Observa-se ainda que o erro é proporcional às magnitudes dos vetores estimado e medido. Esta magnitude atua como um ganho, cujo único efeito é variar a largura de faixa do observador. Portanto, esta magnitude pode ser compensada nos ganhos do controlador. É por isso que nas Fig. 4.6a e Fig. 4.6b pode-se utilizar no modelo da saliência o vetor unitário gerado com o ângulo estimado.

$$\varepsilon = |v_{s\_cn}^s| |\hat{v}_{s\_cn}^s| \sin \left( h_r (\theta_r - \hat{\theta}_r) \right) \cong |v_{s\_cn}^s| |\hat{v}_{s\_cn}^s| h_r (\theta_r - \hat{\theta}_r) \quad (4.7)$$

Na Fig. 4.7 mostra-se o observador utilizado quando a saliência é proporcional ao vetor de fluxo. Neste caso, o erro é aproximadamente proporcional à diferença entre os vetores de ângulo de fluxo real e estimado.

## 4.4 Resultados de Simulação

É interessante neste ponto observar a influência que o componente fundamental de corrente tem na estimação da posição da saliência durante os transitórios. Na Fig. 4.8

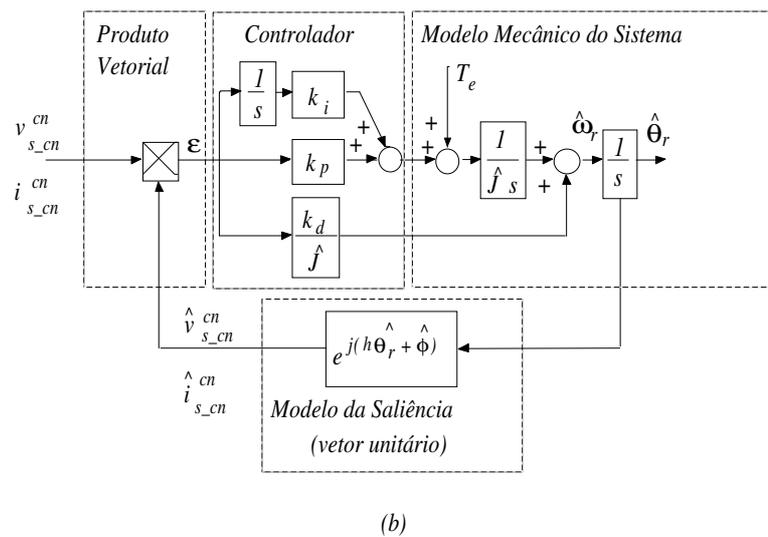
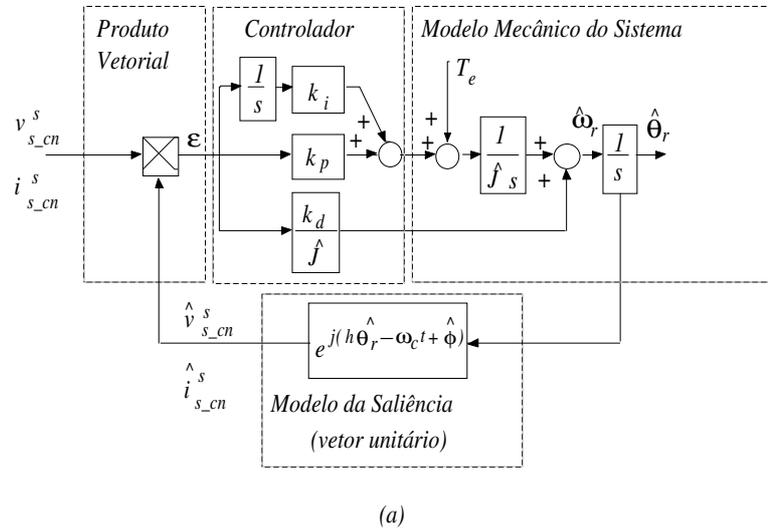


Figura 4.6: Observador para a estimação da posição rotórica numa máquina com uma saliência magnética: (a) no referencial estático, (b) no referencial síncrono de seqüência negativa

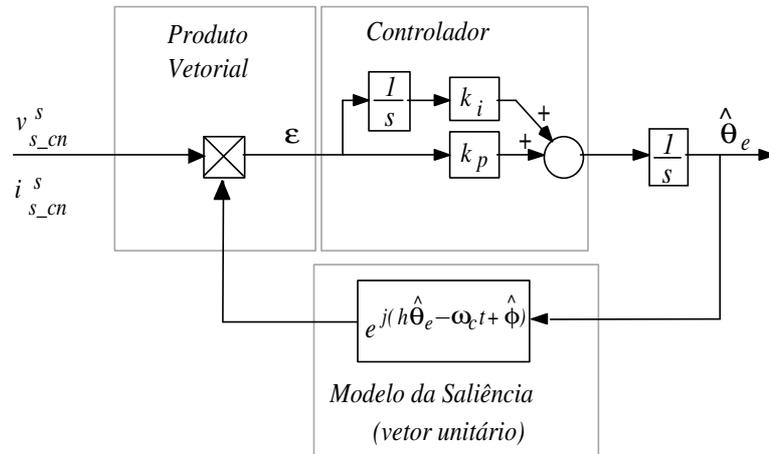


Figura 4.7: Observador para a estimação da posição do vetor de fluxo numa máquina com uma saliência magnética

mostra-se o resultado de estimação para a máquina contendo somente uma saliência dependente da posição rotórica (discutido na Fig. 3.11). A trajetória da velocidade do rotor foi: 0 rpm  $\rightarrow$  -30 rpm  $\rightarrow$  30 rpm  $\rightarrow$  0 rpm. Esta trajetória foi escolhida para mostrar o desempenho da técnica em velocidades baixas e nula. A condição de operação do motor foi com fluxo e carga nominais. O mesmo sistema utilizado nos resultados experimentais (veja Fig. 4.16) também foi usado na simulação. A largura de faixa dos reguladores de corrente e de velocidade foram 500 Hz e 50 Hz, respectivamente. A saída do regulador de velocidade foi limitada a 2 vezes o conjugado nominal da máquina ( $T_e^* = 22$  Nm). A saída dos reguladores de corrente foi limitada à máxima tensão disponível na estratégia PWM utilizada ( $v_s^* = 250$  V). Observa-se que o erro inicial da estimação é praticamente zero. Porém, após a primeira mudança no referencial de velocidade ( $t = 1.5$  s), o erro de estimação aumenta consideravelmente. Há um “salto” na estimação que ocorre sempre que há uma mudança na referência de velocidade ( $t = 1.5$  s,  $t = 3.0$  s e  $t = 4.5$  s). Como não há uma mudança no sinal injetado de alta frequência, conclui-se que há uma influência do componente fundamental na estimação.

A Fig. 4.9 mostra as tensões de sequência negativa ( $v_{ds\_cn}^s$  e  $v_{qs\_cn}^s$ ) durante o transitório que ocorre em  $t = 3.0$  s (veja Fig. 4.8). Observa-se claramente que há uma

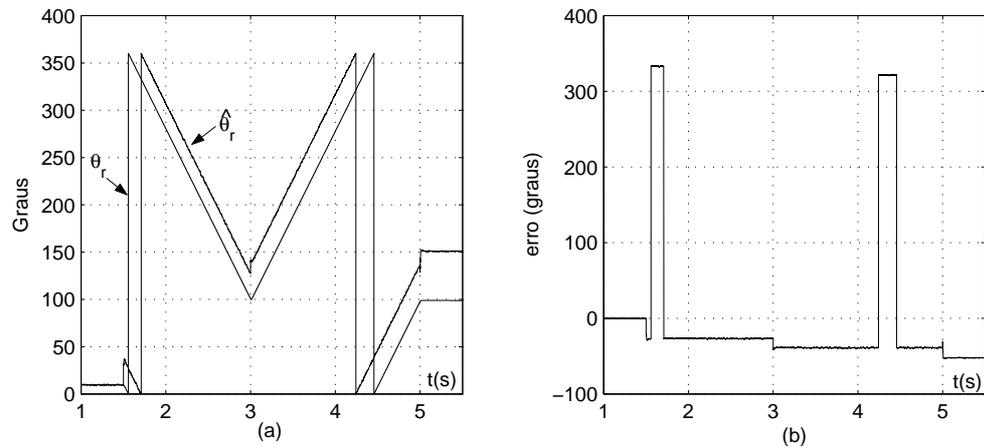


Figura 4.8: Comparação entre as posições rotóricas medida e estimada com excitação fundamental presente numa máquina usando uma saliência dependente da posição rotórica (trajetória da velocidade do rotor:  $0 \text{ rpm} \rightarrow -30 \text{ rpm} \rightarrow 30 \text{ rpm} \rightarrow 0 \text{ rpm}$  e  $v_s^* = 250v$ ): (a)  $\theta_r, \hat{\theta}_r$ ; (b) erro

influência causada por variações na componente fundamental. Na verdade, sempre que há uma mudança de referência de velocidade há também uma variação nas referências de corrente. Durante os transitórios as correntes fundamentais não são senoidais e injetam harmônicos de alta frequência no sistema. Se a frequência destes harmônicos estiver dentro da largura de faixa do controlador modificado que controla os sinais de alta frequência, o mesmo tentará eliminá-los. Com isto, aparecerão outros harmônicos na componente de seqüência negativa que não trazem nenhuma informação da saliência e atuam somente como uma perturbação à estimação da posição rotórica.

Existem algumas possibilidades para se diminuir a influência que os transitórios da alimentação fundamental têm sobre a estimação. Algumas possibilidades seriam:

1. Aumentar as limitações nas saídas dos reguladores de velocidade e corrente, ou seja, diminuir os valores máximos de  $T_e^*$  e  $v_s^*$ ;
2. Diminuir a largura de faixa do regulador de corrente;
3. Desacoplar o efeito das variações nas componentes fundamentais.

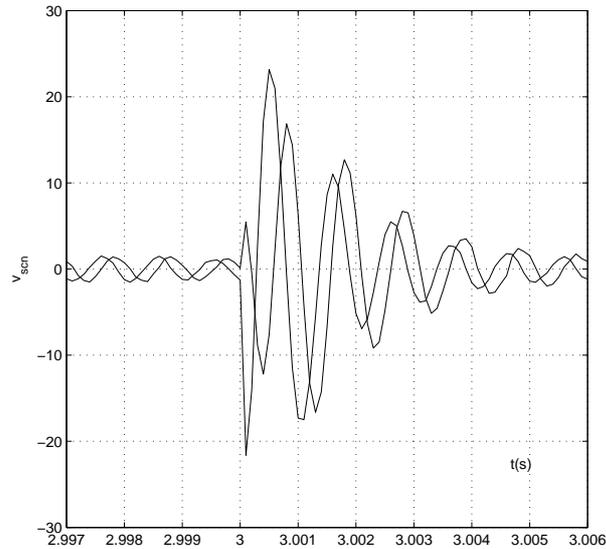


Figura 4.9: Tensão de seqüência negativa  $v_{s\_cn}^s$  ( $v_{ds\_cn}^s, v_{qs\_cn}^s$ ) observada durante o transitório que ocorre em  $t = 3.0$  s

Na Fig. 4.10 mostra-se o resultado de estimação para as mesmas condições de operação impostas na Fig. 4.8, exceto que neste caso a saída dos controladores de corrente foi limitada em  $v_s^* = 50$  V. Este simples fato melhora sensivelmente o desempenho do estimador, porém claramente isto deteriora o desempenho dos reguladores de corrente, especialmente se eles não tiverem alguma prevenção contra *windup*. Além disso, limitar a saída do regulador fundamental a este nível de tensão limita também a faixa de velocidade que pode ser atingida com o acionamento.

Por outro lado, diminuir a largura de faixa dos reguladores diminui o desempenho global do sistema de acionamento o que, também, é indesejado. Logo, a alternativa viável é desacoplar os efeitos das variações nas componentes fundamentais. Em [24] este desacoplamento foi realizado através de um observador da corrente fundamental, para sistemas que estimam a posição rotórica através da injeção de um vetor de tensão. Aqui isto será feito através de duas etapas:

1. Como se utilizam as tensões de referência (saída dos controladores) para a estimação da posição rotórica e se usam controladores separados tanto para a fun-

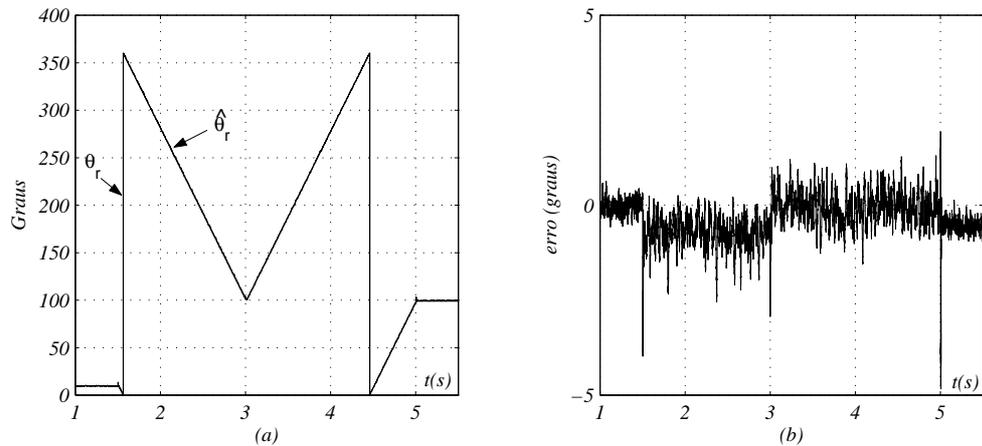


Figura 4.10: Comparação entre as posições rotóricas medida e estimada com excitação fundamental presente numa máquina usando uma saliência dependente da posição rotórica (trajetória da velocidade do rotor:  $0 \text{ rpm} \rightarrow -30 \text{ rpm} \rightarrow 30 \text{ rpm} \rightarrow 0 \text{ rpm}$  e  $v_s^* = 50v$ ): (a)  $\theta_r, \hat{\theta}_r$ ; (b) erro

damental quanto para as componentes de alta frequência, pode-se usar somente a saída do regulador das componentes de alta frequência ( $v_{s-c}^{s*}$  na Fig. 4.11) para a estimação. Isto diminui, mas não elimina o efeito das variações na alimentação fundamental;

2. Eliminação do efeito das variações fundamentais no cálculo dos erros que acionam os reguladores dos componentes de alta frequência. Isto é feito subtraindo-se o sinal de referência fundamental da corrente medida. Porém, antes da subtração é feita uma filtragem passa-baixa com um filtro de primeira ordem cuja largura de faixa é semelhante àquela do regulador de corrente fundamental. Isto é feito pois o regulador de corrente projetado + planta (com desacoplamento da força contra-eletromotriz) tem um comportamento semelhante a um filtro passa-baixa de primeira ordem. A Fig. 4.11 mostra estas duas etapas.

Na Fig. 4.12 mostra-se o resultado de estimação (com o esquema da Fig. 4.11) para a máquina contendo somente uma saliência dependente da posição rotórica (discutido na Fig. 3.11). A trajetória da velocidade do rotor foi:  $0 \text{ rpm} \rightarrow -15 \text{ rpm} \rightarrow 15$

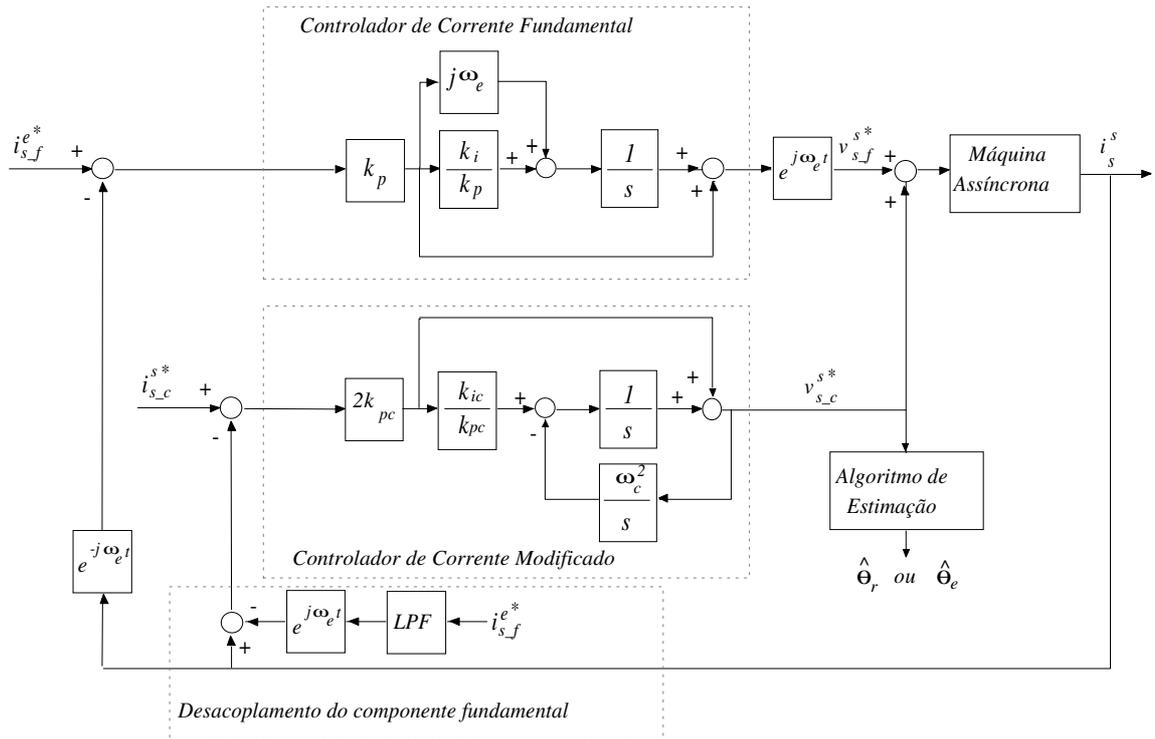


Figura 4.11: Diagrama de blocos do controlador *PI* vetorial síncrono modificado incluindo o desacoplamento da componente fundamental no controle das correntes de alta frequência.

rpm  $\rightarrow$  0 rpm. Esta trajetória foi escolhida para mostrar o desempenho da técnica em velocidades baixas e nula. A condição de operação do motor foi com fluxo e carga nominais. Observa-se que o valor estimado segue o valor real com uma precisão bem alta, pois o erro de estimação é sempre menor que 3 graus.

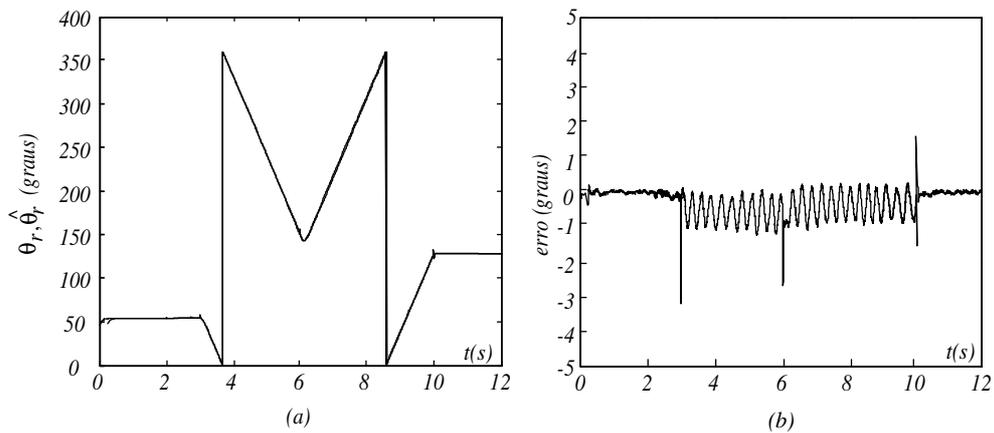


Figura 4.12: Comparação entre as posições rotóricas medida e estimada com excitação fundamental presente numa máquina usando uma saliência dependente da posição rotórica (trajetória da velocidade do rotor: 0 rpm  $\rightarrow$  -15 rpm  $\rightarrow$  15 rpm  $\rightarrow$  0 rpm): (a)  $\theta_r, \hat{\theta}_r$ ; (b) erro

Quando a máquina tem mais de uma saliência e o modelo utilizado no observador é somente de uma saliência, haverá um erro de estimação que dependerá fundamentalmente das magnitudes das outras saliências presentes na máquina. Na Fig. 4.13 mostra-se o resultado de estimação para a máquina contendo duas saliências: ambas dependentes da posição rotórica, porém com velocidades e amplitudes diferentes ( $h_{r1} = 14$  e  $h_{r2} = 2$ ). A trajetória da velocidade do motor foi: 0 rpm  $\rightarrow$  -15 rpm  $\rightarrow$  15 rpm  $\rightarrow$  0 rpm. A condição de operação do motor foi com fluxo e carga nominais. A primeira observação a ser feita nesta figura é que o erro continua pequeno, 7 graus no pior caso. Isto porque o modelo da máquina contém uma saliência dominante dependente da posição rotórica. Uma saliência desta grandeza normalmente não existe em máquinas de indução comuns. É nitidamente claro que o erro é maior que aquele observado na Fig. 4.12 e o motivo é que a segunda saliência não foi modelada no

observador e tão pouco o seu efeito desacoplado.

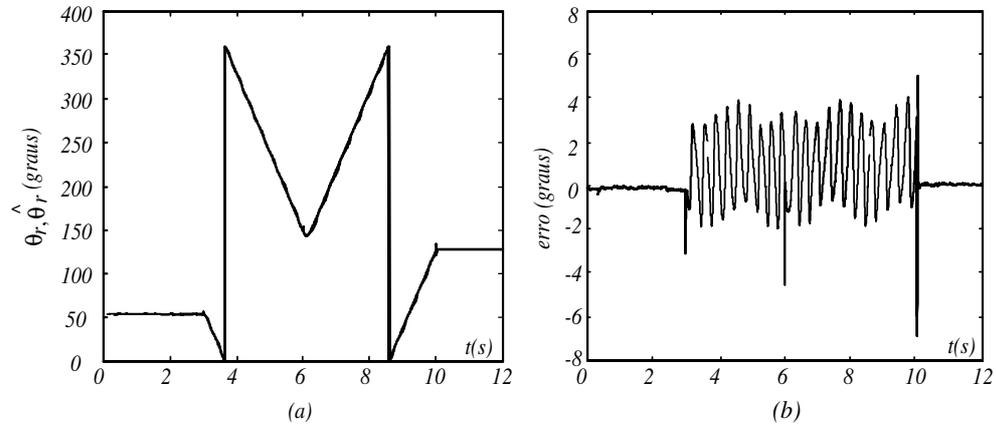


Figura 4.13: Comparação entre as posições rotóricas medida e estimada com excitação fundamental presente numa máquina usando duas saliências - ambas dependentes da posição rotórica (trajetória da velocidade do rotor:  $0 \text{ rpm} \rightarrow -15 \text{ rpm} \rightarrow 15 \text{ rpm} \rightarrow 0 \text{ rpm}$ ): (a)  $\theta_r, \hat{\theta}_r$ ; (b) erro

Na Fig. 4.14 mostra-se o resultado de estimação para a máquina contendo duas saliências (uma dependente da posição rotórica e outra dependente da posição do vetor de fluxo rotórico), conforme discutido na Fig. 3.13. A trajetória da velocidade do rotor foi:  $0 \text{ rpm} \rightarrow -15 \text{ rpm} \rightarrow 15 \text{ rpm} \rightarrow 0 \text{ rpm}$ . A condição de operação do motor foi com fluxo e carga nominais. A primeira observação a ser feita nesta figura é que o erro continua pequeno, 6 graus no pior caso. Isto porque o modelo da máquina contém uma saliência dominante dependente da posição rotórica. Uma saliência desta grandeza normalmente não existe em máquinas de indução comuns. Uma outra observação é que o erro varia mesmo com o rotor parado. Isto porque o eixo principal da elipse varia mesmo com a máquina parada, conforme observado na Fig. 3.6. Na verdade a posição da saliência dependente do vetor de fluxo está variando, pois numa máquina de indução este vetor gira em velocidade diferente da velocidade do rotor.

Caso as outras saliências sejam funções da posição rotórica, pode-se estimá-las *off-line* e desacoplar o seu efeito antes da entrada do observador [24], [25]. O problema é mais complicado quando a saliência é proporcional ao vetor de fluxo, pois a fase da

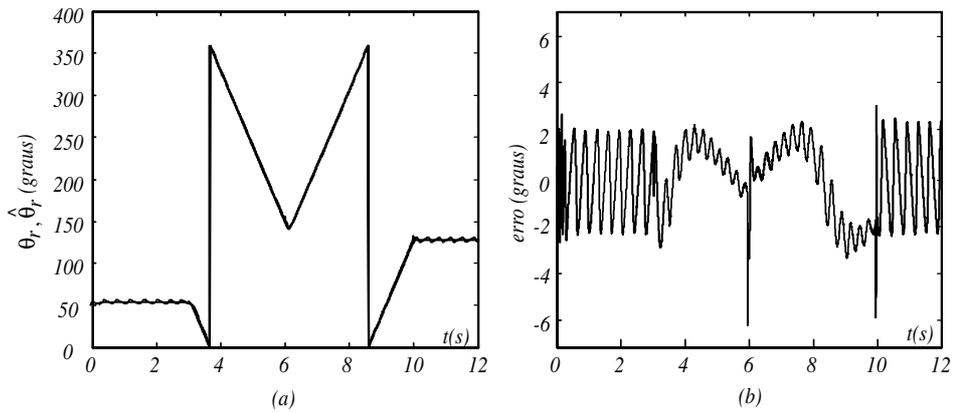


Figura 4.14: Comparação entre as posições rotóricas medida e estimada com excitação fundamental presente numa máquina usando duas saliências - uma dependente da posição rotórica e outra dependente da posição do vetor de fluxo rotórico (trajetória da velocidade do rotor:  $0 \text{ rpm} \rightarrow -15 \text{ rpm} \rightarrow 15 \text{ rpm} \rightarrow 0 \text{ rpm}$ ): (a)  $\theta_r, \hat{\theta}_r$ ; (b) erro

mesma varia de acordo com o nível de fluxo e de carga da máquina. Na Fig. 4.15 é mostrado um resultado de estimação da posição do fluxo rotórico para uma máquina com uma única saliência dependente da saturação. As condições de operação foram as seguintes: 30% do fluxo nominal, à vazio e velocidade variando segunda a trajetória:  $0 \text{ rpm} \rightarrow -600 \text{ rpm} \rightarrow 600 \text{ rpm} \rightarrow 0 \text{ rpm}$ . O modelo utilizado incluiu uma saliência de 5% para simular esta condição de fluxo. Observa-se que, devido ao baixo valor da saliência, a estimação diverge durante os transitórios. Este efeito é ainda mais pronunciado quando outras saliências estão presentes na máquina e não são modeladas no observador. Conclui-se, portanto, que 1) a estimação da posição do vetor de fluxo é dependente do nível de fluxo e não se obtém uma estimação confiável em todas as condições de operação; 2) o principal efeito da saturação é causar erros na estimação da posição rotórica.

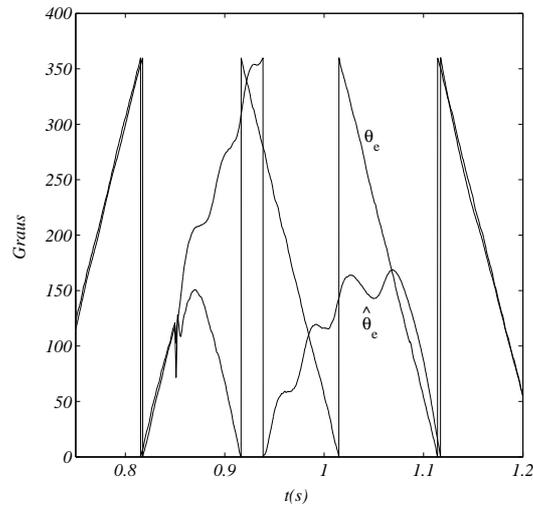


Figura 4.15: Comparação entre as posições do vetor de fluxo rotórico medido e estimado usando uma saliência dependente da saturação (condições de operação: 30% do fluxo nominal, à vazio e trajetória da velocidade do rotor:  $0 \text{ rpm} \rightarrow -600 \text{ rpm} \rightarrow 600 \text{ rpm} \rightarrow 0 \text{ rpm}$ )  $\Rightarrow \theta_e, \hat{\theta}_e$ ;

## 4.5 Resultados Experimentais

Parte dos resultados experimentais apresentados aqui foi possível com a colaboração da Universidade de Wisconsin. Um dos motivos desta colaboração foi a falta de infraestrutura existente no nosso laboratório aqui no CEFET-MA. Não foi possível modificar a estrutura do rotor das máquinas e, portanto, os testes realizados com máquinas cujo rotor foi modificado foram realizados naquela Universidade. Este sistema consiste de um motor de indução de 12 V, inversor, DSP da TI TMS320C31 de 33 MHz e sistema de aquisição de dados com sensores de efeito Hall para as correntes e tensões. Maiores detalhes deste sistema podem ser encontrados em [47], [49]. O motor utilizado nos resultados experimentais é um motor de 4 pólos, 12 V, 120 A, 4.82 Nm, 450 rpm, 24 ranhuras no estator, 28 ranhuras no rotor, cujos parâmetros estão listados na Tabela 4.1.

O diagrama de blocos da estratégia de controle utilizada nos testes é mostrado na Fig. 4.16. O motor funciona em orientação pelo campo com controles de corrente e

velocidade em cascata. As correntes são as grandezas elétricas medidas e são utilizadas no controle de corrente. A injeção de corrente só foi possível com a utilização de controladores especiais, conforme discutido numa seção anterior e em [13], [48]. A posição mecânica do rotor é medida e utilizada para comparações com o valor estimado. A estratégia de controle utilizada nos resultados experimentais é apresentada no fluxograma da Fig. 4.17. A frequência de amostragem e a frequência de chaveamento do inversor foram escolhidas iguais a 10 kHz.

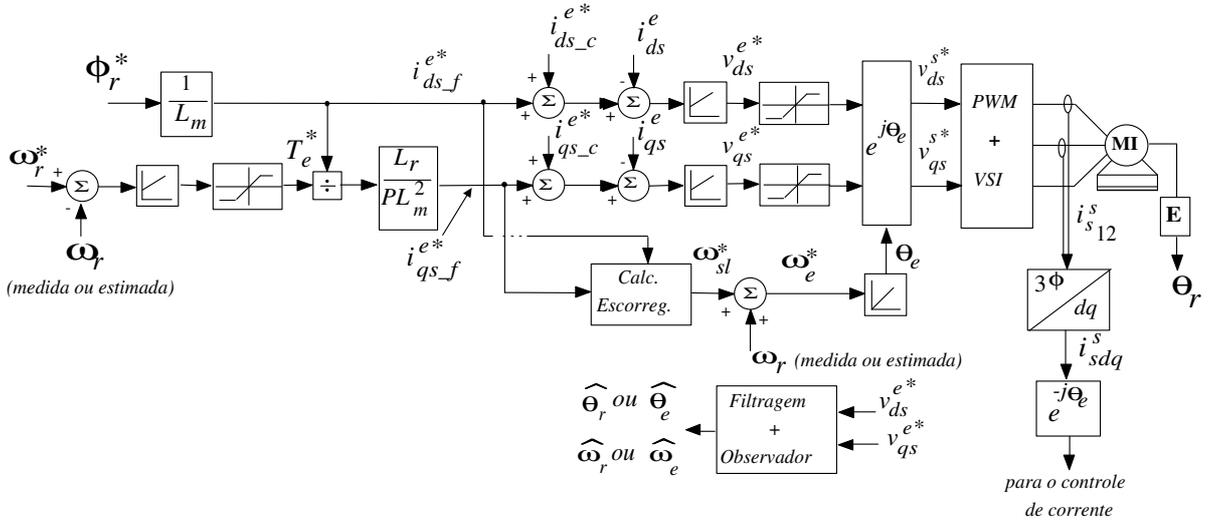


Figura 4.16: Diagrama de blocos do sistema

A Fig. 4.18 mostra o espectro de frequência da tensão para uma corrente injetada com frequência de  $f_c = 1$  kHz e amplitude de 2.4 A, o que corresponde a 2% da corrente nominal desta máquina. Neste teste a máquina foi alimentada somente com o sinal de alta frequência, sem o componente fundamental. A sua velocidade foi mantida em  $-450$  rpm através do controle do motor *cc* acoplado ao seu eixo. Este resultado é

Parâmetros obtidos dos testes clássicos					
inércia (kg.m <sup>2</sup> )	$r_s$ ( $\Omega$ )	$r_r$ ( $\Omega$ )	$L_m$ (mH)	$L_{ls}$ (mH)	$L_{lr}$ (mH)
0.00048	0.0135	0.0140	0.530	0.065	0.078

Tabela 4.1: Parâmetros da máquina usada nos resultados experimentais

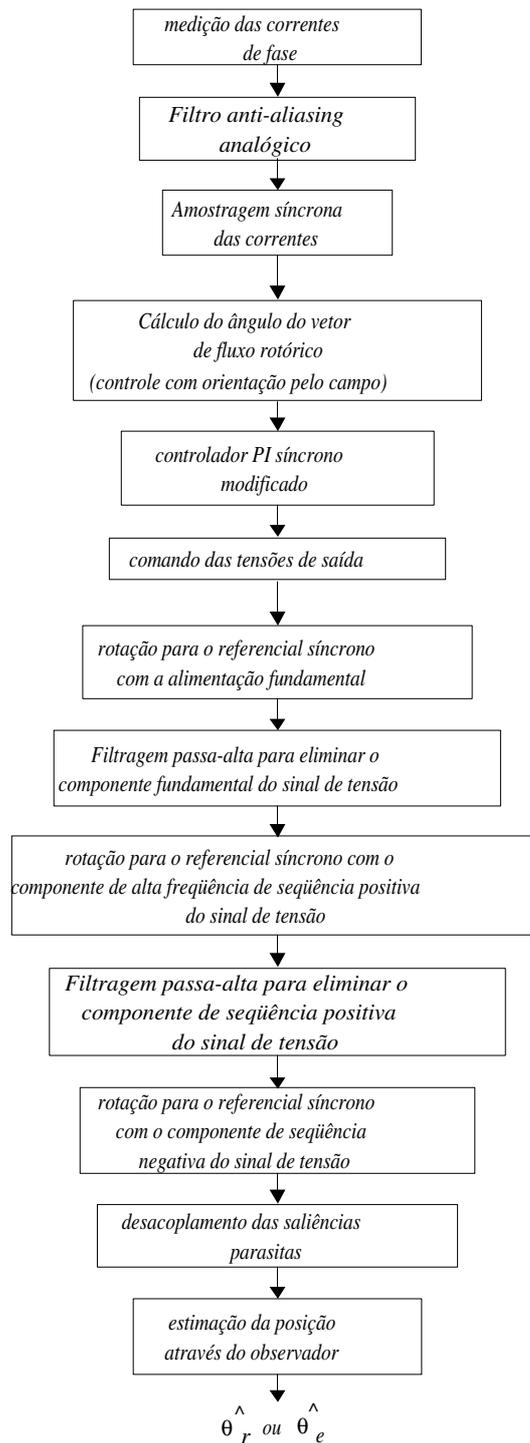


Figura 4.17: Fluxograma da estratégia de controle e estimação

repetido aqui para poder-se analisar o desempenho do observador. Observa-se na Fig. 4.18a que esta máquina só tem uma saliência dependente da posição rotórica, pois os componentes dominantes são os de seqüência positiva em  $f_c$  e de seqüência negativa em  $14f_r - f_c$ . Na Fig. 4.18b mostra-se o conteúdo espectral próximo ao componente de seqüência negativa, no referencial síncrono de seqüência negativa. Observa-se a presença de um componente  $cc$  devido a uma saliência estacionária. Esta saliência estacionária pode ser devida a vários fatores, entre eles *offset* nos sensores de corrente ou assimetrias na máquina e deve ser desacoplada antes de ser usada no observador. Na verdade qualquer saliência parasita deve ser desacoplada, caso contrário haverá um erro na posição estimada ou mesmo o observador ficará instável. A Fig. 4.19 mostra o observador com desacoplamento desta saliência estacionária e a Fig. ?? mostra os vetores de tensão com os componentes de seqüências positiva e negativa  $v_{s-c}^{cn}$  (a), o vetor de tensão de seqüência negativa  $v_{s-cn}^{cn}$  após a filtragem do componente de seqüência positiva (b) e  $v_{s-cn}^{cn}$  após o desacoplamento da saliência estacionária (c), para uma posição específica do rotor.

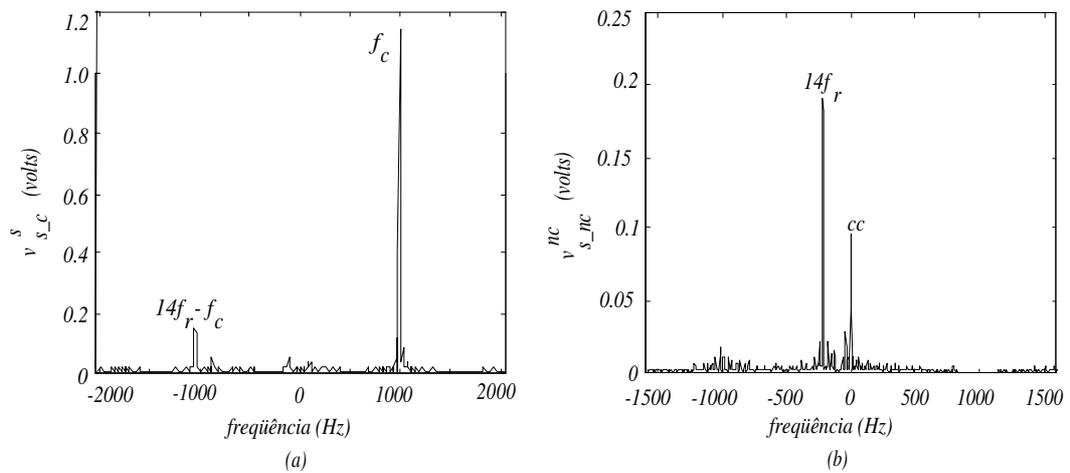


Figura 4.18: FFT do vetor tensão estática experimental sem excitação fundamental e com uma saliência dependente da posição rotórica: (a) referencial estacionário; (b) referencial síncrono de seqüência negativo.

Na Fig. 4.21 mostra-se o resultado de estimação da posição rotórica nas mesmas

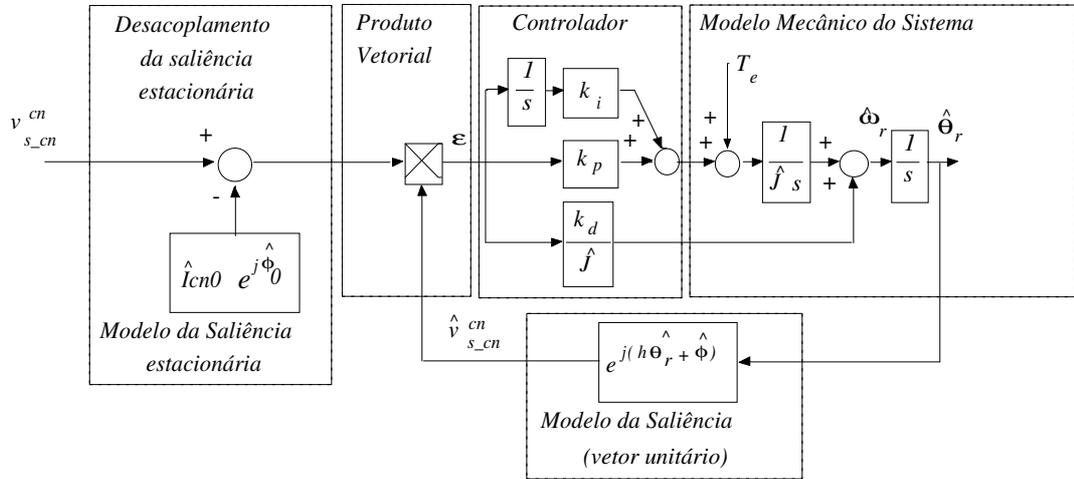


Figura 4.19: Observador para a estimação da posição rotórica com desacoplamento da saliência estacionária

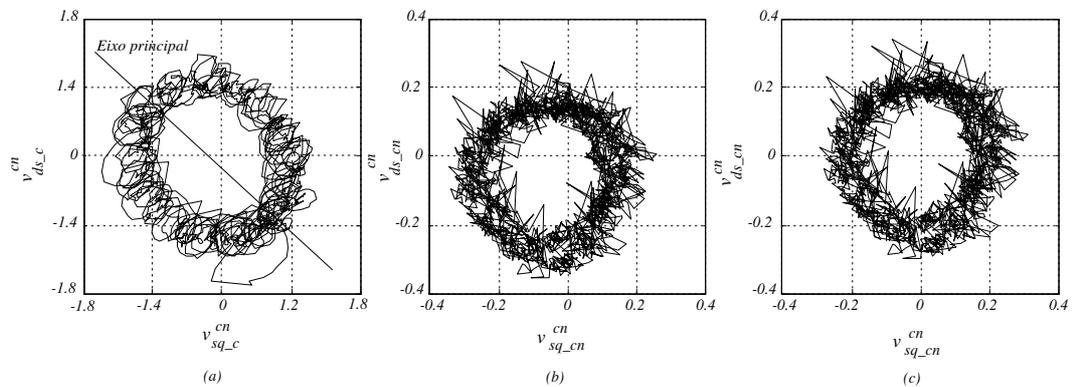


Figura 4.20: Vetores de tensão de alta frequência: (a)  $v_{s-c}^{cn}$ ; (b)  $v_{s-cn}^{cn}$ ; (c)  $v_{s-cn}^{cn}$  após o desacoplamento da saliência estacionária.

condições apresentadas na Fig. 4.18, exceto que o padrão de velocidade é o seguinte: 0 rpm  $\rightarrow$  -15 rpm  $\rightarrow$  15 rpm  $\rightarrow$  0 rpm. O observador utilizado é aquele mostrado na Fig. 4.19. Observa-se claramente a elevada precisão da estimação, com erro máximo de aproximadamente 2 graus. Este resultado concorda com os resultados teóricos apresentados anteriormente.

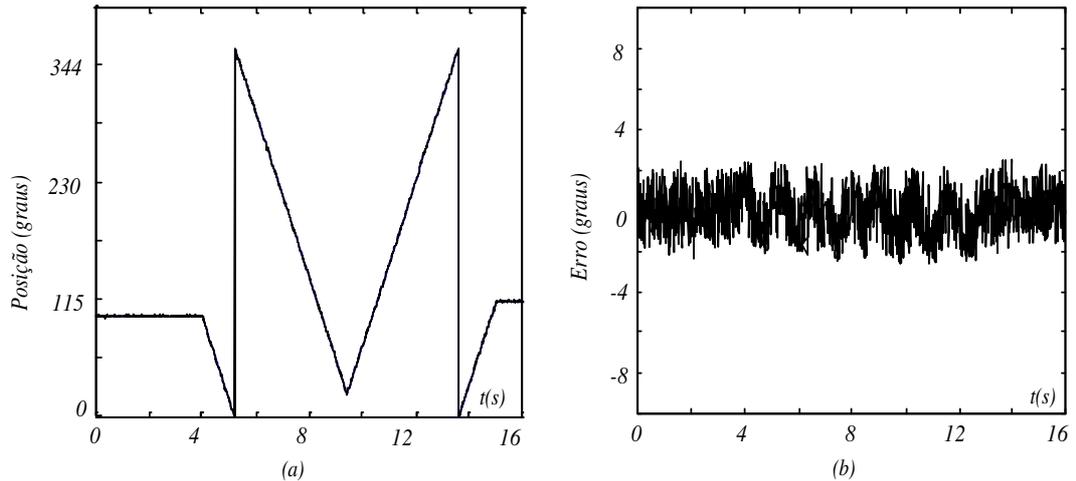


Figura 4.21: Comparação entre as posições rotóricas medida e estimada: (a)  $\theta_r$ ,  $\hat{\theta}_r$ ; (b) erro.

Na Fig. 4.22 apresenta-se a FFT do vetor de tensão estática para a condição de fluxo nominal. Este resultado novamente é repetido, para se poder observar as condições em que o resultado de estimação da Figura 4.22 foi realizado.

Na Fig. 4.23 mostra-se o resultado de estimação da posição rotórica nas mesmas condições apresentadas na Fig. 4.22, exceto que o padrão de velocidade é o seguinte: 15 rpm  $\rightarrow$  0 rpm. Observa-se claramente um erro maior que aquele mostrado quando a máquina estava sem alimentação fundamental (veja Fig. 4.21). A principal razão deste erro é o fato de as saliências dependentes do vetor de fluxo não serem modeladas no observador. Mesmo assim, ainda é possível se estimar a posição rotórica com erro pequeno, uma vez que existe uma saliência dependente da posição rotórica e que é dominante.

Na Fig. 4.24 mostra-se o resultado de estimação da posição rotórica nas mesmas

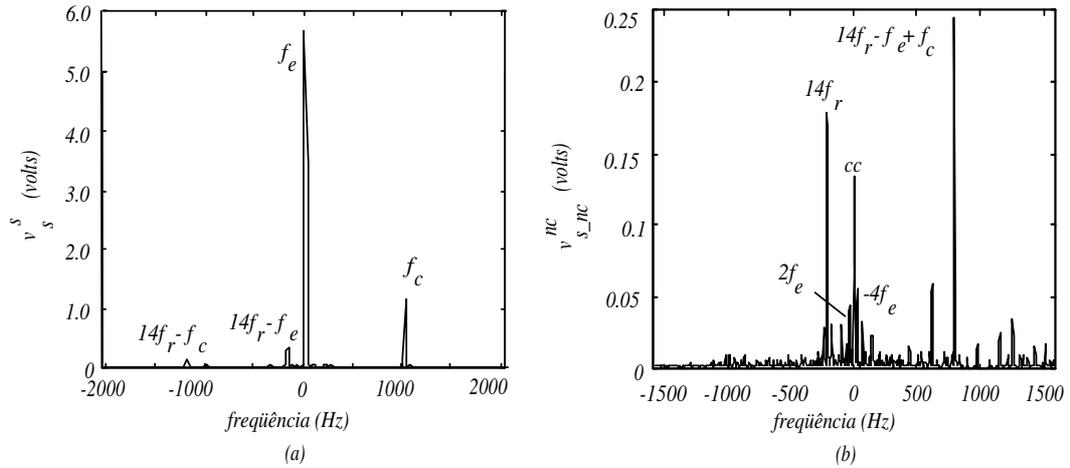


Figura 4.22: FFT do vetor tensão estática experimental com excitação fundamental e com uma saliência dependente da posição rotórica: (a) referencial estacionario; (b) referencial síncrono de seqüência negativo.

condições apresentadas na Fig. 4.22, exceto que o padrão de velocidade é  $20 \text{ rpm} \rightarrow 0 \text{ rpm}$  e o observador foi projetado com o desacoplamento das saliências estática e dependente do fluxo de dispersão. Observa-se claramente que o desacoplamento das saliências parasitas melhora sensivelmente o desempenho do observador.

Na Fig. 4.25 é mostrado o padrão elíptico apresentado pelo vetor de tensão resultante quando se injeta um vetor de corrente girante numa máquina com rotor com barras inclinadas (*skewed rotor*). Este resultado foi colhido no Laboratório de Acionamentos de Máquinas do CEFET-MA. O motor utilizado é um motor de 5 Hp, 220 V, 14 A, 1715 rpm, com 36 ranhuras no estator e 28 ranhuras no rotor, todas abertas. Nesta figura observa-se a sobreposição de três padrões elípticos: o primeiro sem nível fundamental de fluxo ( $i_{ds}^s = 0$ ), o segundo com 50% de nível de fluxo fundamental ( $i_{ds}^s = 2.0 \text{ A}$ ) e o terceiro com fluxo fundamental nominal ( $i_{ds}^s = 4.0 \text{ A}$ ). No primeiro caso, o padrão elíptico não é acentuado, o que significa que a saliência, devido à interação das ranhuras do estator e rotor, é muito pequena em máquinas normais. Isto inviabiliza a estimação da posição rotórica nestas máquinas, pois o sinal de alta frequência injetado deveria ser bem maior. Nos segundo e terceiro casos observa-se que o padrão elíptico se acentua. Isto significa que a máquina tem uma ou mais saliências dependentes do nível

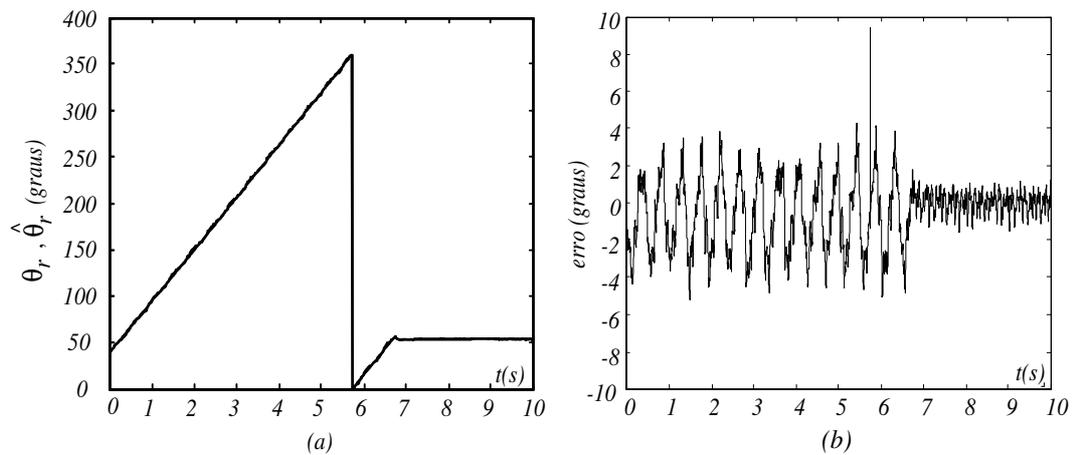


Figura 4.23: Comparação entre as posições rotóricas medida e estimada: (a)  $\theta_r$ ,  $\hat{\theta}_r$ ; (b) erro.

de fluxo. Pode-se observar que, além do acentuado padrão elíptico, o eixo principal da mesma muda de acordo com o nível de fluxo. Isto torna a estimação do vetor de fluxo mais complicada, pois a cada nível diferente de fluxo, a saliência pode estar alinhada ou não com os vetores de fluxo rotórico ou estatórico ou de entreferro.

Embora ainda não testado, pois não há no nosso laboratório um rotor com ranhuras fechadas (*closed slots rotor*), supõe-se que neste tipo de projeto há uma grande saliência magnética produzida pela saturação. Além disso, o efeito das ranhuras é bem menor que nas máquinas com ranhuras abertas. Esta saliência pode ser usada para determinar a posição do ângulo de fluxo.

Uma última observação é que esta técnica funciona em qualquer faixa de velocidade do motor, desde zero até a região de campo enfraquecido. Porém, a melhor região de aplicação da mesma é na região de velocidade zero, onde as técnicas baseadas na força contra-eletromotriz não funcionam. Na região de alta velocidade, não é necessário utilizá-la, uma vez que as outras técnicas funcionam de maneira eficiente.

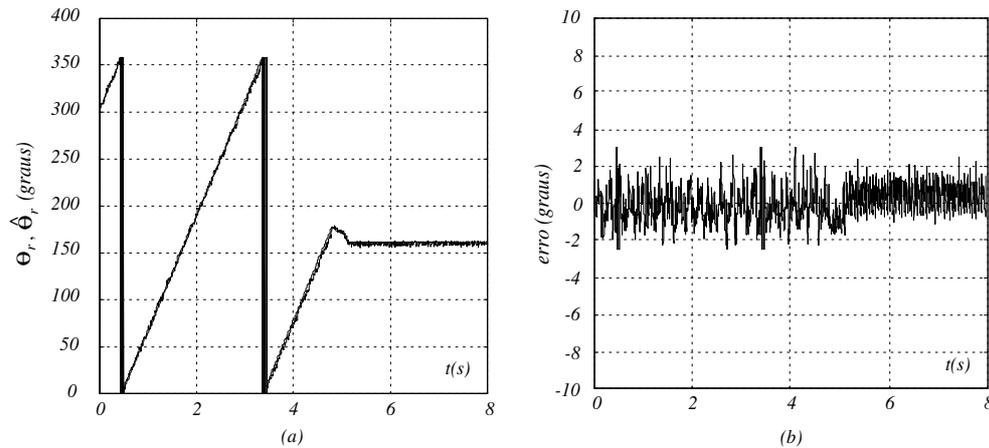


Figura 4.24: Comparação entre as posições rotóricas medida e estimada: (a)  $\theta_r$ ,  $\hat{\theta}_r$ ; (b) erro.

## 4.6 Conclusão

Neste capítulo apresentou-se uma aplicação da modelagem descrita neste trabalho. Esta aplicação refere-se à estimação da posição rotórica e do vetor de fluxo em máquinas de indução. A modelagem apresentada aqui incluiu basicamente o efeito de saliências dependentes da posição rotórica (produzidas pelas ranhuras) e dependentes da posição do vetor de fluxo rotórico (produzidas pela saturação). Pôde-se estudar o comportamento da estimação quando várias saliências estão presentes na máquina, inclusive durante condições transitórias. As principais conclusões deste estudo foram:

1. A estimação da posição rotórica ou do ângulo de fluxo em velocidades baixa e nula com alta precisão só é possível caso se utilize um outro sinal independente da alimentação fundamental da máquina e que se explore algum tipo de saliência magnética;
2. É necessário que se projete um regulador de corrente adequado caso se deseje controlar as correntes com as características desejadas de erro em regime permanente nulo. Neste trabalho foi utilizado um regulador de corrente modificado, que tem estas características ideais tanto para a componente fundamental quanto

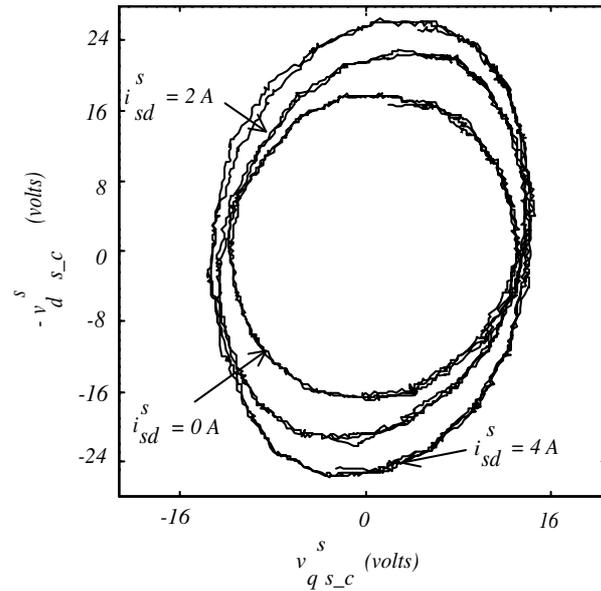


Figura 4.25: Padrão elíptico apresentado pelos vetores de tensão de alta frequência resultantes da injeção de corrente para três níveis diferentes de fluxo fundamental.

para as componentes de alta frequência;

3. Os resultados de simulação mostraram que, quando a máquina só tem uma saliência, é muito fácil de se estimar a sua posição, desde que ela seja suficientemente grande. Porém, à medida que a máquina apresenta mais saliências o erro de estimação aumenta, uma vez que o modelo do observador utilizado só inclui o efeito de uma delas. Ainda assim, o erro de estimação é pequeno quando uma das saliências é dominante;
4. Os resultados experimentais comprovam a teoria desenvolvida;
5. Em máquinas nas quais não há uma saliência predominante é muito difícil se estimá-la, a menos que os sinais injetados sejam cada vez maiores. Isto não é interessante, uma vez que haveria fundamentalmente um aumento das perdas;
6. Supõe-se que a estimação do vetor de fluxo seja mais elementar em máquinas com ranhuras fechadas. Este resultado não foi testado.

# Capítulo 5

## Conclusão Final e Futuros Trabalhos

### 5.1 Conclusão Final

Neste trabalho apresentou-se estudo de uma modelagem da máquina de indução com saliências para ser utilizada na estimação da velocidade/posição rotórica. Esta modelagem foi desenvolvida através da expansão das indutâncias em série de Fourier. A modelagem considera que as saliências podem ser de múltiplas fontes: saturação, ranhuras no estator e no rotor, excentricidade no rotor. Ainda inclui os efeitos das saliências para o caso de serem dependentes da posição rotórica e dependentes da posição do vetor de fluxo rotórico. As principais conclusões deste trabalho são:

- Foi utilizada uma técnica para estimação da posição rotórica em velocidade próxima de zero. A técnica é fundamentada na injeção de um sinal de alta frequência em uma máquina com saliência. Os sinais utilizados foram os de tensão e de corrente;
- Utilizou-se um observador de estado estilo Luenberger para estimar a posição da saliência. Esta informação da saliência encontra-se presente na fase do compo-

nente de seqüência negativa, podendo estimar a posição rotórica ou ângulo de fluxo;

- Os resultados de simulação mostraram que é fácil de se estimar a posição rotórica da máquina quando esta tem só uma saliência. Porém, os resultados apresentam erros quando a máquina tem várias saliências. Isto é devido ao modelo do observador considerar somente o efeito de uma das saliências. Caso uma das saliências seja dominante, o erro de estimação é pequeno. Deve-se, portanto, incluir ou desacoplar todos os efeitos das saliências parasitas para se obter uma estimação mais precisa;
- Desenvolvimento de um projeto de um controlador de corrente que seja compatível com a técnica de injeção de sinal. Este projeto deve controlar as correntes, de tal forma que obtenha erro em regime permanente nulo. Foi estudado um regulador de corrente modificado que tem as características ideais para as componentes fundamental e de alta freqüência;
- Analisou-se a máquina submetida a transitórios na componente fundamental. Durante os transitórios, a componente fundamental induz componentes harmônicos que interferem na estimação, caso não sejam eliminados ou desacoplados.

## 5.2 Sugestões para Futuros Trabalhos

Os futuros trabalhos, que podem dar prosseguimento à dissertação desenvolvida aqui, incluem:

- Implementação prática do sistema de estimação de saliências magnéticas, utilizando a técnica de injeção de alta freqüência. Considerando que a maior parte dos resultados experimentais foram desenvolvidos em parceria com pesquisadores da Universidade de Wisconsin-Madison, deseja-se implementar no Laboratório de Acionamentos de Máquinas Elétricas do CEFET-MA a parte prática para melhor capacitar os seus pesquisadores e servir de ferramenta para área de ensino; Além

disso, deseja-se ampliar os testes da técnica de injeção de alta frequência para máquinas de indução com ranhuras fechadas;

- Desenvolvimento de métodos que possam investigar a eliminação ou a diminuição dos efeitos da saturação na estimação da saliência. Propõe-se, então, que sejam estudados métodos que possam desacoplar as saliências introduzidas pela saturação;
- Desenvolvimento de diagnósticos e de métodos para detecção de faltas em máquinas de indução.

# Bibliografia

- [1] Bimal K. Bose, “High performance control and estimation in ac drives,” in *IECON'97*, November 1997, v. 2, p. 377–385.
- [2] W. Leonard, *Control of Electrical Drives*, Springer, Berlin, second edition, 1996.
- [3] D.W. Novotny and T.A. Lipo, *Vector Control and Dynamics of AC Drives*, Oxford, Madison-USA, 1996.
- [4] P. L. Jansen and R. D. Lorenz, “Accuracy limitations of velocity and flux estimation in direct field oriented induction machines,” in *Conf. Rec. EPE*, Brighton, UK, September 1993, p. 312–318.
- [5] J. L. Silvino, C. P. Bottura, and P. Resende, “Observadores de fluxo e estimação de parâmetros da máquina de indução via modelamento discreto n ao estacionário,” *Controle e Automação*, v. 4, n. 1, p. 11–22, Agosto/Setembro 1993.
- [6] Patrick L. Jansen and Robert D. Lorenz, “A physically insightful approach to the design and accuracy assessment of flux oriented induction machine drives,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 30, n. 1, p. 101–110, January/February 1994.
- [7] Patrick L. Jansen, C. O. Thompson, and Robert D. Lorenz, “Observer-based direct field orientation for both zero and very high speed operation,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 1, n. 4, p. 7–13, July/August 1995.

- [8] Patrick L. Jansen, Robert D. Lorenz, and Donald W. Novotny, "Observer-based direct field orientation: analysis and comparison of alternative methods," *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 30, n. 4, p. 945–953, July/August 1994.
- [9] J. Cilia, G. M. Asher, and K. J. Bradley, "Sensorless position detection for vector controlled induction motor drives using an asymmetric outer-section cage," in *Conf. Rec. IAS*, San Diego - CA, USA, 1996, p. 286–292.
- [10] M. W. Degner and R. D. Lorenz, "Position estimation in induction machines utilizing rotor bar slot harmonic and carrier frequency signal injection," in *Conf. Rec. PCC*, Nagoaka, Japão, 1997, p. 69–72.
- [11] M. W. Degner, *Flux, position, and velocity estimation in AC machines using carrier frequency signal injection*, PhD dissertation, University of Wisconsin, Department of Electrical and Computer Engineering, May 1998.
- [12] Luiz A. S. Ribeiro, *Estimação e controle da máquina assíncrona para sistemas de acionamento de alto desempenho*, Tese de doutorado, Universidade Federal da Paraíba, Departamento de Engenharia Elétrica - COPELE, Junho 1998.
- [13] Luiz A. S. Ribeiro, M. W. Degner, F. Briz, and R. D. Lorenz, "Comparing carrier frequency current and voltage injection for the estimation of flux, position, and velocity in sensorless ac drives," in *Conf. Rec. IAS*, St. Louis - Missouri, USA, October 1998.
- [14] M. Ishida and K. Iwata, "A new slip frequency detector of an induction motor utilizing motor slot harmonics," *IEEE Transaction on Industry Applications*, v. 20, n. 3, p. 575–581, Maio/Junho 1984.
- [15] D. Zinger, F. Profumo, T. A. Lipo, and D. W. Novotny, "A direct field field-oriented controller for induction motor drives using tapped stator windings," in *Conf. Rec. PESC*, 1988, p. 855–861.

- [16] J. C. Moreira and T. A. Lipo, "Direct field orientation control using the third harmonic component of the stator voltage," in *Conf. Rec. ICEM*, Cambridge, MA, 1990, p. 1237–1242.
- [17] R. Blasco-Giménez, G. M. Asher, M. Summer, and K. J. Bradley, "Dynamic performance limitations for mras based sensorless induction motor drives. part 2: Online parameter tuning and dynamic performance studies," *IEE Proc. Electr. Power Appl.*, v. 143, n. 2, p. 123–134, March 1996.
- [18] M. Schroedl and R. S. Wieser, "E.m.f - based rotor flux detection in induction motors using virtual short circuits," in *Conf. Rec. IAS*, San Diego - CA, USA, 1996, p. 229–233.
- [19] Joaquim Holtz, "Sensorless control of induction motor drives," in *Proceedings of the IEEE*, Aug 2002, p. 1359–1394.
- [20] P. L. Jansen, *The integration of state estimation, control, and design for induction machines*, PhD dissertation, University of Wisconsin, Department of Electrical and Computer Engineering, 1993.
- [21] P. L. Jansen and R. D. Lorenz, "Transducerless position and velocity estimation in induction machines and salient ac machines," *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 31, n. 2, p. 240–247, March/April 1995.
- [22] M. W. Degner and R. D. Lorenz, "Wide bandwidth flux, position, and velocity estimation in ac machines at any speed (including zero) using multiple saliencies," in *Conf. Rec. IAS*, New Orleans - Louisiana, USA, 1997, p. 760–767.
- [23] M. W. Degner M. L. Aime and R. D. Lorenz, "Saturation measurements in ac machines using carrier signal injection," in *Proc. of IEEE-IAS 98-Annual Meeting*, St. Louis, MO, October 1998, p. 12–16.
- [24] M. W. Degner F. Briz, A. Diez, "Dynamic operation of carrier signal injection based, sensorless, direct field oriented ac drives," *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 36, p. 1360–1368, Sept-oct 2000.

- [25] F. Briz, M.W. Degner, J.M. Guerrero, A. Zamarron, and R.D. Lorenz, "Implementation issues affecting the performance of carrier signal injection based sensorless controlled ac drives," in *Conf. Rec. IAS*, october 2001, p. 2645–2652.
- [26] F. Briz, M. W. Degner A. Diez, and R. D. Lorenz, "Measuring modeling and decoupling of saturation-induced saliencies in carrier-signal injection based sensorless ac drivess," *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 37, p. 1356–1364, Sept-oct 2001.
- [27] M. W. Degner F. Briz, A. Diez and R. D. Lorenz, "Static and dynamic behavior of saturation-induced saliencies and their effect on carrier-signal-based sensorless ac drives," *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 38, p. 670–677, May-june 2002.
- [28] J. Holtz and H. Pan, "Elimination of saturation efeccts in sensorless position controlled induction motor," in *Proc.of IEEE-IAS 98-Annual Meeting*, Pittsburg, Oct 2002, p. 1695–1700.
- [29] N. Teske, G. M. Asher, M. Summer, and K. J. Bradley, "Suppression of saturation saliency effects for the sensorless position control of induction motor drives under loaded conditions," *IEEE Transactions on Industry Electron*, v. 47, n. 5, p. 1142–1149, Oct 2000.
- [30] M. Schroedl, "Sensorless control of ac machines at low speed and standstill based on the inform method," in *Conf. Rec. IAS*, San Diego - CA, USA, 1996, p. 270–277.
- [31] M. Ishida and K. Iwata, "Steady-state characteristics of a torque and speed control system of an induction motor utilizing rotor slot harmonics for frequency sensing," in *International Semiconductor Power Conversion Conference*, 1982, p. 408–415.
- [32] D.S. Zinger, T.A. Lipo, and D. W. Novotny, "Using induction motor stator windings to extract speed information," in *Conf. Rec. IAS*, San Diego - CA, USA, 1989, p. 213–218.

- [33] R. M. Cuzner, R. D. Lorenz, and D. W. Novotny, "Application of non-linear observers for rotor position detection on an induction motor using machine voltages and currents," in *Proc. of IEEE-IAS 90-Annual Meeting*, October 1990, p. 416–421.
- [34] P.L. Jansen, R. D. Lorenz, and M. Corley, "Flux, position and velocity estimation in ac machines at zero and low speed via tracking of high frequency saliencies," in *Conf. Rec. EPE*, Sept 1995, v. 3, p. 154–160.
- [35] P. L. Jansen and R. D. Lorenz, "Transducerless field orientation concepts employing saturation-induced saliencies in induction machines," in *Conf. Rec. IAS*, Orlando - FL, USA, 1995, p. 174–181.
- [36] J. Ha and S. Sul, "Sensorless field orientation control of an induction machine by high frequency signal injection," in *Conf. Rec. IAS*, New Orleans - Louisiana, USA, 1997, p. 426–432.
- [37] M. W. Degner and R. D. Lorenz, "Position estimation in induction machines utilizing rotor bar slot harmonics and carrier frequency signal injection," *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 37, p. 736–742, May-june 2001.
- [38] M. W. Degner and R. D. Lorenz, "Using multiple saliencies for the estimation of flux, position, and velocity in ac machines," in *Proc. of IEEE-IAS 97-Annual Meeting*, New Orleans - Louisiana, USA, October 1997, p. 760–767.
- [39] Paul C. Krause, Oleg Wasynczur, and Scott D. Sudhoff, *Analysis of Electric Machinery*, IEEE, New York-USA, 1994.
- [40] P. L. Alger, *Induction Machines - Their Behavior and Uses*, Gordon and Breach Science Publishers, New York, second edition, 1970.
- [41] T.A. Lipo, *Eletromagnetic Design of AC Machines*, Course Notes for ECE 71, University of Wisconsin-Madison, 1996.

- [42] Hisao Kubota and Kouki Matsuse, “Speed sensorless field-oriented control of induction motor with rotor resistance adaptation,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 30, n. 5, p. 1219–1224, Sept./Oct. 1994.
- [43] R. D. Lorenz, “Practical issues and research opportunities when implementation zero speed sensorless control,” in *ICEMS*, Shenyang-China, August 2001.
- [44] F. Briz, Michael W. Degner, and Robert D. Lorenz, “Dynamic analysis of current regulators for ac motors using complex vectors,” *IEEE Transactions Industry Applications*, v. 35, n. 6, November/December 1999.
- [45] F. Briz, Michael W. Degner, and Robert D. Lorenz, “Analysis and design of current regulators using complex vectors,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 36, n. 3, May/June 2000.
- [46] M. W. Degner, *Flux, position, and velocity estimation in AC machines using carrier frequency signal injection*, Preliminary PhD thesis proposal, University of Wisconsin, Department of Electrical and Computer Engineering, May 1997.
- [47] Luiz A. S. Ribeiro, *Estimação e controle da máquina assíncrona para sistemas de acionamento de alto desempenho*, Tese de doutorado, Universidade Federal da Paraíba, Departamento de Engenharia Elétrica - COPELE, Junho 1998.
- [48] Luiz A. S. Ribeiro, M. W. Degner, F. Briz, and R. D. Lorenz, “Using carrier frequency current injection for the estimation of flux, position, and velocity in ac drives,” in *Conf. Rec. COBEP*, Foz do Iguaçu, October 1999.
- [49] M.W. Degner, *Flux, position and velocity estimation in ac machines using carrier signal injection*, PhD dissertation, University of Wisconsin, Department of Mechanical Engineering, 1998.