

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO - UFMA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA - CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
DE ELETRICIDADE - PPGEE

EDSON BRUNO MARQUES COSTA

**CONTROLE PID FUZZY ADAPTATIVO COM ESTABILIDADE ROBUSTA POR
ENXAME DE PARTÍCULAS MULTI OBJETIVO**

São Luís

2016

EDSON BRUNO MARQUES COSTA

**CONTROLE PID FUZZY ADAPTATIVO COM ESTABILIDADE ROBUSTA POR
ENXAME DE PARTÍCULAS MULTI OBJETIVO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Eletricidade da Universidade Federal do Maranhão como requisito para obtenção do título de mestre em engenharia de eletricidade.

Área de concentração: Automação e Controle.

Orientador: Prof. Dr. Ginalber Luiz de Oliveira Serra

São Luís
2016

EDSON BRUNO MARQUES COSTA

**CONTROLE PID FUZZY ADAPTATIVO COM ESTABILIDADE ROBUSTA POR
ENXAME DE PARTÍCULAS MULTIOBJETIVO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Eletricidade da Universidade Federal do Maranhão como requisito para obtenção do título de mestre em engenharia de eletricidade.

Área de concentração: Automação e Controle.

Aprovada em 22 de fevereiro de 2016.

BANCA EXAMINADORA

Ginalber Luiz de Oliveira Serra, Dr. (UFMA)
(presidente/orientador)

Francisco Souza, Dr. (UFMA)

Gilmar Barreto, Dr. (UNICAMP)

Este trabalho é dedicado à minha família.

AGRADECIMENTOS

À Deus, “porque dEle e por Ele, e para Ele são todas as coisas. Glória pois a Ele, eternamente. Amém.”

AGRADECIMENTOS

Aos meus familiares pela educação e presença constante.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Ginalber Serra, por incentivar a curiosidade científica, a busca pela excelência e a criticidade necessária para desenvolvimento de trabalhos que sejam relevantes para a engenharia e sociedade em geral. Além de propiciar um ambiente agradável de pesquisa e integração dentro do Laboratório de Inteligência Computacional Aplicada à Tecnologia. Enfim, pelo zelo, amizade e pelo distinto método de orientar e ensinar.

Aos amigos do grupo de pesquisa ICAT: Luiz Miguel, Arnaldo Pinheiro, Hugo Velozo, Adriano Magalhães, Danúbia Pires, Orlando Donato, Washington Santos, Selmo Junior e Lorena Alencar.

À Ariadna Ferreira, minha companheira de todos os momentos. Pelo incentivo, companheirismo, e sugestões relacionadas à estrutura escrita deste trabalho de dissertação.

Ao amigo Rafael Santos, por inúmeras contribuições neste e em outros trabalhos, além de sua amizade e ensinamentos.

Ao CNPQ, por fomentar esta pesquisa. E à UFMA e ao IFMA, pelo ambiente propício para aprendizado e pesquisa.

*“Há e haverá muitas tarefas que os
homens podem cumprir com facilidade,
que vão além da capacidade de
qualquer computador, qualquer
máquina e qualquer sistema lógico que
podemos conceber nos dias de hoje.” (Lotfi A. Zadeh)*

RESUMO

Nesta dissertação é proposta uma metodologia para controle PID fuzzy adaptativo com estabilidade robusta por enxame de partículas multiobjetivo, para sistemas dinâmicos não-lineares, com atraso puro de tempo. Uma estrutura de modelo fuzzy Takagi-Sugeno é definida para representação de sistemas dinâmicos não-lineares, com atraso puro de tempo, no domínio do tempo discreto. Os parâmetros do modelo fuzzy são estimados recursivamente a partir de dados experimentais, utilizando a técnica de agrupamento fuzzy C-Means (estimação do antecedente) e mínimos quadrados recursivos fuzzy (estimação do consequente). Uma estrutura de controle PID digital fuzzy Takagi-Sugeno é definida utilizando a estratégia de compensação paralela e distribuída. Um mecanismo de adaptação é formulado como um problema de otimização por enxame de partículas multiobjetivo, para ajuste online dos parâmetros do controlador fuzzy Takagi-Sugeno baseado em critério de estabilidade robusta (especificações de margem de ganho e fase). Resultados experimentais para controle PID fuzzy adaptativo baseado em critério de estabilidade robusta de um sistema térmico com atraso puro de tempo variante é apresentado para ilustrar a eficiência e aplicabilidade da metodologia proposta.

Palavras-chave: Controle adaptativo. Controle fuzzy. Otimização por enxame de partículas. Margem de ganho e fase. Otimização multiobjetivo.

ABSTRACT

An adaptive fuzzy digital PID controller design methodology via multiobjective particle swarm optimization (MOPSO) based on robust stability criterion, is proposed. The plant to be controlled is modelled considering a Takagi-Sugeno (TS) fuzzy structure from input-output experimental data, by using the fuzzy C-Means clustering algorithm (antecedent parameters estimation) and fuzzy recursive least squares algorithm (consequent parameters estimation), respectively. An adaptation mechanism was formulated as a MOPSO problem for online tuning of the fuzzy digital PID controller parameters based on the fuzzy model parameters obtained recursively and the gain and phase margins specifications. Computational results for adaptive fuzzy digital PID control of a thermal plant with time varying delay is presented to illustrate the efficiency and applicability of the proposed methodology.

Keywords: Adaptive control. Fuzzy control. Particle swarm optimization. Gain and phase margins. Multiobjective optimization.

TRABALHOS PUBLICADOS PELO AUTOR

ARTIGOS PUBLICADOS EM CONGRESSOS

1. COSTA, E. B. M. ; SERRA, G. L. O. Self-Tuning Robust Stability Fuzzy Digital Controller. In: 2015 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence (SSCI), 2015, Cape Town, South Africa.
2. COSTA, E. B. M. ; SERRA, G. L. O. Fuzzy Gain Scheduling Design Based on Multiobjective Particle Swarm Optimization. In: 2nd Latin American Congress on Computational Intelligence (LA-CCI), 2015, Curitiba.
3. COSTA, E. B. M.; SERRA, G. L. O. Robust Takagi-Sugeno Fuzzy Control for Systems with Static Nonlinearity and Time-Varying Delay. In: IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZIEEE), 2015, Istanbul, Turkey.
4. COSTA, E. B. M.; SERRA, G. L. O. Optimal Recursive Fuzzy Model Identification Approach Based on Particle Swarm Optimization. In: 24th IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE), 2015, Búzios, RJ.
5. COSTA, E. B. M.; SERRA, G. L. O. Real Time Fuzzy Modeling Approach with Initial Condition Based on Particle Swarm Optimization. In: IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT), 2015, Seville, Spain.

ARTIGOS PUBLICADOS EM CAPÍTULO DE LIVRO

1. COSTA, E. B. M.; SERRA, G. L. O. Robust Stability Self-Tuning Fuzzy PID Digital Controller. Dr Jitendra Agrawal, Rajiv Gandhi Proudhyogiki Vishwavidyalaya. (Org.). Handbook of Research on Applied Computational Intelligence in Engineering. 1ed.: IGI Global, 2015.
2. COSTA, E. B. M.; SERRA, G. L. O. Multiobjective Particle Swarm Optimization Fuzzy Gain Scheduling Control. In: Dr Nadia Nedjah (Org.). Evolutionary Multi-Objective System Design: Theory and Applications. Chapman & Hall/CRC Computer and Information Science Series, 2016.

ARTIGOS SUBMETIDOS EM REVISTAS

1. COSTA, E. B. M.; SERRA, G. L. O. Robust Stability Based Indirect Adaptive Fuzzy Control Design by Particle Swarm Optimization. Journal of Control, Automation and Electrical Systems. Qualis B1. **Submetido.**
2. COSTA, E. B. M.; SERRA, G. L. O. Self-Tuning Robust Fuzzy Controller Design Based on Multiobjective Particle Swarm Optimization Adaptation Mechanism. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. Qualis A2. **Submetido.**

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Abordagem de controle adaptativo direta	27
Figura 2 – Abordagem de controle adaptativo indireta	27
Figura 3 – Esquema de controle adaptativo por escalonamento de ganho	28
Figura 4 – Esquema de controle adaptativo por modelo de referência	28
Figura 5 – Esquema de controle adaptativo auto-ajustável	29
Figura 6 – Funções de pertinência para variável linguística <i>temperatura</i>	30
Figura 7 – Exemplo de representação do valor linguístico “em torno de 25 °C” para a variável linguística <i>temperatura</i> , por uma função de pertinência triangular	31
Figura 8 – Conjuntos fuzzy da variável de entrada x	33
Figura 9 – Conjuntos fuzzy da variável de saída y	34
Figura 10 – Curvas da função $y = x^2$ (em linha contínua e preta) e da aproximação feita pelo sistema fuzzy (linha tracejada e vermelha)	35
Figura 11 – Conjuntos fuzzy da variável de entrada x	37
Figura 12 – Curvas da função $y = x^2$ (em linha contínua e preta) e da aproximação feita pelo sistema nebuloso (linha tracejada e vermelha)	38
Figura 13 – Ilustração de dominância	40
Figura 14 – Frente de Pareto Convexa e Côncava.	41
Figura 15 – Frente de Pareto Uniforme e Convexa	42
Figura 16 – Frente de Pareto Não-Uniforme e Convexa	42
Figura 17 – Frente de Pareto Côncava	43
Figura 18 – Frente de Parcialmente Convexa e Côncava	43
Figura 19 – Frente de Pareto Convexa e Discreta	44
Figura 20 – Topologias de redes PSO comumente utilizadas: (a) Topologia em estrela, (b) Topologia em anel, (c) Topologia em roda e (d) Topologia quatro agrupamentos	51
Figura 21 – Margem de ganho e fase.	55
Figura 22 – Diagrama em blocos da metodologia de controle adaptativo fuzzy baseado em especificações de margens de ganho e fase via otimização MOPSO	57
Figura 23 – Plataforma experimental para controle de temperatura. A plataforma para controle de temperatura é composta de uma planta térmica, o software LabVIEW, o CompactRIO 9073, o módulo de entrada analógica NI 9219, o módulo de saída analógica NI 9263, o sensor de temperatura LM 35 e o atuador baseado no CI TCA 785.	78

Figura 24 – Dados experimentais de entrada e saída da planta térmica, utilizados para obtenção dos parâmetros iniciais do modelo fuzzy TS. A tensão AC (RMS) é aplicada na planta térmica cuja resposta temporal é a temperatura (graus Celsius).	79
Figura 25 – Funções de pertinência estimadas pelo algoritmo FCM (linha sólida) e as funções de pertinência otimizadas pelo PSO (linha tracejada).	80
Figura 26 – Curva característica: planta térmica (linha ‘o’), identificado (linha sólida) e modelo fuzzy TS otimizado pelo PSO (linha pontilhada).	81
Figura 27 – Custo da melhor partícula em cada iteração.	81
Figura 28 – Frente de Pareto: Relação entre os dois objetivos otimizados no processo de sintonia do controlador fuzzy TS da primeira (a) e segunda (b) regras	83
Figura 29 – Estimação paramétrica recursiva: (a)-(d) parâmetros do conseqüente do primeiro submodelo, (e)-(h) parâmetros do conseqüente do segundo submodelo.	84
Figura 30 – Estimação recursiva dos parâmetros do controlador PID fuzzy: (a)-(c) parâmetros do conseqüente da primeiro submodelo, (d)-(f) parâmetros do conseqüente do segundo submodelo.	85
Figura 31 – Grau de ativação normalizado instantâneo da primeiro (a) e segundo (b) submodelo/subcontrolador fuzzy.	86
Figura 32 – Margens de ganho (a) e fase (b) instantaneamente obtidas para o sistema de controle da planta térmica.	86
Figura 33 – Resposta temporal do sistema de controle PID fuzzy adaptativo (a) e Ação de controle do controlador PID fuzzy adaptativo(b).	87
Figura 34 – Interseção entre os conjuntos nebulosos A e B	108
Figura 35 – União entre os conjuntos nebulosos A e B	109
Figura 36 – Complemento do conjunto nebuloso A	109
Figura 37 – Relação nebulosa $\mu_R(x, y) = e^{-(x-y)^2}$	111
Figura 38 – Exemplo de projeção de \mathbb{R}^2 para \mathbb{R}	112

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Centros e desvios padrões das gaussianas que representam os conjuntos fuzzy da variável de entrada x	33
Tabela 2 – Centros e desvios padrões das gaussianas que representam os conjuntos fuzzy da variável de saída y	34
Tabela 3 – Base de Regras.	35
Tabela 4 – Centros e desvios padrões das gaussianas que representam os conjuntos fuzzy da variável x	37
Tabela 5 – Base de Regras.	38
Tabela 6 – Tabela de Jury.	72
Tabela 7 – Parâmetros e custo para identificação e otimização do modelo dinâmico fuzzy TS.	82

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

MOPSO	Multi-Objective Particle Swarm Optimization (Otimização por enxame de partículas multiobjetivo)
PSO	Particle Swarm Optimization (Otimização por enxame de partículas)
PID	Proporcional Integral Derivativo
TS	Takagi-Sugeno
CPD	Compensação Paralela e Distribuída
RLS	Recursive Least Squares (Mínimos quadrados recursivo)
MSE	Mean Squared Error (Erro médio quadrático)
POM	Problema de otimização multiobjetivo
MG	Margem de Ganho
MF	Margem de Fase
gbest	Global Best (Melhor global)
lbest	Local Best (Melhor local)
FCM	Fuzzy C-Means
FMLE	Fuzzy Maximum Likelihood Estimation (Estimação de máxima verossimilhança fuzzy)
GK	Gustafson-Kessel
MRAC	Model Reference Adaptive Control (Controle adaptativo por modelo de referência)
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers (Instituto internacional de engenharia elétrica e eletrônica)
NI	National Instruments
LabVIEW	Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench

LISTA DE SÍMBOLOS

$u(k)$ e $y(k)$	dados experimentais de entrada e saída da planta a ser controlada
L	Número de regras de uma base de regras fuzzy
i	Índice de uma regra qualquer da base de regras fuzzy, onde $1 \leq i \leq L$
$R^{(i)}$	i -ésima regra fuzzy
μ^i	Grau de ativação normalizado do i -ésimo regra fuzzy
θ^i	Vetor de parâmetros do i -ésimo submodelo fuzzy
α^i, β^i e γ^i	Parâmetros do consequente do i -ésimo subcontrolador fuzzy
r	Sinal de referência
ν	Número de variáveis linguísticas
j	Índice de uma variável linguística qualquer, onde $1 \leq j \leq \nu$
x_j	j -ésima variável linguística
A_j^i	Conjunto fuzzy pertencente à i -ésima regra, no j -ésimo termo linguístico
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais
U_{x_j}	Universo de discurso da j -ésima variável linguística
n_y	Ordem da função de transferência discreta, do i -ésimo submodelo fuzzy
$G_P^i(z)$	Função de transferência discreta do i -ésimo submodelo fuzzy
τ_d^i	Atraso puro de tempo do i -ésimo submodelo fuzzy
$a_{n_y}^i$ e $b_{n_u}^i$	Parâmetros do numerador e denominador da função de transferência do i -ésimo submodelo fuzzy
D^i	Atraso puro de tempo dado em número de amostras
$\hat{y}(k)$	Saída geral do modelo fuzzy TS dinâmico
\bar{u} e \bar{y}	Entrada e saída em regime permanente do modelo fuzzy TS estático
Y	Vetor de saída do sistema dinâmico
Φ	Matriz de regressão

M^i	Matriz de ponderação diagonal da i -ésima regra
P^i	Matriz de covariância da i -ésima regra fuzzy
$G_C^i(z)$	Função de transferência discreta do i -ésimo subcontrolador fuzzy
ω_{pc}	Frequência de cruzamento de fase
ω_{gc}	Frequência de cruzamento de ganho
δ_1 e δ_2	Pesos do método de agregação ponderada
N_p	Número de partículas
D	Dimensão do enxame de partículas
\mathbf{v}_i	Velocidade da i -ésima partícula
c_1 e c_2	Coefficientes das componentes cognitiva e social
\mathbf{r}_1 e \mathbf{r}_2	Variáveis aleatórias no intervalo $[0, 1]$
MG_{max} e MG_{min}	Limites superior e inferior da especificação de margem de ganho
MF_{max} e MF_{min}	Limites superior e inferior da especificação de margem de fase
MG_m e MF_m	Média da faixa de margem de ganho e fase, respectivamente
$\alpha_{p(local)}^i, \beta_{p(local)}^i$ e $\gamma_{p(local)}^i$	Melhor posição local de cada partícula
$\alpha_{p(global)}^i, \beta_{p(global)}^i$ e $\gamma_{p(global)}^i$	Melhor global de todas as partícula do enxame

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	MOTIVAÇÃO E RELEVÂNCIA	20
1.2	PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES	23
1.3	OBJETIVOS	24
1.3.1	Objetivo geral	24
1.3.2	Objetivos específicos	24
1.4	ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	24
2	REFERENCIAIS TEÓRICOS	26
2.1	TEORIA DE CONTROLE ADAPTATIVO	26
2.2	TEORIA DE SISTEMAS FUZZY	29
2.2.1	Sistemas de inferência fuzzy Mamdani	32
2.2.2	Sistemas de inferência fuzzy Takagi-Sugeno	34
2.3	TEORIA DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO	38
2.3.1	Método de agregação ponderada	44
2.4	TEORIA DE OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS	45
2.4.1	Algoritmo PSO global	47
2.4.2	Algoritmo PSO local	49
2.4.3	Topologias de redes de PSO	50
2.4.4	Variações básicas do PSO	52
2.5	TEORIA DE MARGENS DE GANHO E FASE	54
3	FORMULAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA	57
3.1	CLASSES DE PLANTAS	58
3.2	IDENTIFICAÇÃO RECURSIVA DO MODELO FUZZY	58
3.2.1	Estrutura de modelo fuzzy TS dinâmico e estático	58
3.2.2	Estimação das funções de pertinência do antecedente	60
3.2.3	Estimação recursiva dos parâmetros do consequente	62
3.3	PROJETO DE CONTROLADOR ADAPTATIVO FUZZY	65
3.3.1	Estrutura do controlador PID fuzzy TS	65
3.3.2	Mecanismo de adaptação via algoritmo MOPSO	66
3.3.3	Estabilidade do sistema de controle fuzzy	70
3.3.4	Convergência do mecanismo de adaptação	73
4	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	77
4.1	DESCRIÇÃO DA PLATAFORMA EXPERIMENTAL	77

4.2	OBTENÇÃO DAS CONDIÇÕES INICIAIS	77
4.2.1	Condição inicial dos parâmetros do modelo	78
4.2.2	Condição inicial dos parâmetros do controlador	82
4.3	IMPLEMENTAÇÃO DO CONTROLADOR ADAPTATIVO FUZZY	83
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	88
5.1	CONCLUSÕES	88
5.2	TRABALHOS FUTUROS	88
	REFERÊNCIAS	89
	APÊNDICE A – FUNDAMENTOS DE CONJUNTOS FUZZY	105
A.1	CONJUNTOS FUZZY	105
A.2	FUNÇÕES DE PERTINÊNCIA	106
A.3	DEFINIÇÕES BÁSICAS	106
A.3.1	Corte-α	106
A.3.2	Corte-α Exato	106
A.3.3	Conjunto Nebuloso Convexo	106
A.3.4	Suporte	106
A.3.5	Núcleo	107
A.3.6	Cardinalidade	107
A.3.7	Altura	107
A.3.8	Conjunto Nebuloso Normal	107
A.4	OPERAÇÕES EM CONJUNTOS FUZZY	107
A.4.1	Interseção de Conjuntos Nebulosos	107
A.4.2	União de Conjuntos Nebulosos	108
A.4.3	Complemento de Conjuntos Nebulosos	109
A.4.4	Norma-T/Interseção Nebulosa	109
A.4.5	Conorma-T/União Nebulosa	110
A.4.6	Relações Nebulosas	110
A.5	PROJEÇÕES E EXTENSÕES CILÍNDRICAS	111
A.5.1	Universo n-dimensional	111
A.5.2	Projeção de um Conjunto Nebuloso	111
A.5.3	Extensão Cilíndrica de um Conjunto Nebuloso	112

1 INTRODUÇÃO

Inteligência computacional é uma área do conhecimento que estuda conceitos, paradigmas, algoritmos e implementações de sistemas computacionais inspirados em aspectos da natureza, tais como, aprendizado, percepção, raciocínio, evolução, adaptação e interação social (KRUSE et al., 2013; ENGELBRECHT, 2007a). Os principais paradigmas de inteligência computacional são sistemas fuzzy (WANG, 1997; ROSS, 2005), redes neurais artificiais (HAYKIN, 1998; MÄKISARA et al., 2014), inteligência coletiva (*swarm intelligence*) (ENGELBRECHT, 2006; KENNEDY; EBERHART, 2001), computação evolucionária (BäCK, 1996; SMITH; CAGNONI, 2011), sistemas imunológicos artificiais (DASGUPTA, 1998; DASGUPTA; YU; NINO, 2011) e agentes inteligentes (D'INVERNO; LUCK; LUCK, 2004; CETNAROWICZ, 2014). Pode-se ainda destacar, dentro do paradigma inteligência coletiva, os algoritmos de otimização por enxame de partículas, colônia de formigas, recozimento simulado e cultura de bactérias (ENGELBRECHT, 2006). Ainda, as técnicas de inteligência computacional podem ser combinadas entre si, dando origem aos chamados sistemas híbridos, como exemplo tem-se os sistemas neuro-fuzzy, neuro-fuzzy-genético, fuzzy-PSO, etc. Este trabalho de dissertação incorpora duas das técnicas de inteligência computacional supracitadas, a saber, sistemas fuzzy e algoritmo de otimização por enxame de partículas.

Os sistemas fuzzy são sistemas de inferência baseados em regras linguísticas do tipo *se <antecedente> então <consequente>*, na qual a teoria de conjuntos fuzzy e lógica fuzzy fornecem a formulação matemática necessária para tratar com estas regras linguísticas. As aplicações envolvendo sistemas fuzzy abrangem diversas áreas, como: engenharia de controle, modelagem qualitativa, reconhecimento de padrões, processamento de sinais, processamento de informações, máquinas inteligentes, tomada de decisão, gerenciamento, finanças, medicina, indústrias de motores, robótica, entre tantas outras (BABUSKA, 1998; BELLMAN; ZADEH, 1970; KELLER; KRISNAPURAM; PAL, 1999; BONISSONE et al., 1995; DUTTA, 1993; KOSKO, 1992; MENDEL, 1995; PEDRYCZ, 1993; SEKER et al., 2003; SUGENO, 1985; SUGENO; YASUKAWA, 1993; TEODORESCU; KANDEL; JAIN, 1998). Em particular, controle fuzzy é uma das primeiras aplicações de sistemas fuzzy, sendo também uma das aplicações mais bem sucedidas. De fato, controle fuzzy consolidou-se como uma abordagem eficiente para controle de sistemas não lineares complexos ou ainda sistemas não analíticos, e tem sido apontada como uma abordagem alternativa para técnicas convencionais em muitos casos, atraindo a atenção tanto da comunidade acadêmica, quanto da comunidade industrial (FENG, 2006).

O algoritmo de otimização por enxame de partículas (PSO¹), desenvolvido por Kennedy e Eberhart (1995), é um algoritmo de busca estocástico, inspirado no comportamento social de bando de pássaros. No algoritmo PSO, um enxame consiste de um conjunto de partículas, em

¹ do inglês *Particle Swarm Optimization*

que cada partícula representa uma possível solução para o problema de otimização. Essas partículas “deslocam-se” dentro de um espaço de busca multidimensional, ajustando suas posições de acordo com sua própria experiência e com a experiência de sua vizinhança. Uma partícula, portanto, faz uso da melhor posição encontrada por si só e da melhor solução encontrada por sua vizinhança para se posicionar em direção a uma solução ótima. O algoritmo PSO pode ser utilizado para resolver problemas cujo objetivo é encontrar o ótimo de uma função, em que é impossível ou impraticável obter uma expressão analítica do gradiente (GAZI; PASSINO, 2011). Portanto, este consiste de um algoritmo de busca direta (não-gradiente) onde o enxame de partículas não utiliza informação do gradiente durante o processo de otimização. Dentre as principais áreas de aplicações do algoritmo PSO destacam-se: otimização multiobjetivo, identificação, controle, agrupamento, classificação, reconhecimento de padrões, planejamento, processamento de sinal, aplicações em robótica, tomada de decisão, detecção de falhas, predição de séries temporais, sistemas de potência, antenas e redes de comunicação (EBERHART; SHI, 2001; POLI, 2007).

A utilização de técnicas de inteligência computacional dentro da área de controle e automação, constitui um novo campo de estudo conhecido como automação inteligente. Esta dissertação está inserida no contexto da automação inteligente, uma vez que é utilizada uma abordagem de controle fuzzy autoajustada por uma estratégia baseada em PSO, que será melhor descrita no decorrer deste trabalho. Segundo Feng (2006), as abordagens de controle fuzzy podem ser classificadas em: controle fuzzy Mamdani, controle Proporcional-Integral-Derivativo (PID) fuzzy, controle neuro-fuzzy, controle fuzzy por modos deslizantes, controle fuzzy adaptativo e controle fuzzy Takagi-Sugeno (TS) baseado em modelo. Combinações dessas abordagens também podem ser verificadas, por exemplo, controle fuzzy Mandani pode ser adaptativo, controle PID fuzzy pode ser Takagi-Sugeno, controle fuzzy Takagi-Sugeno pode ser sintonizado por sistemas neuro-fuzzy, etc.

Nesta dissertação são combinadas três das abordagens de controle fuzzy apresentadas anteriormente: controle fuzzy Takagi-Sugeno (TS) baseado em modelo, controle PID fuzzy e controle fuzzy adaptativo. A motivação e relevância da união dessas abordagens de controle fuzzy, com a abordagem de otimização PSO, e especificações de margem de ganho e fase serão discutidas a seguir.

1.1 MOTIVAÇÃO E RELEVÂNCIA

Atualmente, os sistemas de controle fuzzy Takagi-Sugeno (TS) baseados em modelo tem sido amplamente analisados sob aspectos das teorias de controle PID (ABIDI; XU, 2015; CARVAJAL; CHEN; OGMEN, 2000), controle adaptativo (GAO; WANG; LIU, 2015; KHAN et al., 2015), controle robusto (KOHN-RICH; FLASHNER, 2003; ZHANG; ZHAO, 2015), controle por realimentação de estados (DONG; YANG, 2015; XIE; ZHANG; HU, 2015), controle ótimo (ZHEN et al., 2015; TANAKA; WANG, 2002), controle não-linear (KHOOBAN; ALFI;

ABADI, 2013; XUE; XIONG, 2012), controle H_∞ (GAO et al., 2014; CHANG; ZHANG; PARK, 2015), etc., para aplicações em sistemas complexos. Os modelos fuzzy TS podem ser combinados com representações por estruturas no espaço de estados, funções de transferência, ou alguma expressão funcional das variáveis de um sistema qualquer. Além disso, a estrutura de controle fuzzy Takagi-Sugeno (TS) baseado em modelo, quando associada a uma estratégia de controle fuzzy denominada Compensação Paralela e Distribuída (CPD), possibilita a definição de critérios de projeto de controle baseado em robustez, estabilidade, resposta temporal e resposta no domínio da frequência, além de permitir a utilização de métodos clássicos para análise de estabilidade do sistema de controle fuzzy, como critério de estabilidade de Lyapunov e critério de estabilidade de Jury. Desta forma, a adoção de uma estrutura de controle fuzzy TS baseado em modelo via estratégia CPD, nesta dissertação, justifica-se pela possibilidade de desenvolver uma formulação para obtenção das margens de ganho e fase de um sistema de controle fuzzy TS em malha aberta, assim como a possibilidade da utilização de métodos clássicos de análise de estabilidade de sistemas lineares, para análise de estabilidade de sistemas de controle fuzzy TS em malha fechada.

Em Silva (2012) e Pires (2013), metodologias de controle fuzzy TS baseado em especificações de margem de ganho e fase, no domínio do tempo contínuo e discreto, respectivamente, foram desenvolvidas. Em Silva (2012), foram deduzidas fórmulas matemáticas para o cálculo dos parâmetros dos sub-controladores fuzzy, em função dos parâmetros dos sub-modelos lineares e das especificações de margem de ganho e fase, por meio de uma série de aproximações e considerações, no domínio do tempo contínuo. Por outro lado, em Pires (2013), é verificada a inviabilidade da dedução de fórmulas matemáticas para o mesmo propósito, no domínio do tempo discreto, e diante destas limitações, foi proposto o uso de algoritmos genéticos para obtenção dos parâmetros dos sub-controladores fuzzy, em função dos parâmetros dos sub-modelos lineares e das especificações de margem de ganho e fase. Estes dois trabalhos estão inseridos no contexto de controle fuzzy em batelada, e servem como referência para a estratégia de controle adaptativo fuzzy baseado em especificações de margem de ganho e fase, desenvolvida nesta dissertação.

A principal motivação para controle adaptativo fuzzy é a necessidade por técnicas de controle mais eficientes para tratar com mudanças na planta a ser controlada devido a incertezas, não-lineares, perturbações, mudança na natureza da entrada, atraso puro de tempo, etc. Em todas essas situações, um controlador convencional apresenta limitações para manter a performance do sistema de controle em níveis aceitáveis, e controle adaptativo fuzzy tem sido sugerido como uma abordagem alternativa para essas técnicas de controle convencionais em diversas aplicações (YUE et al., 2015; WAI; CHEN; LIU, 2015; YANG; HUA; GUAN, 2014; HWANG; CHIANG; YEH, 2014; TONG et al., 2013; LAKHEKAR; SAUNDARMAL, 2013; SHARMA; CHATTERJEE; RAKSHIT, 2012a; SHARMA; CHATTERJEE; RAKSHIT, 2012b).

O primeiro controlador adaptativo fuzzy chamado controlador linguístico auto-organizado

foi introduzido em Procyk e Mamdani (1979). A partir de então, diversas outras técnicas de controle adaptativo fuzzy tem sido propostas na literatura, podendo-se destacar como principais tópicos de interesse o desenvolvimento de esquemas de controle adaptativo fuzzy com menor número de parâmetros a serem ajustados ou melhores desempenhos (GAO; WANG; LIU, 2015; YANG; REN, 2003; YANG; ZHOU, 2005), controlador adaptativo fuzzy robusto com vários tipos de perturbações externas (LI et al., 2014b; LI et al., 2014a; WU; KARKOUB, 2014), controle adaptativo fuzzy por modelo de referencia (AMRANE et al., 2013; HUSEK; CERMAN, 2013; CERMAN, 2013), controlador fuzzy por modos deslizantes (JASIM; PLAPPER; VOOS, 2015; DO; PARK; AHN, 2014; SAOUDI; HARMAS, 2014) e esquemas auto-organizados para sintonia de funções de pertinências (LIAN, 2014; LIAN, 2012; LU; MAHFOUF, 2012).

A aplicação de técnicas como algoritmo genético, otimização por enxame de partículas, recozimento simulado e outras técnicas de otimização inteligente bio-inspiradas para sintonia de controladores fuzzy no contexto não-adaptativo é uma abordagem consolidada na literatura (COSTA; SERRA, 2015a; COSTA; SERRA, 2016a; ZHOU; BIRDWELL, 1994; HERRERA; LOZANO; VERDEGAY, 1995; LIN; CHEN, 1995; RENHOU; YI, 1996; CHIN; QI, 1998; MARTINEZ-ALFARO; GÓMEZ-GARCIA, 1998; CUI et al., 2004; JUANG; LIOU, 2004; VENAYAGAMOORTHY; DOCTOR, 2004; BOUALLÈGUE et al., 2012). Porém, o uso dessas técnicas de otimização inteligente para sintonia de controladores adaptativos fuzzy é um desafio recente e diversos estudos tem sido desenvolvidos neste novo campo de estudo (COSTA; SERRA, 2015e; COSTA; SERRA, 2015c; COSTA; SERRA, 2016b; PATEL; KUMAR, 2015; SABZI et al., 2015; HAJEBI; ALMODARRESI, 2013; KHAN; CHOUDHRY; ZEESHAN, 2013; DJOEWAHIR; TANAKA; NAKASHIMA, 2013; CHIOU; TSAI; LIU, 2012; NAVALE; NELSON, 2012; BEVRANI et al., 2012; SAHED; KARA; HADJILI, 2012; NAVALE; NELSON, 2010a; NAVALE; NELSON, 2010b; LIU; CHEN; TSAO, 2001).

Em Khan et al. (2015), uma metodologia para projeto de controle adaptativo fuzzy baseado em algoritmo genético foi proposto para o controle multivariável de temperatura e umidade relativa através da manipulação de posições de válvulas para regular as vazões de água e vapor de uma unidade de tratamento de ar. Em (HASHIM; EL-FERIK; ABIDO, 2015), é proposta uma abordagem baseada em regras fuzzy para o ajuste online de um filtro passa-baixa com ganho ajustável no laço de realimentação. O controlador fuzzy é ajustado de forma ótima usando otimização por enxame de partículas, levando em conta o erro de rastreamento e o alcance do sinal de saída do controlador. Em (HOSOVSKY et al., 2014), é proposta uma abordagem para controle adaptativo fuzzy de um atuador pneumático muscular com ajuste baseado em recozimento simulado.

Neste contexto, uma metodologia para projeto de controle PID adaptativo fuzzy via MOPSO baseado em especificações das margens de ganho e fase, é proposta nesta dissertação. A planta a ser controlada é identificada por uma estrutura de inferência fuzzy TS a partir de dados experimentais de entrada e saída, utilizando o algoritmo de agrupamento fuzzy C-Means

(FCM) e mínimos quadrados recursivo fuzzy para estimação do antecedente e do consequente, respectivamente. Um mecanismo de adaptação baseado em otimização por enxame de partículas multiobjetivo é formulado para sintonia online dos parâmetros do controlador PID fuzzy, utilizando estratégia CPD, baseado em especificações de margem de ganho e fase e nos parâmetros do modelo fuzzy identificados recursivamente. Resultados experimentais para controle PID fuzzy adaptativo de uma planta térmica com atraso puro de tempo variante é apresentado para ilustrar a eficiência e aplicabilidade da metodologia proposta.

O presente trabalho está inserido dentro dos atuais tópicos de interesse da área de controle fuzzy, conforme pode ser evidenciado no abrangente número de publicações atuais em periódicos e congressos especializados no tema do trabalho proposto. Dentre os principais periódicos dedicados a tais publicações, estão: Fuzzy Sets and Systems, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics, IEEE Transactions on Control System Technology, IEEE Intelligent Systems, IEEE Transactions on Robotics, Computing Science & Engineering, Engineering Applications of Artificial Intelligence, Automatica, Swarm and Evolutionary Computation, Journal of Control, Automation and Electrical Systems, etc.

1.2 PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES

As principais contribuições deste trabalho são:

- Inserção de critério de estabilidade robusta em um esquema de controle PID fuzzy adaptativo. As margens de ganho e fase são medidas de estabilidade robusta de um sistema de controle, uma vez que estas especificações do domínio da frequência permitem avaliar o quanto de variação de ganho e deslocamento de fase extras que o sistema pode tolerar antes do sistema em malha fechada tornar-se instável. A metodologia proposta permite ao especialista modificar as especificações de margem de ganho e fase do sistema de controle PID fuzzy adaptativo, em tempo real.
- Uso de algoritmo MOPSO como mecanismo de adaptação para estratégia de controle adaptativo PID fuzzy adaptativo. As margens de ganho e fase são obtidas por um conjunto de equações não-lineares em que é impraticável obter uma formulação analítica no domínio do tempo discreto para obtenção das mesmas, o que justifica o uso de algoritmo MOPSO. Nesta estratégia existem dois objetivos a serem otimizados. Um está relacionado à obtenção dos parâmetros do controlador PID fuzzy que garanta uma margem de ganho tão próxima quanto possível da margem de ganho especificada, enquanto o outro objetivo está relacionado à obtenção dos parâmetros do controlador PID fuzzy que garanta uma margem de fase tão próxima quanto possível da margem de fase especificada. Esses dois objetivos são conflitantes entre si, ou seja, quando melhora-se um objetivo, piora-se o outro. Portanto, deve-se encontrar soluções que satisfaçam o melhor possível

ambos os objetivos sujeitos a um conjunto de restrições. As restrições adotadas são faixas de valores em que as margens de ganho e fase obtidas devem estar contidas.

- Obtenção de uma formulação direta do método de mínimos quadrados recursivos no contexto fuzzy.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo geral

Desenvolver uma estratégia de controle PID fuzzy adaptativo baseado em especificações de margem de ganho e fase via otimização multiobjetivo por enxame de partículas.

1.3.2 Objetivos específicos

Nesta dissertação, os seguintes objetivos específicos são considerados:

- Definir a classe de plantas a qual a metodologia se aplica e representá-la por uma estrutura de modelo fuzzy Takagi-Sugeno (TS);
- Definir uma estrutura de controle fuzzy TS baseada em modelo, utilizando a estratégia de controle fuzzy por Compensação Paralela e Distribuída (CPD);
- Formular um mecanismo de adaptação multiobjetivo baseado em especificações de margem de ganho e fase via otimização por enxame de partículas multiobjetivo (MOPSO);
- Analisar estabilidade e convergência do mecanismo de adaptação MOPSO;
- Fazer um estudo de caso com aplicação da metodologia proposta em uma planta térmica não-linear com atraso puro de tempo variante.

1.4 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação apresenta a seguinte estrutura:

O capítulo 2 apresenta uma fundamentação das principais teorias que servem de embasamento para o trabalho proposto nesta dissertação: controle adaptativo, sistemas fuzzy, otimização multiobjetivo e otimização por enxame de partículas. É apresentado um contexto histórico de cada uma dessas teorias, assim como os principais conceitos, referências, classificação e principais tópicos de interesse.

O capítulo 3 descreve a metodologia proposta para controle PID fuzzy adaptativo com estabilidade robusta por enxame de partículas multiobjetivo. Primeiramente, é definida a classe de plantas a qual a metodologia se propõe, e a estrutura de modelo fuzzy TS adotada. Em

seguida, a formulação para modelagem recursiva do modelo fuzzy TS baseada em dados experimentais, e a formulação para projeto de controle PID fuzzy adaptativo baseado em especificações de margem de ganho e fase e mecanismo de adaptação multiobjetivo por enxame de partículas, são apresentadas. Por fim, as formulações para análise de estabilidade da estratégia de controle proposta, assim como a análise de convergência do mecanismo de adaptação, são apresentadas.

O capítulo 4 apresenta os resultados experimentais da proposta de controle apresentada. Primeiramente, a plataforma de controle virtual/eletrônica utilizada é descrita, detalhando-se os ambientes de *hardware* e *software*. Em seguida, as condições iniciais para o estimador recursivo do modelo fuzzy TS e para o mecanismo de adaptação do controlador fuzzy TS são obtidas através de uma formulação em batelada. E por fim, os resultados do controle adaptativo fuzzy da planta térmica utilizando a metodologia proposta são discutidos, afim de assegurar o rastreamento dos sinais de referências aplicados, satisfazendo as especificações de margem de ganho e fase, além de garantir tais características mesmo diante de perturbações na planta.

Por fim, no capítulo 5 as conclusões desta dissertação e propostas de trabalhos futuros, são discutidas.

2 REFERENCIAIS TEÓRICOS

Neste capítulo, é apresentada uma fundamentação das principais teorias que servem de embasamento para o trabalho proposto nesta dissertação: controle adaptativo, sistemas fuzzy, otimização multiobjetivo e otimização por enxame de partículas. É apresentado um contexto histórico de cada uma dessas teorias, assim como os principais conceitos, referências, classificação e principais tópicos de interesse.

2.1 TEORIA DE CONTROLE ADAPTATIVO

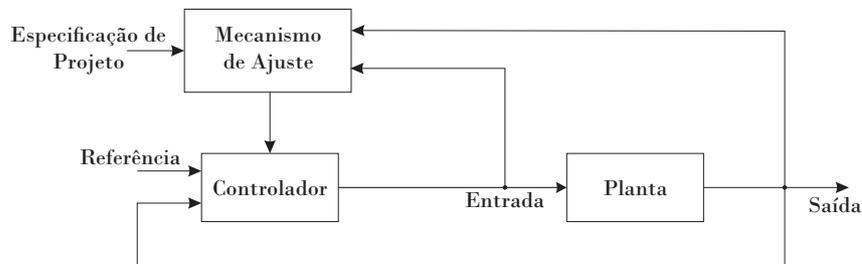
Atualmente, grande parte das malhas de controle industriais são caracterizadas por variações na dinâmica da planta devido a complexidades tais como: incertezas, não linearidades, perturbações estocásticas, mudança na natureza da entrada, atraso puro variante com o tempo, etc. Diante de tais complexidades, as estratégias de controle convencionais apresentam limitações para manter o desempenho da malha de controle em níveis aceitáveis, sendo portanto, necessário utilizar técnicas de controle mais sofisticadas, dentre as quais destaca-se o controle adaptativo, cujas técnicas desse campo de estudo fornecem abordagens para sintonia online dos parâmetros do controlador, com base no projeto de um mecanismo de adaptação, afim de compensar as variações na dinâmica da planta.

Controle adaptativo foi proposto inicialmente por Draper e Li (1951) para otimizar o desempenho de uma máquina de combustão interna na presença de incertezas, em que uma lei de controle ótima foi automaticamente projetada de acordo com o ponto de operação da máquina. Vários outros trabalhos pioneiros foram surgindo nesta mesma época, podendo-se destacar como principal motivação para o desenvolvimento da teoria de controle adaptativo, o projeto de sistemas de controle para aeronaves de alta performance. Os principais desafios em tais projetos são a ampla faixa de velocidades e altitudes que as aeronaves operam, dinâmicas não-lineares e características variantes com o tempo. Os primeiros resultados em controle adaptativo de aeronaves são verificados em Whitaker et al. (1958), Gregory (1959), Osder (1959), Dommasch e Barron (1959), Marx (1959), Whitaker (1959), McLean e Schmidt (1960) e Prince (1962). Embora estes trabalhos tenham sido bem sucedidos, a falta de fundamentação teórica concisa e desastres ocorridos em testes de voo diminuiu o interesse de pesquisadores na área (TAYLOR; ADKINS, 1965). Tal interesse voltou a ser despertado na década de 1970 devido às diversas contribuições na teoria de controle da década passada (1960) (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2008), podendo-se citar o surgimento de teorias de estabilidade, espaço de estados, controle estocástico, programação dinâmica (BELLMAN, 1954), identificação de sistemas e estimação paramétrica (ÅSTRÖM; EYKHOFF, 1971).

As abordagens de controle adaptativo podem ser classificadas em direta e indireta. Na

abordagem de controle adaptativo direta, ilustrada na Figura 1, um mecanismo de adaptação é projetado para realizar a sintonia *online* dos parâmetros do controlador a partir dos dados de entrada e saída da planta e das especificações de projeto de controle.

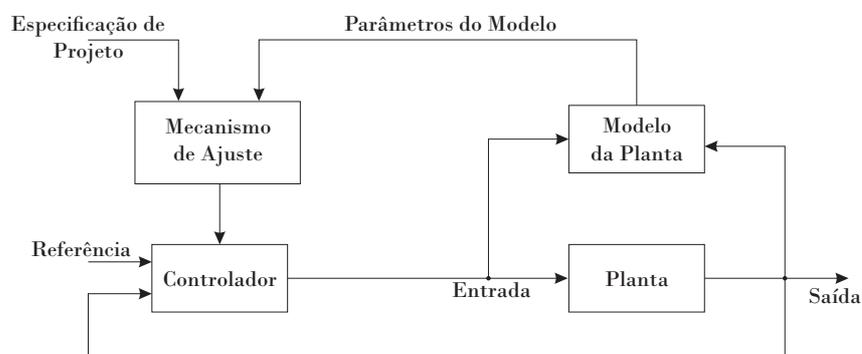
Figura 1 – Abordagem de controle adaptativo direta



Fonte: adaptada de Åström e Wittenmark (2008)

Na abordagem de controle adaptativo indireta, ilustrada na Figura 2, um mecanismo de adaptação é projetado para realizar a sintonia *online* dos parâmetros do controlador com base nos parâmetros de um modelo da planta obtidos via identificação recursiva em malha fechada e nas especificações de projeto.

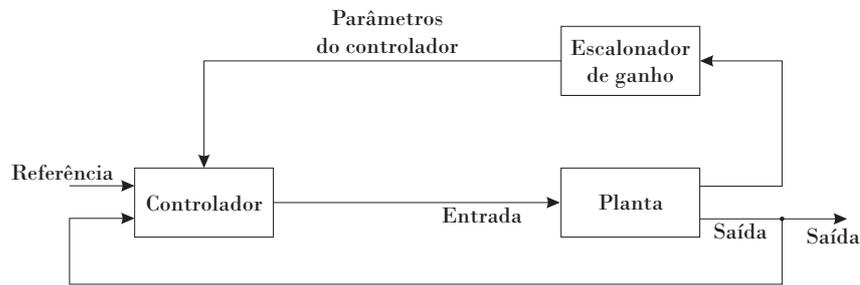
Figura 2 – Abordagem de controle adaptativo indireta



Fonte: adaptada de Åström e Wittenmark (2008)

Dentro dessas duas abordagens, estão inseridos os esquemas de controle adaptativo, cujos principais são: controle por escalonamento de ganho, controle adaptativo por modelo de referência e controle adaptativo auto-ajustável. O esquema de controle por escalonamento de ganho, ilustrado na Figura 3, é aplicado quando é possível encontrar variáveis medidas, chamadas variáveis escalonadas, que correlacionem bem as mudanças do sistema dinâmico em vários pontos de operação. Os parâmetros do controlador são determinados para cada um desses pontos de operação e armazenados. O escalonador de ganho consiste de um mecanismo de adaptação, que detecta o ponto de operação do sistema através das variáveis escalonadas e seleciona os valores correspondentes dos parâmetros do controlador para este ponto de operação.

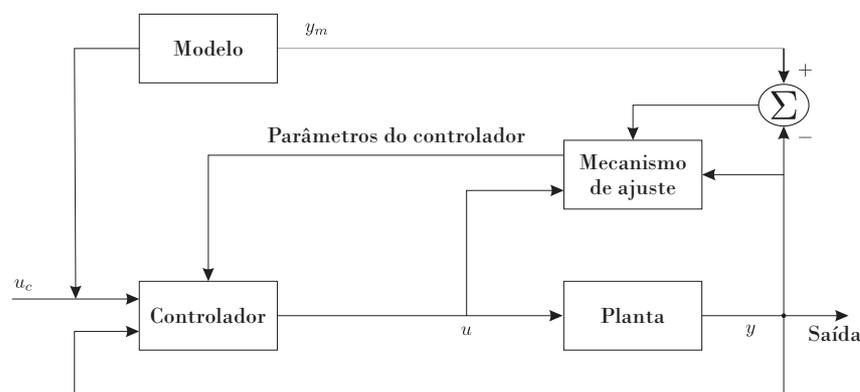
Figura 3 – Esquema de controle adaptativo por escalonamento de ganho



Fonte: adaptada de Åström e Wittenmark (2008)

No esquema de controle adaptativo por modelo de referência (MRAC¹), ilustrado na Figura 4, as especificações são dadas em termos de um modelo de referência que indica como a saída da planta deve responder para um sinal de referência u_c . O controle por modelo de referência é constituído de duas malhas, a malha interna é composta pelo controlador e a planta, enquanto que a malha externa é composta pelo modelo de referência e o mecanismo de ajuste. Os parâmetros do controlador são ajustados pela malha externa, visando a minimização do erro entre a saída do modelo de referência e a saída da planta.

Figura 4 – Esquema de controle adaptativo por modelo de referência

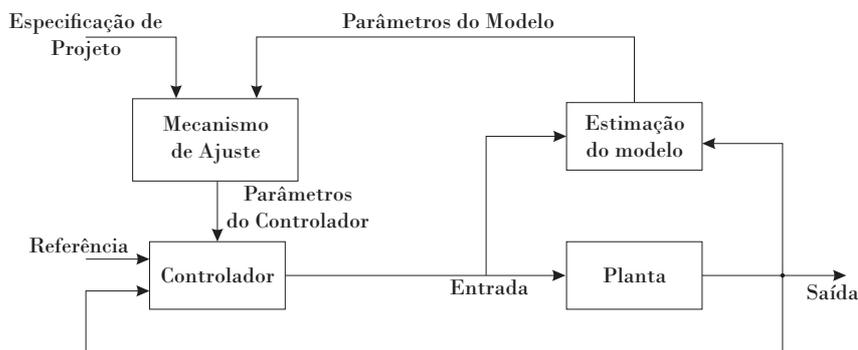


Fonte: adaptada de Åström e Wittenmark (2008)

O esquema de controle adaptativo auto-ajustável, ilustrado na Figura 5, é constituído de duas malhas, a malha interna é composta pelo controlador e a planta, enquanto que a malha externa é composta por um estimador de parâmetros recursivo e um mecanismo de ajuste. Os parâmetros do controlador são ajustados pela malha externa, onde o mecanismo de ajuste consiste de uma técnica de sintonia de controlador baseado em modelo, com variados critérios de projeto.

¹ do inglês *Model Reference Adaptive Systems*

Figura 5 – Esquema de controle adaptativo auto-ajustável



Fonte: adaptada de Åström e Wittenmark (2008)

2.2 TEORIA DE SISTEMAS FUZZY

A teoria de sistemas fuzzy ² foi introduzida por Zadeh (1965), em seu *seminal paper* intitulado “*Fuzzy Sets*”, tendo como principal motivação o processamento de informações vagas, imprecisas e linguísticas. Tal motivação é elucidada por Zadeh como segue:

A noção de um conjunto fuzzy proporciona um ponto de partida conveniente para a construção de uma abordagem conceitual que se assemelha, em muitos aspectos, com a abordagem usada em conjuntos clássicos. Porém, conjuntos fuzzy são mais gerais que os conjuntos clássicos e, potencialmente, podem vir a ter uma aplicabilidade muito mais diversificada, em particular nos campos de reconhecimento de padrões e processamento de informações. Essencialmente, abordagem fuzzy fornece um meio natural de lidar com os problemas em que a fonte de imprecisão consiste na ausência de critérios bem definidos de pertinência a uma classe. (ZADEH, 1965, p. 339), tradução nossa.

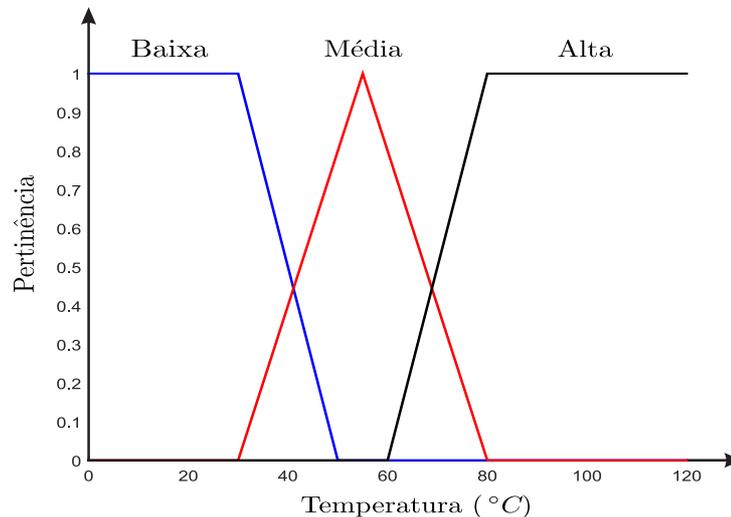
Após a introdução de conjuntos fuzzy, Zadeh propôs ainda os conceitos de algoritmos fuzzy (ZADEH, 1968), máquina de decisão fuzzy (BELLMAN; ZADEH, 1970), e ordenação fuzzy (ZADEH, 1971). Em seguida, no artigo “*Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes*” (ZADEH, 1973), ele estabeleceu os fundamentos para controle fuzzy, introduzindo o conceito de variáveis linguísticas e propondo o uso de regras fuzzy SE-ENTÃO para formular o conhecimento humano.

Uma variável linguística é uma variável cujos valores são palavras ou sentenças na linguagem natural, onde tais palavras são caracterizadas por conjuntos fuzzy definidos no mesmo universo de discurso das variáveis linguísticas. Por exemplo, a variável “temperatura” de um determinado processo pode ser uma variável linguística a qual podem ser atribuídos os valores

² A palavra “fuzzy”, de origem inglesa, significa incerto, vago, impreciso, subjetivo, nebuloso, difuso, etc. Porém, nenhuma dessas traduções é tão fiel ao sentido amplo dado pela palavra fuzzy em inglês. Além disso, observa-se que quase todos os países tem usado a palavra fuzzy, sem traduzi-la para língua pátria, com algumas poucas exceções. Portanto, nesta dissertação é conservado o termo fuzzy, sem traduzi-lo para o português.

“baixa”, “média” e “alta” no intervalo $[0, T_{max}]$. Estes valores são descritos por intermédio de conjuntos fuzzy, representados por funções de pertinência, conforme mostrado na Figura 6.

Figura 6 – Funções de pertinência para variável linguística *temperatura*



Os valores de uma variável linguística podem ser sentenças em uma linguagem especificada, construídas a partir de termos primários (alto, baixo, pequeno, médio, grande, zero, por exemplo), de conectivos lógicos (negação não, conectivos e e ou), de modificadores (muito, pouco, levemente, extremamente) e de delimitadores (como parênteses). Formalmente, uma variável linguística é completamente caracterizada por uma quintupla (N, T, U, G, M) (WANG, 1997; KLIR; YUAN, 1995), onde:

- N é o nome da variável linguística. Ex: temperatura.
- T é o conjunto de valores linguísticos que N pode tomar; Ex: $T = \{baixa, media, alta\}$.
- U é o universo de discurso; Ex: $(U = \{0, T_{max}\})$;
- G é a regra sintática para gerar os valores de N como uma composição de termos de T , conectivos lógicos, modificadores e delimitadores. Ex: temperatura não baixa e não muito alta.
- M é um valor semântico que expressa cada valor linguístico em G com um conjunto fuzzy em U ; Ex: M relaciona “baixa”, “média” e “alta” com a função de pertinência.

A principal diferença entres os conjuntos clássicos e conjuntos fuzzy é que enquanto os conjuntos clássicos contém objetos que satisfazem propriedades precisas de pertinência (ou seja, um elemento pertence ou não a um dado conjunto), os conjuntos fuzzy contém objetos que satisfazem propriedades imprecisas de pertinência (ou seja, alguns elementos são mais membros

de um conjunto do que outros). Matematicamente, um conjunto clássico, A_c , pode ser representado pelo método da pertinência, onde uma função μ determina se um elemento x pertence (assume valor 1) ou não pertence (assume valor 0) ao conjunto clássico A_c da seguinte forma:

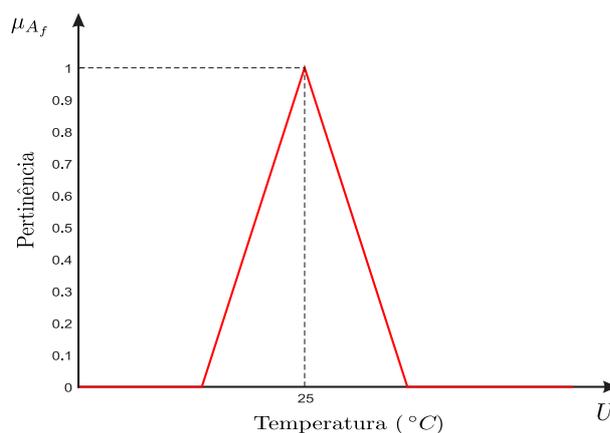
$$\mu_{A_c}(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in A_c \\ 0 & \text{se } x \notin A_c \end{cases} \quad (2.1)$$

Para conjuntos fuzzy, entretanto, a função de pertinência que os define pode assumir valores entre o intervalo fechado $[0, 1]$, onde um valor 0 indica uma completa exclusão, um valor 1 representa completa pertinência, e valores entre 0 e 1 representam uma pertinência parcial a um dado conjunto. Assim, pode-se estabelecer que a função de pertinência que define um conjunto fuzzy A_f é dada por (ZADEH, 1965):

$$\mu_{A_f}(x) : U \mapsto [0, 1] \quad (2.2)$$

Segundo Wang (1997), pode-se, então, concluir que os conjuntos fuzzy, representados por funções de pertinência, são extensões dos conjuntos clássicos e são o fundamento da representação do conhecimento humano. Por exemplo, por meio de conjuntos fuzzy pode-se expressar a noção de que a temperatura de um processo tem seu valor em “torno de $25^\circ C$ ”, utilizando uma função de pertinência triangular (Figura 7), com o pico em $25^\circ C$, para sugerir a noção de que quanto mais perto o número de $25^\circ C$, mais ele se identifica com o conceito representado.

Figura 7 – Exemplo de representação do valor linguístico “em torno de $25^\circ C$ ” para a variável linguística *temperatura*, por uma função de pertinência triangular



As regras fuzzy do tipo **SE-ENTÃO** se constituem outro componente fundamental no contexto de sistemas fuzzy. Basicamente, elas tem a seguinte estrutura:

$$\text{Se } \langle \textit{proposição antecedente} \rangle \text{ Então } \langle \textit{proposição consequente} \rangle \quad (2.3)$$

O formato das regras é um critério utilizado para classificar os *tipos de sistemas fuzzy* em duas categorias que diferem fundamentalmente em sua capacidade de representar diferentes tipos de informações (NGUYEN; SUGENO, 1998). Em geral, são distinguidos dois tipos de sistemas fuzzy: o sistema de inferência fuzzy linguístico ou Mamdani, como também é conhecido (ZADEH, 1973; MAMDANI, 1977); e o sistema de inferência fuzzy Takagi-Sugeno (TAKAGI; SUGENO, 1985). A seguir são apresentados estes dois tipos de sistemas fuzzy.

2.2.1 Sistemas de inferência fuzzy Mamdani

No sistema de inferência fuzzy Mamdani, proposto por Mamdani (1974), tanto o antecedente quanto o consequente são proposições fuzzy (MAMDANI; ASSILIAN, 1975; MAMDANI, 1977). A forma geral para o sistema de inferência Mamdani é dada por (WANG, 1997; ROSS, 2005):

$$R^{(i|i=1,2,\dots,L)}: \text{Se } x_1 \text{ é } A_1^i \text{ E } x_2 \text{ é } A_2^i \cdots \text{ E } x_\nu \text{ é } A_\nu^i \text{ Então } y \text{ é } B_i \quad (2.4)$$

onde $R^{(i)}$ é a i -ésima regra, e L é o número de regras. $x_j, j = 1, 2, \dots, \nu$ são as variáveis linguísticas do antecedente (ou $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_\nu]$, na forma vetorial), que representam as entradas do sistema fuzzy e y é a variável do consequente, a qual representa a saída do sistema fuzzy. A_j^i e B_i são os termos linguísticos (conjuntos fuzzy) definidos por funções de pertinência. O elemento “E” é denominado operador lógico de conjunção (norma-t), representado pela notação \wedge , que é equivalente a uma operação de mínimo, *min*. Portanto, o grau de ativação da i -th regra fuzzy do sistema de inferência Mamdani dado na Eq. (2.4), usando o operador norma-t é dado por:

$$\beta_i = \mu_{A_1^i}(x_1) \wedge \mu_{A_2^i}(x_2) \wedge \cdots \wedge \mu_{A_\nu^i}(x_\nu) = \min(\mu_{A_1^i}(x_1), \mu_{A_2^i}(x_2), \dots, \mu_{A_\nu^i}(x_\nu)) \quad (2.5)$$

Além do operador lógico de conjunção, existem também os operadores lógicos de disjunção (norma-s), OU, e negação (complemento), NÃO. Tais operadores são representados pelos símbolos \vee e \neg , e equivalem a operações de máximo (*max*) e complemento ($1 - \mu_{A_\nu^i}(x_\nu)$), respectivamente (BABUSKA, 1998).

Para ilustrar a estrutura da base de regras do sistema de inferência Mamdani, considere-se o problema de aproximação de uma função quadrática definida por:

$$y = f(x) = x^2, \quad x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x \leq 4 \text{ e } y \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 16 \quad (2.6)$$

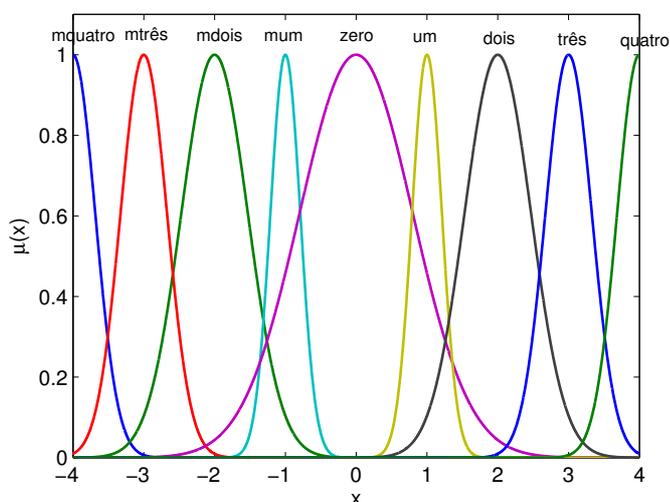
Para a variável de entrada x , definiu-se 9 conjuntos fuzzy dados por funções de pertinência do tipo gaussiana³, onde os centros e desvios padrões para cada termo linguístico é dado na Tabela 1.

³ A função gaussiana é definida por: $g(x, \sigma, c) = e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}}$, onde σ^2 é a variância e c é o centro

Tabela 1 – Centros e desvios padrões das gaussianas que representam os conjuntos fuzzy da variável de entrada x .

Termo Linguístico	Centro (c)	Desvio padrão (σ)
mquatro	-4	0.315
mtrês	-3	0.328
mdois	-2	0.470
mum	-1	0.2112
zero	0	0.7999
um	1	0.2112
dois	2	0.470
três	3	0.328
quatro	4	0.315

O termo linguístico “mquatro”, na Tabela 1, pode ser interpretado como o conjunto fuzzy “em torno de menos quatro”, o termo linguístico “zero”, pode ser interpretado como o conjunto fuzzy “em torno de zero”, e assim sucessivamente. Na Figura 8 são mostrados os conjuntos fuzzy da variável de entrada x , dados os parâmetros apresentados na Tabela 1.

Figura 8 – Conjuntos fuzzy da variável de entrada x .

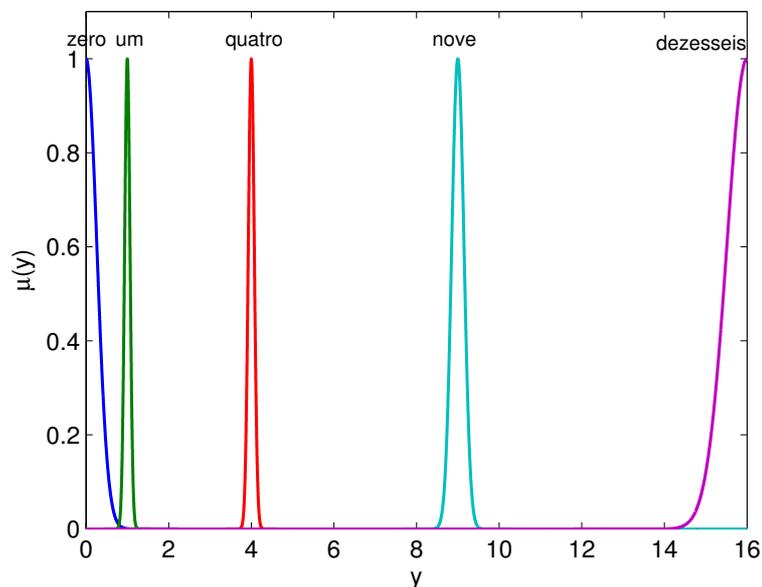
Da mesma forma, para a variável de saída y , definiu-se 5 conjuntos fuzzy dados por funções de pertinência do tipo gaussiana, onde os centros e desvios padrões para cada termo linguístico são apresentados na Tabela 2. Na Figura 9 são mostrados os conjuntos fuzzy da variável de saída y .

A base de regras do sistema de inferência Mandani definido para a aproximação da função quadrática na equação (2.6), dados os conjuntos fuzzy de entrada e saída definidos anteriormente, é mostrada na Tabela 3.

A comparação entre a função quadrática definida pela equação (2.6) e sua aproximação por um sistema de inferência fuzzy Mamdani, é mostrada na Figura 10, onde foi obtido um erro

Tabela 2 – Centros e desvios padrões das gaussianas que representam os conjuntos fuzzy da variável de saída y .

Termo Linguístico	Centro (c)	Desvio padrão (σ)
zero	0	0.260
um	1	0.065
quatro	4	0.0719
nove	9	0.1483
dezesesseis	16	0.4853

Figura 9 – Conjuntos fuzzy da variável de saída y 

quadrático médio de 0.0559⁴.

2.2.2 Sistemas de inferência fuzzy Takagi-Sugeno

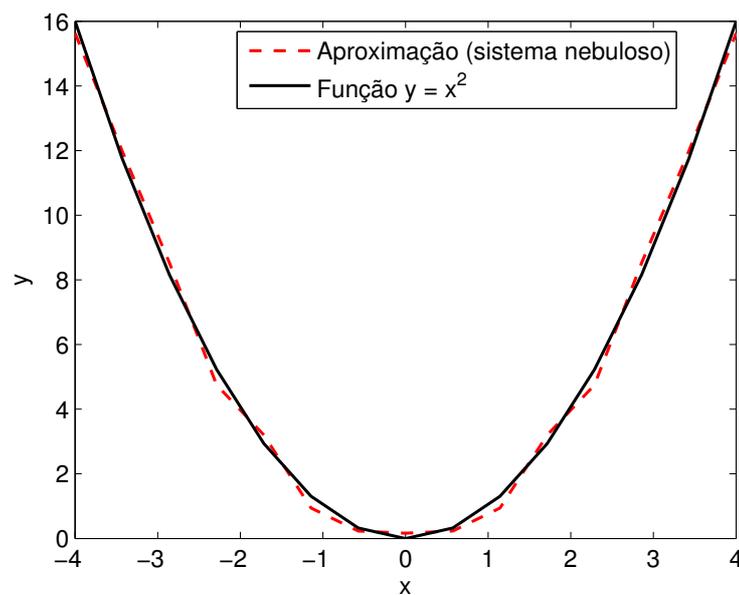
No sistema de inferência fuzzy Takagi-Sugeno (TS), proposto por Takagi e Sugeno (1985), o antecedente de cada regra também é composto de proposições fuzzy, assim como no sistema de inferência Mamdani, porém o conseqüente consiste de uma função matemática (*crisp*, não fuzzy) das variáveis do antecedente (BABUSKA, 1998; BARROS; BASSANEZI,

⁴ O erro quadrático médio é definido pela equação $EQM = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_{real} - y_{aprox})^2$, onde: N é o número de pontos da variável de entrada x , y_{real} é a saída real da função quadrática e y_{aprox} é a saída aproximada do sistema fuzzy.

Tabela 3 – Base de Regras.

R_1 : Se x é <i>m</i> quatro então y é <i>de</i> zesseis
R_2 : Se x é <i>m</i> três então y é <i>no</i> ve
R_3 : Se x é <i>m</i> dois então y é <i>qu</i> atro
R_4 : Se x é <i>m</i> um então y é <i>um</i>
R_5 : Se x é <i>z</i> ero então y é <i>z</i> ero
R_6 : Se x é <i>um</i> então y é <i>um</i>
R_7 : Se x é <i>do</i> is então y é <i>qu</i> atro
R_8 : Se x é <i>tr</i> ês então y é <i>no</i> ve
R_9 : Se x é <i>qu</i> atro então y é <i>de</i> zesseis

Figura 10 – Curvas da função $y = x^2$ (em linha contínua e preta) e da aproximação feita pelo sistema fuzzy (linha tracejada e vermelha)



2006a), como mostrado a seguir (TAKAGI; SUGENO, 1985; LENDEK et al., 2010):

$$R^{(i|i=1,2,\dots,L)}: \text{Se } x_1 \text{ é } A_1^i \text{ E } x_2 \text{ é } A_2^i \dots \text{ E } x_\nu \text{ é } A_\nu^i \text{ Então } y_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_\nu) \quad (2.7)$$

onde $R^{(i)}$ é a i -ésima regra, e L é o número de regras. $x_j, j = 1, 2, \dots, \nu$ (ou $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_\nu]$, na forma vetorial) são as variáveis linguísticas do antecedente (entradas do sistema), e y_i é a variável do consequente (saída do sistema), definida por um funcional das variáveis do antecedente. A_j^i e B_i são os termos linguísticos (conjuntos fuzzy) definidos por funções de pertinência. A relação de cada variável linguística do antecedente com determinado conjunto fuzzy $A_j^i(x_j)$ é dada pela função de pertinência $\mu_{A_j^i(x_j)}: \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$. O grau de ativação para a regra R^i , indicado

por h_i , é dado por:

$$h_i(\mathbf{x}) = \mu_{A_j^i}(x_1) \wedge \mu_{A_j^i}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu_{A_j^i}(x_\nu) \quad (2.8)$$

onde \wedge é um operador de conjunção norma- t (KLIR; YUAN, 1995). Considerando que existem várias classes de operadores norma- t disponíveis, o modelo fuzzy T-S utiliza o produto algébrico para obtenção do grau de ativação da regra R_i :

$$h_i(\mathbf{x}) = \prod_{j=1}^{\nu} \mu_j^i(x_j) \quad (2.9)$$

e o grau de ativação normalizado para a i -ésima regra é dado por

$$\lambda_i(\mathbf{x}) = \frac{h_i(\mathbf{x})}{\sum_{r=1}^L h_r(\mathbf{x})} \quad (2.10)$$

supondo $\sum_{r=1}^L h_r(\mathbf{x}) \neq 0$, onde L é o número de regras. Assim, esta normalização implica em

$$\sum_{i=1}^L \lambda_i(\mathbf{x}) = 1 \quad (2.11)$$

A saída do modelo fuzzy T-S é uma soma ponderadas dos funcionais do consequente, f_i , dada por

$$\mathbf{y} = \sum_{i=1}^L \lambda_i(\mathbf{x}) f_i(\mathbf{x}) \quad (2.12)$$

Observa-se que \mathbf{y} , na equação (2.12), é uma combinação convexa das funções locais (dos sub-modelos) y_i , o que facilita a análise dos modelos fuzzy T-S tanto para identificação, projeto de controladores e análise de estabilidade (SERRA, 2005).

Para ilustrar a estrutura da base de regras do sistema de inferência fuzzy Takagi-Sugeno, considera-se o mesmo problema que foi utilizado para ilustrar a estrutura da base de regras do sistema de inferência Mamdani, que consiste na aproximação da função quadrática dada na equação (2.6).

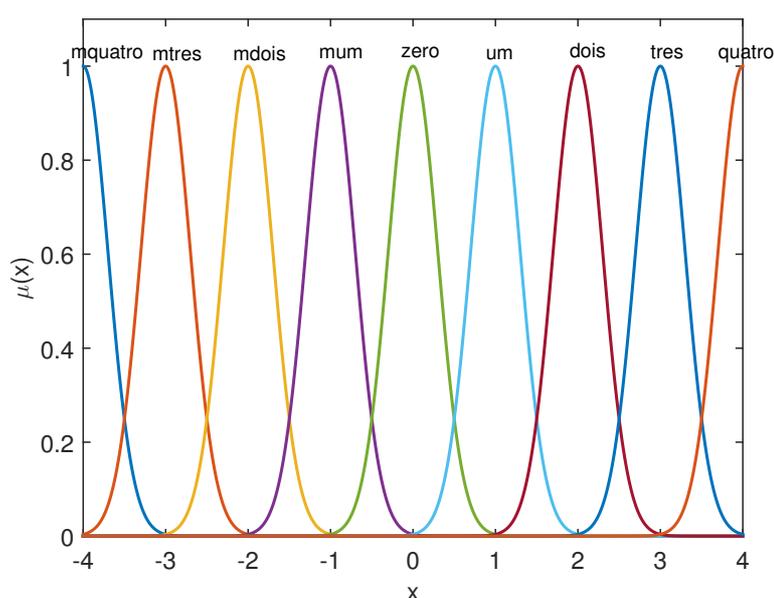
Para a variável de entrada x , definiu-se 7 conjuntos fuzzy dados por funções de pertinência do tipo gaussiana, onde os centros e desvios padrões para cada termo linguístico é dado na Tabela 4.

Os termos linguísticos definidos para a variável de entrada do sistema de inferência TS (Tabela 4), foram os mesmos definidos para a variável de entrada do sistema de inferência Mamdani (Tabela 1), porém com centros e desvios padrões diferentes. Na Figura 11 são mostrados os

Tabela 4 – Centros e desvios padrões das gaussianas que representam os conjuntos fuzzy da variável x .

Termo Linguístico	Centro (c)	Desvio padrão (σ)
mquatro	-4	0.3
mtrês	-3	0.3
mduois	-2	0.3
mum	-1	0.3
zero	0	0.3
um	1	0.3
dois	2	0.3
três	3	0.3
quatro	4	0.3

conjuntos fuzzy da variável de entrada x para o sistema de inferência TS, dados os parâmetros apresentados na Tabela 4.

Figura 11 – Conjuntos fuzzy da variável de entrada x 

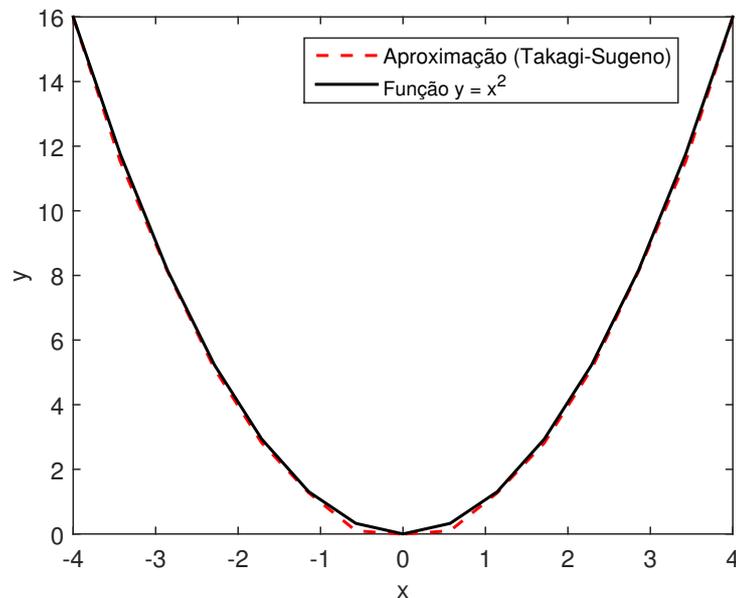
Para a saída de cada regra do sistema de inferência fuzzy Takagi-Sugeno definiu-se uma função linear das variáveis do antecedente, ou seja, uma reta que atravessa pelo centro do respectivo termo linguístico, tangente à função quadrática a ser minimizada, conforme pode-se observar na Tabela 5:

Na Figura 12 é mostrado o gráfico comparativo entre a função dada na equação (2.6) e a aproximação desta função pelo sistema fuzzy Takagi-Sugeno. O erro quadrático médio encontrado foi de 0.0179.

A eficácia de um modelo fuzzy T-S depende de características como o número de conjuntos fuzzy na partição, da complexidade das funções no consequente e da complexidade das

Tabela 5 – Base de Regras.

R_1 : Se x é <i>m</i> quatro então y é $y_1 = -8x - 16$
R_2 : Se x é <i>m</i> três então y é $y_2 = -6x - 9$
R_3 : Se x é <i>m</i> dois então y é $y_3 = -4x - 4$
R_4 : Se x é <i>m</i> um então y é $y_4 = -2x - 1$
R_5 : Se x é <i>z</i> ero então y é $y_5 = 0$
R_6 : Se x é <i>u</i> m então y é $y_6 = 2x - 1$
R_7 : Se x é <i>d</i> ois então y é $y_7 = 4x - 4$
R_8 : Se x é <i>t</i> rês então y é $y_8 = 6x - 9$
R_9 : Se x é <i>q</i> uatro então y é $y_9 = 8x - 16$

Figura 12 – Curvas da função $y = x^2$ (em linha contínua e preta) e da aproximação feita pelo sistema nebuloso (linha tracejada e vermelha)

funções de pertinência (BERGSTEN, 2001). Em comparativo ao sistema Mamdani, o sistema de inferência fuzzy T-S apresenta maior precisão nas implementações computacionais bem como tem mais flexibilidade para incorporar em sua estrutura formulações matemáticas complexas (BERGSTEN, 2001; SERRA, 2012).

2.3 TEORIA DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

Muitos problemas reais de otimização apresentam vários objetivos que devem ser alcançados simultaneamente. Geralmente, alguns desses objetivos são conflitantes entre si, onde a melhoria de um objetivo causa a deterioração no outro objetivo. Essas são as características de um problema de *Otimização Multiobjetivo*, também conhecido como problema de *Otimização Multicritério* ou *Multiatributo*.

Seja $S \subseteq \mathbb{R}^M$ o espaço de busca (também conhecido como *espaço decisão*) na M -ésima dimensão, e $F \subseteq S$ a região factível (região onde estão as soluções para o problema), um problema de otimização multiobjetivo (POM) é definido genericamente pela formulação a seguir (DEB, 2001; CHONG; ZAK, 2013):

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & \mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_M(\mathbf{x})]^T \\ \text{sujeito a} \quad & g_j(\mathbf{x}) \leq 0, \quad j = 1, \dots, J \\ & h_k(\mathbf{x}) = 0, \quad k = 1, \dots, K \\ & \mathbf{x} \in [\mathbf{x}_{min}, \mathbf{x}_{max}]^T \end{aligned} \quad (2.13)$$

onde, o vetor de soluções para o problema de otimização multiobjetivo, $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T \in S$, é definido como o vetor de variáveis de decisão (ou simplesmente, *vetor de decisão*); o vetor de M avaliações de função objetivo, $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_M(\mathbf{x})]^T \in O \subseteq \mathbb{R}^M$, é definido como *vetor objetivo*, em que a m -ésima função objetivo é definida por $f_m : \mathbb{R}^M \rightarrow \mathbb{R}$ e O é conhecido como o *espaço objetivo*; g_j e h_k são, respectivamente, as inequações e equações de restrições; e, os vetores $\mathbf{x}_{min} \in \mathbb{R}^M$ e $\mathbf{x}_{max} \in \mathbb{R}^M$ são os limites inferior e superior do vetor de decisões \mathbf{x} (ou seja, $x_{min}^n \leq x_n \leq x_{max}^n, \forall n = 1, \dots, N$). As soluções contidas dentro desses limites e que satisfazem as restrições, constituem a região factível F .

O principal problema em otimização multiobjetivo é a presença de objetivos conflitantes. Portanto, deseja-se encontrar um conjunto de soluções que fazem o balanceamento entre todos os objetivos. Tal balanceamento é conseguido quando uma solução não pode melhorar algum objetivo sem degradar um ou mais objetivos. Este conjunto de soluções são denominadas *conjunto de soluções não-dominadas*, ou o *conjunto ótimo de Pareto*. Os vetores de objetivos no *espaço objetivo* são conhecidos como *frente de Pareto*.

A seguir serão apresentados os conceitos básicos relacionados ao problema de otimização multiobjetivo formulado pela equação (2.13) (DEB, 2001).

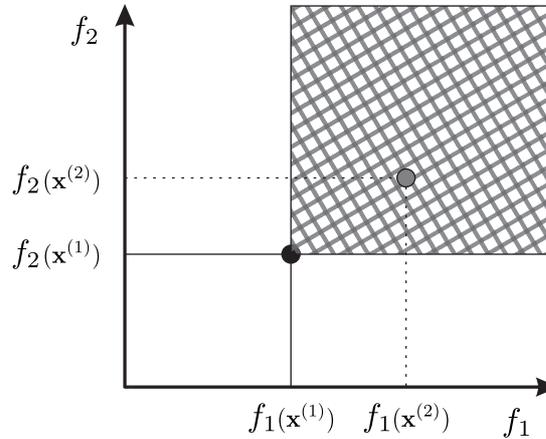
Definição 1: Dominância de Pareto. Sejam $\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)} \in \mathbb{R}^M$, duas soluções para o POM, diz-se que a solução $\mathbf{x}^{(1)}$ *domina* a solução $\mathbf{x}^{(2)}$ (representado por $\mathbf{x}^{(1)} \prec \mathbf{x}^{(2)}$), se e somente se, as seguintes condições são satisfeitas:

1. $\mathbf{x}^{(1)}$ não é pior que $\mathbf{x}^{(2)}$ em todos os objetivos, ou seja, $f_m(\mathbf{x}^{(1)}) \leq f_m(\mathbf{x}^{(2)}), \forall m = 1, \dots, M$;
2. $\mathbf{x}^{(1)}$ é estritamente melhor que $\mathbf{x}^{(2)}$ em pelo menos um objetivo, ou seja, $\exists m = 1, \dots, M : f_m(\mathbf{x}^{(1)}) < f_m(\mathbf{x}^{(2)})$.

Na Figura 13, é ilustrada a definição de dominância de Pareto, apresentada acima. Conforme pode ser observado, a solução $\mathbf{x}^{(1)}$ domina a solução $\mathbf{x}^{(2)}$ (na literatura, também podem ser encontradas as nomenclaturas: $\mathbf{x}^{(2)}$ é dominada por $\mathbf{x}^{(1)}$, $\mathbf{x}^{(1)}$ é não-dominada por $\mathbf{x}^{(2)}$ ou

$\mathbf{x}^{(1)}$ é não-inferior a $\mathbf{x}^{(2)}$). A área hachurada representa a região de todas as possíveis soluções dominadas por $\mathbf{x}^{(1)}$.

Figura 13 – Ilustração de dominância



Definição 2: Dominância forte. Uma solução $\mathbf{x}^{(1)}$ domina fracamente uma solução $\mathbf{x}^{(2)}$ (representado por $\mathbf{x}^{(1)} \preceq \mathbf{x}^{(2)}$), se e somente se, $\mathbf{x}^{(1)}$ não é pior que $\mathbf{x}^{(2)}$ em todos os objetivos, ou seja, $f_m(\mathbf{x}^{(1)}) < f_m(\mathbf{x}^{(2)})$, $\forall m = 1, \dots, M$.

Definição 3: Dominação fraca. Uma solução $\mathbf{x}^{(1)}$ domina fortemente (ou estritamente) uma solução $\mathbf{x}^{(2)}$ (representado por $\mathbf{x}^{(1)} \prec \mathbf{x}^{(2)}$), se e somente se, $\mathbf{x}^{(1)}$ não é pior que $\mathbf{x}^{(2)}$ em pelo menos um objetivo, ou seja, $\exists m = 1, \dots, M : f_m(\mathbf{x}^{(1)}) < f_m(\mathbf{x}^{(2)})$.

Definição 3: Ótimo de Pareto. Um vetor de decisão, $\mathbf{x}^* \in F$ é o ótimo de Pareto se não existe um um vetor de decisão, $\mathbf{x} \neq \mathbf{x}^* \in F$ que o domina. Ou seja, $\nexists \mathbf{x} \in F$ tal que $\mathbf{f}(\mathbf{x}) \prec \mathbf{f}(\mathbf{x}^*)$.

Definição 4: Conjunto ótimo de Pareto. O conjunto ótimo de Pareto, P^* , consiste de todos os vetores de decisão ótimo de Pareto, ou seja:

$$P^* = \mathbf{x}^* \in F \mid \exists \mathbf{x} \in F : \mathbf{x}^* \prec \mathbf{x} \quad (2.14)$$

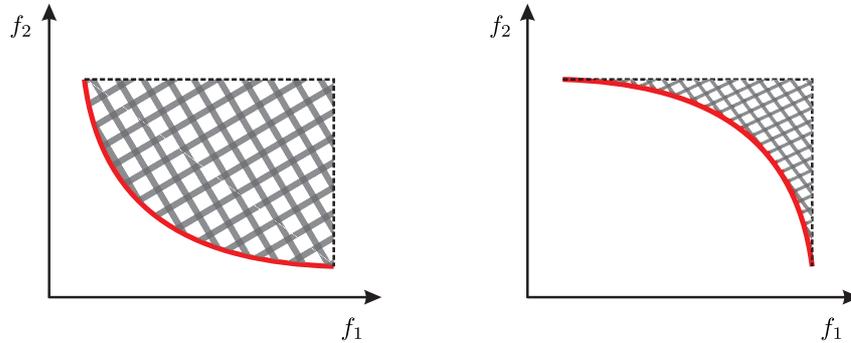
Definição 5: Frente de Pareto. Dado o vetor objetivo, $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, e o conjunto Pareto-ótimo, P^* , então a frente de Pareto, $FP^* \subseteq O$, é definida como

$$FP^* = \mathbf{f}(\mathbf{x}^*) = (f_1(\mathbf{x}^*), f_2(\mathbf{x}^*), \dots, f_M(\mathbf{x}^*)) \mid \mathbf{x}^* \in P \quad (2.15)$$

A frente de Pareto, portanto, contem todos os vetores objetivos correspondentes aos vetores decisão que são não dominados por algum outro vetor decisão. Basicamente, a frente de Pareto pode ser classificada em convexa e côncava. Uma frente de Pareto, FP^* é dita ser convexa se e somente se $\forall \mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)} \in FP^*, \forall \lambda \in (0, 1), \exists \mathbf{x}^{(3)} \in FP^* : \lambda \|\mathbf{x}^{(1)}\| + (1 - \lambda) \|\mathbf{x}^{(2)}\| \geq \|\mathbf{x}^{(3)}\|$. Uma frente de Pareto, FP^* é dita ser côncava se e somente se $\forall \mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)} \in FP^*, \forall \lambda \in (0, 1), \exists \mathbf{x}^{(3)} \in FP^* : \lambda \|\mathbf{x}^{(1)}\| + (1 - \lambda) \|\mathbf{x}^{(2)}\| \leq \|\mathbf{x}^{(3)}\|$ (JIN; OLHOFFER;

SENDHOFF, 2001). Na Figura 14 é ilustrada a frente de Pareto convexa, Figura 14(a), e a frente de Pareto côncava, Figura 14(b).

Figura 14 – Frente de Pareto Convexa e Côncava.



A frente de Pareto pode ainda ser classificada em parcialmente convexa e parcialmente côncava, uniforme, não uniforme, discreta, etc. A seguir serão ilustradas algumas dessas classificações, a partir de resultados computacionais discutidos em Parsopoulos e Vrahatis (2002b).

- Frente de Pareto Uniforme e Convexa, apresentada na Figura 15, para o POM:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\mathbf{x}) &= (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x})) \\ f_1(\mathbf{x}) &= \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M x_j^2 \\ f_2(\mathbf{x}) &= \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (x_j - 2)^2 \end{aligned} \quad (2.16)$$

- Frente de Pareto Não-Uniforme e Convexa, apresentada na Figura 16, para o POM:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\mathbf{x}) &= (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x})) \\ f_1(\mathbf{x}) &= x_1 \\ f_2(\mathbf{x}) &= g(\mathbf{x})(1 - \sqrt{f_1(\mathbf{x})/g(\mathbf{x})}) \end{aligned} \quad (2.17)$$

onde

$$g(\mathbf{x}) = 1 + \frac{9}{M-1} \sum_{j=2}^M x_j$$

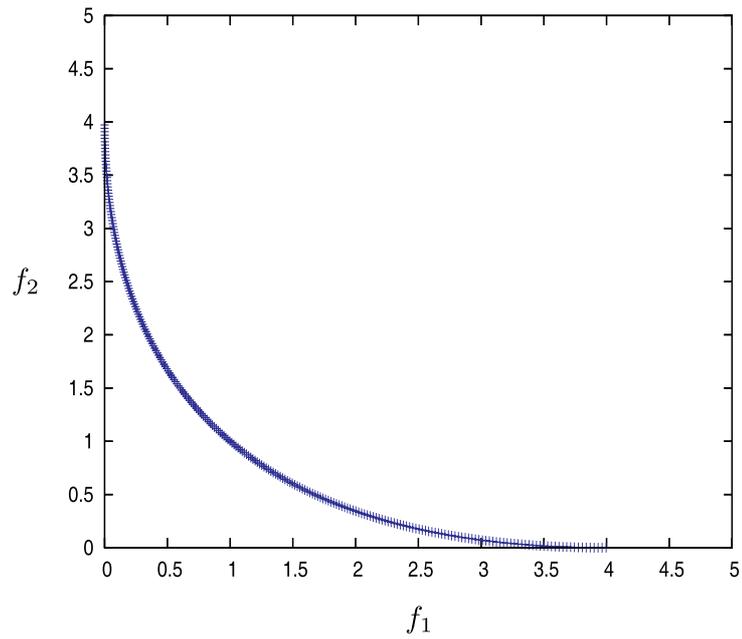
- Frente de Pareto Côncava, apresentada na Figura 17, para o POM:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\mathbf{x}) &= (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x})) \\ f_1(\mathbf{x}) &= x_1 \\ f_2(\mathbf{x}) &= g(\mathbf{x})(1 - (f_1(\mathbf{x})/g(\mathbf{x}))^2) \end{aligned} \quad (2.18)$$

onde

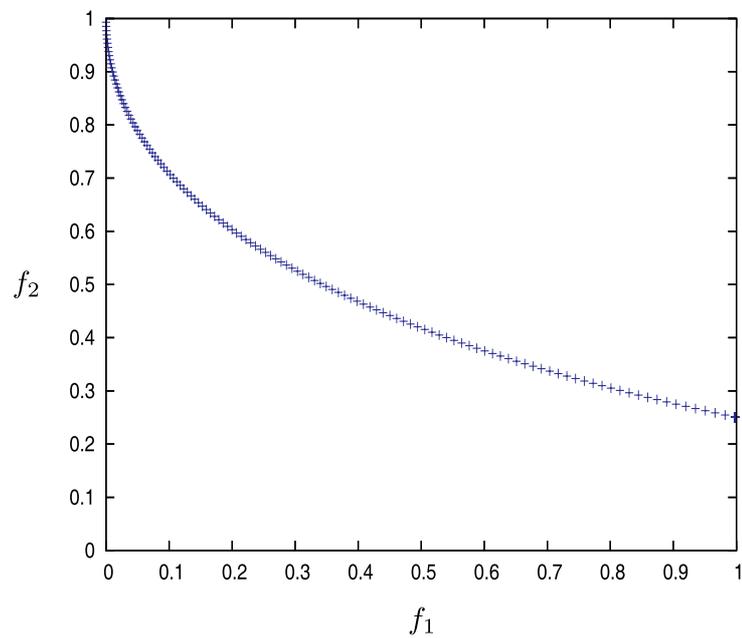
$$g(\mathbf{x}) = 1 + \frac{9}{M-1} \sum_{j=2}^M x_j$$

Figura 15 – Frente de Pareto Uniforme e Convexa



Fonte: Parsopoulos e Vrahatis (2002b)

Figura 16 – Frente de Pareto Não-Uniforme e Convexa

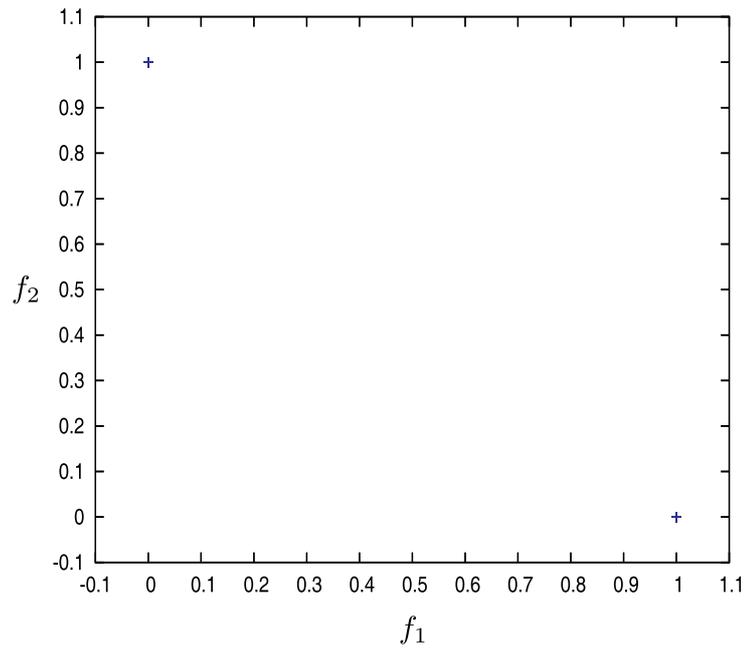


Fonte: Parsopoulos e Vrahatis (2002b)

- Frente de Pareto Parcialmente Convexa e Côncava, apresentada na Figura 18, para o POM:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{f}(\mathbf{x}) &= (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x})) \\
 f_1(\mathbf{x}) &= x_1 \\
 f_2(\mathbf{x}) &= g(\mathbf{x})(1 - \sqrt{f_1(\mathbf{x})/g(\mathbf{x})} - (f_1(\mathbf{x})/g(\mathbf{x}))^4)
 \end{aligned}
 \tag{2.19}$$

Figura 17 – Frente de Pareto Côncava

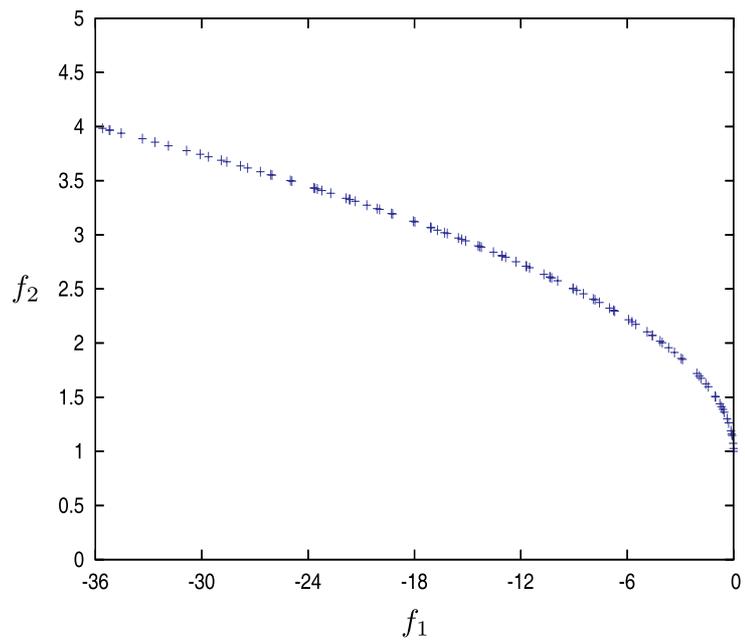


Fonte: Parsopoulos e Vrahatis (2002b)

onde

$$g(\mathbf{x}) = 1 + \frac{9}{M - 1} \sum_{j=2}^M x_j$$

Figura 18 – Frente de Parcialmente Convexa e Côncava



Fonte: Parsopoulos e Vrahatis (2002b)

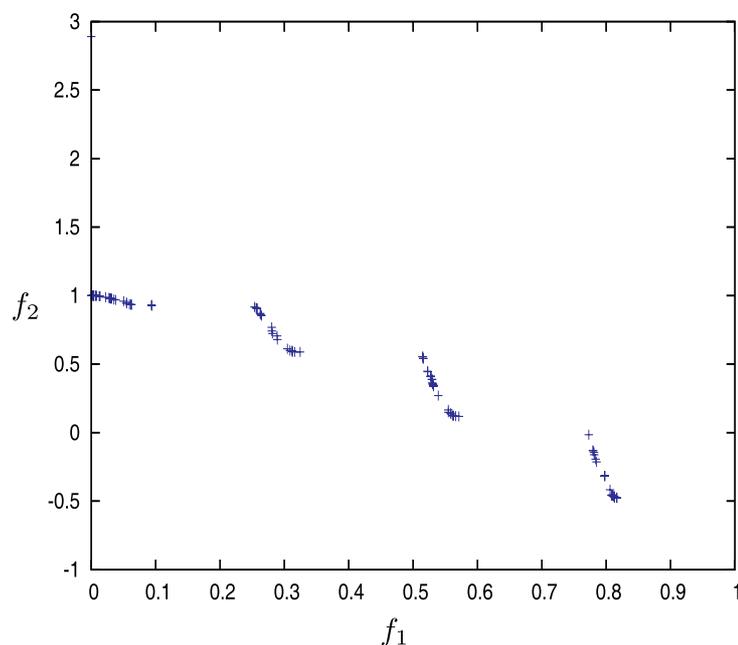
- Frente de Pareto Convexa e discreta, apresentada na Figura 19, para o POM:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\mathbf{x}) &= (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x})) \\ f_1(\mathbf{x}) &= x_1 \\ f_2(\mathbf{x}) &= g(\mathbf{x})(1 - \sqrt{f_1(\mathbf{x})/g(\mathbf{x})} - (f_1(\mathbf{x})/g(\mathbf{x}))\sin(10\pi f_1(\mathbf{x}))) \end{aligned} \quad (2.20)$$

onde

$$g(\mathbf{x}) = 1 + \frac{9}{M-1} \sum_{j=2}^M x_j$$

Figura 19 – Frente de Pareto Convexa e Discreta



Fonte: Parsopoulos e Vrahatis (2002b)

A solução para o POM é obtida a partir da frente de Pareto, visando um balanceamento entre todos os objetivos do problema. Diversos métodos podem ser utilizados para a solução do POM com base na frente de Pareto. A seguir será apresentado o método de agregação ponderada, que foi utilizado neste trabalho de dissertação.

2.3.1 Método de agregação ponderada

O método de agregação ponderada, experimentado inicialmente em Zadeh (1963), é um dos métodos mais comuns para resolver um problema de otimização multiobjetivo, e consiste em definir uma única função objetivo dada pela soma ponderada de todas as funções objetivo

do POM, usando um vetor de pesos $\omega \geq 0$, com $\|\omega\|_1 = 1$. Portanto, usando o método de agregação ponderada o POM definido na equação (2.13) é reformulado como a seguir:

$$\begin{aligned}
 \text{minimize } & F = \sum_{m=1}^M \omega_m \mathbf{f}_m(\mathbf{x}) \\
 \text{sujeito a } & g_j(\mathbf{x}) \leq 0, \quad j = 1, \dots, J \\
 & h_k(\mathbf{x}) = 0, \quad k = 1, \dots, K \\
 & \mathbf{x} \in [\mathbf{x}_{min}, \mathbf{x}_{max}]^M \\
 & \omega_m \geq 0, \quad m = 1, \dots, M
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

Onde considera-se $\|\omega\|_1 = 1$, ou seja, $\sum_{m=1}^M \omega_m = 1$.

A escolha adequada dos pesos, ω_m , é dependente de cada problema de otimização. Diferentes ponderações produzem diferentes resultados, uma vez que mudam a função objetivo F . Atribuir valores diferentes de peso para as m funções objetivo corresponde a determinar a importância que cada função possui no problema. Isto requer um mínimo de conhecimento sobre as características dos parâmetros envolvidos no processo de otimização e a direciona no sentido dos pontos ótimos das funções objetivo com as maiores ponderações.

Tais pesos podem ser constantes e definidos pelo especialista. Porém, este tipo de abordagem não é eficiente para problemas de otimização multiobjetivo em que a frente de Pareto é côncava (JIN; OLHOFFER; SENDHOFF, 2001; DAS; DENNIS, 1997). Para tanto, uma abordagem mais eficiente pode ser obtida admitindo uma mudança dinâmica desses pesos. Duas abordagens de mudança dinâmica dos pesos são dadas a seguir:

- Agregação ponderada Bang-bang:

$$\begin{aligned}
 \omega_1(t) &= \text{sign}(\sin(2\pi t/\tau)) \\
 \omega_2(t) &= 1 - \omega_1(t)
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

onde τ é a frequência de mudança dos pesos. Os pesos são mudados abruptamente devido ao uso de sign na equação (2.22).

- Agregação ponderada dinâmica:

$$\begin{aligned}
 \omega_1(t) &= |\sin(2\pi t/\tau)| \\
 \omega_2(t) &= 1 - \omega_1(t)
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

Nesta abordagem, os pesos mudam mais gradualmente.

2.4 TEORIA DE OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS

O algoritmo de otimização por enxame de partículas (PSO) foi desenvolvido inicialmente por Kennedy e Eberhart (1995) motivados pelo trabalho realizado por Reynolds (1987)

cujo principal objetivo foi simular os padrões de voo de pássaros⁵ para fins de animação computacional. Segundo Reynolds, para um pássaro participar de um bando, ele deve ter comportamentos que lhe permitam coordenar o seu movimento com o movimento dos demais pássaros. E estes comportamentos correspondem às forças opostas de prevenção de colisões e ao desejo de se juntar ao bando. Com base nestas observações do comportamento de um bando natural, Reynolds definiu três comportamentos básicos utilizados para desenvolver sua simulação computacional (REYNOLDS, 1987):

1. *Prevenção de colisões*: previne colisões entre os indivíduos próximos dentro do bando, portanto os indivíduos tendem a manter um certo distanciamento uns dos outros;
2. *Correspondência de velocidades*: deve haver correspondência entre as velocidades dos indivíduos próximos;
3. *Centralização do bando*: cada indivíduo tenta ficar nas proximidades dos indivíduos próximos.

De maneira análoga, para desenvolver o algoritmo PSO, Kennedy e Eberhart definiram três componentes que influenciam o deslocamento de uma partícula dentro de um enxame:

- *Velocidade prévia*: serve como uma memória da direção passada do deslocamento da partícula. Esta memória pode ser vista como um *momento*, que previne a partícula de mudanças drásticas em sua direção, e modela a tendência da partícula até a direção atual. Esta componente é também conhecida como *componente de inércia*.
- *Componente cognitiva*: quantifica o desempenho da partícula na iteração atual em relação aos desempenhos da mesma partícula em iterações passadas. O efeito desta componente é que as partículas são atraídas por sua melhor posição visitada até então (experiência própria), semelhante a tendência de indivíduos naturais para retornar a situações ou lugares que melhor os satisfizeram no passado. Esta componente é também conhecida como “nostalgia”, “auto-conhecimento” ou “memória”.
- *Componente social*: quantifica o desempenho da partícula em relação a todo o enxame de partículas, ou vizinhança. A componente social assemelha-se a grupos de normas ou padrões que indivíduos naturais procuram cumprir. O efeito desta componente é que cada partícula é também atraída pela melhor posição encontrada pelas partículas vizinhas (experiência da vizinhança). Esta componente é também conhecida como “cooperação”, “conhecimento coletivo”, “informação compartilhada” ou “inveja”.

⁵ Além do voo de pássaros, o trabalho de Reynolds, foi inspirado também no movimento de rebanho de animais terrestres e animais aquáticos (cardume de peixes), em busca de alimentos ou de reprodução. Ao conjunto de todas essas criaturas (pássaros, animais terrestres e peixes), Reynolds denomina de “boids”, uma aglutinação para “bird-old”. Percebe-se, portanto, que o principal enfoque de Reynolds, consiste no estudo do comportamento de pássaros. Por isso, na literatura, costuma-se associar a inspiração do PSO a bando de pássaros, por mais que este seja também inspirado em outros seres biológicos.

Com base nas componentes bio-inspiradas, acima descritas, o algoritmo PSO é formulado como segue: seja um problema de otimização com espaço de busca D -dimensional, um enxame contendo n_p partículas é aleatoriamente gerado dentro deste espaço de busca. A posição da $i^{i=1, \dots, n_p}$ -ésima partícula, $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$, representa uma possível solução do problema de otimização. Uma função de custo, f , é utilizada para quantificar o desempenho de cada partícula i do enxame. Na iteração $k + 1$, o algoritmo atualiza a posição ($\mathbf{x}_i(k + 1)$), conforme a seguir:

$$\mathbf{x}_i(k + 1) = \mathbf{x}_i(k) + \mathbf{v}_i(k + 1) \quad (2.24)$$

O vetor de velocidade, $\mathbf{v}_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})$, direciona o processo de otimização. Conforme será visto adiante, a velocidade é atualizada ($\mathbf{v}_i(k + 1)$) com base na velocidade prévia ($\mathbf{v}_i(k)$), no conhecimento individual da partícula (componente cognitiva), e no conhecimento coletivo de todo o enxame (componente social). Baseado no método de atualização da velocidade (método de busca), o algoritmo PSO pode ser global (*gbest* PSO) ou local (*lbest* PSO). A seguir será feita uma descrição sobre estes dois métodos.

2.4.1 Algoritmo PSO global

No algoritmo PSO global, a componente social da velocidade possui informação relativa a todas as partículas do enxame, ou seja, todas as partículas são interligadas entre si. Portanto, considerando-se \mathbf{p}_g a melhor posição encontrada dentre todas as partículas do enxame, e \mathbf{p}_i a melhor posição encontrada pela própria partícula, a velocidade para o algoritmo PSO global é definida como a seguir:

$$\mathbf{v}_i(k + 1) = \mathbf{v}_i(k) + c_1 \mathbf{r}_1(k) [\mathbf{p}_i(k) - \mathbf{x}_i(k)] + c_2 \mathbf{r}_2(k) [\mathbf{p}_g(k) - \mathbf{x}_i(k)] \quad (2.25)$$

onde c_1 e c_2 são os coeficientes usados para ponderar as contribuições das componentes cognitiva, $[\mathbf{p}_i(k) - \mathbf{x}_i(k)]$, e social, $[\mathbf{p}_g(k) - \mathbf{x}_i(k)]$, respectivamente; e $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 \sim U(0, 1)$ são variáveis aleatórias no intervalo $[0, 1]$. Pode-se notar que as variáveis \mathbf{r}_1 e \mathbf{r}_2 introduzem a natureza estocástica ao algoritmo PSO.

A melhor posição individual, \mathbf{p}_i , da i -ésima partícula na próxima iteração, $k + 1$, considerando um problema de minimização, pode ser obtida conforme a seguir:

$$\mathbf{p}_i(k + 1) = \begin{cases} \mathbf{p}_i(k) & \text{if } f(\mathbf{x}_i(k + 1)) \geq f(\mathbf{p}_i(k)) \\ \mathbf{x}_i(k + 1) & \text{if } f(\mathbf{x}_i(k + 1)) < f(\mathbf{p}_i(k)) \end{cases} \quad (2.26)$$

Por outro lado, considerando-se um problema de maximização, $\mathbf{p}_i(k + 1)$ pode ser obtida da seguinte forma:

$$\mathbf{p}_i(k+1) = \begin{cases} \mathbf{p}_i(k) & \text{if } f(\mathbf{x}_i(k+1)) \leq f(\mathbf{p}_i(k)) \\ \mathbf{x}_i(k+1) & \text{if } f(\mathbf{x}_i(k+1)) > f(\mathbf{p}_i(k)) \end{cases} \quad (2.27)$$

onde $f : \mathbb{R}^D \rightarrow \mathbb{R}$ é a função objetivo, que mede o quão próximo uma dada solução está da solução ótima.

A atualização da melhor posição global do enxame de partículas, $\mathbf{p}_g(k+1)$, considerando um problema de minimização, é obtida conforme a seguir:

$$\mathbf{p}_g(k+1) \in \{\mathbf{p}_i | i=1,2,\dots,n_p\} / \mathbf{p}_g(k+1) = \arg \min_{1 \leq i \leq n_p} f(\mathbf{p}_i(k+1)) \quad (2.28)$$

E considerando um problema de maximização, esta é obtida conforme a seguir:

$$\mathbf{p}_g(k+1) \in \{\mathbf{p}_i | i=1,2,\dots,n_p\} / \mathbf{p}_g(k+1) = \arg \max_{1 \leq i \leq n_p} f(\mathbf{p}_i(k+1)) \quad (2.29)$$

A posição inicial da i -ésima partícula, $\mathbf{x}_i(0)$, é dada por um valor aleatório dentro do espaço de busca, cujos limites inferior e superior definidos são representados por $\mathbf{x}_i^{(min)} \in \mathbb{R}^D$ e $\mathbf{x}_i^{(max)} \in \mathbb{R}^D$, respectivamente. Ou seja,

$$\mathbf{x}_i(0) = \mathbf{x}_i^{(min)} + \mathbf{r}(\mathbf{x}_i^{(max)} - \mathbf{x}_i^{(min)}) \quad (2.30)$$

onde $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^D$ é um vetor cujos elementos são valores aleatórios entre 0 e 1, ou seja, $\mathbf{r} \sim U(0,1)^D$. Diferentes métodos podem ser utilizados para inicialização de \mathbf{x}_i , afim de garantir que o espaço de busca seja coberto uniformemente, podendo-se destacar: sequência Sobol (PARSOPOULOS; VRAHATIS, 2001; PANT et al., 2008), sequência de Faure (BRITS, 2002; BRITS; ENGELBRECHT; BERGH, 2002), e método simplex (PARSOPOULOS; VRAHATIS, 2002; WANG; QIU, 2005).

A velocidade pode ser inicializada por zero, ou seja:

$$\mathbf{v}_i(0) = \mathbf{0} \quad (2.31)$$

E a melhor posição local da i -ésima partícula é inicializada atribuindo-se as próprias condições iniciais da posição da i -ésima partícula, ou seja:

$$\mathbf{p}_i(0) = \mathbf{x}_i(0) \quad (2.32)$$

A seguir é mostrado o pseudo-código do algoritmo *gbest* PSO:

```

for cada partícula  $i \in 1, \dots, N$  do
  Inicialize aleatoriamente  $\mathbf{x}_i$  ;
  Inicialize aleatoriamente  $\mathbf{v}_i$  ;
  Defina  $\mathbf{p}_g = \operatorname{argmin} \{f(\mathbf{x}_i)\}$  ;
end
repeat
  for cada partícula  $i \in 1, \dots, N$  do
    Atualize a velocidade usando Eq. (2.25);
    Atualize a posição usando Eq. (2.24);
    Avalie a função custo da  $i$ -ésima partícula,  $f(\mathbf{x}_i)$ ;
    if  $f(\mathbf{x}_i) < f(\mathbf{p}_i)$  then
      |  $\mathbf{p}_i = \mathbf{x}_i$ 
    end
    Atualize  $\mathbf{p}_g = \operatorname{argmin} \{f(\mathbf{p}_i)\}$  ;
  end
until algum critério de convergência ser satisfeito;

```

Algoritmo 1: Pseudo-código geral para o algoritmo global PSO

2.4.2 Algoritmo PSO local

No algoritmo PSO local, a componente social da velocidade possui informação relativa a vizinhança em torno da partícula, e não de todas as partículas do enxame, ou seja, as partículas estão interligadas somente com partículas próximas entre si. A vizinhança de tamanho n_v da partícula \mathbf{x}_i na iteração k é definida como a seguir:

$$V_i = \{\mathbf{x}_{i-n_v}(k), \mathbf{x}_{i-n_v+1}(k), \dots, \mathbf{x}_{i-1}(k), \mathbf{x}_i(k), \mathbf{x}_{i+1}(k), \dots, \mathbf{x}_{i+n_v}(k)\} \quad (2.33)$$

Considerando-se \mathbf{p}_v a melhor posição encontrada dentre as partículas vizinhas, e \mathbf{p}_i a melhor posição encontrada pela própria partícula, a velocidade para o algoritmo PSO local é definida como a seguir:

$$\mathbf{v}_i(k+1) = \mathbf{v}_i(k) + c_1 \mathbf{r}_1(k) [\mathbf{p}_i(k) - \mathbf{x}_i(k)] + c_2 \mathbf{r}_2(k) [\mathbf{p}_v(k) - \mathbf{x}_i(k)] \quad (2.34)$$

A atualização da melhor posição global da vizinhança, $\mathbf{p}_v(k+1)$, para um problema de minimização, é obtida conforme a seguir:

$$\mathbf{p}_v(k+1) \in \{\mathbf{p}_i | i=1,2,\dots,n_p\} / \mathbf{p}_v(k+1) = \operatorname{argmin}_{1 \leq i \leq n_p} f(\mathbf{p}_i(k+1)), \forall \mathbf{p}_i \in N_i \quad (2.35)$$

E considerando um problema de maximização, esta é obtida conforme a seguir:

$$\mathbf{p}_v(k+1) \in \{\mathbf{p}_i | i=1,2,\dots,n_p\} / \mathbf{p}_v(k+1) = \arg \max_{1 \leq i \leq n_p} f(\mathbf{p}_i(k+1)), \forall \mathbf{p}_i \in N_i \quad (2.36)$$

A seguir é mostrado o pseudo-código do algoritmo *lbest* PSO:

```

for cada partícula  $i \in 1, \dots, n_p$  do
  Inicialize aleatoriamente  $\mathbf{x}_i$  ;
  Inicialize aleatoriamente  $\mathbf{v}_i$  ;
  Defina  $\mathbf{p}_v = \operatorname{argmin} \{f(\mathbf{x}_i)\}$  ;
end
repeat
  for cada partícula  $i \in 1, \dots, n_p$  do
    Atualize a velocidade usando Eq. (2.34);
    Atualize a posição usando Eq. (2.24);
    Avalie a função custo da  $i$ -ésima partícula,  $f(\mathbf{x}_i)$ ;
    if  $f(\mathbf{x}_i) < f(\mathbf{p}_i)$  then
      |  $\mathbf{p}_i = \mathbf{x}_i$ 
    end
    Atualize  $\mathbf{p}_v = \operatorname{argmin} \{f(\mathbf{p}_i)\}$  ;
  end
until algum critério de convergência ser satisfeito;

```

Algoritmo 2: Pseudo-código geral para o algoritmo local PSO

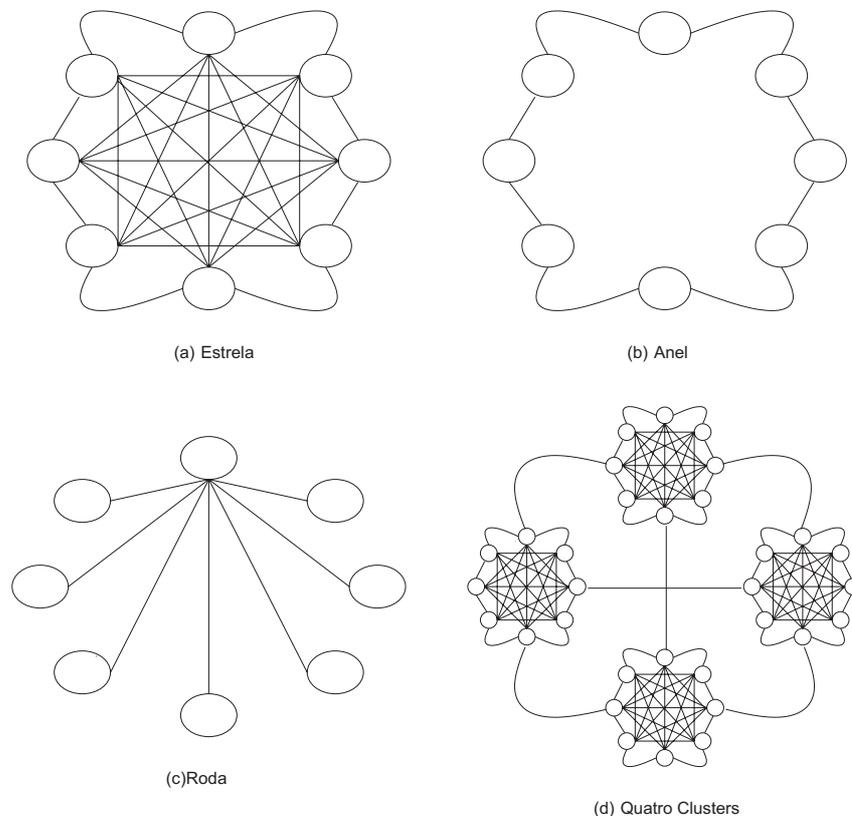
2.4.3 Topologias de redes de PSO

Diversas topologias podem ser utilizadas para implementação de um algoritmo PSO, dentre as quais, as mais comumente utilizadas são: topologia em estrela, topologia em anel, topologia em roda e topologia quatro agrupamentos, conforme mostrado na Figura 20.

Na estrutura em estrela, todas as partículas são interligadas entre si, tal como ilustrado na Figura 20(a). Como consequência, cada partícula é atraída pela melhor solução encontrada por todo o enxame de partículas. Outra consequência é que esta estrutura possui convergência mais rápida comparada às outras estruturas de redes de PSO. Em contrapartida, esta é mais susceptível para cair em um mínimo local, em vez de um mínimo global. Portanto, a estrutura em estrela é mais adequada para problemas de otimização unimodais.

Na estrutura em anel, cada partícula está interligada com suas n_v partículas vizinhas. Na Figura 20(b) é ilustrado o caso em que $n_v = 2$ e cada partícula comunica-se com suas partículas adjacentes. As partículas, na estrutura em anel, são atraídas pela melhor solução encontrada pela sua respectiva vizinhança e, no final, convergem para uma única solução. Uma vez que as partículas se comunicam diretamente com sua vizinhança e não com o enxame completo,

Figura 20 – Topologias de redes PSO comumente utilizadas: (a) Topologia em estrela, (b) Topologia em anel, (c) Topologia em roda e (d) Topologia quatro agrupamentos



Fonte: adaptado de Engelbrecht (2007b) e Valle et al. (2008)

então o fluxo de informação do enxame completo para uma partícula individual é mais lento, conseqüentemente, a convergência é mais lenta, e há uma varredura maior do espaço de busca. Portanto, a estrutura em anel é mais adequada para problemas de otimização multimodais.

Na estrutura em roda, as partículas de uma vizinhança são isoladas umas das outras. Uma partícula serve como ponto central, e toda a informação é comunicada através da partícula central, como mostrado na Figura 20(c). A partícula central compara o desempenho de todas as partículas na vizinhança, e ajusta suas posições com base no melhor vizinho. Se a nova posição da partícula central resulta em um desempenho melhor, então esta melhoria é comunicada a todas as partículas da vizinhança. A rede estrutura em roda torna lenta a propagação de boas soluções através do enxame.

Por fim, na estrutura de quatro agrupamentos ou conjuntos, mostrada na Figura 20(e), cada agrupamento comunica-se um com o outro através de uma única partícula. Assim, as informações sobre as melhores soluções encontradas por um determinado agrupamento fluem para os outros agrupamentos através de um único informante. Se a informação transmitida a partir de um informante do agrupamento C1 ao outro informante do agrupamento C2 é melhor

do que no agrupamento C2, as partículas em C2 ajustam as suas posições de acordo com a nova informação. As partículas selecionadas de cada agrupamento comunicam sempre com a mesma partícula dos outros agrupamentos. Por outro lado, as partículas dentro de um agrupamento são totalmente conectadas a todas as outras partículas do mesmo agrupamento. Assim, na estrutura quatro agrupamentos, cada agrupamento executa exploração local enquanto que a estrutura da rede como um todo é o responsável pela exploração global.

Embora muitos estudos foram desenvolvidos utilizando as diferentes topologias apresentadas, não há melhor topologia para todos os problemas. Em geral, as estruturas totalmente conectadas apresentam melhor desempenho para problemas unimodais, enquanto as estruturas menos conectadas apresentam melhor desempenho em problemas multimodais, dependendo do grau de conexão da partícula (BASTOS-FILHO et al., 2008; KENNEDY, 1999; KENNEDY; MENDES, 2002; MENDES et al., 2002; PEER; BERGH; ENGELBRECHT, 2003).

2.4.4 Variações básicas do PSO

O algoritmo PSO original foi aplicado com sucesso em diversos trabalhos (KENNEDY; SPEARS, 1998; EBERHART; SHI, 1998; SALERNO, 1997; TSOU; MACNISH, 2003; ROBINSON; RAHMAT-SAMII, 2004). Embora os resultados apresentados nestes trabalhos demonstrem a eficiência deste algoritmo para solução de diversos problemas de otimização, tais resultados revelam também problemas de convergência no mesmo. Por esse motivo, diversas variações para o algoritmo PSO original tem sido propostas com a finalidade de melhorar sua convergência, além da qualidade de suas soluções.

Em Eberhart e Shi (1998) foi proposta a primeira modificação significativa no algoritmo PSO original, que consiste no acréscimo de uma constante chamada peso de inércia, ω , na equação de atualização da velocidade, conforme a seguir:

$$\mathbf{v}_i(k+1) = \omega \mathbf{v}_i(k) + c_1 \mathbf{r}_1(k) [\mathbf{p}_i(k) - \mathbf{x}_i(k)] + c_2 \mathbf{r}_2(k) [\mathbf{p}_g(k) - \mathbf{x}_i(k)] \quad (2.37)$$

A partir da equação (2.37), observa-se que o peso de inércia, ω , pondera a contribuição da velocidade anterior na atualização da nova velocidade, ou seja, controla o quanto de memória da direção passada do deslocamento da partícula influenciará a nova velocidade. Ademais, as seguintes considerações a cerca da variável ω podem ser verificadas (ENGELBRECHT, 2007b): Se $\omega \geq 1$, então as velocidades das partículas aumentam descontroladamente ao longo do número de iterações, provocando divergência do enxame. Se $0 < \omega < 1$, as partículas diminuem sua velocidade ao longo do número de iterações, até tender a zero, e quanto mais próximo de 1 o valor de ω , maior a dispersão (separação) das partículas dentro do espaço de busca e mais lenta a convergência do enxame, contrariamente, quanto mais próximo de 0 o valor de ω , maior a concentração (proximidade) das partículas dentro do espaço de busca e mais

rápida a convergência do enxame. Por fim, se $\omega = 0$, o efeito da velocidade é perdido, pois o deslocamento das partículas ocorrerá sem levar em consideração sua velocidade prévia.

Ao peso de inércia pode ser atribuído um valor fixo ou valores dinamicamente variantes. Um valor fixo de ω comumente utilizado é $\omega = 0.8$ (SHI; EBERHART, 1998), porém tal escolha é dependente do problema. Bergh (2006) propõem que a escolha de ω seja realizada em função das constantes c_1 e c_2 , como a seguir:

$$\omega > \frac{1}{2}(c_1 + c_2) - 1 \quad (2.38)$$

A condição acima tem por finalidade garantir convergência na trajetória das partículas. Uma condição similar é desenvolvida por Trelea (2003).

Nas abordagens de mudança dinâmica de ω , tal parâmetro é inicializado com um valor grande (usualmente 0.9) e decresce à medida que o número de iterações vai aumentando. A interpretação para esta abordagem, é que inicialmente as partículas são mantidas bem espalhadas dentro do espaço de busca, ou seja, as partículas “varrem” melhor o espaço de busca, e nas iterações finais do algoritmo, as partículas são mantidas bem concentradas, ou seja, as partículas fazem um “refinamento” da melhor solução encontrada até então. Na equação (2.39) é apresentada uma abordagem para mudança dinâmica, por meio do decrescimento linear de ω (NAKA et al., 2001; RATNAWEERA; HALGAMUGE; WATSON, 2002; SUGANTHAN, 1999; YOSHIDA et al., 1999).

$$\omega(k) = (\omega(0) - \omega(k_{max})) \frac{(k_{max} - k)}{k_{max}} + \omega(k_{max}) \quad (2.39)$$

onde k_{max} é o número máximo de iterações em que o algoritmo é executado, $\omega(0)$ é o peso de inércia na iteração inicial, $\omega(k_{max})$ é o peso de inércia na iteração final, e $\omega(k)$ é o peso de inércia na iteração k .

Outros métodos para mudança dinâmica do peso de inércia podem ser encontrados em Clerc (2001), Peng, Chen e Eberhart (2000), Peram, Veeramachaneni e Mohan (2003), Shi e Eberhart (2001a), Venter e Sobieszczanski-Sobieski (2004), Venter e Sobieszczanski-Sobieski (2003), Zheng et al. (2003).

Em Clerc e Kennedy (2002), foi proposta outra modificação significativa no algoritmo PSO original, que consiste no acréscimo de uma constante chamada *coeficiente de restrição*, χ , na equação de atualização da velocidade, conforme a seguir:

$$\mathbf{v}_i(k+1) = \chi [\mathbf{v}_i(k) + \varphi_{i1}(k) [\mathbf{p}_i(k) - \mathbf{x}_i(k)] + \varphi_{i2}(k) [\mathbf{p}_g(k) - \mathbf{x}_i(k)]] \quad (2.40)$$

onde,

$$\chi = \frac{2\kappa}{\left|2 - \phi - \sqrt{\phi(\phi - 4)}\right|} \quad (2.41)$$

com $\phi = \phi_{i1} + \phi_{i2}$, $\phi_{i1} = c_1 r_1$ e $\phi_{i2} = c_2 r_2$.

As seguintes restrições garantem a convergência do algoritmo PSO: $\phi \geq 4$ e $\kappa \in [0, 1]$. O parâmetro κ controla a concentração (proximidade) e dispersão (separação) das partículas dentro do enxame. Para $\kappa \approx 0$, as partículas ficam mais concentradas, e portanto, é obtida uma rápida convergência do enxame, e as partículas varrem o espaço de busca localmente. Por outro lado, para $\kappa \approx 1$, as partículas ficam mais dispersas, resultando em uma convergência lenta, e as partículas varrem melhor todo o espaço de busca. Normalmente, κ é definida como um valor constante.

Diversas outras variações do algoritmo PSO vem sendo propostas, podendo destacar: PSO híbrido (EL-DIB et al., 2004; NAKA et al., 2003; ANGELINE, 1998; MIRANDA; FONSECA, 2002; TALBI; BATOUCHE, 2004; MOORE; VENAYAGAMOORTHY, 2006), PSO adaptativo (MOHAGHEGI et al., 2005; SHI; EBERHART, 2001a; SHI; EBERHART, 2001b; KHAJENEJAD et al., 2006; ZHANG; LIU; CLERC, 2003), PSO multiobjetivo (PARSOPOULOS; VRAHATIS, 2002a; MOSTAGHIM; TEICH, 2003; FIELDSEND; EVERSON; SINGH, 2003; RAY; LIEW, 2002; COELLO; LECHUGA, 2002; COELLO; PULIDO; LECHUGA, 2004; LI, 2003), PSO gaussiano (SECREST; LAMONT, 2003; KROHLING et al., 2005; KROHLING et al., 2004), PSO alongado (PARSOPOULOS; VRAHATIS, 2002b; KANNAN et al., 2004; PARSOPOULOS et al., 2001), PSO cooperativo (BERGH; ENGELBRECHT, 2004; BASKAR; SUGANTHAN, 2004; EL-ABD; KAMEL, 2006), etc.

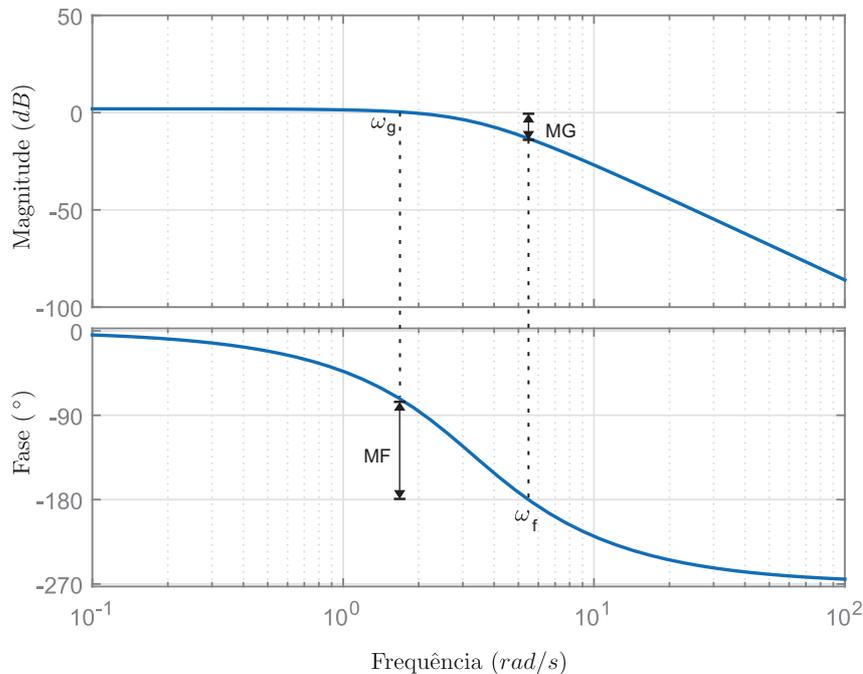
2.5 TEORIA DE MARGENS DE GANHO E FASE

A resposta em frequência de um sistema é definida como a resposta em regime estacionário do sistema com entrada senoidal. No método de resposta em frequência, varia-se a frequência do sinal de entrada em uma faixa de interesse e analisa-se a resposta em frequência resultante. Pode-se verificar que um sistema linear, estável, invariante no tempo e sujeito a uma entrada senoidal possuirá, em regime permanente, uma saída senoidal com a mesma frequência da entrada, porém a amplitude e o ângulo de fase da saída, em geral, serão diferentes daqueles da entrada. O método de resposta em frequência é muito utilizado nas áreas de controle, eletrônica, processamento de sinais e comunicação, apresentando como principais vantagens a possibilidade de ser obtida experimentalmente a partir de geradores de sinais senoidais e equipamentos de medição precisos, e a possibilidade de projeto de controle desprezando os efeitos de ruídos indesejados, além de permitir que a análise e projeto de controle possa ser estendidos a certas classes de sistemas não-lineares.

Neste contexto, as margens de ganho e fase, introduzidas por Horowitz (1963), são duas medidas importantes da resposta em frequência. Estas são usadas como medidas de desempenho e robustez de um sistema de controle em malha fechada (JACQUOT, 1995; FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 2001), uma vez que estas especificações do domínio da frequência permitem avaliar a quantidade de ganho e deslocamento de fase adicional podem ser tolerados antes que o sistema de controle em malha fechada se torne instável. Diversas aplicações recentes utilizam as margens de ganho e fase como critérios de estabilidade robusta para sistemas de controle (WANG, 2014; SONDHI; HOTE, 2015; AZAR; SERRANO, 2014; SERRA; SILVA, 2014; YUAN-JAY et al., 2010).

As margens de ganho e fase podem ser obtidas por inspeção do diagrama de bode, conforme ilustrado na Figura 21.

Figura 21 – Margem de ganho e fase.



A *margem de fase* é o atraso de fase adicional na frequência de cruzamento de ganho, ω_g , necessário para levar o sistema ao limiar da instabilidade. A frequência de cruzamento de ganho é a frequência na qual o módulo da função de transferência em malha-aberta, $|G(j\omega_g)|$, é unitário. A *margem de fase* MF é a diferença entre a fase de $G(j\omega_g)$ na frequência de cruzamento do ganho e -180° , como a seguir:

$$MF = \angle G(j\omega_g) - (-180^\circ) = \angle G(j\omega_g) + 180^\circ \quad (2.42)$$

A *margem de ganho* é o ganho adicional, na frequência de cruzamento de fase ω_f , necessário para levar o sistema ao limiar da instabilidade. A frequência de cruzamento de fase ω_f é a frequência na qual o ângulo de fase da função de transferência de malha aberta, $\angle G(j\omega_f)$, é

igual a -180° . A margem de ganho MG , em dB , é a diferença entre $0dB$ e o módulo $|G(j\omega_f)|$ na frequência onde o ângulo de fase é -180° , como a seguir:

$$MG = 0dB - 20\log |G(j\omega)| = -20\log |G(j\omega)| \quad (2.43)$$

A margem de ganho, em módulo é dada como a seguir:

$$MG = \frac{1}{|G(j\omega_f)|} \quad (2.44)$$

A margem de ganho expressa em decibéis é positiva se K_g é maior do que a unidade ($0dB$) e negativa se K_g é menor que a unidade ($0dB$). Portanto, uma margem de ganho positiva (em decibéis) significa que o sistema é estável, e uma margem de ganho negativa (em decibéis) significa que o sistema é instável. A margem de ganho indica em quanto o ganho pode ser aumentado antes do sistema tornar-se instável.

Para desempenho satisfatório, a margem de fase deve estar entre 30° e 60° (35° e 80°), a margem de ganho deve ser maior do que $6dB$ (entre 10 e $25dB$). Com estes valores, um sistema de fase mínima tem estabilidade garantida, mesmo se o ganho de malha aberta e as constantes de tempo dos componentes variarem em uma grande extensão. Isto significa que, num diagrama de Bode, a inclinação da curva do módulo em dB na frequência de cruzamento de ganho deve ser mais gradual do que $-40dB/dec$.

Dadas $G_c(z)$ e $G_p(z)$, as funções de transferência do controlador e da planta a ser controlada, a margem de ganho e fase para este sistema de controle é dada por:

$$\arg [G_c(z, e^{j\omega_p})G_p(z, e^{j\omega_p})] = -\pi \quad (2.45)$$

$$GM = \frac{1}{|G_c(z, e^{j\omega_p})G_p(z, e^{j\omega_p})|} \quad (2.46)$$

$$|G_c(z, e^{j\omega_g})G_p(z, e^{j\omega_g})| = 1 \quad (2.47)$$

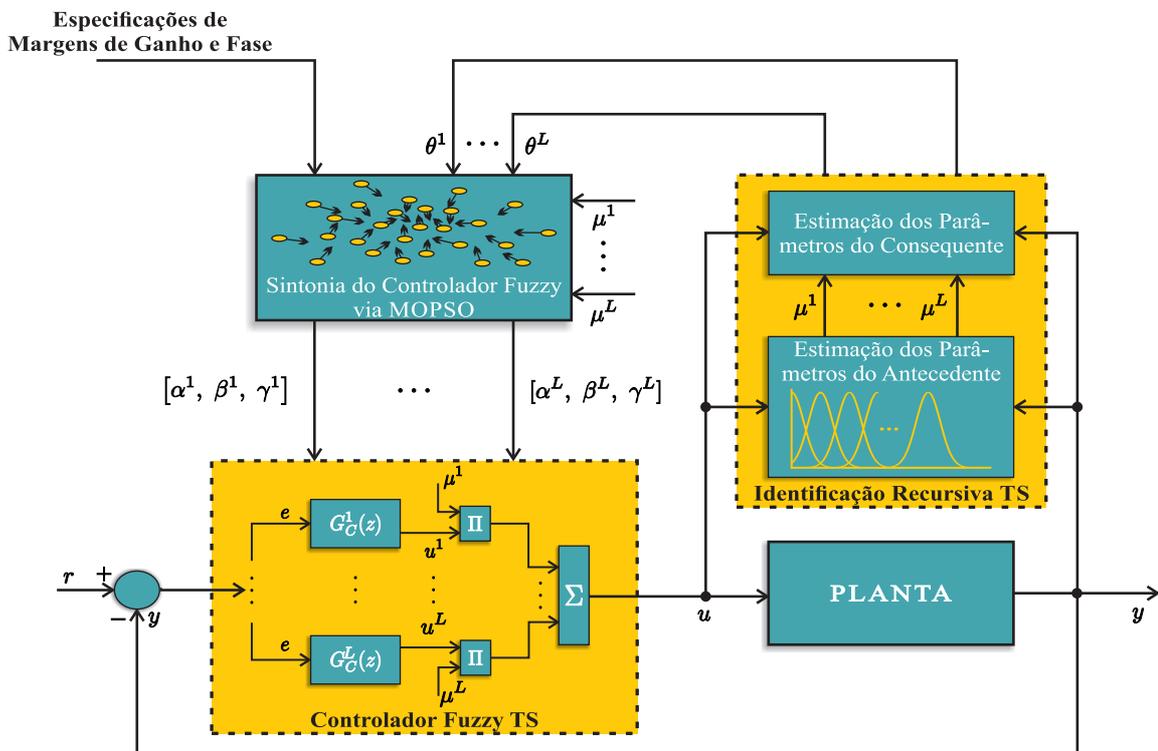
$$PM = \arg [G_c(z, e^{j\omega_g})G_p(z, e^{j\omega_g})] + \pi \quad (2.48)$$

onde a margem de ganho é obtida pelas equações (2.45) e (2.46) e a margem de fase é obtida pelas equações (2.47) e (2.48), respectivamente;

3 FORMULAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA

O diagrama em blocos da metodologia proposta para controle adaptativo fuzzy baseado em especificações de margens de ganho e fase é mostrado na Figura 22. O modelo fuzzy TS é identificado recursivamente utilizando dados de entrada e saída, $u(k)$ e $y(k)$, da planta a ser controlada. O grau de ativação normalizado da i -ésima regra fuzzy, μ^i , é determinado a partir das funções de pertinências do antecedente, obtidas através de um método de agrupamento fuzzy. Os parâmetros do consequente de cada regra fuzzy, θ^i , são estimados recursivamente via método de mínimos quadrados recursivo no contexto fuzzy. O mecanismo de adaptação baseado em algoritmo de otimização MOPSO é utilizado para sintonia online dos parâmetros do controlador PID fuzzy TS, $[\alpha^i, \beta^i, \gamma^i]$, baseado em especificações de margens de ganho e fase, afim de garantir robustez a variações na dinâmica da planta e rastreamento do sinal de referência, r .

Figura 22 – Diagrama em blocos da metodologia de controle adaptativo fuzzy baseado em especificações de margens de ganho e fase via otimização MOPSO



Nas seções seguintes, cada um dos blocos mostrados na Figura 22, que representam as etapas da metodologia proposta, serão melhor detalhados.

3.1 CLASSES DE PLANTAS

A classe de plantas a qual a metodologia se propõe, são aquelas que apresentam complexidades tais como:

- **Não-linearidade.** O sistema de inferência fuzzy TS é por natureza um aproximador universal de funções (YING, 1998; ZENG; ZHANG; XU, 2000; ZENG; MADAN, 1994; ZENG; MADAN, 1995; ZENG; MADAN, 1996), visto que as funções de pertinência são em geral funções não-lineares das variáveis do antecedente, e o conjunto de submodelos lineares do consequente são suavemente conectados por estas funções de pertinência. Assim, um modelo fuzzy TS é um modelo não-linear global constituído de um conjunto de modelos lineares locais que são suavemente conectados por funções de pertinência fuzzy.
- **Atraso puro de tempo.** Os submodelos do consequente do modelo fuzzy TS podem ser representados por funções de transferência, espaço de estados, ARX, dentre outras, onde o atraso puro de tempo pode ser incluído nessas estruturas do consequente (HSIAO et al., 2005; CHANG; CHANG, 2004; COSTA; SERRA, 2015d).
- **Parâmetros variantes com o tempo.** Os parâmetros do modelo fuzzy TS são combinações dos parâmetros do consequente de cada submodelo e de seus respectivos grau de ativação normalizado, portanto, os parâmetros do modelo fuzzy TS são variantes com o tempo, visto que o grau de ativação normalizado são variantes. Uma abordagem bastante utilizada para melhor representar as variações na dinâmica por meio da estimação recursiva dos parâmetros do consequente (COSTA; SERRA, 2015b; SILVA; SERRA, 2009).
- **Incertezas.** As incertezas estão associadas as funções de pertinências do antecedente da base de regras fuzzy (DUBOIS; PRADE, 2015).

3.2 IDENTIFICAÇÃO RECURSIVA DO MODELO FUZZY

Nesta seção, primeiramente é definida a estrutura do modelo fuzzy TS dinâmico no domínio do tempo discreto para sistemas não-lineares com atraso puro de tempo variante. Em seguida, uma estrutura de modelo fuzzy TS estático é obtido analisando o modelo fuzzy TS dinâmico em regime permanente. Por fim, é apresentada a formulação para estimação recursiva do modelo fuzzy TS baseado em dados experimentais.

3.2.1 Estrutura de modelo fuzzy TS dinâmico e estático

O modelo fuzzy TS dinâmico da planta a ser controlada é apresentado a seguir:

$$R^{(i|i=1,2,\dots,L)} : \text{IF } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ E } \dots \text{ E } x_\nu \text{ is } A_\nu^i \text{ ENTÃO}$$

$$G_P^i(z) = g^i \frac{b_0^i + b_1^i z^{-1} + \dots + b_{n_u}^i z^{-n_u}}{1 + a_1^i z^{-1} + a_2^i z^{-2} + \dots + a_{n_y}^i z^{-n_y}} z^{-\tau_d^i/T} \quad (3.1)$$

onde $R^{(i)}$ denota a i -ésima regra, e L é o número de regras na base de regras fuzzy. Na parte do antecedente, a variável linguística x_j , $j = 1, 2, \dots, \nu$, pertence a um conjunto fuzzy A_j^i com um valor de pertinência dado por uma função de pertinência $\mu_{A_j^i}(x_j) : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$. Cada variável linguística tem seu próprio universo de discurso $U_{x_1}, \dots, U_{x_\nu}$, particionado por conjuntos fuzzy que representam seus termos linguísticos, respectivamente. A parte do conseqüente da i -ésima regra de inferência é composta de funções de transferência discretas de n_y -ésima ordem, $G_P^i(z)$, em que τ_d^i é o atraso puro de tempo, g^i é o ganho DC, $a_{1,2,\dots,n_y}^i$ e $b_{1,2,\dots,n_u}^i$ são os parâmetros do numerador e denominador, respectivamente.

O conseqüente do modelo fuzzy TS dinâmico (ou seja, a saída de cada submodelo fuzzy), dado na equação (3.1), pode ser representado pela estrutura da equação (3.2), considerando $u(k)$ a entrada, $y^i(k)$ a saída de cada regra na k -ésima iteração e $D^i = -\tau_d^i/T$.

$$y^i(k) = \sum_{n=1}^{n_y} -a_n^i y^i(k-n) + g^i \sum_{n=0}^{n_u} b_n^i u(k-(n+D^i)) \quad (3.2)$$

Utilizando um método de inferência fuzzy padrão, ou seja, utilizando um fuzzificador singleton, inferência fuzzy produto, e defuzzificador média dos centros, a saída geral do modelo fuzzy TS dinâmico, $\hat{y}(k)$, é obtida conforme equação a seguir:

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^L \mu^i(k) \left[\sum_{n=1}^{n_y} -a_n^i y^i(k-n) + g^i \sum_{n=0}^{n_u} b_n^i u(k-(n+D^i)) \right] \quad (3.3)$$

onde $\mu^i(x)$ é o grau de ativação normalizado

$$\mu^i(x) = \frac{\zeta^i(x)}{\sum_{j=1}^R \zeta^j(x)}, \quad \zeta^i(x) = \prod_{j=1}^n A_j^i(x_j), \quad \mu^i(x) \geq 0, \quad \sum_{i=1}^R \mu^i(x) = 1, \quad (3.4)$$

e $A_j^i(x_j)$ é o grau de ativação de x_j no conjunto fuzzy A_j^i .

O modelo fuzzy TS estático é obtido considerando o modelo fuzzy TS dinâmico, dado na equação (3.3), em regime permanente, ou seja, quando $k \rightarrow \infty$. Considerando a entrada e saída em regime permanente do modelo fuzzy representado pelas variáveis \bar{y} e \bar{u} , respectivamente, tem-se:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y^i(k) = \lim_{x \rightarrow \infty} y^i(k-1) = \dots = \lim_{x \rightarrow \infty} y^i(k-n_y) = \bar{y}^i \quad (3.5)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} u(k-D^i) = \lim_{x \rightarrow \infty} u(k-(1+D^i)) = \dots = \lim_{x \rightarrow \infty} u(k-(n_u+D^i)) = \bar{u} \quad (3.6)$$

Substituindo as equações (3.5) e (3.6), na equação (3.3), o modelo fuzzy TS em regime permanente, é dado por:

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^R \mu^i \left[\sum_{n=1}^{n_y} -a_n^i \bar{y}^i + g^i \sum_{n=0}^{n_u} b_n^i \bar{u} \right] \quad (3.7)$$

Assim, a partir do comportamento de entrada e saída de cada sub-modelo, a saída do modelo fuzzy TS estático é dada por:

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^R \mu^i g^i \frac{\left(\sum_{n=0}^{n_u} b_n^i \right)}{\left(1 + \sum_{n=1}^{n_y} a_n^i \right)} \bar{u} \quad (3.8)$$

3.2.2 Estimação das funções de pertinência do antecedente

Nesta dissertação, a estimação das funções de pertinência do antecedente do modelo fuzzy TS são obtidas em batelada a partir de um conjunto de dados experimentais usando o método de agrupamento fuzzy C-means (FCM)¹. Seja $Z = \{z_k | k = 1, 2, \dots, N\}$ o conjunto de N observações da planta, onde cada observação consiste de η variáveis medidas, agrupadas dentro de um vetor coluna η -dimensional $z_k = [z_{1k}, z_{2k}, z_{3k}, \dots, z_{\eta k}]^T$, ou seja:

$$Z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1N} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{\eta 1} & z_{\eta 2} & \dots & z_{\eta N} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Então, uma partição c -fuzzy de Z é uma família de grupos $\{A^i | i = 1, 2, \dots, c\}$, em que o grau de pertinência que o k -ésimo ponto de dados possui em A^i é dado pela seguinte notação:

$$\mu_k^i = \mu_{A^i}(z_k) \in [0, 1], \quad (3.10)$$

¹ Vale ressaltar que outros métodos de agrupamento fuzzy podem ser utilizados, tais como: Gustafson-Kessel (GK), Algoritmo de Estimação através da máxima verossimilhança fuzzy (FMLE), dentre outras.

sendo que a soma de todos os valores de pertinência para um dado ponto de dados em todos os agrupamentos deve ser unitária:

$$\sum_{i=1}^c \mu_k^i = 1 \quad (3.11)$$

para todo $k = 1, 2, \dots, \eta$. E, não podem haver grupos vazios, tampouco nenhum grupo pode conter todos os pontos de dados:

$$0 < \sum_{k=1}^N \mu_k^i < \eta. \quad (3.12)$$

para todo i , onde $2 \leq c < N$ é um inteiro.

O espaço de particionamento fuzzy para Z é o conjunto

$$M_{fc} = \left\{ U \in R^{c \times N} \mid \mu_k^i \in [0, 1], \forall i, k; \sum_{i=1}^c \mu_k^i = 1, \forall k; 0 < \sum_{k=1}^N \mu_k^i < N, \forall i \right\} \quad (3.13)$$

onde a i -ésima linha da matriz de particionamento fuzzy U contem valores das i -ésimas funções de pertinências do subconjunto fuzzy A^i de Z .

O objetivo é encontrar $U = [\mu_k^i] \in M_{fc}$ e o vetor de protótipos de clusters (centros), $V = [v_1, v_2, \dots, v_c]$, with $v_i \in \mathbb{R}^n$ tal que

$$J(Z, U, V) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N (\mu_k^i)^m D_{ikA}^2 \quad (3.14)$$

é minimizado, onde $m \in [1, \infty)$ é um expoente de ponderação que determina o grau de fuzzificação dos agrupamentos resultantes, e

$$D_{ikA}^2 = \|z_k - v_i\|_A^2 = (z_k - v_i)^T A (z_k - v_i) \quad (3.15)$$

é uma norma de distância produto interno quadrado.

Os passos para implementação do algoritmo de agrupamento FCM são os seguintes (BEZDEK; EHRLICH; FULL, 1984):

Fixar o número de agrupamentos $2 \leq c < N$, selecionar o expoente de ponderação $m > 1$, a tolerância de parada $\epsilon > 0$ e a matriz de norma induzida A . Inicializar a matriz de partição de forma aleatória, de tal forma que $U^0 \in M_{fc}$.

Repita para $l = 1, 2, \dots$

Passo 1: Calcule os protótipos de cluster (média):

$$v_i^l = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{l-1})^m z_k}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{l-1})^m}, 1 \leq i \leq c. \quad (3.16)$$

Passo 2: Calcular as distâncias:

$$D_{ikA}^2 = (z_k - v_i^{(l)})^T A (z_k - v_i^{(l)}), 1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq N \quad (3.17)$$

Passo 3: Atualize a matriz de partição:

Se, $D_{ikA} > 0$ para $1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq N$,

$$\mu_i^l = \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikA}/D_{jkA})^{2/m-1}}, \quad (3.18)$$

caso contrário

$$\mu_{ik}^{(l)} = 0 \text{ if } D_{ikA} > 0, \text{ e } \mu_{ik}^{(l)} \in [0, 1] \text{ com } \sum_{i=1}^c \mu_{ik}^{(l)} = 1.$$

até $\|U^l - U^{(l-1)}\| < \epsilon$.

3.2.3 Estimação recursiva dos parâmetros do consequente

A saída do modelo fuzzy TS, na equação (3.3), pode ser representada na forma matricial, como a seguir:

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ y(3) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu^i(1) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mu^i(2) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \mu^i(3) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \mu^i(N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -y(0) & \cdots & -y(1 - n_y) & u(1) & \cdots & u(1 - n_u) \\ -y(1) & \cdots & -y(2 - n_y) & u(2) & \cdots & u(2 - n_u) \\ -y(2) & \cdots & -y(3 - n_y) & u(3) & \cdots & u(3 - n_u) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -y(N-1) & \cdots & -y(N - n_y) & u(N) & \cdots & u(N - n_u) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^i \\ \vdots \\ a_{n_y}^i \\ b_0^i \\ \vdots \\ b_{n_u}^i \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$Y = M^i \Phi \hat{\theta}^i \quad (3.20)$$

onde, Y é o vetor de saída do sistema dinâmico, Φ é a matriz de regressão, M^i é a matriz de ponderação diagonal da i -ésima regra e $\hat{\theta}^i$ é o vetor de parâmetros dos submodelos.

No sentido de mínimos quadrados, o vetor de parâmetros pode ser obtido em batelada, como a seguir:

$$\hat{\theta}^i = [\Phi^T M^i \Phi]^{-1} \Phi^T M^i Y \quad (3.21)$$

A formulação acima diz respeito à estimação local dos parâmetros do consequente, onde são estimados os parâmetros de cada submodelo separadamente. Uma outra abordagem corresponde à estimação dos parâmetros de todos os submodelos de uma única vez, chamada de estimação global dos parâmetros do consequente.

A estimação recursiva dos parâmetros do modelo fuzzy TS pode ser obtida reescrevendo a equação (3.21) na forma recursiva, como:

$$\hat{\theta}^i(k) = \left[\sum_{n=1}^k \mu^i(n) \varphi(n) \varphi^T(n) \right]^{-1} \sum_{n=1}^k \mu^i(n) \varphi(n) y(n) \quad (3.22)$$

onde $P^i(k) = \left[\sum_{n=1}^k \mu^i(n) \varphi(n) \varphi^T(n) \right]^{-1}$ é a matriz de covariância da i -ésima regra fuzzy:

Então, tem-se:

$$(P^{-1})^i(k) = (P^{-1})^i(k-1) + \mu^i(k) \varphi(k) \varphi^T(k) \quad (3.23)$$

O estimador de mínimos quadrados $\hat{\theta}^i(k)$, equação (3.22), pode ser reescrito como:

$$\hat{\theta}^i(k) = P^i(k) \left[\sum_{n=1}^{k-1} \mu^i(n) \varphi(n) y(n) + \mu^i(k) \varphi(k) y(k) \right] \quad (3.24)$$

Reescrevendo a equação (3.22) na iteração $k-1$, tem-se:

$$\left[\sum_{n=1}^{k-1} \mu^i(n) \varphi(n) \varphi^T(n) \right] \hat{\theta}^i(k-1) = \sum_{n=1}^{k-1} \mu^i(n) \varphi(n) y(n) \quad (3.25)$$

O lado esquerdo da equação (3.25) pode ser representada na forma compacta como $(P^{-1})^i(k-1) \hat{\theta}^i(k-1)$. Substituindo este resultado na equação (3.24), tem-se:

$$\hat{\theta}^i(k) = P^i(k) \left[(P^{-1})^i(k-1) \hat{\theta}^i(k-1) + \mu^i(k) \varphi(k) y(k) \right] \quad (3.26)$$

A partir das equações (3.23) e (3.26), tem-se:

$$\hat{\theta}^i(k) = \hat{\theta}^i(k-1) + \mu^i(k) K^i(k) \xi^i(k) \quad (3.27)$$

onde:

$$K^i(k) = P^i(k)\varphi(k) \quad (3.28)$$

$$\xi^i(k) = y(k) - \varphi^T(k)\hat{\theta}^i(k-1) \quad (3.29)$$

A matriz de covariância, $P^i(k)$, é calculada aplicando o lema da matriz inversa na equação (3.23), e:

$$\begin{aligned} P^i(k) &= P^i(k-1) - P^i(k-1)\mu^i(k)\varphi(k)[\varphi^T(k) \\ &P^i(k-1)\mu^i(k)\varphi(k) + I]^{-1}\varphi^T(k)P^i(k-1) \end{aligned} \quad (3.30)$$

Isto implica que:

$$K^i(k) = P^i(k-1)\varphi(k) (\varphi^T(k)P^i(k-1)\mu^i(k)\varphi(k) + I)^{-1} \quad (3.31)$$

e:

$$P^i(k) = P^i(k-1) - \mu^i(k)K^i(k)\varphi^T(k)P^i(k-1) \quad (3.32)$$

Portanto, o método de mínimos quadrados recursivos fuzzy é dado pelas equações (3.27), (3.31) e (3.32). Considerando o fator de esquecimento λ^i para a i -ésima regra, o algoritmo de estimação recursiva dos parâmetros do consequente do modelo modelo fuzzy, é dado por:

$$\begin{aligned} \xi^i(k) &= [y(k) - \varphi^T(k)\hat{\theta}^i(k-1)] \\ K^i(k) &= P^i(k-1)\varphi(k) (\varphi^T(k)P^i(k-1)\mu^i(k)\varphi(k) + \lambda I)^{-1} \\ \hat{\theta}^i(k) &= \hat{\theta}^i(k-1) + \mu^i(k)K^i(k)\xi^i(k) \\ P^i(k) &= \frac{1}{\lambda} (P^i(k-1) - \mu^i(k)K^i(k)\varphi^T(k)P^i(k-1)) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Na prática, a formulação de mínimos quadrados é drasticamente influenciada por variações grandes no erro, visto que os erros são elevados ao quadrado no critério. Para resolver este problema, os estimadores podem ser substituídos pela equação:

$$\hat{\theta}^i(k) = \hat{\theta}^i(k-1) + \gamma^i(k)K^i(k)f(\xi^i(k)) \quad (3.34)$$

onde

$$f(\xi^i(k)) = \frac{\xi^i(k)}{1 + a|\xi^i(k)|} \quad (3.35)$$

Nesta formulação, a função $f(\xi^i(k))$ é linear para valores pequenos de $\xi^i(k)$, mas aumenta lentamente para valores grandes de $\xi^i(k)$. Em outras palavras, os efeitos da função é diminuir as consequências de erros grandes. Os estimadores são então chamados “robustos”.

3.3 PROJETO DE CONTROLADOR ADAPTATIVO FUZZY

Nesta seção, a formulação para projeto de controlador adaptativo fuzzy TS usando a estratégia PDC e o critério de estabilidade robusta (especificações de margem de ganho e de fase) a partir de um mecanismo de adaptação baseado em otimização MOPSO, é apresentado.

3.3.1 Estrutura do controlador PID fuzzy TS

A estrutura do controlador PID fuzzy TS é definida utilizando a estratégia PDC. Em tal estratégia, o controlador e modelo fuzzy TS compartilham o mesmo antecedente. O consequente do controlador fuzzy TS é definido por funções de transferência discreta, conforme a seguir:

$$R^{(i|i=1,2,\dots,L)} : \text{IF } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ E } \dots \text{ E } x_\nu \text{ is } A_\nu^i \text{ ENTÃO } G_C^i(z) = \frac{\alpha^i z^2 + \beta^i z + \gamma^i}{z^2 - z} \quad (3.36)$$

onde α^i , β^i e γ^i são os ganhos do controlador fuzzy.

A partir do modelo dinâmico fuzzy TS da planta, na equação (3.1), e o controlador PID fuzzy TS, na equação (3.36), as margens de ganho e fase do sistema de controle fuzzy são dadas por:

$$\angle \left[\sum_{i=1}^l \mu^i G_C^i(z, e^{j\omega_{pc}}) G_P^i(z, e^{j\omega_{pc}}) \right] = -\pi \quad (3.37)$$

$$GM = \frac{1}{\left| \sum_{i=1}^l \mu^i G_C^i(z, e^{j\omega_{pc}}) G_P^i(z, e^{j\omega_{pc}}) \right|} \quad (3.38)$$

$$\left| \sum_{i=1}^l \mu^i G_C^i(z, e^{j\omega_{gc}}) G_P^i(z, e^{j\omega_{gc}}) \right| = 1 \quad (3.39)$$

$$PM = \angle \left[\sum_{i=1}^l \mu^i G_C^i(z, e^{j\omega_{gc}}) G_P^i(z, e^{j\omega_{gc}}) \right] + \pi \quad (3.40)$$

A margem de ganho é dada pelas equações (3.37) e (3.38), e a margem de fase é dada pelas equações (3.39) e (3.40), respectivamente. ω_{pc} é chamada de frequência de cruzamento de fase e ω_{gc} é chamada de frequência de cruzamento de ganho.

3.3.2 Mecanismo de adaptação via algoritmo MOPSO

O mecanismo de adaptação é realizado através de um algoritmo de otimização multi-objetivo recursivo por enxame de partículas. Os parâmetros ótimos do controlador PID fuzzy TS são sintonizados recursivamente, considerando uma lei de controle baseada em modelo via estimador WRLS e a partir de especificações de margem de ganho e fase.

As especificações de margem de ganho e fase, neste trabalho, são dadas por faixas, onde MG_{max} e MG_{min} representam os limites superior e inferior da especificação de margem de ganho, respectivamente, e MF_{max} e MF_{min} representam os limites superior e inferior da especificação de margem de fase, respectivamente. O mecanismo de adaptação minimiza uma função custo, definida pelo erro entre a solução obtida, MG_O e MF_O , e as margens de ganho e fase nominais especificadas, MG_E e MF_E , respectivamente. Ou seja, a solução encontrada pelo mecanismo de adaptação deve estar contida dentro da faixa especificada e o mais próximo possível de MG_E e MF_E , onde:

O mecanismo de adaptação do sistema de controle adaptativo fuzzy baseado em especificações de margem de ganho e fase é formulado como um problema de otimização multiobjetivo, conforme a seguir:

$$\begin{aligned}
 & \text{minimize} \quad \mathbf{f}([\alpha^i, \beta^i, \gamma^i]) = [f_1([\alpha^i, \beta^i, \gamma^i]), f_2([\alpha^i, \beta^i, \gamma^i])]^T \\
 & \text{sujeito a} \quad MG_{min} \leq f_1([\alpha^i, \beta^i, \gamma^i]) \leq MG_{max} \\
 & \quad \quad \quad MF_{min} \leq f_2([\alpha^i, \beta^i, \gamma^i]) \leq MF_{max} \\
 & \quad \quad \quad [\alpha_{min}^i, \beta_{min}^i, \gamma_{min}^i] \leq [\alpha^i, \beta^i, \gamma^i] \leq [\alpha_{max}^i, \beta_{max}^i, \gamma_{max}^i]
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

onde:

- $[\alpha^i, \beta^i, \gamma^i]^{i=1, \dots, L}$ é o vetor de variáveis de decisão;
- $[\alpha_{min}^i, \beta_{min}^i, \gamma_{min}^i]^{i=1, \dots, L}$ e $[\alpha_{max}^i, \beta_{max}^i, \gamma_{max}^i]^{i=1, \dots, L}$ são os vetores de limites inferiores e superiores, respectivamente, das variáveis de decisão;
- $f_1([\alpha^i, \beta^i, \gamma^i]^{i=1, \dots, R}) = |MG_O([\alpha^i, \beta^i, \gamma^i]^{i=1, \dots, R}) - MG_E|$ e $f_2([\alpha^i, \beta^i, \gamma^i]^{i=1, \dots, L}) = |MF_O([\alpha^i, \beta^i, \gamma^i]^{i=1, \dots, L}) - MF_E|$ são as avaliações de função objetivo.
- $MG_{min} \leq f_1([\alpha^i, \beta^i, \gamma^i]) \leq MG_{max}$ e $MF_{min} \leq f_2([\alpha^i, \beta^i, \gamma^i]) \leq MF_{max}$ são as funções de restrições do problema.

O mecanismo de adaptação multiobjetivo, formulado na equação (3.41), pode ser solucionado utilizando o método de soma ponderada, em que os múltiplos objetivos são combinados em um único objetivo, representado pela função f , conforme a seguir:

$$f = \delta_1 f_1([\alpha^i, \beta^i, \gamma^i]^{i=1, \dots, R}) + \delta_2 f_2([\alpha^i, \beta^i, \gamma^i]^{i=1, \dots, L}) \tag{3.42}$$

com

$$\delta_1 + \delta_2 = 1, \delta_1 > 0, \text{ and } \delta_2 > 0 \quad (3.43)$$

onde δ_1 e δ_2 são pesos definidos pelo especialista.

Considerando R regras fuzzy e N_p partículas, um enxame 3R-Dimensional é inicialmente gerado no espaço de busca definido em torno dos parâmetros do controlador obtidos na iteração $(k - 1)$, afim de obter os parâmetros do controlador na iteração k , como a seguir:

$$\alpha_p^{i,0}(k) \sim U(\alpha^i(k - 1) - \Delta_{\alpha^i}, \alpha^i(k - 1) + \Delta_{\alpha^i}) \quad (3.44)$$

$$\beta_p^{i,0}(k) \sim U(\beta^i(k - 1) - \Delta_{\beta^i}, \beta^i(k - 1) + \Delta_{\beta^i}) \quad (3.45)$$

$$\gamma_p^{i,0}(k) \sim U(\gamma^i(k - 1) - \Delta_{\gamma^i}, \gamma^i(k - 1) + \Delta_{\gamma^i}) \quad (3.46)$$

onde $\alpha_p^{i,0}(k)$, $\beta_p^{i,0}(k)$ e $\gamma_p^{i,0}(k)$ são as soluções iniciais dos parâmetros do controlador da p $|p=1,2,\dots,N_p|$ -ésima partícula da i $|i=1,2,\dots,R|$ -ésima regra fuzzy na iteração k ; Δ_{α^i} , Δ_{β^i} e Δ_{γ^i} são constantes de dispersão (definidas pelo especialista); $\alpha^i(k - 1)$, $\beta^i(k - 1)$ e $\gamma^i(k - 1)$ são parâmetros do controlador da i -ésima regra fuzzy na iteração $(k - 1)$.

As partículas do enxame inicialmente geradas procuram a solução do problema dentro do espaço de busca. A posição de uma partícula é influenciada pela melhor posição visitada por ela própria, $[\alpha_{p(local)}^i(k), \beta_{p(local)}^i(k), \gamma_{p(local)}^i(k)]$, e a melhor posição de todas as partículas da vizinhança, $[\alpha_{p(global)}^i(k), \beta_{p(global)}^i(k), \gamma_{p(global)}^i(k)]$. Quando o critério de parada é satisfeito, os parâmetros do controlador são definidos pela melhor solução global obtida pelas partículas do enxame. Se nenhuma partícula do enxame satisfaz as especificações de margem de ganho e fase obedecendo as restrições impostas pelo problema de otimização multiobjetivo então os parâmetros do controlador obtidos na iteração anterior são mantidos na iteração corrente. O mecanismo de adaptação por enxame de partículas recursivo é implementado como a seguir:

begin

Definir os parâmetros do algoritmo:

$\omega, c_1, c_2, N_p, R, \delta_1, \delta_2, \alpha_{max}^i, \beta_{max}^i, \gamma_{max}^i, \alpha_{min}^i, \beta_{min}^i, \gamma_{min}^i, \Delta_{\alpha^i}, \Delta_{\beta^i}$ e Δ_{γ^i}

Posição inicial da p -ésima partícula:

$$\alpha_p^{i,0}(k) \sim U(\alpha^i(k - 1) - \Delta_{\alpha^i}, \alpha^i(k - 1) + \Delta_{\alpha^i})$$

$$\beta_p^{i,0}(k) \sim U(\beta^i(k - 1) - \Delta_{\beta^i}, \beta^i(k - 1) + \Delta_{\beta^i})$$

$$\gamma_p^{i,0}(k) \sim U(\gamma^i(k - 1) - \Delta_{\gamma^i}, \gamma^i(k - 1) + \Delta_{\gamma^i})$$

Verificar limites dos parâmetros do controlador fuzzy:

if $(\alpha^i(k) > \alpha_{max}^i)$ **then** $(\alpha^i(k) = \alpha_{max}^i)$

else if $(\alpha^i(k) < \alpha_{min}^i)$ **then** $(\alpha^i(k) = \alpha_{min}^i)$

if $(\beta^i(k) > \beta_{max}^i)$ **then** $(\beta^i(k) = \beta_{max}^i)$
else if $(\beta^i(k) < \beta_{min}^i)$ **then** $(\beta^i(k) = \alpha_{min}^i)$

if $(\gamma^i(k) > \gamma_{max}^i)$ **then** $(\gamma^i(k) = \gamma_{max}^i)$
else if $(\gamma^i(k) < \gamma_{min}^i)$ **then** $(\gamma^i(k) = \gamma_{min}^i)$

repeat

for cada partícula $p \in 1, \dots, N_p$ **do**

Calcular as margens de ganho e fase:

$$\angle \left[\sum_{i=1}^L \mu^i G_C^i(z, e^{j\omega_{pc}}) G_P^i(z, e^{j\omega_{pc}}) \right] = -\pi$$

$$MG_O(k) = \frac{1}{\left| \sum_{i=1}^L \mu^i G_C^i(z, e^{j\omega_{pc}}) G_P^i(z, e^{j\omega_{pc}}) \right|}$$

$$\left| \sum_{i=1}^L \mu^i G_C^i(z, e^{j\omega_{gc}}) G_P^i(z, e^{j\omega_{gc}}) \right| = 1$$

$$MF_O(k) = \angle \left[\sum_{i=1}^L \mu^i G_C^i(z, e^{j\omega_{gc}}) G_P^i(z, e^{j\omega_{gc}}) \right] + \pi$$

Calcular o custo de cada objetivo:

$$f_1(k) = |MG_O(k) - MG_E|$$

$$f_2(k) = |MF_O(k) - MF_E|$$

Verificar as restrições das funções objetivo:

if $(f_1(k) \notin [MG_{min}, MG_{max}])$ **ou** $(f_2(k) \notin [MF_{min}, MF_{max}])$ **then**

for cada regra fuzzy $i \in 1, \dots, L$ **do**

$$\alpha_p^i(k) = \alpha_p^i(k-1)$$

$$\beta_p^i(k) = \beta_p^i(k-1)$$

$$\gamma_p^i(k) = \gamma_p^i(k-1)$$

$$f_p(k) = f_p(k-1)$$

end

else

Avaliar o fitness da p -ésima partícula f_p

$$f_p(k) = \delta_1 f_1(k) + \delta_2 f_2(k)$$

end

Atualizar a melhor posição local

if $f_{(local)} < f_p$ **then**

for cada regra fuzzy $i \in 1, \dots, L$ **do**

$$\alpha_{p(local)}^i(k) = \alpha_p^i(k)$$

$$\beta_{p(local)}^i(k) = \beta_p^i(k)$$

$$\gamma_{p(local)}^i(k) = \gamma_p^i(k)$$

end

end

Atualizar a melhor posição global

if $f_{(global)} < f_{(local)}$ **then**

for cada regra fuzzy $i \in 1, \dots, L$ **do**

$$\alpha_{p(global)}^i(k) = \alpha_{p(local)}^i(k)$$

$$\beta_{p(global)}^i(k) = \beta_{p(local)}^i(k)$$

$$\gamma_{p(global)}^i(k) = \gamma_{p(local)}^i(k)$$

end

end

end

Atualizar a velocidade $v_p(k+1)$

for cada regra fuzzy $i \in 1, \dots, L$ **do**

$$v_p^{[\alpha_p^i]}(k+1) = \omega v_p^{3i-2}(k) + c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) [\alpha_{p(local)}^i(k) - \alpha_p^i(k)] + \dots$$

$$+ c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k) [\alpha_{p(global)}^i(k) - \alpha_p^i(k)]$$

$$v_p^{[\beta_p^i]}(k+1) = \omega v_p^{3i-1}(k) + c_1 r_1^{[\beta_p^i]}(k) [\beta_{p(local)}^i(k) - \beta_p^i(k)] + \dots$$

$$+ c_2 r_2^{[\beta_p^i]}(k) [\beta_{p(global)}^i(k) - \beta_p^i(k)]$$

$$v_p^{[\gamma_p^i]}(k+1) = \omega v_p^{3i}(k) + c_1 r_1^{[\gamma_p^i]}(k) [\gamma_{p(local)}^i(k) - \gamma_p^i(k)] + \dots$$

$$+ c_2 r_2^{[\gamma_p^i]}(k) [\gamma_{p(global)}^i(k) - \gamma_p^i(k)]$$

end

Atualizar a posição $x_p(k+1)$

for cada regra fuzzy $i \in 1, \dots, L$ **do**

$$\alpha_p^i(k+1) = \alpha_p^i(k) + v_p^{[\alpha_p^i]}(k+1)$$

$$\beta_p^i(k+1) = \beta_p^i(k) + v_p^{[\beta_p^i]}(k+1)$$

$$\gamma_p^i(k+1) = \gamma_p^i(k) + v_p^{[\gamma_p^i]}(k+1)$$

end

$k = k + 1$

until algum critério de parada for satisfeito.

end

3.3.3 Estabilidade do sistema de controle fuzzy

Dados o modelo fuzzy TS na equação (3.1), e o controlador fuzzy TS na equação (3.36), o sistema de controle fuzzy TS em malha aberta é formulado conforme a seguir:

$$R^{(i=1,2,\dots,L)} : \text{IF } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ E } \dots \text{ E } x_\nu \text{ is } A_\nu^i \text{ ENTÃO } G_P^i(z)G_C^i(z) \quad (3.47)$$

A função de malha aberta do sistema fuzzy geral, é dado pela soma ponderada das funções de malha aberta de cada regra fuzzy, ou seja:

$$G_{MA}(z) = \sum_{i=1}^L \mu^i G_c^i(z) G_p^i(z) \quad (3.48)$$

E o sistema fuzzy em malha fechada é dado conforme a seguir:

$$G_{MF}(z) = \frac{\sum_{i=1}^L \mu^i G_c^i(z) G_p^i(z)}{1 + \sum_{i=1}^L \mu^i G_c^i(z) G_p^i(z)} \quad (3.49)$$

Para que o sistema fuzzy TS discreto em malha fechada seja assintoticamente estável, todos os pólos do sistema de controle em malha fechada, dado na equação (3.49), deve estar contido dentro do círculo unitário.

Pode-se também verificar a estabilidade do sistema de controle fuzzy TS geral a partir da análise de estabilidade de cada regra da base de regras fuzzy, a partir do seguinte teorema proposto em Danúbia (2012):

Teorema 1: Cada subcontrolador PID digital $G_C^i(z)|^{(i=1,2,\dots,L)}$, no espaço do consequente da base de regras do controlador PID nebuloso TS, garante estabilidade para o respectivo submodelo linear $G_P^i(z)|^{(i=1,2,\dots,L)}$, no espaço do consequente da base de regras do modelo nebuloso robusto TS da planta a ser controlada.

Portanto, tem-se que:

$$G_c^i(z)G_p^i(z) = g^i \frac{b_0^i + b_1^i z^{-1} + \dots + b_{n_u}^i z^{-n_u}}{a_0^i + a_1^i z^{-1} + a_2^i z^{-2} + \dots + a_{n_y}^i z^{-n_y}} z^{-D^i} \cdot \frac{\alpha^i z^2 + \beta^i z + \gamma^i}{z^2 - z} = \frac{N(z)}{P(z)} \quad (3.50)$$

onde,

$$N(z) = (b_0^i \alpha^i) z^{n_y+2} + (b_0^i \beta^i + b_1^i \alpha^i) z^{n_y+1} + \dots + (b_n^i \gamma^i + b_{n+1}^i \beta^i + b_{n+2}^i \alpha^i) z^{n_y-n} + \dots + (b_{n_u-1}^i \gamma^i + b_{n_u}^i \beta^i) z^{n_y-(n_u-1)} + (b_{n_u}^i \gamma^i) z^{n_y-n_u} \quad (3.51)$$

e,

$$P(z) = (a_0^i) z^{n_y+D^i+2} + (-a_0^i + a_1^i) z^{n_y+D^i+1} + \dots + (-a_m^i + a_{m+1}^i) z^{n_y+D^i-(m-1)} + \dots + (-a_{n_y}^i) z^{D^i} + (b_0^i \alpha^i) z^{n_y+2} + (b_0^i \beta^i + b_1^i \alpha^i) z^{n_y+1} + \dots + (b_n^i \gamma^i + b_{n+1}^i \beta^i + b_{n+2}^i \alpha^i) z^{n_y-n} + \dots + (b_{n_u-1}^i \gamma^i + b_{n_u}^i \beta^i) z^{n_y-(n_u-1)} + (b_{n_u}^i \gamma^i) z^{n_y-n_u} \quad (3.52)$$

A condição suficiente e necessária para que o sistema de controle fuzzy TS seja estável é que todas as raízes do polinômio característico do sistema em malha fechada, equação (3.52), devem estar contidas dentro do círculo unitário. Tal condição pode ser verificada sem a necessidade de calcular os pólos do polinômio característico, através da utilização do teste de estabilidade desenvolvido por Jury (1973). Por definição, $n_y \geq n_u$, $D^i \geq 0$ e $a_0^i \geq 0$. Para aplicar o critério de estabilidade de Jury, o polinômio característico, dado na equação (3.52), precisa ser arranjado de tal forma que os elementos que possuem o mesmo expoente em z precisam ser somados. Portanto, considera-se que polinômio característico possa ser reescrito da seguinte forma:

$$P(z) = c_0^i + c_1^i z + c_2^i z^2 + \dots + c_k^i z^k + \dots + c_n^i z^n, \quad a_n > 0 \quad (3.53)$$

A seguinte tabela, chamada tabela de Jury, é elaborada a partir dos elementos da equação (3.53), para se obter as condições suficientes e necessárias para estabilidade do sistema de controle fuzzy TS.

Linha	z^0	z^1	z^2	\dots	z^{n-k}	\dots	z^{n-1}	z^n
1	d_0	d_1	d_2	\dots	d_{n-k}	\dots	d_{n-1}	d_n
2	d_n	d_{n-1}	d_{n-2}	\dots	d_k	\dots	d_1	d_0
3	e_0	e_1	e_2	\dots	\dots	\dots	e_{n-1}	
4	e_{n-1}	e_{n-2}	e_{n-3}	\dots	\dots	\dots	e_0	
5	f_0	f_1	f_2	\dots	\dots	f_{n-2}		
6	f_{n-2}	f_{n-3}	f_{n-4}	\dots	\dots	f_0		
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\dots	\vdots			
$2n - 5$	s_0	s_1	s_2	s_3				
$2n - 4$	s_3	s_2	s_1	s_0				
$2n - 3$	r_0	r_1	r_2					

Tabela 6 – Tabela de Jury.

onde:

$$d_k = \begin{bmatrix} c_0 & c_{n-k} \\ c_n & c_k \end{bmatrix}, \quad (3.54)$$

$$e_k = \begin{bmatrix} d_0 & d_{n-k} \\ d_n & d_k \end{bmatrix}, \quad (3.55)$$

$$f_k = \begin{bmatrix} e_0 & e_{n-k} \\ e_n & e_k \end{bmatrix}, \quad (3.56)$$

$$\vdots \quad (3.57)$$

$$r_0 = \begin{bmatrix} s_0 & s_{n-k} \\ s_3 & s_k \end{bmatrix}, \quad (3.58)$$

$$r_2 = \begin{bmatrix} s_0 & s_1 \\ s_3 & s_2 \end{bmatrix}. \quad (3.59)$$

As condições suficientes de estabilidade são dadas:

1. $P(1) > 0$
2. $(-1)^n P(-1) > 0$

As condições necessárias de estabilidade são dadas por:

1. $|d_0| < d_n$ ou $d_n > |d_0|$
2. $|e_0| < |e_{n-1}|$
3. $|f_0| < |f_{n-2}|$:
4. $|r_0| < |r_2|$

3.3.4 Convergência do mecanismo de adaptação

Conforme visto anteriormente, para cada amostra de dados de entrada e saída, os parâmetros do controlador são atualizados pelo mecanismo de adaptação, com base nas seguintes equações:

$$\alpha_p^i(k+1) = \alpha_p^i(k) + v[\alpha_p^i]_p(k+1) \quad (3.60)$$

$$\beta_p^i(k+1) = \beta_p^i(k) + v_p^{[\beta_p^i]}(k+1) \quad (3.61)$$

$$\gamma_p^i(k+1) = \gamma_p^i(k) + v_p^{[\gamma_p^i]}(k+1) \quad (3.62)$$

Portanto, a atualização dos parâmetros do controlador são atualizados considerando-se os valores de tais parâmetros na iteração anterior e na atualização da velocidade. Esta por sua vez, é obtida utilizando as equações a seguir:

$$\begin{aligned} v_p^{[\alpha_p^i]}(k+1) = \omega v_p^{3i-2}(k) &+ c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) [\alpha_{p(local)}^i(k) - \alpha_p^i(k)] + \dots \\ &+ c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k) [\alpha_{p(global)}^i(k) - \alpha_p^i(k)] \end{aligned} \quad (3.63)$$

$$\begin{aligned} v_p^{[\beta_p^i]}(k+1) = \omega v_p^{3i-1}(k) &+ c_1 r_1^{[\beta_p^i]}(k) [\beta_{p(local)}^i(k) - \beta_p^i(k)] + \dots \\ &+ c_2 r_2^{[\beta_p^i]}(k) [\beta_{p(global)}^i(k) - \beta_p^i(k)] \end{aligned} \quad (3.64)$$

$$\begin{aligned} v_p^{[\gamma_p^i]}(k+1) = \omega v_p^{3i}(k) &+ c_1 r_1^{[\gamma_p^i]}(k) [\gamma_{p(local)}^i(k) - \gamma_p^i(k)] + \dots \\ &+ c_2 r_2^{[\gamma_p^i]}(k) [\gamma_{p(global)}^i(k) - \gamma_p^i(k)] \end{aligned} \quad (3.65)$$

Dada a formulação acima, e resultados obtidos em Bergh (2006), pode-se analisar as condições teóricas para convergência e seleção dos parâmetros do mecanismo de adaptação multiobjetivo baseado em PSO, conforme a seguir.

Substituindo-se a equação de atualização da velocidade na equação de atualização dos parâmetros do controlador fuzzy, (3.63) na equação (3.60), tem-se:

$$\begin{aligned} \alpha_p^i(k+1) = \alpha_p^i(k) + \omega v_p^{3i-2}(k) &+ c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) [\alpha_{p(local)}^i(k) - \alpha_p^i(k)] + \dots \\ &+ c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k) [\alpha_{p(global)}^i(k) - \alpha_p^i(k)] \end{aligned} \quad (3.66)$$

Rearranjando-se a equação (3.66), tem-se:

$$\begin{aligned} \alpha_p^i(k+1) = & (1 - c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) - c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k)) \alpha_p^i(k) + \omega v_p^{3i-2}(k) + c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) \alpha_{p(local)}^i(k) + \dots \\ & + c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k) \alpha_{p(global)}^i(k) \end{aligned} \quad (3.67)$$

De maneira análoga, rearranjando-se a equação (3.63), tem-se:

$$\begin{aligned} v_p^{[\alpha_p^i]}(k+1) = & -(c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) + c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k)) \alpha_p^i(k) + \omega v_p^{3i-2}(k) + c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) \alpha_{p(local)}^i(k) + \dots \\ & + c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k) \alpha_{p(global)}^i(k) \end{aligned} \quad (3.68)$$

As equações obtidas em (3.67) e (3.68) podem ser combinadas na forma matricial, como a seguir:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \alpha_p^i(k+1) \\ v_p^{[\alpha_p^i]}(k+1) \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} 1 - c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) - c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k) & \omega \\ -c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) - c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k) & \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_p^i(k) \\ v_p^{[\alpha_p^i]}(k) \end{bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) & c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k) \\ c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) & c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{p(local)}^i(k) \\ \alpha_{p(global)}^i(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.69)$$

A expressão acima pode ser considerada como uma representação no espaço de estados de um sistema dinâmico linear e discreto, onde:

$$\begin{bmatrix} \alpha_p^i(k) \\ v_p^{[\alpha_p^i]}(k) \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

é o vetor de estados,

$$\begin{bmatrix} \alpha_{p(local)}^i(k) \\ \alpha_{p(global)}^i(k) \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

é a entrada externa do sistema,

$$\begin{bmatrix} 1 - c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) - c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k) & \omega \\ -c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) - c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k) & \omega \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

é a matriz dinâmica, e

$$\begin{bmatrix} c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) & c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k) \\ c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) & c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k) \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

é a matriz de entrada.

Para uma dada partícula, a convergência pode ser mantida assumindo-se que a entrada externa é constante, visto que não existe excitação externa no sistema dinâmico. Neste caso, a medida que o número de iterações aumenta, tendendo a infinito, as posições e velocidades atualizadas tornam-se constantes, da k -ésima para a $(k + 1)$ -ésima iteração, gerando o seguinte estado de equilíbrio:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \alpha_p^i(k+1) - \alpha_p^i(k) \\ v_p^{[\alpha_p^i]}(k+1) - v_p^{[\alpha_p^i]}(k) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -(c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) + c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k)) & \omega \\ -(c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) + c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k)) & \omega - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_p^i(k) \\ v_p^{[\alpha_p^i]}(k) \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) & c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k) \\ c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) & c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{p(local)}^i(k) \\ \alpha_{p(global)}^i(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.74)$$

A expressão (3.74) é verdadeira somente quando:

$$\alpha_p^i(k) = \alpha_{p(local)}^i(k) = \alpha_{p(global)}^i(k) \quad (3.75)$$

$$v_p^{[\alpha_p^i]}(k) = 0 \quad (3.76)$$

Portanto, obtém-se um ponto de equilíbrio, para o qual todas as partículas tendem a convergir a medida que o número de iterações do mecanismo de adaptação multiobjetivo via PSO aumenta. Seja, $\alpha_{p(equilíbrio)}^i$ e $v_{p(equilíbrio)}^{[\alpha_p^i]}$, os parâmetros do controlador e velocidade de atualização no ponto de equilíbrio, respectivamente, então o estado de equilíbrio é dado conforme a seguir:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{p(equilíbrio)}^i \\ v_{p(equilíbrio)}^{[\alpha_p^i]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{p(global)}^i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

Continuando, o comportamento dinâmico da i -ésima partícula pode ser analisado usando os autovalores obtidos a partir da formulação da matriz dinâmica (3.69) e (3.72), soluções do seguinte polinômio característico:

$$\lambda^2 - (1 + \omega - c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) - c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k))\lambda + \omega = 0 \quad (3.78)$$

As seguintes condições suficientes e necessárias do sistema dinâmico discreto considerado são obtidas aplicando-se o critério de Jury:

$$|\omega| < 1 \quad (3.79)$$

$$c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) + c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k) > 0 \quad (3.80)$$

$$\omega + 1 - \frac{c_1 r_1^{[\alpha_p^i]}(k) + c_2 r_2^{[\alpha_p^i]}(k)}{2} > 0 \quad (3.81)$$

Conhecendo-se que $r_1^{[\alpha_p^i]}(k), r_2^{[\alpha_p^i]}(k) \in [0, 1]$, as condições de estabilidade acima são equivalentes ao seguinte conjunto de equações para seleção dos parâmetros que garantem a convergência para o mecanismo de adaptação multiobjetivo via PSO.

$$0 < c_1 + c_2 < 4 \quad (3.82)$$

$$\frac{c_1 + c_2}{2} - 1 < \omega < 1 \quad (3.83)$$

4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nesta seção, os resultados da aplicação da metodologia proposta para projeto de controle PID fuzzy adaptativo baseado em especificações de margem de ganho e fase via mecanismo de adaptação MOPSO para uma planta térmica não-linear e com atraso puro de tempo variante, são apresentados. Primeiramente será apresentada uma breve descrição da plataforma de instrumentação virtual/eletrônica em tempo real utilizada para implementação da metodologia proposta. Em seguida, as condições iniciais para o estimador recursivo do modelo fuzzy TS e para o mecanismo de adaptação do controlador fuzzy TS são obtidas através de uma formulação em batelada. E por fim, os resultados do controle adaptativo da planta térmica utilizando a metodologia proposta são apresentados, afim de assegurar o rastreamento dos sinais de referências aplicados, satisfazendo as especificações de margem de ganho e fase, além de garantir tais características mesmo diante de perturbações na planta, que consiste da variação do ganho DC da mesma.

4.1 DESCRIÇÃO DA PLATAFORMA EXPERIMENTAL

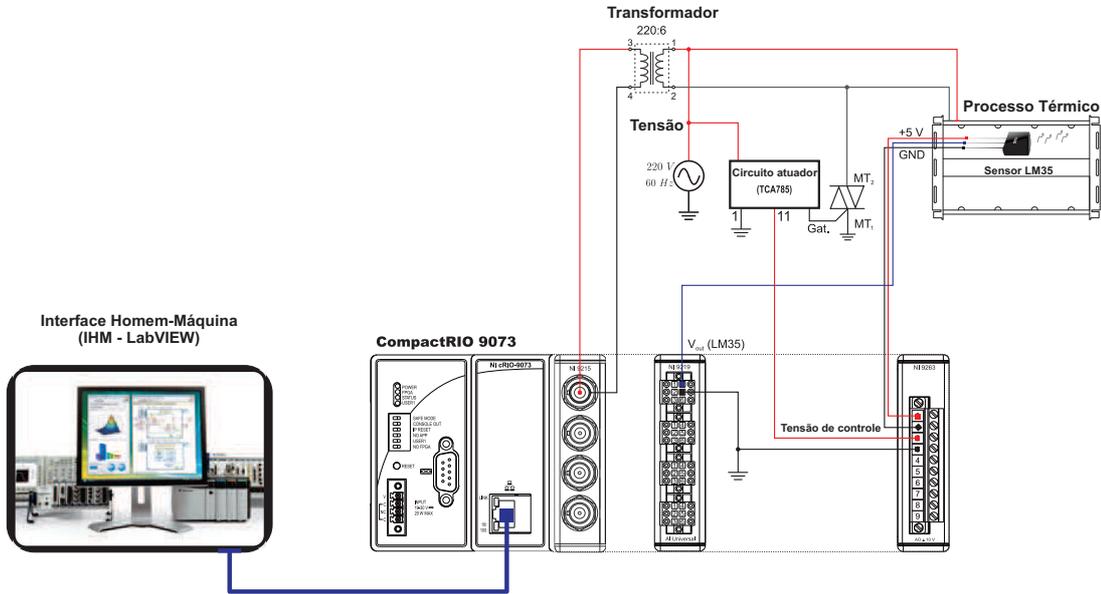
A plataforma experimental para controle de temperatura é composta da planta térmica, o software LabVIEW¹, o CompactRIO 9073, o módulo de entrada analógica NI 9215, o módulo de entrada analógico NI 9219, o módulo de saída analógica NI 9263, o sensor de temperatura LM 35 e o atuador baseado no CI TCA 785, como mostrado na Figura 23. A planta térmica consiste em um forno adaptado a partir de uma torradeira monofásica AC 220 *Volts*, com temperatura funcional de 25 °C a 250 °C. O CompactRIO 9073 é uma controladora em tempo real de 266 MHz integrada, multi-tarefas, de alta performance e robusta que serve como ponto central do sistema de monitoramento e controle. Os módulos analógicos NI 9215 e NI 9219 são usados para aquisição de dados de entrada e saída da planta térmica. O módulo de saída analógica NI 9263 é usado para enviar o sinal de controle para o circuito atuador. O LM 35 é um sensor de temperatura encapsulado em um circuito integrado, em que a tensão de saída é linearmente proporcional a temperatura em graus Celsius com 10 *mV/°C*. O atuador consiste de um circuito baseado no CI TCA 785, e é usado para variar a tensão efetiva na entrada da planta térmica.

4.2 OBTENÇÃO DAS CONDIÇÕES INICIAIS

As condições iniciais dos parâmetros do modelo e controlador fuzzy TS são obtidos afim de superar a sensibilidade à inicialização do algoritmo fuzzy RLS e do mecanismo de adaptação multiobjetivo. Os parâmetros iniciais dos submodelos fuzzy foram obtidos através do método

¹ O LabVIEWTM(LABoratory Virtual Instrument Engineering Workbench) é uma linguagem de programação gráfica, desenvolvida pela National Instruments Corporation.

Figura 23 – Plataforma experimental para controle de temperatura. A plataforma para controle de temperatura é composta de uma planta térmica, o software LabVIEW, o CompactRIO 9073, o módulo de entrada analógica NI 9219, o módulo de saída analógica NI 9263, o sensor de temperatura LM 35 e o atuador baseado no CI TCA 785.



de mínimos quadrados em batelada e otimizados via PSO. Enquanto que os parâmetros iniciais dos subcontroladores fuzzy foram obtidos através do algoritmo MOPSO em batelada.

4.2.1 Condição inicial dos parâmetros do modelo

O modelo fuzzy TS da planta térmica, como descrito na equação (3.1), foi definido conforme a seguir:

$$R^1 : \text{IF } Temperatura \text{ is } A^1 \text{ THEN } G_P^1(z) = g^1 \frac{b_0^1 z + b_1^1}{z^2 - a_1^1 z - a_2^1} z^{-\tau_d^1/T} \quad (4.1)$$

$$R^2 : \text{IF } Temperatura \text{ is } A^2 \text{ THEN } G_P^2(z) = g^2 \frac{b_0^2 z + b_1^2}{z^2 - a_1^2 z - a_2^2} z^{-\tau_d^2/T} \quad (4.2)$$

onde, A^1 e A^2 são representados pelas funções de pertinência *Z-shaped* e *S-shaped*, respectivamente, ou seja:

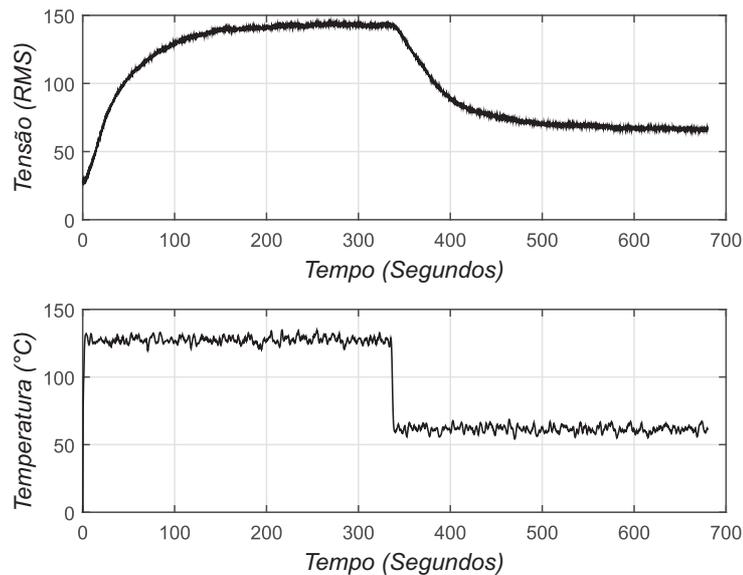
$$A^1 = \begin{cases} 1, & y \leq p_1 \\ 1 - 2 \left(\frac{y-p_1}{p_2-p_1} \right)^2, & p_1 \leq y \leq \frac{p_1+p_2}{2} \\ 2 \left(\frac{y-p_2}{p_2-p_1} \right)^2, & \frac{p_1+p_2}{2} \leq y \leq p_2 \\ 0, & y \geq p_2 \end{cases} \quad (4.3)$$

e

$$A^2 = \begin{cases} 0, & y \geq p_1 \\ 2 \left(\frac{y-p_1}{p_2-p_1} \right)^2, & p_1 \leq y \leq \frac{p_1+p_2}{2} \\ 1 - 2 \left(\frac{y-p_2}{p_2-p_1} \right)^2, & \frac{p_1+p_2}{2} \leq y \leq p_2 \\ 1, & y \geq p_2 \end{cases} \quad (4.4)$$

O sinal de entrada (tensão RMS, em Volts) aplicado na entrada da planta térmica e sua saída (Temperatura, em graus Celsius) obtida pelo modelo fuzzy TS identificado, são mostrados na Figura 24.

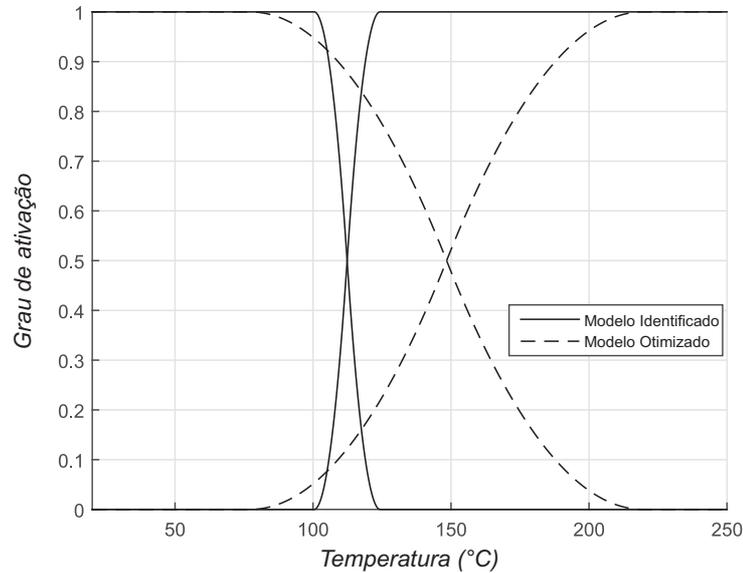
Figura 24 – Dados experimentais de entrada e saída da planta térmica, utilizados para obtenção dos parâmetros iniciais do modelo fuzzy TS. A tensão AC (RMS) é aplicada na planta térmica cuja resposta temporal é a temperatura (graus Celsius).



As funções de transferência do antecedente do modelo fuzzy TS, dadas nas equações (4.3) e (4.4), foram obtidas usando o algoritmo FCM (Fuzzy C-Means) e otimizados pelo algoritmo PSO, a comparação entre as funções de pertinência identificadas e otimizadas são mostradas na Figura 25.

Os parâmetros do consequente do modelo fuzzy, $G_p^1(z)$ e $G_p^2(z)$, dados nas equações (4.1) e (4.2), são obtidos usando o método de mínimos quadrados. O atraso puro de tempo foi estimado através de função de correlação cruzada entre os sinais de entrada e saída da planta térmica, resultando em um atraso puro de tempo de 130 e 266 amostras, correspondendo a $\tau_d^1 = 2.210$ segundos e $\tau_d^2 = 4.522$ segundos, com período de amostragem $T = 17ms$, para as primeira e segunda regras, respectivamente. Os parâmetros das funções de transferência do

Figura 25 – Funções de pertinência estimadas pelo algoritmo FCM (linha sólida) e as funções de pertinência otimizadas pelo PSO (linha tracejada).



consequente foram $b_0^1(0) = 0.0082$, $b_1^1(0) = -0.0075$, $a_1^1(0) = -0.5435$, $a_2^1(0) = -0.456$, e $b_0^2(0) = 0.000352$, $b_1^2(0) = 0.000248$, $a_1^2(0) = -0.5648$, $a_2^2(0) = -0.4348$, respectivamente.

O modelo fuzzy TS identificado foi submetido ao processo de otimização por PSO para melhorar as funções de pertinência do antecedente e os ganhos DC dos submodelos do consequente, objetivando minimizar o erro quadrático médio (MSE, do inglês *Mean Squared Error*) entre a curva característica² da planta real e do modelo fuzzy TS. A função objetivo a ser minimizada é dada por:

$$e = \frac{1}{Q} \sum_{k=1}^Q (y_{real}(k) - y_{model}(k))^2 \quad (4.5)$$

onde Q ($Q = 12$) é número de pontos da curva característica, y_{real} e y_{model} são as saídas real da planta térmica e do modelo fuzzy em regime permanente, respectivamente. Os valores especificados dos parâmetros do algoritmo PSO foram: $N_p = 30$ (número total de partículas no enxame), $N = 20$ (Número de iterações), $c_1 = 1.5$ (coeficiente cognitivo de aceleração), $c_2 = 1.5$ (coeficiente social de aceleração), $w = 0.5$ (peso de inércia). A curva característica da planta térmica, do modelo fuzzy TS identificado pelo algoritmo FCM e do modelo fuzzy otimizado pelo algoritmo PSO são mostrados na Figura 26. O custo da melhor partícula global em cada iteração, dado pela equação (4.5), do processo de otimização, é mostrado na Figura 27.

² A curva característica de um sistema corresponde à relação de entrada e saída em regime permanente para vários pontos de operação. Esta pode ser obtida tanto a partir de dados em regime (obtidos a partir de experimentos ou banco de dados), a partir de análise teórica ou a partir de ambos (CORRÊA et al., 2002; AGUIRRE et al., 2004). Nesta dissertação, a curva característica da planta térmica foi obtida através de experimentos em malha aberta.

Figura 26 – Curva característica: planta térmica (linha ‘o’), identificado (linha sólida) e modelo fuzzy TS otimizado pelo PSO (linha pontilhada).

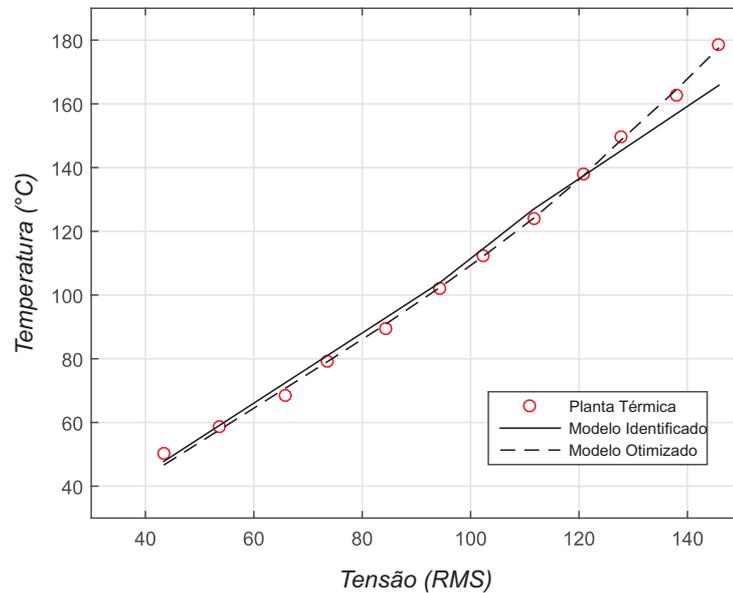
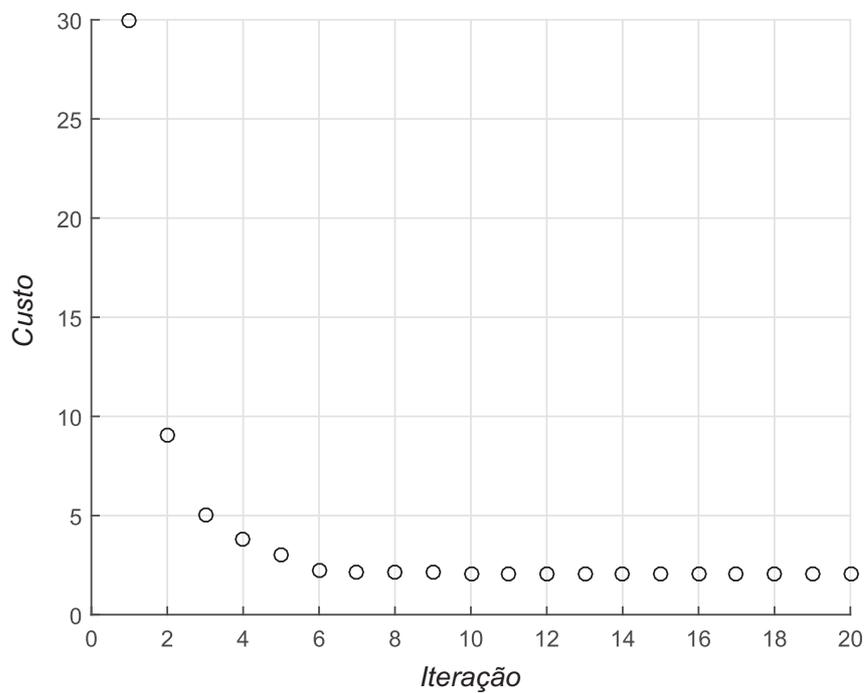


Figura 27 – Custo da melhor partícula em cada iteração.



Uma comparação entre os parâmetros do modelo fuzzy TS identificado e otimizado, assim como o erro gerado entre a planta térmica real e a resposta em regime permanente do modelo identificado e otimizado, são mostrados na Tabela 7.

Pode ser observado que a resposta em regime permanente do modelo fuzzy TS otimi-

Tabela 7 – Parâmetros e custo para identificação e otimização do modelo dinâmico fuzzy TS.

Parâmetros	Antecedente		Consequente		Custo
	p_1	p_2	g^1	g^2	MSE
Modelo identificado	100.4	124.3	1.0	1, 0	21.7953
Modelo otimizado	77.1995	219.6163	0.9761	1.0965	2.2081

zado é mais próxima da planta térmica que o modelo fuzzy TS identificado. Portanto, o modelo fuzzy TS otimizado obtido, é usado como condição inicial do processo de identificação do modelo fuzzy TS recursivo em malha fechada.

4.2.2 Condição inicial dos parâmetros do controlador

O controlador PID fuzzy TS, conforme descrito na equação (3.36), utilizando a estratégia PDC, é dado por:

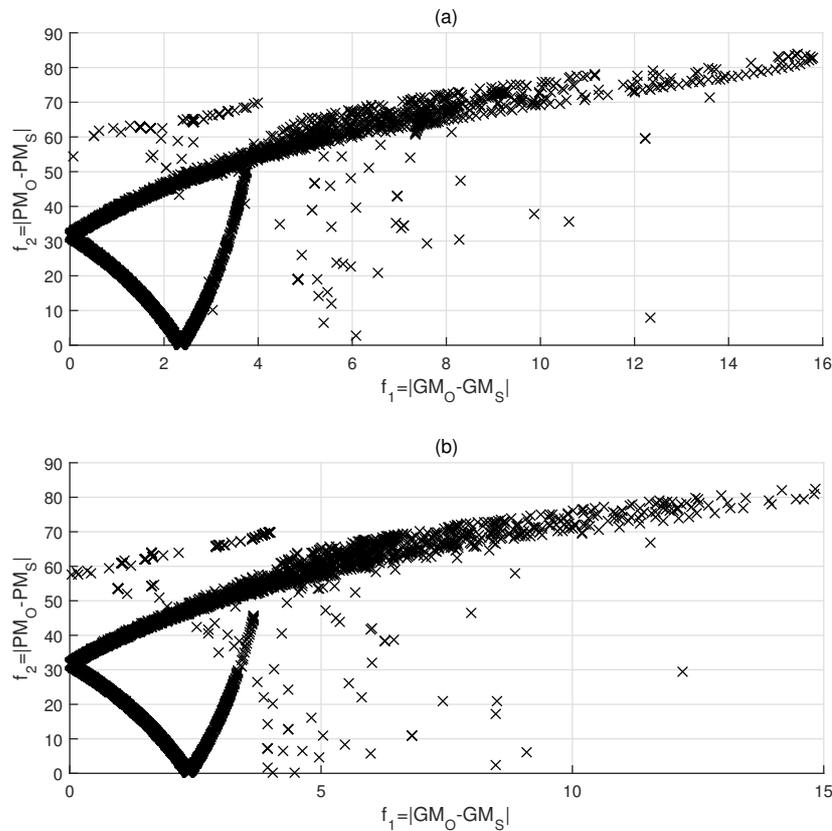
$$R^1 : \text{IF Temperature is } A^1 \text{ THEN } G_C^1(z) = \frac{\alpha^1 z^2 + \beta^1 z + \gamma^1}{z^2 - z} \quad (4.6)$$

$$R^2 : \text{IF Temperature is } A^2 \text{ THEN } G_C^2(z) = \frac{\alpha^2 z^2 + \beta^2 z + \gamma^2}{z^2 - z} \quad (4.7)$$

As funções de pertinência do antecedente do controlador fuzzy TS são as mesmas funções de pertinência do antecedente do modelo fuzzy TS, obtidas anteriormente. Os parâmetros do consequente do controlador fuzzy TS, $G_C^1(z)$ e $G_C^2(z)$, dados nas equações (4.6) e (4.7), são obtidos usando a estratégia MOSPO em batelada. Para isso, os seguintes parâmetros foram definidos: $GM_S/PM_S = 5/70$ (Margem de ganho/fase especificadas), $\alpha^1, \alpha^2 \in [2, 10]$, $\beta^1, \beta^2 \in [-10, -2]$, $\gamma^1, \gamma^2 \in [10^{-6}, 10^{-2}]$ (parâmetros do controlador), $\delta_1/\delta_2 = 0.96/0.04$ (ponderação do problema de otimização multiobjetivo), $N_p = 50$ (número total de partículas do enxame), $N = 100$ (Número de iterações). Os parâmetros otimizados a serem usados como condição inicial do controlador PID fuzzy TS: $\alpha^1(0) = 6.7964$, $\beta^1(0) = -6.7960$, $\gamma^1(0) = 0.0027$, e $\alpha^2(0) = 3.0681$, $\beta^2(0) = -3.0891$, $\gamma^2(0) = 0.0229$, com margens de ganho/fase de: $5.8120/72.73^\circ$ e $5.67/73.53^\circ$, na primeira e segunda regras, respectivamente.

Na Figura 28, é mostrada a relação entre os dois objetivos no processo de sintonia do controlador fuzzy (frente de Pareto). O ponto ótimo da curva de Pareto, é o ponto (0, 0), visto que os objetivos são dados pela diferença entre os valores obtidos e os valores ideais. Portanto, conforme pode ser observado na Figura 28, à medida que um dos objetivos é melhorado (i.e., tende a zero), o outro objetivo é piorado (i.e., se distancia de zero). Portanto, os dois objetivos a serem otimizados são conflitantes entre si.

Figura 28 – Frente de Pareto: Relação entre os dois objetivos otimizados no processo de sintonia do controlador fuzzy TS da primeira (a) e segunda (b) regras



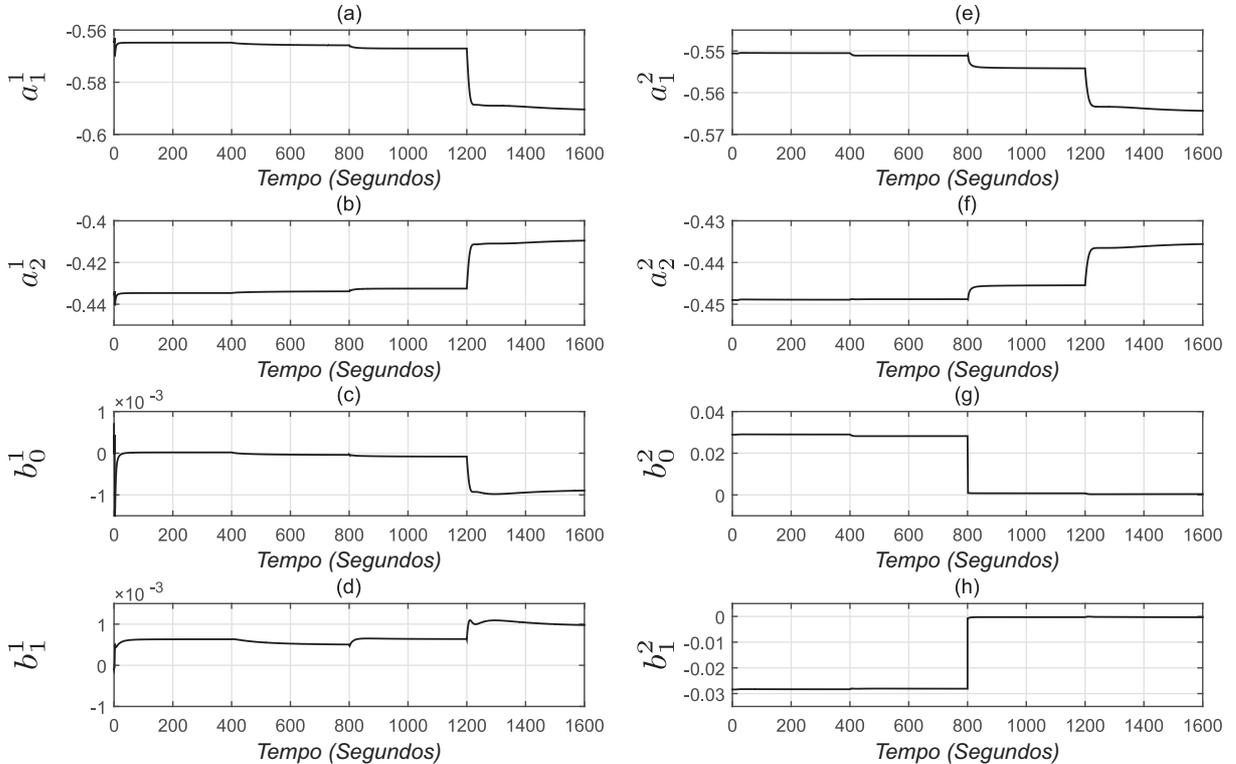
4.3 IMPLEMENTAÇÃO DO CONTROLADOR ADAPTATIVO FUZZY

Os resultados para o controle PID fuzzy adaptativo via estabilidade robusta da planta térmica usada neste trabalho são discutidos nesta subseção. Primeiramente, os resultados da identificação recursiva em malha fechada são discutidos, em seguida os resultados do controlador digital PID fuzzy TS sintonizado online via MOPSO são discutidos, e finalmente, o desempenho da metodologia de controle fuzzy adaptativo para rastreamento da referência e satisfação dos critérios de margens de ganho e fase no contexto adaptativo são analisados.

O modelo fuzzy TS, definido nas equações (4.1) e (4.2), é identificado recursivamente em malha fechada usando dados de entrada e saída, obtidos a partir da planta térmica. O parâmetros do antecedente dos modelos fuzzy, A^1 e A^2 , obtidos na Seção 4.2.1, são mantidos fixos, enquanto os parâmetros do consequente de cada submodelo fuzzy são estimados recursivamente via método fuzzy RLS, como descrito na Seção 3.2.3, em malha fechada a partir dos dados de entrada e saída da planta térmica. Os seguintes parâmetros são definidos para o algoritmo fuzzy RLS: $\lambda^1 = \lambda^2 = 0.997$ (fator de esquecimento), $P^1(0) = P^2(0) = 10^{-3}I_4$ (matriz de covariância), $(\hat{\theta}^1)^T = [-0.5643 \quad -0.4352 \quad 0.0007 \quad -0.0001]$ (parâmetros do submodelo 1), $(\hat{\theta}^2)^T = [-0.5506 \quad -0.4490 \quad 0.0289 \quad -0.0284]$ (parâmetros do submodelo 2). Os resultados para estimação recursiva dos parâmetros do modelo fuzzy TS da planta térmica, são

mostrados na Figura 29.

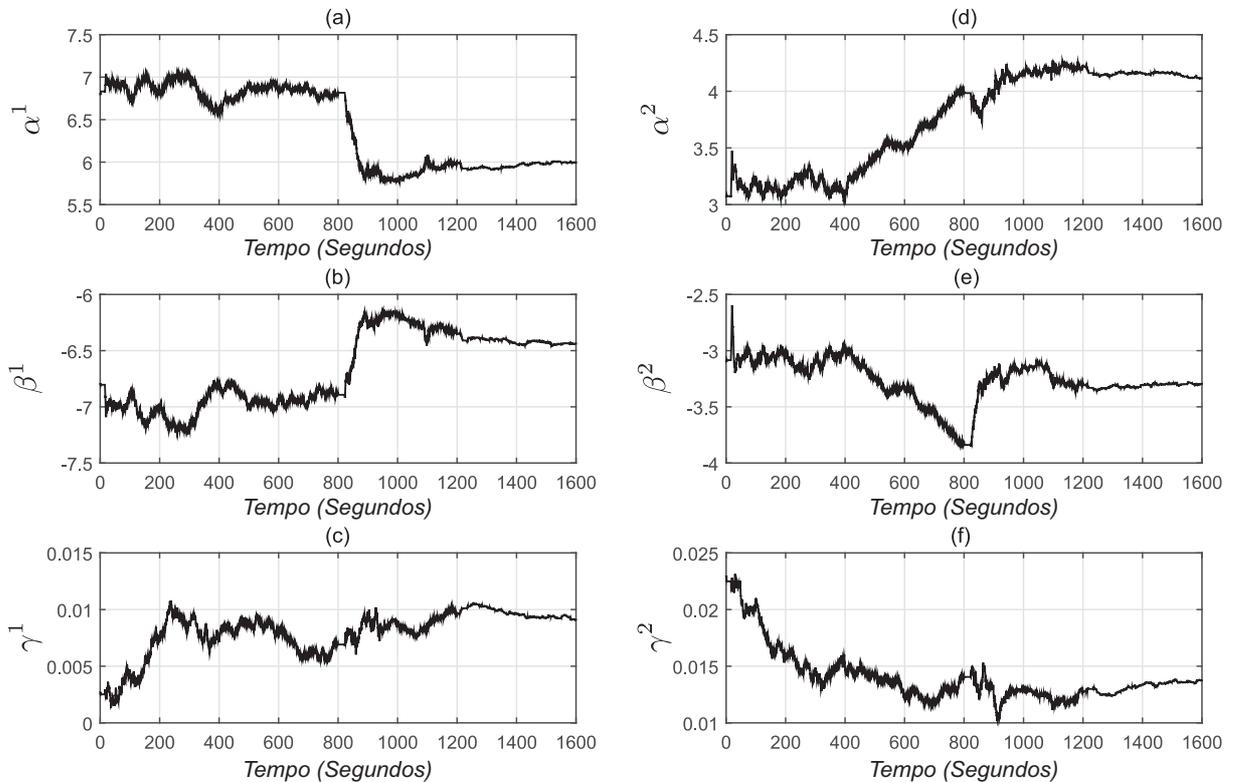
Figura 29 – Estimação paramétrica recursiva: (a)-(d) parâmetros do consequente do primeiro submodelo, (e)-(h) parâmetros do consequente do segundo submodelo.



Os parâmetros do controlador PID fuzzy TS sintonizado via MOPSO, baseado nos parâmetros do modelo fuzzy estimados via RLS fuzzy e a partir de especificações de margem de ganho e fase, são mostrados na Figura 30. Na implementação do mecanismo de adaptação MOPSO, os seguintes parâmetros foram inicialmente adotados: $MG_{max}/MG_{min} = 8/2$ (limite superior/inferior da especificação da margem de ganho), $MF_{max}/MF_{min} = 100/40$ (limite superior/inferior da especificação da margem de fase), $MG_O(0)/MF_O(0) = 5.81/72.73$ (especificação de margem de ganho/fase inicial), $\Delta_{\alpha^1} = \Delta_{\alpha^2} = \Delta_{\beta^1} = \Delta_{\beta^2} = 1.0$, $\Delta_{\gamma^1} = \Delta_{\gamma^2} = 0.01$ (constantes de dispersão do mecanismo de adaptação), $\alpha^1(0) = 6.7964$, $\beta^1(0) = -6.7960$, $\gamma^1(0) = 0.0027$, e $\alpha^2(0) = 3.0681$, $\beta^2(0) = -3.0891$, $\gamma^2(0) = 0.0229$ (parâmetros iniciais do controlador PID fuzzy TS), $N_p = 10$ (número de partículas do mecanismo de adaptação MOPSO) e $N = 10$ (número de iterações do mecanismo de adaptação MOPSO). Pode ser observado que de acordo com as variações nos parâmetros da planta, conforme mostrado na Figura 29, os parâmetros correspondentes do controlador, conforme mostrado na Figura 30, foram satisfatoriamente estimados a fim de garantir estabilidade robusta a partir das margens de ganho e de fase instantaneamente obtidas.

Os graus de ativação normalizados instantâneos de cada submodelo/subcontrolador fuzzy (o modelo e o controlador fuzzy possuem o mesmo antecedente) são mostrados na Figura 31. No intervalo de tempo de 0 a 800, o segundo submodelo/subcontrolador fuzzy possuem um

Figura 30 – Estimação recursiva dos parâmetros do controlador PID fuzzy: (a)-(c) parâmetros do consequente da primeiro submodelo, (d)-(f) parâmetros do consequente do segundo submodelo.



grau de ativação maior do que o primeiro, enquanto que no intervalo de tempo de 800 a 1600 segundos, o primeiro submodelo/subcontrolador fuzzy possuem um grau de ativação maior do que o segundo. Quanto maior o grau de ativação de um submodelo/subcontrolador, maior a influência deste submodelo/subcontrolador no modelo/controlador fuzzy total. Ou seja, maior a variação dos parâmetros deste submodelo/subcontrolador, como pode ser visto nas Figuras 29 e 30.

Na Figura 32, as margens de ganho e fase instantâneas obtidas para o sistema de controle da planta térmica são apresentados. A margem de ganho obtida instantaneamente é definida entorno do limite inferior, $MG_{min} = 2$, e limite superior, $MG_{max} = 8$, da mesma forma, a margem de fase é definida entorno de um limite inferior, $MF_{min} = 40$, e superior, $MF_{max} = 100$, como requerido anteriormente nos critérios de desempenho. No intervalo 0 a 800 segundo, a margem de ganho nominal especificada foi $MG_E = 5$, no instante 800 e 1600 segundos a margem de ganho nominal especificada foi mudada para $MG_E = 8$. Da mesma forma, no intervalo 0 e 800 segundos a margem de fase nominal especificada foi de $MF_E = 70$, no intervalo de 800 a 1600 segundos, a margem de fase nominal foi mudada para $MF_E = 80$. Pode ser observado que a média recursiva da margem de ganho e de fase instantâneas obtidas, na Figura 32, é tão próxima quanto possível das margens de ganho e fase nominal especificadas.

Figura 31 – Grau de ativação normalizado instantâneo da primeiro (a) e segundo (b) submodelo/subcontrolador fuzzy.

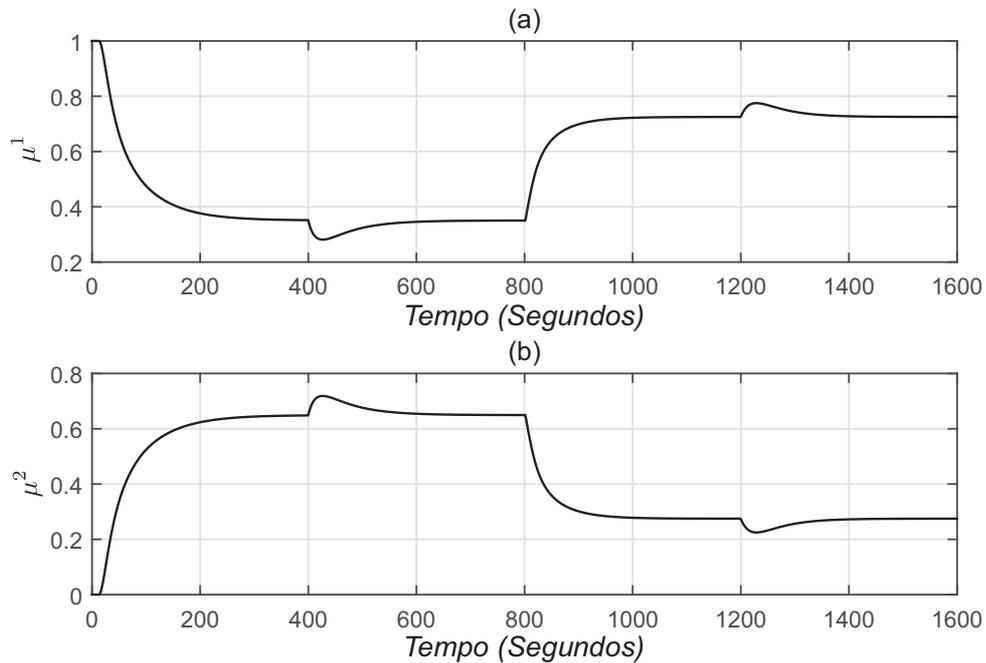
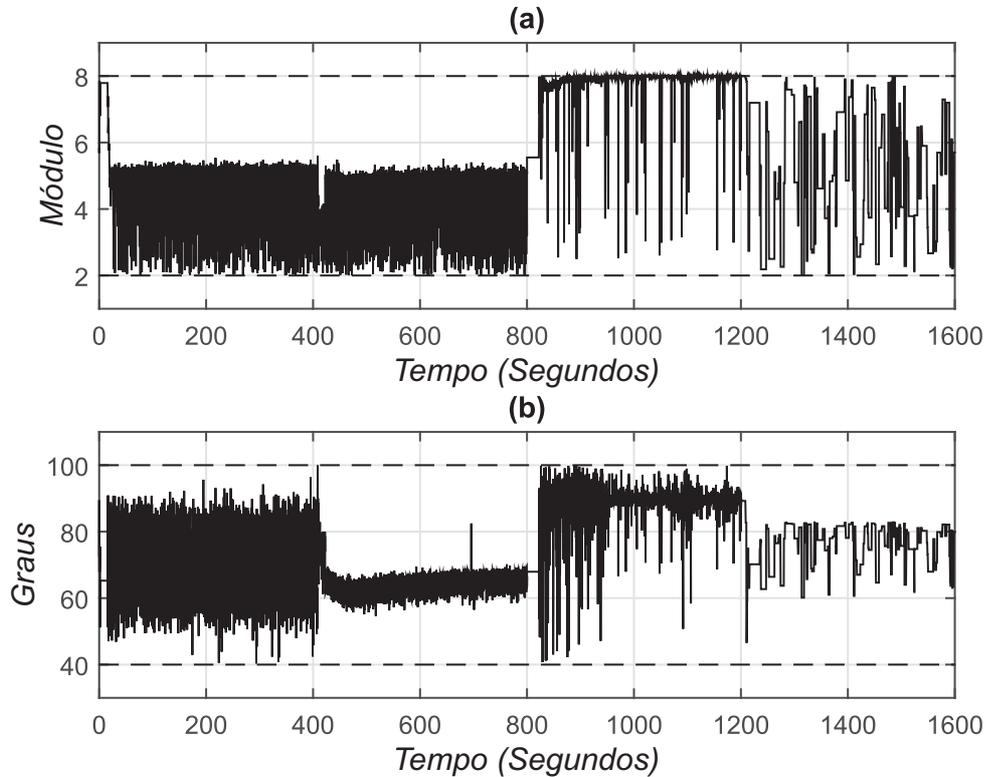


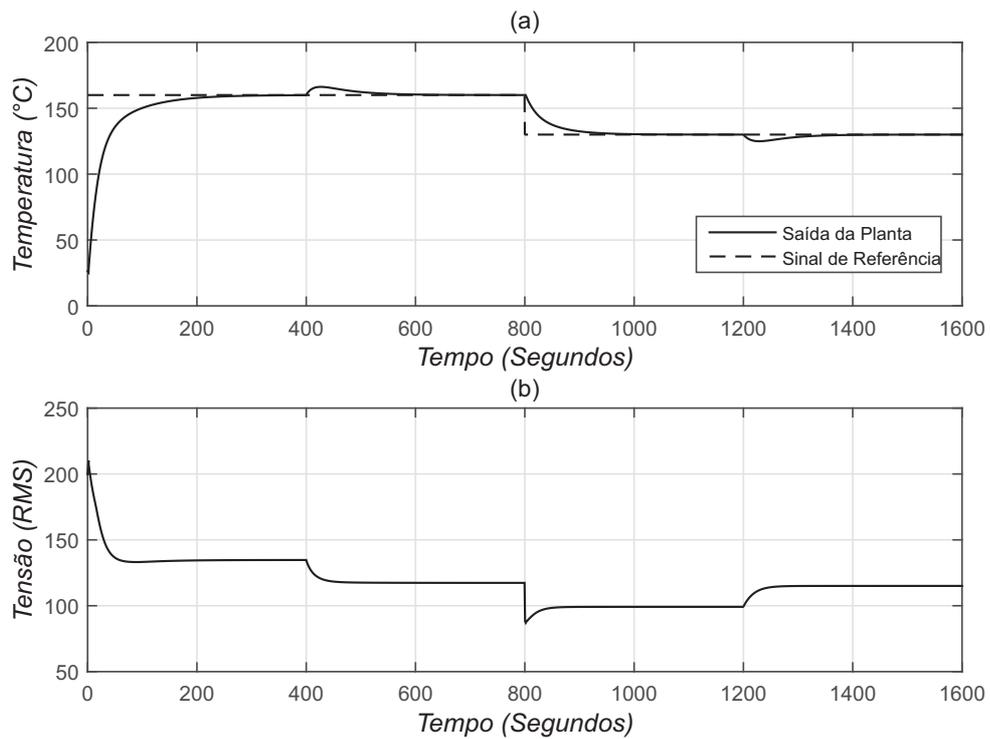
Figura 32 – Margens de ganho (a) e fase (b) instantaneamente obtidas para o sistema de controle da planta térmica.



Resposta temporal da planta térmica e ação de controle são mostradas na Figura 33. O *set point* inicial para temperatura foi $160^{\circ}C$, e uma mudança para $80^{\circ}C$ foi aplicada no instante 800 segundos. Uma variação no ganho para a planta térmica de 1.2 e 0.8333 foi considerada

no instante 400 segundos e 1200 segundos, respectivamente. Pode ser observado a eficiência da metodologia proposta para através do auto-ajuste dos parâmetros do controlador e garantia das especificações de margem de ganho e fase para garantir o rastreamento do sinal de referência e a estabilidade robusta do sistema.

Figura 33 – Resposta temporal do sistema de controle PID fuzzy adaptativo (a) e Ação de controle do controlador PID fuzzy adaptativo(b).



5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 CONCLUSÕES

Nesta dissertação, uma metodologia para projeto de controle PID digital fuzzy adaptativo baseado em critério de estabilidade robusta via MOPSO, foi proposta. A estabilidade robusta (especificações de margem de ganho e fase) foi satisfeita via mecanismo de adaptação por enxame de partículas para sintonia dos parâmetros do controlador PID fuzzy, garantindo bom rastreamento da trajetória de referência para controle adaptativo fuzzy de uma planta térmica com atraso puro de tempo variante e perturbações. O uso de algoritmo MOPSO como mecanismo de ajuste na malha de controle adaptativo fuzzy mostrou-se eficiente no sentido de que não foi necessário estabelecer equações matemáticas diretas que relacione os parâmetros do controlador PID fuzzy, os parâmetros do modelo fuzzy TS e as especificações de margem de ganho e fase. Da mesma forma, muitas outras aplicações onde não existem fórmulas matemáticas analíticas bem definidas para o problema podem ser solucionadas utilizando a metodologia proposta.

5.2 TRABALHOS FUTUROS

A partir dos resultados obtidos neste trabalho, assim como os recentes desafios no campo de controle adaptativo fuzzy, para continuar esta pesquisa, podem ser consideradas as seguintes propostas de trabalho futuro:

- Representar o mecanismo de adaptação do controlador fuzzy baseado em MOPSO dentro do contexto de aproximação estocástica, e fazer análise de convergência e taxa de convergência do mecanismo de adaptação, com base nos parâmetros a serem ajustados.
- Desenvolver a formulação dentro de uma estratégia fuzzy evolutiva.
- Desenvolver a formulação para sistemas no espaço de estados.
- Desenvolver uma formulação para especificação linguística de margem de ganho e fase.
- Analisar a utilização de outras técnicas de otimização inteligente como otimização por colônia de formigas, recozimento simulado, algoritmo genético, dentre outros.

REFERÊNCIAS

- ABIDI, K.; XU, J.-X. *Discrete-Time Fuzzy PID Control*. [S.l.]: Springer Singapore, 2015. Citado na página 20.
- AGUIRRE, L. et al. Imposing steady-state performance on identified nonlinear polynomial models by means of constrained parameter estimation. *Control Theory and Applications, IEE Proceedings -*, v. 151, n. 2, p. 174–179, March 2004. ISSN 1350-2379. Citado na página 80.
- AMRANE, A. et al. A fuzzy model reference adaptive system control for induction motor drives. In: *Systems and Control (ICSC), 2013 3rd International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 177–182. Citado na página 22.
- ANGELINE, P. J. Using selection to improve particle swarm optimization. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation*. [S.l.: s.n.], 1998. v. 89. Citado na página 54.
- ÅSTRÖM, K.; WITTENMARK, B. *Adaptive Control: Second Edition*. [S.l.]: Dover Publications, 2008. (Dover Books on Electrical Engineering). ISBN 9780486319148. Citado 4 vezes nas páginas 26, 27, 28 e 29.
- ÅSTRÖM, K. J.; EYKHOFF, P. System identification-a survey. *Automatica*, Elsevier, v. 7, n. 2, p. 123–162, 1971. Citado na página 26.
- AZAR, A.; SERRANO, F. Robust imc-pid tuning for cascade control systems with gain and phase margin specifications. *Neural Computing and Applications*, Springer London, v. 25, n. 5, p. 983–995, 2014. ISSN 0941-0643. Citado na página 55.
- BABUSKA, R. *Fuzzy Modeling for Control*. [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, 1998. (International Series in Intelligent Technologies). Citado 4 vezes nas páginas 19, 32, 34 e 35.
- BÄCK, T. *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice: Evolution Strategies, Evolutionary Programming, Genetic Algorithms*. Oxford, UK: Oxford University Press, 1996. ISBN 0-19-509971-0. Citado na página 19.
- BARROS, L. C. de; BASSANEZI, R. C. *Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática*. [S.l.]: Unicamp-Imecc, 2006. (Colecao IMECC. Textos Didáticos). Citado 2 vezes nas páginas 34 e 35.
- BARROS, L. de; BASSANEZI, R. *Tópicos de lógica fuzzy e biomatemática*. [S.l.]: Grupo de Biomatemática, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (IMECC), Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 2006. (Colecao IMECC. Textos Didáticos). ISBN 9788587185051. Citado na página 105.
- BASKAR, S.; SUGANTHAN, P. N. A novel concurrent particle swarm optimization. In: *IEEE. Evolutionary Computation, 2004. CEC2004. Congress on*. [S.l.], 2004. v. 1, p. 792–796. Citado na página 54.
- BASTOS-FILHO, C. et al. Multi-ring dispersed particle swarm optimization. In: *Hybrid Intelligent Systems, 2008. HIS '08. Eighth International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 25–30. Citado na página 52.

- BELLMAN, R. *The theory of dynamic programming*. [S.l.], 1954. Citado na página 26.
- BELLMAN, R. E.; ZADEH, L. A. Decision-making in a fuzzy environment. *Management science*, INFORMS, v. 17, n. 4, p. B–141, 1970. Citado 3 vezes nas páginas 19, 29 e 105.
- BĚLOHLÁVEK, R.; KLIR, G. J. *Concepts and fuzzy logic*. [S.l.]: MIT Press, 2011. Citado na página 105.
- BERGH, F. V. D. *An analysis of particle swarm optimizers*. Tese (Doutorado) — University of Pretoria, Pretoria, South Africa, South Africa, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 53 e 73.
- BERGH, F. Van den; ENGELBRECHT, A. P. A cooperative approach to particle swarm optimization. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 8, n. 3, p. 225–239, 2004. Citado na página 54.
- BERGSTEN, P. *Observer and Controllers for Takagi-Sugeno Fuzzy Systems*. 117 p. Tese (Doctoral Dissertation) — Örebro University, Örebro, 2001. Citado na página 38.
- BEVRANI, H. et al. Intelligent frequency control in an ac microgrid: Online pso-based fuzzy tuning approach. *Smart Grid, IEEE Transactions on*, v. 3, n. 4, p. 1935–1944, 2012. Citado na página 22.
- BEZDEK, J. C.; EHRLICH, R.; FULL, W. Fcm: The fuzzy c-means clustering algorithm. *Computers & Geosciences*, Pergamon, v. 10, n. 2, p. 191–203, 1984. Citado na página 61.
- BONISSONE, P. P. et al. Industrial applications of fuzzy logic at general electric. *Proceedings of the IEEE*, IEEE, v. 83, n. 3, p. 450–465, 1995. Citado na página 19.
- BOUALLÈGUE, S. et al. Pid-type fuzzy logic controller tuning based on particle swarm optimization. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, v. 25, n. 3, p. 484 – 493, 2012. ISSN 0952-1976. Citado na página 22.
- BRITS, R. *Niching strategies for particle swarm optimization*. Tese (Doutorado) — University of Pretoria, 2002. Citado na página 48.
- BRITS, R.; ENGELBRECHT, A. P.; BERGH, F. Van den. A niching particle swarm optimizer. In: SINGAPORE: ORCHID COUNTRY CLUB. *Proceedings of the 4th Asia-Pacific conference on simulated evolution and learning*. [S.l.], 2002. v. 2, p. 692–696. Citado na página 48.
- CARVAJAL, J.; CHEN, G.; OGMEN, H. Fuzzy pid controller: Design, performance evaluation, and stability analysis. *Information Sciences*, v. 123, n. 3–4, p. 249 – 270, 2000. ISSN 0020-0255. Citado na página 20.
- CERMAN, O. Fuzzy model reference control with adaptation mechanism. *Expert Systems with Applications*, v. 40, n. 13, p. 5181 – 5187, 2013. ISSN 0957-4174. Citado na página 22.
- CETNAROWICZ, K. *A Perspective on Agent Systems: Paradigm, Formalism, Examples*. [S.l.]: Springer, 2014. Citado na página 19.
- CHANG, W.-J.; CHANG, W. Fuzzy controller design for discrete time-delay affine takagi-sugeno fuzzy systems. In: *Fuzzy Systems, 2004. Proceedings. 2004 IEEE International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2004. v. 3, p. 1467–1472 vol.3. ISSN 1098-7584. Citado na página 58.

CHANG, X.-H.; ZHANG, L.; PARK, J. H. Robust static output feedback control for uncertain fuzzy systems. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 273, p. 87 – 104, 2015. ISSN 0165-0114. Citado na página 21.

CHIN, T.; QI, X. Genetic algorithms for learning the rule base of fuzzy logic controller. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 97, n. 1, p. 1 – 7, 1998. ISSN 0165-0114. Citado na página 22.

CHIOU, J.-S.; TSAI, S.-H.; LIU, M.-T. A pso-based adaptive fuzzy pid-controllers. *Simulation Modelling Practice and Theory*, v. 26, p. 49 – 59, 2012. ISSN 1569-190X. Citado na página 22.

CHONG, E. K.; ZAK, S. H. *An introduction to optimization*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013. v. 76. Citado na página 39.

CLERC, M. *Think locally, act locally: The way of life of cheap-pso, an adaptive pso*. [S.l.], 2001. Citado na página 53.

CLERC, M.; KENNEDY, J. The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 6, n. 1, p. 58–73, 2002. Citado na página 53.

COELLO, C. A. C.; LECHUGA, M. S. Mopso: A proposal for multiple objective particle swarm optimization. In: IEEE. *Evolutionary Computation, 2002. CEC'02. Proceedings of the 2002 Congress on*. [S.l.], 2002. v. 2, p. 1051–1056. Citado na página 54.

COELLO, C. A. C.; PULIDO, G. T.; LECHUGA, M. S. Handling multiple objectives with particle swarm optimization. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 8, n. 3, p. 256–279, 2004. Citado na página 54.

CORRÊA, M. V. et al. Using steady-state prior knowledge to constrain parameter estimates in nonlinear system identification. *Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 49, n. 9, p. 1376–1381, 2002. Citado na página 80.

COSTA, E.; SERRA, G. Fuzzy gain scheduling design based on multiobjective particle swarm optimization. In: *Computational Intelligence (LACCI-IEEE), 2nd Latin American Congress on*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–8. Citado na página 22.

COSTA, E.; SERRA, G. Optimal recursive fuzzy model identification approach based on particle swarm optimization. In: *Industrial Electronics (ISIE), 2015 IEEE 24th International Symposium on*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 100–105. Citado na página 58.

COSTA, E.; SERRA, G. Real time fuzzy modeling approach with initial condition based on particle swarm optimization. In: *Industrial Technology (ICIT-IEEE), IEEE International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–8. Citado na página 22.

COSTA, E.; SERRA, G. Robust takagi-sugeno fuzzy control for systems with static nonlinearity and time-varying delay. In: *Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE), 2015 IEEE International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–8. Citado na página 58.

COSTA, E.; SERRA, G. Self-tuning robust stability fuzzy digital controller. In: *Computational Intelligence (SSCI-IEEE), 2015 IEEE Symposium Series on*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–8. Citado na página 22.

- COSTA, E.; SERRA, G. Multiobjective particle swarm optimization fuzzy gain scheduling control. In: *Evolutionary Multi-Objective System Design: Theory and Applications*. Chapman & Hall/CRC Computer and Information Science Series. [S.l.: s.n.], 2016. Citado na página 22.
- COSTA, E.; SERRA, G. Robust stability self-tuning fuzzy pid digital controller. In: *Evolutionary Multi-Objective System Design: Theory and Applications. Handbook of Research on Applied Computational Intelligence in Engineering*. 1ed.: IGI Global. [S.l.: s.n.], 2016. Citado na página 22.
- CUI, X. et al. A swarm-based fuzzy logic control mobile sensor network for hazardous contaminants localization. In: *Mobile Ad-hoc and Sensor Systems, 2004 IEEE International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2004. p. 194–203. Citado na página 22.
- DAS, I.; DENNIS, J. E. A closer look at drawbacks of minimizing weighted sums of objectives for pareto set generation in multicriteria optimization problems. *Structural optimization*, Springer, v. 14, n. 1, p. 63–69, 1997. Citado na página 45.
- DASGUPTA, D. *Artificial Immune Systems and Their Applications*. 1st. ed. Secaucus, NJ, USA: Springer-Verlag New York, Inc., 1998. ISBN 3540643907. Citado na página 19.
- DASGUPTA, D.; YU, S.; NINO, F. Recent advances in artificial immune systems: Models and applications. *Applied Soft Computing*, v. 11, n. 2, p. 1574 – 1587, 2011. ISSN 1568-4946. The Impact of Soft Computing for the Progress of Artificial Intelligence. Citado na página 19.
- DEB, K. *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2001. v. 16. Citado na página 39.
- D'INVERNO, M.; LUCK, M.; LUCK, M. M. *Understanding agent systems*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2004. Citado na página 19.
- DJOEWAHIR, A.; TANAKA, K.; NAKASHIMA, S. Adaptive pso-based self-tuning pid controller for ultrasonic motor. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, v. 9, n. 10, p. 3903–3914, 2013. Citado na página 22.
- DO, H. T.; PARK, H. G.; AHN, K. K. Application of an adaptive fuzzy sliding mode controller in velocity control of a secondary controlled hydrostatic transmission system. *Mechatronics*, v. 24, n. 8, p. 1157 – 1165, 2014. ISSN 0957-4158. Citado na página 22.
- DOMMASCH, D.; BARRON, R. *The Theory and Application of Optimum Limited Information Adaptive Flight Control Techniques*. [S.l.], 1959. Citado na página 26.
- DONG, J.; YANG, G.-H. Reliable state feedback control of t–s fuzzy systems with sensor faults. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 23, n. 2, p. 421–433, 2015. Citado na página 20.
- DRAPER, C.; LI, Y. *Principles of optimizing control systems and an application to the internal combustion engine*. Cambridge, MA, USA: ASME Publication, 1951. Citado na página 26.
- DUBOIS, D.; PRADE, H. *Fundamentals of fuzzy sets*. [S.l.]: Springer Science, 2012. v. 7. Citado na página 105.

- DUBOIS, D.; PRADE, H. The legacy of 50 years of fuzzy sets: A discussion. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 281, p. 21 – 31, 2015. ISSN 0165-0114. Special Issue Celebrating the 50th Anniversary of Fuzzy Sets. Citado na página 58.
- DUTTA, S. Fuzzy logic applications: Technological and strategic issues. *Engineering Management, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 40, n. 3, p. 237–254, 1993. Citado na página 19.
- EBERHART, R.; SHI, Y. A modified particle swarm optimizer. In: *Evolutionary Computation, 1998. IEEE International Conference on*. [S.l.: s.n.], 1998. p. 69–73. Citado na página 52.
- EBERHART, R.; SHI, Y. Particle swarm optimization: developments, applications and resources. In: *Evolutionary Computation, 2001. Proceedings of the 2001 Congress on*. [S.l.: s.n.], 2001. v. 1, p. 81–86 vol. 1. Citado na página 20.
- EBERHART, R. C.; SHI, Y. Evolving artificial neural networks. In: *Proceedings of the International Conference on Neural Networks and Brain*. [S.l.: s.n.], 1998. p. 84–89. Citado na página 52.
- EL-ABD, M.; KAMEL, M. A hierarchal cooperative particle swarm optimizer. In: MAY. *Proc. IEEE Swarm Intell. Symp.* [S.l.], 2006. p. 43–47. Citado na página 54.
- EL-DIB, A. et al. Load flow solution using hybrid particle swarm optimization. In: IEEE. *Electrical, Electronic and Computer Engineering, 2004. ICEEC'04. 2004 International Conference on*. [S.l.], 2004. p. 742–746. Citado na página 54.
- ENGELBRECHT, A. P. *Fundamentals of computational swarm intelligence*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2006. Citado na página 19.
- ENGELBRECHT, A. P. *Computational intelligence: an introduction*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2007. Citado na página 19.
- ENGELBRECHT, A. P. *Computational intelligence: an introduction*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 52.
- FENG, G. A survey on analysis and design of model-based fuzzy control systems. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, v. 14, n. 5, p. 676–697, Oct 2006. ISSN 1063-6706. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 20.
- FIELDSSEND, J. E.; EVERSON, R. M.; SINGH, S. Using unconstrained elite archives for multiobjective optimization. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 7, n. 3, p. 305–323, 2003. Citado na página 54.
- FRANKLIN, G. F.; POWELL, D. J.; EMAMI-NAEINI, A. *Feedback Control of Dynamic Systems*. 4th. ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall PTR, 2001. ISBN 0130323934. Citado na página 55.
- GAO, Q. et al. Robust h-infinity control of t-s fuzzy time-delay systems via a new sliding-mode control scheme. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, v. 22, n. 2, p. 459–465, April 2014. ISSN 1063-6706. Citado na página 21.
- GAO, Y.; WANG, H.; LIU, Y.-J. Adaptive fuzzy control with minimal learning parameters for electric induction motors. *Neurocomputing*, v. 156, p. 143 – 150, 2015. ISSN 0925-2312. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 22.

- GAZI, V.; PASSINO, K. M. *Swarm stability and optimization*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2011. Citado na página 20.
- GREGORY, P. e. *Proceedings of the Self Adaptive Flight Control Systems Symposium*. [S.l.]: WADC Report No. 59-49, 1959. Citado na página 26.
- HAJEBI, P.; ALMODARRESI, S. Online adaptive fuzzy logic controller using genetic algorithm and neural network for networked control systems. In: *Advanced Communication Technology (ICACT), 2013 15th International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 88–98. ISSN 1738-9445. Citado na página 22.
- HASHIM, H. A.; EL-FERIK, S.; ABIDO, M. A. A fuzzy logic feedback filter design tuned with pso for adaptive controller. *Expert Systems with Applications*, v. 42, n. 23, p. 9077 – 9085, 2015. ISSN 0957-4174. Citado na página 22.
- HAYKIN, S. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. 2nd. ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall PTR, 1998. ISBN 0132733501. Citado na página 19.
- HERRERA, F.; LOZANO, M.; VERDEGAY, J. Tuning fuzzy logic controllers by genetic algorithms. *International Journal of Approximate Reasoning*, v. 12, n. 3-4, p. 299 – 315, 1995. ISSN 0888-613X. Citado na página 22.
- HOROWITZ, I. *Synthesis of Feedback Systems*. [S.l.]: New York: Academic, 1963. Citado na página 55.
- HOSOVSKY, A. et al. Fuzzy adaptive control for pneumatic muscle actuator with simulated annealing tuning. In: *Applied Machine Intelligence and Informatics (SAMi), 2014 IEEE 12th International Symposium on*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 205–209. Citado na página 22.
- HSIAO, F.-H. et al. T-s fuzzy controllers for nonlinear interconnected systems with multiple time delays. *Circuits and Systems I: Regular Papers, IEEE Transactions on*, v. 52, n. 9, p. 1883–1893, Sept 2005. ISSN 1549-8328. Citado na página 58.
- HUSEK, P.; CERMAN, O. Fuzzy model reference control with adaptation of input fuzzy sets. *Knowledge-Based Systems*, v. 49, p. 116 – 122, 2013. ISSN 0950-7051. Citado na página 22.
- HWANG, C.-L.; CHIANG, C.-C.; YEH, Y.-W. Adaptive fuzzy hierarchical sliding-mode control for the trajectory tracking of uncertain underactuated nonlinear dynamic systems. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, v. 22, n. 2, p. 286–299, April 2014. ISSN 1063-6706. Citado na página 21.
- JACQUOT, R. G. *Modern Digital Control Systems/Book and Disk*. 2nd. ed. New York, NY, USA: Marcel Dekker, Inc., 1995. ISBN 0824789148. Citado na página 55.
- JASIM, I. F.; PLAPPER, P. W.; VOOS, H. Adaptive sliding mode fuzzy control for unknown robots with arbitrarily-switched constraints. *Mechatronics*, p. –, 2015. ISSN 0957-4158. Citado na página 22.
- JIN, Y.; OLHOFFER, M.; SENDHOFF, B. Dynamic weighted aggregation for evolutionary multi-objective optimization: Why does it work and how? 2001. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 45.

JUANG, C.-F.; LIOU, Y.-C. Tsk-type recurrent fuzzy network design by the hybrid of genetic algorithm and particle swarm optimization. In: *Systems, Man and Cybernetics, 2004 IEEE International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2004. v. 3, p. 2314–2318 vol.3. ISSN 1062-922X. Citado na página 22.

JURY, E. I. *Theory and Application of the Z-Transform Method*. [S.l.]: R. E. Krieger Publishing Company, 1973. Citado na página 71.

KANNAN, S. et al. Application of particle swarm optimization technique and its variants to generation expansion planning problem. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 70, n. 3, p. 203–210, 2004. Citado na página 54.

KELLER, J.; KRISNAPURAM, R.; PAL, N. R. *Fuzzy models and algorithms for pattern recognition and image processing*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 1999. v. 4. Citado na página 19.

KENNEDY, J. Small worlds and mega-minds: effects of neighborhood topology on particle swarm performance. In: *Evolutionary Computation, 1999. CEC 99. Proceedings of the 1999 Congress on*. [S.l.: s.n.], 1999. v. 3, p. 1938 Vol. 3. Citado na página 52.

KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle swarm optimization. In: *Neural Networks, 1995. Proceedings., IEEE International Conference on*. [S.l.: s.n.], 1995. v. 4, p. 1942–1948 vol.4. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 45.

KENNEDY, J.; EBERHART, R. C. *Swarm intelligence*. San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2001. Citado na página 19.

KENNEDY, J.; MENDES, R. Population structure and particle swarm performance. In: *Evolutionary Computation, 2002. CEC '02. Proceedings of the 2002 Congress on*. [S.l.: s.n.], 2002. v. 2, p. 1671–1676. Citado na página 52.

KENNEDY, J.; SPEARS, W. M. Matching algorithms to problems: an experimental test of the particle swarm and some genetic algorithms on the multimodal problem generator. In: CITSEER. *Proceedings of the IEEE international conference on evolutionary computation*. [S.l.], 1998. p. 78–83. Citado na página 52.

KHAJENEJAD, M. et al. Intelligent particle swarm optimization using q-learning. In: CITSEER. *Proc. IEEE Swarm Intell. Symp*. [S.l.], 2006. p. 7–12. Citado na página 54.

KHAN, M.; CHOUDHRY, M.; ZEESHAN, M. An efficient design of genetic algorithm based adaptive fuzzy logic controller for multivariable control of hvac systems. In: *Computer Science and Electronic Engineering Conference (CEEC), 2013 5th*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 1–6. Citado na página 22.

KHAN, M. W. et al. Adaptive fuzzy multivariable controller design based on genetic algorithm for an air handling unit. *Energy*, v. 81, p. 477 – 488, 2015. ISSN 0360-5442. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 22.

KHOOBAN, M.; ALFI, A.; ABADI, D. Control of a class of non-linear uncertain chaotic systems via an optimal type-2 fuzzy proportional integral derivative controller. *Science, Measurement Technology, IET*, v. 7, n. 1, p. 50–58, January 2013. ISSN 1751-8822. Citado na página 21.

- KLIR, G. J.; YUAN, B. *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications*. [S.l.]: Prentice Hall, 1995. Citado 3 vezes nas páginas 30, 36 e 105.
- KOHN-RICH, S.; FLASHNER, H. Robust fuzzy logic control of mechanical systems. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 133, n. 1, p. 77 – 108, 2003. ISSN 0165-0114. Citado na página 20.
- KOSKO, B. *Neural networks and fuzzy systems: a dynamical systems approach to machine intelligence. Diskette 2. Diskette*. [S.l.]: Prentice-Hall, 1992. Citado na página 19.
- KROHLING, R. et al. Gaussian swarm: a novel particle swarm optimization algorithm. In: IEEE. *Cybernetics and Intelligent Systems, 2004 IEEE Conference on*. [S.l.], 2004. v. 1, p. 372–376. Citado na página 54.
- KROHLING, R. et al. Gaussian particle swarm with jumps. In: IEEE. *Evolutionary Computation, 2005. The 2005 IEEE Congress on*. [S.l.], 2005. v. 2, p. 1226–1231. Citado na página 54.
- KRUSE, R. et al. *Computational intelligence: a methodological introduction*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2013. Citado na página 19.
- LAKHEKAR, G.; SAUNDARMAL, V. Novel adaptive fuzzy sliding mode controller for depth control of an underwater vehicles. In: *Fuzzy Systems (FUZZ), 2013 IEEE International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 1–7. ISSN 1098-7584. Citado na página 21.
- LENDEK, Z. et al. *Stability Analysis and Nonlinear Observer Design Using Takagi-Sugeno Fuzzy Models*. [S.l.]: Springer, 2010. (Studies in Fuzziness and Soft Computing). Citado na página 35.
- LI, X. A non-dominated sorting particle swarm optimizer for multiobjective optimization. In: SPRINGER. *Genetic and Evolutionary Computation—GECCO 2003*. [S.l.], 2003. p. 37–48. Citado na página 54.
- LI, Y. et al. Adaptive fuzzy control of uncertain stochastic nonlinear systems with unknown dead zone using small-gain approach. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 235, p. 1 – 24, 2014. ISSN 0165-0114. Theme: Control and Applications. Citado na página 22.
- LI, Y. et al. Adaptive fuzzy robust output feedback control of nonlinear systems with unknown dead zones based on a small-gain approach. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, v. 22, n. 1, p. 164–176, Feb 2014. ISSN 1063-6706. Citado na página 22.
- LIAN, R.-J. Design of an enhanced adaptive self-organizing fuzzy sliding-mode controller for robotic systems. *Expert Systems with Applications*, v. 39, n. 1, p. 1545 – 1554, 2012. ISSN 0957-4174. Citado na página 22.
- LIAN, R.-J. Adaptive self-organizing fuzzy sliding-mode radial basis-function neural-network controller for robotic systems. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, v. 61, n. 3, p. 1493–1503, March 2014. ISSN 0278-0046. Citado na página 22.
- LIN, S.-C.; CHEN, Y.-Y. On ga-based optimal fuzzy control. In: *Evolutionary Computation, 1995., IEEE International Conference on*. [S.l.: s.n.], 1995. v. 2, p. 846–851 vol.2. Citado na página 22.

- LIU, B.-D.; CHEN, C.-Y.; TSAO, J.-Y. Design of adaptive fuzzy logic controller based on linguistic-hedge concepts and genetic algorithms. *Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on*, v. 31, n. 1, p. 32–53, Feb 2001. ISSN 1083-4419. Citado na página 22.
- LU, Q.; MAHFOUF, M. Multivariable self-organizing fuzzy logic control using dynamic performance index and linguistic compensators. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, v. 25, n. 8, p. 1537 – 1547, 2012. ISSN 0952-1976. Citado na página 22.
- MÄKISARA, K. et al. *Artificial neural networks*. [S.l.]: Elsevier, 2014. v. 2. Citado na página 19.
- MAMDANI, E. H. Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant. In: IET. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*. [S.l.], 1974. v. 121, n. 12, p. 1585–1588. Citado na página 32.
- MAMDANI, E. H. Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic synthesis. *IEEE Transactions on Computers*, C-26, n. 12, p. 1182–1191, Dec 1977. ISSN 0018-9340. Citado na página 32.
- MAMDANI, E. H.; ASSILIAN, S. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. *International journal of man-machine studies*, Elsevier, v. 7, n. 1, p. 1–13, 1975. Citado na página 32.
- MARTINEZ-ALFARO, H.; GÓMEZ-GARCIA, S. Mobile robot path planning and tracking using simulated annealing and fuzzy logic control. *Expert Systems with Applications*, v. 15, n. 3-4, p. 421 – 429, 1998. ISSN 0957-4174. Citado na página 22.
- MARX, M. Recent adaptive control work at the general electric company. In: *Proceedings of the Self Adaptive Flight Control Systems Symposium, Wright Air Development Center*. [S.l.: s.n.], 1959. p. 59–1. Citado na página 26.
- MCLEAN, J. D.; SCHMIDT, S. F. *On the design of a high-gain saturating control system for use as an adaptive autopilot*. [S.l.]: National Aeronautics and Space Administration, 1960. v. 305. Citado na página 26.
- MENDEL, J. M. Fuzzy logic systems for engineering: a tutorial. *Proceedings of the IEEE*, IEEE, v. 83, n. 3, p. 345–377, 1995. Citado na página 19.
- MENDES, R. et al. Particle swarms for feedforward neural network training. In: *Neural Networks, 2002. IJCNN '02. Proceedings of the 2002 International Joint Conference on*. [S.l.: s.n.], 2002. v. 2, p. 1895–1899. ISSN 1098-7576. Citado na página 52.
- MIRANDA, V.; FONSECA, N. Epso-best-of-two-worlds meta-heuristic applied to power system problems. In: IEEE. *wcci*. [S.l.], 2002. p. 1080–1085. Citado na página 54.
- MOHAGHEGI, S. et al. A comparison of pso and backpropagation for training rbf neural networks for identification of a power system with statcom. In: IEEE. *Swarm Intelligence Symposium, 2005. SIS 2005. Proceedings 2005 IEEE*. [S.l.], 2005. p. 381–384. Citado na página 54.
- MOORE, P.; VENAYAGAMOORTHY, G. Evolving combinational logic circuits using particle swarm, differential evolution and hybrid depso. *Int. J. Neural Syst*, v. 16, n. 2, p. 163–177, 2006. Citado na página 54.

- MOSTAGHIM, S.; TEICH, J. Strategies for finding good local guides in multi-objective particle swarm optimization (mopso). In: IEEE. *Swarm Intelligence Symposium, 2003. SIS'03. Proceedings of the 2003 IEEE*. [S.l.], 2003. p. 26–33. Citado na página 54.
- NAKA, S. et al. Practical distribution state estimation using hybrid particle swarm optimization. In: *Power Engineering Society Winter Meeting, 2001. IEEE*. [S.l.: s.n.], 2001. v. 2, p. 815–820 vol.2. Citado na página 53.
- NAKA, S. et al. A hybrid particle swarm optimization for distribution state estimation. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 18, n. 1, p. 60–68, 2003. Citado na página 54.
- NAVALE, R. L.; NELSON, R. M. Use of evolutionary strategies to develop an adaptive fuzzy logic controller for a cooling coil. *Energy and Buildings*, v. 42, n. 11, p. 2213 – 2218, 2010. ISSN 0378-7788. Citado na página 22.
- NAVALE, R. L.; NELSON, R. M. Use of genetic algorithms to develop an adaptive fuzzy logic controller for a cooling coil. *Energy and Buildings*, v. 42, n. 5, p. 708 – 716, 2010. ISSN 0378-7788. Citado na página 22.
- NAVALE, R. L.; NELSON, R. M. Use of genetic algorithms and evolutionary strategies to develop an adaptive fuzzy logic controller for a cooling coil - comparison of the aflc with a standard pid controller. *Energy and Buildings*, v. 45, p. 169 – 180, 2012. ISSN 0378-7788. Citado na página 22.
- NGUYEN, H. T.; SUGENO, M. *Fuzzy Systems: Modeling and Control*. [S.l.]: Springer US, 1998. (The Handbooks of Fuzzy Sets). Citado na página 32.
- OSDER, S. Sperry adaptive flight control system. In: *Proc. Self-adaptive Flight Control Systems Symposium*. [S.l.: s.n.], 1959. Citado na página 26.
- PANT, M. et al. Particle swarm optimization using sobol mutation. In: *Emerging Trends in Engineering and Technology, 2008. ICETET '08. First International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 367–372. Citado na página 48.
- PARSOPOULOS, K. et al. Stretching technique for obtaining global minimizers through particle swarm optimization. In: INDIANAPOLIS, USA. *Proceedings of the Particle Swarm Optimization Workshop*. [S.l.], 2001. v. 29. Citado na página 54.
- PARSOPOULOS, K.; VRAHATIS, M. Initializing the particle swarm optimizer using the nonlinear simplex method. *Advances in intelligent systems, fuzzy systems, evolutionary computation*, Interlaken, Switzerland: WSEAS Press, v. 216, p. 1–6, 2002. Citado na página 48.
- PARSOPOULOS, K. E.; VRAHATIS, M. N. Particle swarm optimizer in noisy and continuously changing environments. In: *M.H. Hamza (Ed.), Artificial Intelligence and Soft Computing, IASTED/ACTA*. [S.l.]: IASTED/ACTA Press, 2001. p. 289–294. Citado na página 48.
- PARSOPOULOS, K. E.; VRAHATIS, M. N. Particle swarm optimization method in multiobjective problems. In: ACM. *Proceedings of the 2002 ACM symposium on Applied computing*. [S.l.], 2002. p. 603–607. Citado na página 54.

- PARSOPOULOS, K. E.; VRAHATIS, M. N. Recent approaches to global optimization problems through particle swarm optimization. *Natural computing*, Springer, v. 1, n. 2-3, p. 235–306, 2002. Citado 5 vezes nas páginas 41, 42, 43, 44 e 54.
- PATEL, R.; KUMAR, V. Artificial neuro fuzzy logic pid controller based on bf-pso algorithm. *Procedia Computer Science*, v. 54, p. 463 – 471, 2015. ISSN 1877-0509. Citado na página 22.
- PEDRYCZ, W. Fuzzy control and fuzzy systems. Research Studies Press Taunton, 1993. Citado na página 19.
- PEDRYCZ, W.; GOMIDE, F. *An introduction to fuzzy sets: analysis and design*. [S.l.]: Mit Press, 1998. Citado na página 105.
- PEER, E.; BERGH, F. van den; ENGELBRECHT, A. Using neighbourhoods with the guaranteed convergence pso. In: *Swarm Intelligence Symposium, 2003. SIS '03. Proceedings of the 2003 IEEE*. [S.l.: s.n.], 2003. p. 235–242. Citado na página 52.
- PENG, J.; CHEN, Y.; EBERHART, R. Battery pack state of charge estimator design using computational intelligence approaches. In: *Battery Conference on Applications and Advances, 2000. The Fifteenth Annual*. [S.l.: s.n.], 2000. p. 173–177. ISSN 1089-8182. Citado na página 53.
- PERAM, T.; VEERAMACHANENI, K.; MOHAN, C. Fitness-distance-ratio based particle swarm optimization. In: *Swarm Intelligence Symposium, 2003. SIS '03. Proceedings of the 2003 IEEE*. [S.l.: s.n.], 2003. p. 174–181. Citado na página 53.
- PIRES, D. S. *Proposta de Controle Nebuloso Baseado em Critério de Estabilidade Robusta no Domínio do Tempo Discreto via Algoritmo Genético Multiobjetivo*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Maranhão, São Luís, Maranhão, Brasil, 2013. Citado na página 21.
- POLI, R. (Ed.). *An Analysis of Publications on Particle Swarm Optimisation Applications*. [S.l.]: Technical Report CSM-469, 2007. Citado na página 20.
- PRINCE, L. *Design, Development, and Flight Research of an Experimental Adaptive Control Technique for Advanced Booster Systems*. [S.l.]: Flight Control Laboratory, Aeronautical Systems Division, Air Force Systems Command, United States Air Force, 1962. Citado na página 26.
- PROCYK, T.; MAMDANI, E. A linguistic self-organizing process controller. *Automatica*, v. 15, n. 1, p. 15 – 30, 1979. ISSN 0005-1098. Citado na página 22.
- RATNAWEERA, A.; HALGAMUGE, S. K.; WATSON, H. C. Particle swarm optimization with self-adaptive acceleration coefficients. In: *FSKD*. [S.l.: s.n.], 2002. p. 264–268. Citado na página 53.
- RAY, T.; LIEW, K. M. A swarm metaphor for multiobjective design optimization. *Engineering Optimization*, Taylor & Francis, v. 34, n. 2, p. 141–153, 2002. Citado na página 54.
- RENHOU, L.; YI, Z. Fuzzy logic controller based on genetic algorithms. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 83, n. 1, p. 1 – 10, 1996. ISSN 0165-0114. Citado na página 22.
- REYNOLDS, C. W. Flocks, herds, and schools: A distributed behavioral model. In: *Computer Graphics (Proceedings of the ACM SIGGRAPH Conference)*. [S.l.: s.n.], 1987. p. 25–34. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 46.

- ROBINSON, J.; RAHMAT-SAMII, Y. Particle swarm optimization in electromagnetics. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, v. 52, n. 2, p. 397–407, Feb 2004. ISSN 0018-926X. Citado na página 52.
- ROSS, T. *Fuzzy Logic with Engineering Applications*. [S.l.]: Wiley, 2005. ISBN 9780470860762. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 32.
- SABZI, H. Z. et al. Optimization of adaptive fuzzy logic controller using novel combined evolutionary algorithms, and its application in diez lagos flood controlling system, southern new mexico. *Expert Systems with Applications*, p. –, 2015. ISSN 0957-4174. Citado na página 22.
- SAHED, O.; KARA, K.; HADJILI, M. Pso-based fuzzy predictive control. In: *IECON 2012 - 38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 2416–2421. Citado na página 22.
- SALERNO, J. Using the particle swarm optimization technique to train a recurrent neural model. In: IEEE. *ictai*. [S.l.], 1997. p. 0045. Citado na página 52.
- SAOUDI, K.; HARMAS, M. Enhanced design of an indirect adaptive fuzzy sliding mode power system stabilizer for multi-machine power systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 54, p. 425 – 431, 2014. ISSN 0142-0615. Citado na página 22.
- SECRET, B. R.; LAMONT, G. B. Visualizing particle swarm optimization-gaussian particle swarm optimization. In: IEEE. *Swarm Intelligence Symposium, 2003. SIS'03. Proceedings of the 2003 IEEE*. [S.l.], 2003. p. 198–204. Citado na página 54.
- SEKER, H. et al. A fuzzy logic based-method for prognostic decision making in breast and prostate cancers. *Information Technology in Biomedicine, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 7, n. 2, p. 114–122, 2003. Citado na página 19.
- SERRA, G. L. O. *Propostas de Metodologias para Identificação e Controle Inteligentes*. 127 p. Tese (Tese de Doutorado) — Unicamp / FEEC / DMSCI, Campinas, SP, 2005. Citado na página 36.
- SERRA, G. L. O. (Ed.). *Frontiers in Advanced Control Systems*. [S.l.]: Intech, 2012. Citado na página 38.
- SERRA, G. L. O.; SILVA, J. A. Robust pid ts fuzzy control methodology based on gain and phase margins specifications. *J. Intell. Fuzzy Syst.*, IOS Press, Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, v. 26, n. 2, p. 869–888, mar. 2014. ISSN 1064-1246. Citado na página 55.
- SHARMA, K. D.; CHATTERJEE, A.; RAKSHIT, A. Lyapunov hybrid stable adaptive fuzzy tracking control approach for vision-based robot navigation. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, v. 61, n. 7, p. 1908–1914, 2012. Citado na página 21.
- SHARMA, K. D.; CHATTERJEE, A.; RAKSHIT, A. A pso-lyapunov hybrid stable adaptive fuzzy tracking control approach for vision-based robot navigation. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, v. 61, n. 7, p. 1908–1914, July 2012. ISSN 0018-9456. Citado na página 21.
- SHI, Y.; EBERHART, R. A modified particle swarm optimizer. In: IEEE. *Evolutionary Computation Proceedings, 1998. IEEE World Congress on Computational Intelligence., The 1998 IEEE International Conference on*. [S.l.], 1998. p. 69–73. Citado na página 53.

- SHI, Y.; EBERHART, R. Fuzzy adaptive particle swarm optimization. In: *Evolutionary Computation, 2001. Proceedings of the 2001 Congress on*. [S.l.: s.n.], 2001. v. 1, p. 101–106 vol. 1. Citado 2 vezes nas páginas 53 e 54.
- SHI, Y.; EBERHART, R. Particle swarm optimization with fuzzy adaptive inertia weight. In: PURDUE SCHOOL OF ENGINEERING AND TECHNOLOGY, IUPUI INDIANAPOLIS, IN. *Proceedings of the workshop on particle swarm optimization*. [S.l.], 2001. v. 1, p. 101–106. Citado na página 54.
- SILVA, J.; SERRA, G. Gain-scheduled takagi-sugeno fuzzy pi control methodology for lpv systems. In: *Computational Intelligence in Robotics and Automation (CIRA), 2009 IEEE International Symposium on*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 222–227. Citado na página 58.
- SILVA, J. A. d. *Proposta de Controle Nebuloso Baseado em Critério de Estabilidade Robusta: Uma Abordagem em Termos de Função de Transferência Aplicada a Sistemas Dinâmicos no Tempo Contínuo com Atraso*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Maranhão, São Luís, Maranhão, Brasil, 2012. Citado na página 21.
- SMITH, S. L.; CAGNONI, S. Genetic and evolutionary computation. Wiley Online Library, 2011. Citado na página 19.
- SONDHI, S.; HOTE, Y. V. Fractional-order pi controller with specific gain-phase margin for mabp control. *IETE Journal of Research*, v. 61, n. 2, p. 142–153, 2015. Citado na página 55.
- SUGANTHAN, P. N. Particle swarm optimiser with neighbourhood operator. In: IEEE. *Evolutionary Computation, 1999. CEC 99. Proceedings of the 1999 Congress on*. [S.l.], 1999. v. 3. Citado na página 53.
- SUGENO, M. *Industrial applications of fuzzy control*. [S.l.]: Elsevier Science Inc., 1985. Citado na página 19.
- SUGENO, M.; YASUKAWA, T. A fuzzy-logic-based approach to qualitative modeling. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, v. 1, n. 1, p. 7–31, 1993. Citado na página 19.
- TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, SMC-15, n. 1, p. 116–132, Jan 1985. ISSN 0018-9472. Citado 3 vezes nas páginas 32, 34 e 35.
- TALBI, H.; BATOUCHE, M. Hybrid particle swarm with differential evolution for multimodal image registration. In: IEEE. *Industrial Technology, 2004. IEEE ICIT'04. 2004 IEEE International Conference on*. [S.l.], 2004. v. 3, p. 1567–1572. Citado na página 54.
- TANAKA, K.; WANG, H. O. *Optimal Fuzzy Control*. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2002. Citado na página 20.
- TAYLOR, L.; ADKINS, E. J. Adaptive control and the x-15. In: *Princeton University Conference on Aircraft Flying Qualities, Princeton, NJ*. [S.l.: s.n.], 1965. Citado na página 26.
- TEODORESCU, H.-N. L.; KANDEL, A.; JAIN, L. C. *Fuzzy and neuro-fuzzy systems in medicine*. [S.l.]: CRC Press, 1998. v. 2. Citado na página 19.
- TONG, S. et al. A combined backstepping and stochastic small-gain approach to robust adaptive fuzzy output feedback control. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, v. 21, n. 2, p. 314–327, April 2013. ISSN 1063-6706. Citado na página 21.

- TRELEA, I. C. The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection. *Information processing letters*, Elsevier, v. 85, n. 6, p. 317–325, 2003. Citado na página 53.
- TSOU, D.; MACNISH, C. Adaptive particle swarm optimisation for high-dimensional highly convex search spaces. In: IEEE. *Evolutionary Computation, 2003. CEC'03. The 2003 Congress on*. [S.l.], 2003. v. 2, p. 783–789. Citado na página 52.
- VALLE, Y. D. et al. Particle swarm optimization: basic concepts, variants and applications in power systems. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 12, n. 2, p. 171–195, 2008. Citado na página 51.
- VENAYAGAMOORTHY, G.; DOCTOR, S. Navigation of mobile sensors using pso and embedded pso in a fuzzy logic controller. In: *Industry Applications Conference, 2004. 39th IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2004 IEEE*. [S.l.: s.n.], 2004. v. 2, p. 1200–1206 vol.2. ISSN 0197-2618. Citado na página 22.
- VENTER, G.; SOBIESZCZANSKI-SOBIESKI, J. Particle swarm optimization. *AIAA journal*, v. 41, n. 8, p. 1583–1589, 2003. Citado na página 53.
- VENTER, G.; SOBIESZCZANSKI-SOBIESKI, J. Multidisciplinary optimization of a transport aircraft wing using particle swarm optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Springer, v. 26, n. 1-2, p. 121–131, 2004. Citado na página 53.
- WAI, R.-J.; CHEN, M.-W.; LIU, Y.-K. Design of adaptive control and fuzzy neural network control for single-stage boost inverter. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, v. 62, n. 9, p. 5434–5445, Sept 2015. ISSN 0278-0046. Citado na página 21.
- WANG, F.; QIU, Y. Improving the particle swarm optimization algorithm using the simplex method at late stage. In: LI, D.; WANG, B. (Ed.). *Artificial Intelligence Applications and Innovations*. [S.l.]: Springer US, 2005, (IFIP — The International Federation for Information Processing, v. 187). p. 355–361. ISBN 978-0-387-28318-0. Citado na página 48.
- WANG, L. X. *A Course in Fuzzy Systems and Control*. [S.l.]: Prentice Hall PTR, 1997. Citado 5 vezes nas páginas 19, 30, 31, 32 e 105.
- WANG, Y.-J. Determination of all feasible robust {PID} controllers for open-loop unstable plus time delay processes with gain margin and phase margin specifications. *{ISA} Transactions*, v. 53, n. 2, p. 628 – 646, 2014. ISSN 0019-0578. Citado na página 55.
- WHITAKER, H. An adaptive system for control of the dynamics performances of aircraft and spacecraft. *Inst. Aeronautical Sciences*, p. 59–100, 1959. Citado na página 26.
- WHITAKER, H. et al. *Design of Model Reference Adaptive Control Systems for Aircraft*. [S.l.]: M.I.T. Instrumentation Laboratory, 1958. (Report Massachusetts Institute of Technology Instrumentation Laboratory R). Citado na página 26.
- WU, T.-S.; KARKOUB, M. fuzzy adaptive tracking control design for nonlinear systems with output delays. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 254, p. 1 – 25, 2014. ISSN 0165-0114. Theme: Control Theory and Applications. Citado na página 22.
- XIE, X.-P.; ZHANG, Z.-W.; HU, S.-L. Control synthesis of roesser type discrete-time 2-dt–s fuzzy systems via a multi-instant fuzzy state-feedback control scheme. *Neurocomputing*, Elsevier, v. 151, p. 1384–1391, 2015. Citado na página 20.

- XUE, Y.; XIONG, H. Adaptive fuzzy control of mimo non-linear system with dead zone compensation. In: *Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (FSKD), 2012 9th International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 28–33. Citado na página 21.
- YANG, Y.; HUA, C.; GUAN, X. Adaptive fuzzy finite-time coordination control for networked nonlinear bilateral teleoperation system. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, v. 22, n. 3, p. 631–641, June 2014. ISSN 1063-6706. Citado na página 21.
- YANG, Y.; REN, J. Adaptive fuzzy robust tracking controller design via small gain approach and its application. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, v. 11, n. 6, p. 783–795, Dec 2003. Citado na página 22.
- YANG, Y.; ZHOU, C. Adaptive fuzzy h_∞ stabilization for strict-feedback canonical nonlinear systems via backstepping and small-gain approach. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, v. 13, n. 1, p. 104–114, Feb 2005. ISSN 1063-6706. Citado na página 22.
- YING, H. General siso takagi-sugeno fuzzy systems with linear rule consequent are universal approximators. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, v. 6, n. 4, p. 582–587, Nov 1998. ISSN 1063-6706. Citado na página 58.
- YOSHIDA, H. et al. A particle swarm optimization for reactive power and voltage control in electric power systems considering voltage security assessment. In: *Systems, Man, and Cybernetics, 1999. IEEE SMC '99 Conference Proceedings. 1999 IEEE International Conference on*. [S.l.: s.n.], 1999. v. 6, p. 497–502 vol.6. ISSN 1062-922X. Citado na página 53.
- YUAN-JAY, W. et al. Graphical computation of gain and phase margin specifications-oriented robust pid controllers for uncertain systems with time-varying delay. In: *Control Conference (CCC), 2010 29th Chinese*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 2034–2040. Citado na página 55.
- YUE, M. et al. Indirect adaptive fuzzy control for a nonholonomic/underactuated wheeled inverted pendulum vehicle based on a data-driven trajectory planner. *Fuzzy Sets and Systems*, p. –, 2015. ISSN 0165-0114. Citado na página 21.
- ZADEH, L. Optimality and non-scalar-valued performance criteria. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 8, n. 1, p. 59–60, 1963. Citado na página 44.
- ZADEH, L. A. Fuzzy sets. *Information and Control*, v. 8, p. 338–353, 1965. Citado 3 vezes nas páginas 29, 31 e 105.
- ZADEH, L. A. Fuzzy algorithms. *Information and control*, World Scientific, v. 12, n. 2, p. 94–102, 1968. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 105.
- ZADEH, L. A. Similarity relations and fuzzy orderings. *Information sciences*, Elsevier, v. 3, n. 2, p. 177–200, 1971. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 105.
- ZADEH, L. A. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, SMC-3, n. 1, p. 28–44, Jan 1973. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 32.
- ZADEH, L. A. Soft computing and fuzzy logic. *IEEE Software*, v. 11, n. 6, p. 48–56, 1994. ISSN 0740-7459. Citado na página 105.

- ZENG, K.; ZHANG, N.-Y.; XU, W.-L. A comparative study on sufficient conditions for takagi-sugeno fuzzy systems as universal approximators. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, v. 8, n. 6, p. 773–780, Dec 2000. ISSN 1063-6706. Citado na página 58.
- ZENG, X.-J.; MADAN, G. S. Approximation theory of fuzzy systems-*siso* case. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, v. 2, n. 2, p. 162–176, May 1994. ISSN 1063-6706. Citado na página 58.
- ZENG, X.-J.; MADAN, G. S. Approximation theory of fuzzy systems-*mimo* case. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, v. 3, n. 2, p. 219–235, May 1995. ISSN 1063-6706. Citado na página 58.
- ZENG, X.-J.; MADAN, G. S. Approximation accuracy analysis of fuzzy systems as function approximators. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, v. 4, n. 1, p. 44–63, Feb 1996. ISSN 1063-6706. Citado na página 58.
- ZHANG, S.; ZHAO, X. Fuzzy robust control for an uncertain switched dual-channel closed-loop supply chain model. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, v. 23, n. 3, p. 485–500, June 2015. ISSN 1063-6706. Citado na página 20.
- ZHANG, W.; LIU, Y.; CLERC, M. An adaptive pso algorithm for reactive power optimization. IET, 2003. Citado na página 54.
- ZHEN, S. et al. A novel optimal robust control design of fuzzy mechanical systems. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, v. 23, n. 6, p. 2012–2023, Dec 2015. ISSN 1063-6706. Citado na página 20.
- ZHENG, Y. ling et al. On the convergence analysis and parameter selection in particle swarm optimization. In: *Machine Learning and Cybernetics, 2003 International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2003. v. 3, p. 1802–1807 Vol.3. Citado na página 53.
- ZHOU, G.; BIRDWELL, J. Fuzzy logic-based pid autotuner design using simulated annealing. In: *Computer-Aided Control System Design, 1994. Proceedings., IEEE/IFAC Joint Symposium on*. [S.l.: s.n.], 1994. p. 67–72. Citado na página 22.

APÊNDICE A – FUNDAMENTOS DE CONJUNTOS FUZZY

As principais referências na literatura para teoria de conjuntos fuzzy são os próprios artigos pioneiros, publicados por Zadeh: (ZADEH, 1965; ZADEH, 1968; BELLMAN; ZADEH, 1970; ZADEH, 1971; ZADEH, 1994). Alguns livros canônicos, tais como: Pedrycz e Gomide (1998), Wang (1997) e Klir e Yuan (1995). E livros mais modernos, tais como: Dubois e Prade (2012), Bělohlávek e Klir (2011) e Barros e Bassanezi (2006b). A seguir será abordada uma breve introdução de conjuntos fuzzy, fundamentada nestas referências.

A.1 CONJUNTOS FUZZY

Um conjunto fuzzy A em um universo de discurso U é definido pela função de pertinência a qual é um mapeamento do universo U no intervalo:

$$\mu_A(U) : \rightarrow [0, 1] \quad (\text{A.1})$$

sendo que, o universo de discurso é um conjunto no qual todos os objetos possuem as mesmas características, podendo este ser contínuo ou discreto. Assim, se o universo U for discreto e finito, ele é representado pela seguinte notação:

$$A = \sum_i \mu_A(x_i)/x_i \quad (\text{A.2})$$

Caso seja contínuo e infinito é expresso por:

$$A = \int \mu_A(x)/x \quad (\text{A.3})$$

$Q(x)$ expressa o conjunto de todos os conjuntos nebulosos em X .

A teoria dos conjuntos nebulosos permite a um determinado elemento uma pertinência parcial a um conjunto. Se o valor da função de pertinência, chamado grau de pertinência (ponderação), for igual a um, x pertence completamente ao conjunto nebuloso. Se for igual a zero, x não pertence ao conjunto. Se o grau de pertinência está entre 0 e 1, x é um membro parcial do conjunto nebuloso. Na literatura dos conjuntos nebulosos, o termo crisp é frequentemente utilizado para denotar quantidades não-nebulosas, por exemplo, um número crisp, um conjunto crisp, etc.

A.2 FUNÇÕES DE PERTINÊNCIA

A função de pertinência mostra o grau de pertinência de um elemento em relação a um determinado conjunto. Em um universo discreto $U = \{x_i | i = 1, 2, \dots, n\}$, um conjunto nebuloso A pode ser definido por uma lista de pares ordenados: grau de pertinência/elemento do conjunto:

$$A = \{\mu_A(x_1)/x_1, \mu_A(x_2)/x_2, \dots, \mu_A(x_n)/x_n\} \quad (\text{A.4})$$

ou na forma de dois vetores relacionados:

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T; \{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2), \dots, \mu_A(x_n)\} \quad (\text{A.5})$$

No domínio do tempo contínuo, os conjuntos nebulosos são definidos analiticamente por suas funções de pertinências.

A.3 DEFINIÇÕES BÁSICAS

A.3.1 Corte- α

O corte- α A_α de um conjunto nebuloso A é um sub-conjunto crisp do universo de discurso U cujos elementos têm grau de pertinência igual ou maior que α :

$$A_\alpha = \{x | \mu_A(x) \geq \alpha\}, \alpha \geq [0, 1] \quad (\text{A.6})$$

O operador corte- α é também expresso por $\text{corte-}\alpha(A, \alpha)$.

A.3.2 Corte- α Exato

Um corte- α é exato se $\mu_A(x) \neq 0$ para todo $x \in A_\alpha$.

A.3.3 Conjunto Nebuloso Convexo

Um conjunto nebuloso definido em \mathbb{R} é convexo se cada um de seus corte- α for um conjunto convexo.

A.3.4 Suporte

O suporte de um conjunto nebuloso A é o sub-conjunto crisp de U cujos elementos têm grau de pertinência não-nulos:

$$\text{supp}(A) = \{x | \mu_A(x) > 0\} \quad (\text{A.7})$$

A.3.5 Núcleo

O núcleo de um conjunto nebuloso A é o sub-conjunto crisp de U consistindo de todos elementos com grau de pertinência igual a um:

$$N_u(A) = \{x | \mu_A(x) = 1\} \quad (\text{A.8})$$

A.3.6 Cardinalidade

Cardinalidade de um conjunto nebuloso $A = \{\mu_A(x_i)/x_i | i = 1, 2, \dots, n\}$ é definida como a soma dos graus de pertinência:

$$|A| = \sum_{i=1}^n \mu_A(x_i) \quad (\text{A.9})$$

A.3.7 Altura

A altura de um conjunto nebuloso A é o maior grau de pertinência dos elementos em A .

$$Al(A) = \sup_{x \leq U} \mu_A(x) \quad (\text{A.10})$$

A.3.8 Conjunto Nebuloso Normal

Um conjunto nebuloso A é normal se $\exists x \leq U$ tal que $\mu_A(x) = 1$. O operador $norm(A)$ expressa a normalização de um conjunto nebuloso, i.e.,

$$norm(A) \Leftrightarrow \mu_{A'}(x) = \mu_A(x)/Alt(A) \quad (\text{A.11})$$

A.4 OPERAÇÕES EM CONJUNTOS FUZZY

Definições de operações em conjuntos expandidos a partir da teoria dos conjuntos clássicos para os conjuntos nebulosos. Em muitos casos, há várias maneiras de expandir estas operações. Esta seção apresenta as definições básicas de interseção nebulosa, união e complemento, e definições de algumas outras operações.

A.4.1 Interseção de Conjuntos Nebulosos

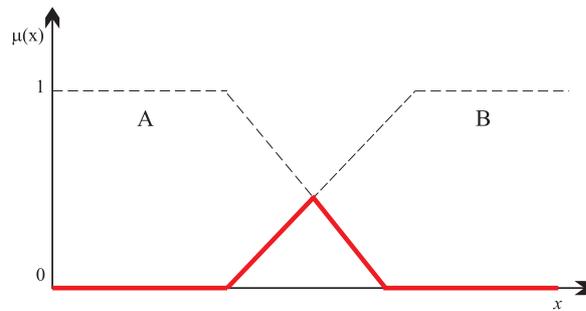
Dados A e B como sendo dois conjuntos nebulosos em U . A interseção de A e B , ilustrada na figura 34, é um conjunto nebuloso C , expresso por $C = A \cap B$ tal que $x \leq U$:

$$\mu_c(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (\text{A.12})$$

O operador *min* é também expresso por \wedge , i.e.,

$$\mu_c(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) \tag{A.13}$$

Figura 34 – Interseção entre os conjuntos nebulosos *A* e *B*



A.4.2 União de Conjuntos Nebulosos

Dados *A* e *B* como sendo dois conjuntos nebulosos em *U*. A união de *A* e *B* é um conjunto nebuloso *C*, expresso por $C = A \cup B$ tal que $x \in U$:

$$\mu_c(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \tag{A.14}$$

O operador *max* é também expresso por \cup , i.e.,

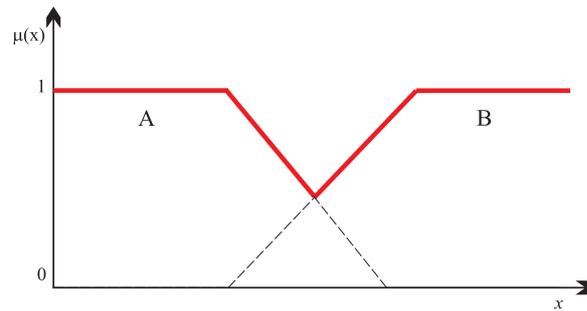
$$\mu_c(x) = \mu_A(x) \cup \mu_B(x) \tag{A.15}$$

A interseção nebulosa de dois conjuntos nebulosos, ilustrada na figura 35, pode ser especificada de uma maneira mais geral dada por uma operação binária no intervalo unitário, i.e., uma função da seguinte maneira:

$$\mathbf{i} = [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1] \tag{A.16}$$

Para que uma função *i* seja classificada como uma interseção nebulosa, ela deve possuir propriedades próprias. Funções conhecidas como norma-T possuem as propriedades necessárias para a interseção. Similarmente, funções chamadas conormas-T podem ser utilizadas para a união nebulosa.

Figura 35 – União entre os conjuntos nebulosos A e B

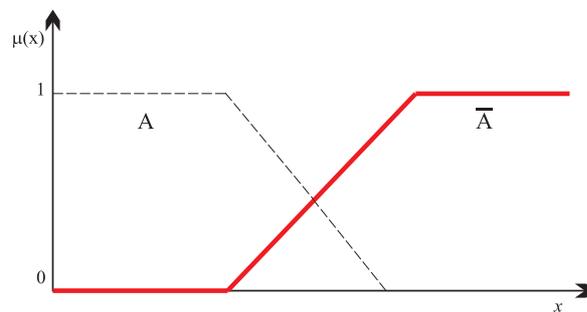


A.4.3 Complemento de Conjuntos Nebulosos

Dados A como sendo um conjunto nebuloso em U . O complemento de A é um conjunto nebuloso, ilustrado na figura 36, expresso por \bar{A} , tal que $x \in U$:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \tag{A.17}$$

Figura 36 – Complemento do conjunto nebuloso A



A.4.4 Norma-T/Interseção Nebulosa

Um operador norma-T i é uma operação binária no intervalo unitário que satisfaça no mínimo os seguintes axiomas para todo $a, b, c \in [0, 1]$:

$$i(a, 1) = a \text{ (condição de contorno)} \tag{A.18}$$

$$b \leq c \implies i(a, b) \leq i(a, c) \text{ (monotonicidade)} \tag{A.19}$$

$$i(a, b) = i(b, a) \text{ (comutatividade)} \tag{A.20}$$

$$i(a, i(b, c)) = i(i(a, b), c) \text{ (associatividade)} \tag{A.21}$$

Alguns norma-T frequentemente utilizados são:

$$\mathbf{i}(a, b) = \min(a, b) \text{ (intercessão padrão)} \quad (\text{A.22})$$

$$\mathbf{i}(a, b) = ab \text{ (produto algébrico)} \quad (\text{A.23})$$

$$\mathbf{i}(a, b) = \max(a, a + b, -1) \text{ (intersecao de Lukasiewicz)} \quad (\text{A.24})$$

A.4.5 Conorma-T/União Nebulosa

Um operador conorma-T u é uma operação binária no intervalo unitário que satisfaça no mínimo os seguintes axiomas para todo $a, b, c \in [0, 1]$:

$$\mathbf{u}(a, 1) = a \text{ (condição de contorno)} \quad (\text{A.25})$$

$$b \leq c \text{ implicau}(a, b) \leq \mathbf{u}(a, c) \text{ (monotonicidade)} \quad (\text{A.26})$$

$$\mathbf{u}(a, b) = \mathbf{u}(b, a) \text{ (comutatividade)} \quad (\text{A.27})$$

$$\mathbf{u}(a, \mathbf{i}(b, c)) = \mathbf{u}(\mathbf{i}(a, b), c) \text{ (associatividade)} \quad (\text{A.28})$$

Alguns conorma-T frequentemente utilizados são:

$$\mathbf{u}(a, b) = \max(a, b) \text{ (união padrão)} \quad (\text{A.29})$$

$$\mathbf{u}(a, b) = ab \text{ (produto algébrico)} \quad (\text{A.30})$$

$$\mathbf{u}(a, b) = \min(a, a + b, -1) \text{ (união de Lukasiewicz)} \quad (\text{A.31})$$

A.4.6 Relações Nebulosas

Uma relação nebulosa é um mapeamento

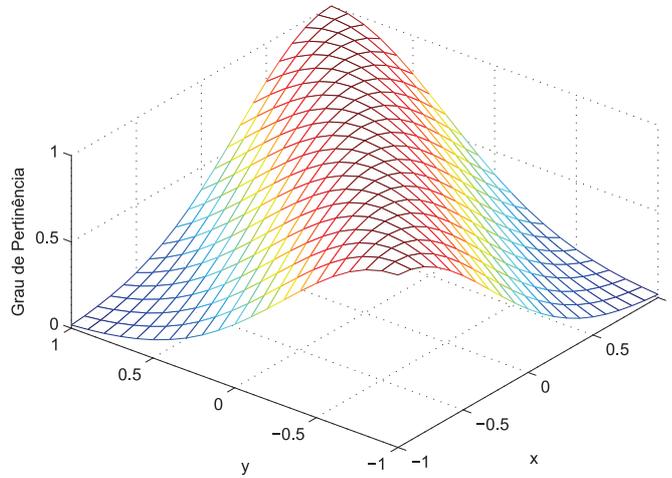
$$R : U_1 \times U_2 \times \cdots \times U_n \rightarrow [0, 1] \quad (\text{A.32})$$

a qual determina o grau de pertinência para todos os n -conjuntos de variáveis (x_1, x_2, \dots, x_n) do produto cartesiano $U_1 \times U_2 \times \cdots \times U_n$.

Uma relação nebulosa é, de fato, um conjunto nebuloso no produto cartesiano $U_1 \times U_2 \times \cdots \times U_n$. O grau de pertinência representa o grau de associação (correlação) entre os elementos de diferentes domínios U_i . Para implementações computacionais, R é convenientemente representado como uma matriz n -adimensional: $R = |r_{i1, i2, \dots, in}|$.

Exemplo: Considere uma relação nebulosa R descrevendo a relação (“ x é aproximadamente igual a y ”) definida pela seguinte função de pertinência $\mu_R(x, y) = e^{-(x-y)^2}$. A figura 37 exhibe esta relação.

Figura 37 – Relação nebulosa $\mu_R(x, y) = e^{-(x-y)^2}$



A.5 PROJEÇÕES E EXTENSÕES CILÍNDRICAS

A.5.1 Universo n -dimensional

Uma família $\Psi = (U^{(i)})_{i \in N_n}$ de domínios não-nulos $U^{(i)}, i = 1, 2, \dots, n, n \in N$, é chamado de dimensão do universo n . $\mathbf{N}_m = \{1, 2, \dots, m\}$ é o conjunto indicador relacionado a este universo. Para um sub-conjunto indexado não-nulo $\mathbf{I} = \mathbf{N}_m$ o produto espacial é definido por:

$$\mathbf{U}^{\mathbf{I}} = x_{i \in \mathbf{I}} U^{(i)} \quad (\text{A.33})$$

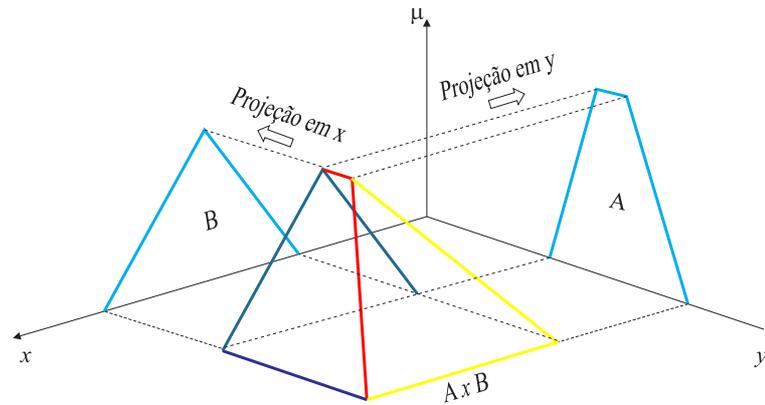
O produto espacial é expresso por $U^{\mathbf{N}_m}$. Um conjunto nebuloso definido em um universo multidimensional é chamado de conjunto nebuloso multi-dimensional.

A.5.2 Projeção de um Conjunto Nebuloso

Dado $\Psi = (U^{(i)})_{i \in N_n}$ como sendo um universo de dimensão n . M é um conjunto indicador com $0 \neq M \subseteq \mathbf{N}_m$. A projeção de A em U^m é o mapeamento $proj_M : F(x \rightarrow F(U^M))$, ilustrado na figura 38, definido por:

$$proj_M(\mu(x)) = sup\{\mu(x') | x' \in U \wedge x = red_M^{\mathbf{N}_m}(x')\}, \text{ onde } red_S^T : U^T \rightarrow U^S \quad (\text{A.34})$$

Figura 38 – Exemplo de projeção de \mathbb{R}^2 para \mathbb{R}



A.5.3 Extensão Cilíndrica de um Conjunto Nebuloso

Dado $\Psi = (U^{(i)})_{i \in N_n}$ como sendo um universo de dimensão n . Dados M e N como subconjuntos indicadores com $0 \neq M \subseteq N \subseteq N_m$. A extensão cilíndrica de A em U^N é o mapeamento $ext_M^N : F(U^M) \rightarrow F(U^N)$, definido por:

$$ext_M^N(\mu(x)) : \mu(red_M^N(x)) \tag{A.35}$$