

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ELETRICIDADE**

**LEANDRO DA SILVA NEVES**

**ALOCAÇÃO ROBUSTA DE CHAVES PARA MAXIMIZAÇÃO DA  
CONFIABILIDADE EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA**

**São Luís-MA**  
**2018**

**LEANDRO DA SILVA NEVES**

**ALOCAÇÃO ROBUSTA DE CHAVES PARA MAXIMIZAÇÃO DA  
CONFIABILIDADE EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA**

Dissertação submetida à coordenação do Programa de Pós-graduação em Engenharia de Eletricidade da Universidade Federal do Maranhão como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Anselmo Barbosa Rodrigues, D.Sc.  
Co-Orientadora: Profa. Maria da Guia da Silva, Ph.D.

**São Luís**

**2018**

**LEANDRO DA SILVA NEVES**

**ALOCAÇÃO ROBUSTA DE CHAVES PARA MAXIMIZAÇÃO DA  
CONFIABILIDADE DE EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA**

Dissertação submetida à coordenação do Programa de Pós-graduação em Engenharia de Eletricidade da Universidade Federal do Maranhão como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Anselmo Barbosa Rodrigues, D.Sc.  
Co-Orientadora: Profa. Maria da Guia da Silva, Ph.D.

Aprovada em 14 / 03 /2018.

**BANCA EXAMINADORA**

---

**Prof. Anselmo Barbosa Rodrigues, D.Sc.**

(Orientador – UFMA)

---

**Profa. Maria da Guia da Silva, Ph. D.**

(Co-Orientadora – UFMA)

---

**Prof. Mauro Augusto da Rosa, D.Sc.**

(Examinador – UFSC)

---

**Prof. Denisson Queiroz Oliveira, D.Sc.**

(Examinador – UFMA)

*Dedico este trabalho à memória do  
meu avô José Almeida.*

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente à Deus pois sem Ele nada seria possível e à Ele toda honra e toda glória.

À minha família, em especial minha mãe Ivanice Cardoso da Silva pela presença constante em minha vida e pelo seu enorme amor e carinho. Ao meu pai José do Carmo Neves, minha irmã Luziane Cardoso da Silva e minha sobrinha Emilly Iasmim Cardoso da Silva pelo apoio incondicional em todos os momentos da minha vida e por todas as palavras de incentivo que me deram.

Aos meus orientadores Anselmo Barbosa Rodrigues e Maria da Guia da Silva pela paciência, empenho, dedicação, direcionamento e incentivo durante toda a minha trajetória no Laboratório de Confiabilidade e Qualidade onde pude alcançar muitas realizações e sei que sem eles todas essas realizações e aprendizado obtidos não teriam sido possíveis. Agradeço a eles também por me mostrarem que o estudo é sempre o melhor caminho a seguir.

Aos meus amigos Karliane Silva de Jesus, Andressa Karlla Barbosa da Silva e João Eduardo pela amizade, apoio e por todos os momentos de descontração e troca de conhecimento durante estes dois anos de intensos estudos.

Aos meus amigos Joyce Ramos Araújo, Iasmim Andrade Almeida pelo apoio mútuo e palavras de incentivo que muito me a seguir sempre em frente durante todos os momentos dessa caminhada.

Aos meus colegas do Laboratório de Confiabilidade e Qualidade, pelo apoio, amizade, e pelas valiosas discussões e sugestões dadas durante a realização deste trabalho.

A todos aqueles que de alguma forma auxiliaram ou contribuíram com o desenvolvimento do presente trabalho.

“Sucesso não é a chave para a felicidade; felicidade é a chave para o sucesso.  
Se você ama o que faz, você será bem sucedido.”, Albert Schweitzer.

## RESUMO

A análise de confiabilidade preditiva de redes de distribuição visa estimar índices de frequência e duração relacionados com interrupções no fornecimento de energia com base nos seguintes parâmetros: topologia da rede, resposta do sistema de proteção, estratégia de restauração e dados de confiabilidade dos equipamentos (taxas de falha e tempos de reparo). Os dados de confiabilidade dos equipamentos estão sujeitos a incertezas devido aos seguintes fatores: variabilidade amostral de dados históricos e realização do processo estocástico associado com o número de falhas para um período de tempo finito. As incertezas nos dados de entrada do modelo de confiabilidade preditivo são difundidas para os índices estimados. Consequentemente, os índices de confiabilidade estimados também estão sujeitos a incertezas e não podem ser caracterizados apenas por seus respectivos valores esperados. As incertezas nos índices de confiabilidade estimados para redes de distribuição podem ser quantificadas definindo-se intervalos de confiança. A percepção da variabilidade nos índices de confiabilidade estimados introduz incertezas nas estratégias de planejamento orientadas para melhoria da confiabilidade, por exemplo: alocação de chaves, reconfiguração, instalação de dispositivos de proteção, etc. Se estas incertezas são ignoradas, os benefícios obtidos com as alternativas de reforço da rede podem ser cancelados devido às variações dos índices em torno dos seus valores esperados. Por exemplo, as variações nos índices após a adição de reforços na rede podem torná-los piores com relação aos seus valores correspondentes para a configuração sem reforço na rede. Desta forma, os principais objetivos desta dissertação são: realizar um estudo comparativo sobre as abordagens utilizadas para calcular os intervalos de confiança dos índices de confiabilidade da rede de distribuição e realizar uma alocação robusta de chaves em redes de distribuição considerando incertezas nos dados de confiabilidade. As técnicas consideradas nos estudos de propagação de incertezas foram: *Conjuntos Fuzzy*, Aritmética Intervalar, *Bootstrap*, Cumulantes e Simulação Monte Carlo (SMC). A robustez da alocação está associada com o fato de que os índices de confiabilidade não são degradados pelas incertezas nos dados de confiabilidade após a instalação das chaves. Esta alocação robusta é gerada através da maximização da probabilidade do DEC (Duração Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora) ser menor ou igual a um valor máximo. Esta função objetivo foi maximizada através da combinação das seguintes técnicas: otimização por enxame de partículas (*PSO-Particle Swarm Optimization*) e método dos Cumulantes para modelar das incertezas. Os resultados dos testes demonstraram que a alocação de chaves obtida com o modelo proposto

tornou o índice DEC mais robusto com relação às incertezas nas taxas de falha e tempos de reparo. Além disso, foi mostrado que o paradigma tradicional de minimizar o valor esperado do DEC resulta em solução de baixa qualidade, pois as incertezas nos dados de confiabilidade anulam os ganhos obtidos com a alocação ótima de chaves. Adicionalmente, a análise de propagação de incertezas demonstrou que todos os métodos de propagação de incerteza têm uma precisão aceitável. No entanto, os intervalos de confiança calculados através dos métodos *Bootstrap* e *Cumulantes* estão mais próximos dos intervalos avaliados pela SMC (método de referência) do que aqueles estimados pelos *Conjuntos Fuzzy* e *Aritmética Intervalar*.

**Palavras-chave:** Índices de Confiabilidade, Propagação de Incertezas, Alocação de Chaves, Otimização por Enxame de Partículas, *Cumulantes*.

## ABSTRACT

The predictive reliability analysis of distribution networks aims to estimate duration and frequency indices related to energy supply interruption based on the following parameters: network topology, protection system response, restoration strategy, and reliability data of the equipment (failure rates and repair times). The reliability data of the equipment are subject to uncertainties due to the following factors: sample variability of historical data and realization of the stochastic processes associated with the number of failures for a finite time period. The uncertainties in the input data of the predictive reliability model are disseminated to the estimated reliability indices. Consequently, the estimated reliability indices also are subject to uncertainties and they cannot be characterized only by expected values. The uncertainties in the estimated reliability indices for distribution networks can be quantified by defining confidence intervals. The perception of the variability in the estimated reliability indices introduces uncertainties in the planning strategies oriented to reliability improvement, for example: switches placement, reconfiguration, protection device installation, etc. If these uncertainties are ignored, the benefits obtained with the network reinforcement alternatives can be cancelled due to indices variations around their expected values. For example, the indices variations after the network reinforcement addition can make them worse than their corresponding values for the network configuration without reinforcement. In this way, the main objectives of this dissertation are: to carry out a comparative study about the approaches used to evaluate confidence intervals for the power distribution reliability indices and to perform a robust switch placement in distribution networks considering uncertainties in the reliability data. The techniques considered in the uncertainty propagation studies were: *Fuzzy Sets*, Interval Arithmetic, *Bootstrap*, Cumulants e Monte Carlo Simulation (MCS). The allocation robustness is associated with the fact of that the reliability indices are not degraded by the uncertainties in the reliability data after the switches installation. This robust allocation is generated through the maximization of the SAIDI (System Average Interruption Duration Index) probability be lower or equal than a maximum value. This objective function was maximized through the combination of the following techniques: Particle Swarm Optimization and Cumulants method to model uncertainties. The tests results demonstrated that the switches placement obtained with the proposed model made the SAIDI more robust with regard to uncertainties in failure rates and repair times. Furthermore, it was demonstrated that traditional paradigm of minimizing the SAIDI expected value results in poor quality solutions, since the reliability data uncertainties cancel the gains obtained with the optimal switches placement. Additionally, the uncertainty

propagation analysis demonstrated that all methods of uncertainty propagation have acceptable accuracy. Nevertheless, the confidence intervals calculated by the *Bootstrap* and Cumulants are more near the intervals calculated by the MCS (the benchmarking method) than those evaluated by the *Fuzzy Sets* e Interval Arithmetic.

**Keywords:** Reliability Indices, Uncertainty Propagation, Switches Placement, Particle Swarm Optimization, Cumulants.

## Lista de Figuras

Figura 1-1-Esquema de um SEE Esquema de um SEE.....	19
Figura 1-2- Divisão do Sistema de Distribuição .....	21
Figura 1-3-Rede com configuração Radial.....	23
Figura 1-4- Rede de energia elétrica radial com recurso.....	23
Figura 1-5- Rede de energia elétrica radial primário seletivo .....	24
Figura 1-6 - Rede <i>Spot</i> .....	24
Figura 1-7 Redes de distribuição secundárias com configurações secundário seletivo e barra única .....	26
Figura 1-8 - Rede secundária com configuração malhada .....	26
Figura 2-1- Diagrama unifilar de uma rede de distribuição com nove ramos, no qual os índices dos nós e dos ramos estão dentro de círculos e sublinhados, respectivamente. ....	44
Figura 2-2- Relações pai/filho para a rede de distribuição da Figura 2.1, nas quais as linhas contínuas e tracejadas identificam os pais e os filhos, respectivamente. ....	44
2-3- Sistema exemplo usado para ilustrar o efeito de uma contingência na seção do tronco TC2. ....	49
Figura 3-1- Densidade de probabilidade da distribuição normal .....	53
Figura 3-2- Função densidade da distribuição t de Student para alguns valores de n e da distribuição normal (cor preta) .....	55
Figura 3-3- Função densidade da distribuição Chi-quadrado para alguns valores de n.....	58
3-4-Função densidade de probabilidade da taxa de falha dos transformadores. ....	61
3-5-Função densidade de probabilidade da taxa de falha dos transformadores. ....	63
Figura 3-6- Distribuição de probabilidade individual da indisponibilidade dos transformadores. ....	64
Figura 3-7 - Fluxograma da proposta geral para a aplicação das técnicas de propagação de incertezas no planejamento orientado a confiabilidade.....	67
Figura 4-1- Função de pertinência triangular .....	73
Figura 4-2- Função de pertinência trapezoidal .....	73
Figura 4-3- Função de pertinência gaussiana .....	73
Figura 4-4- Corte- $\alpha$ para uma função de pertinência triangular.....	75
Figura 4-5- Limites da distribuição normal para um nível de significância $\alpha$ .....	77
Figura 4-6- Função de pertinência para o tempo de reparo .....	79
Figura 4-7- Função de pertinência para a taxa de falha.....	79
Figura 5-1- Ilustração dos conceitos de otimização robusta.....	94
Figura 6-1- Ilustração do deslocamento de uma partícula no espaço bidimensional. ....	98
Figura 6-2- Algumas topologias sociais usadas no PSO .....	101
Figura 6-3- Alimentador identificando os pontos candidatos e os pontos que efetivamente receberam a alocação de uma chave.....	102
Figura 6-4- Relação entre o Vetor de variáveis de decisão binária e a lista de pontos candidatos .....	103
Figura 6-5 - Fluxograma da metodologia proposta para solução do problema de alocação de .....	106
Figura 7. 1- Sistema de distribuição para o RBTS barra 4 .....	108
Figura 7. 2-Modelo de Markov de dois estados .....	108
Figura 7. 3- Histograma de frequências para os MTTFs das chaves seccionadoras .....	110
Figura 7. 4- Histograma de frequências para os MTTRs das chaves seccionadoras.....	110
Figura 7. 5- Distribuição de probabilidade para a Taxa de falha das chaves seccionadoras..	112

Figura 7. 6 - Distribuição de probabilidade para o Tempo de reparo das chaves seccionadoras .....	112
Figura 7. 7- Funções densidade de probabilidade e Função de pertinência para o índice FEC obtidos a partir da propagação de incerteza.....	115
Figura 7. 8- Funções densidade de probabilidade e Função de pertinência para o índice DEC obtidos a partir da propagação de incerteza.....	116
Figura 7.9- Funções densidade de probabilidade do DEC do caso base e da alocação de chaves convencional .....	119
Figura 7. 10- Funções densidade de probabilidade do DEC do caso base e da alocação robusta de chaves.....	120
Figura 7.11- Alocação ótima obtida para a metodologia proposta mostrando os pontos candidatos e locais onde a instalação de uma chave foi efetivada. ....	121
Figura 7. 12- Configuração do sistema teste com as 15 chaves efetivamente instaladas.....	122

## Lista de Tabelas

Tabela 1-1- Níveis de tensão usuais das zonas do SEE.....	18
Tabela 3-1: Estatísticas das falhas nos transformadores para um período de 5 anos .....	59
Tabela 4-1: Momentos da distribuição Normal e  Chi-quadrado.....	85
Tabela 7. 1- Alguns valores para a amostra das Chaves seccionadoras .....	111
Tabela 7. 2-Intervalo de confiança para os índices FEC e DEC .....	117
Tabela 7. 3- Erros relativos para os limites dos intervalos de confiança associados com o FEC e DEC.. .....	118

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BOOT : *Bootstrap*

CUM : Cumulantes

DEC : Duração equivalente de interrupção por unidade consumidora

DIC : Duração de interrupção individual por unidade consumidora

FDP : Função distribuição de probabilidade

FEC : Frequência equivalente de interrupção por unidade consumidora

FIC : Frequência de interrupção individual por unidade consumidora

MTTF : *Mean Time to Failure* (Tempo Médio para Falhar)

MTTR : *Mean Time to Repair* (Tempo Médio para Reparo)

PDF : *Probability Density Function* (Função Densidade de probabilidade)

PSO : Otimização por enxame de partículas

RBTS: *Roy Billinton Test System*

SEE: Sistema de Energia Elétrica

SMC: Simulação Monte Carlo

## Sumário

1	INTRODUÇÃO.....	18
1.1	Sistema de energia elétrica .....	18
1.2	Sistema de distribuição de energia elétrica.....	20
1.2.1	Rede de distribuição Primária .....	21
1.2.2	Rede de distribuição secundária .....	25
1.3	Conceitos básicos de confiabilidade em redes de distribuição .....	26
1.4	Revisão Bibliográfica sobre Alocação de Chaves e Propagação de Incertezas em redes de distribuição .....	31
1.5	Motivação .....	38
1.6	Objetivo .....	40
1.7	Estrutura da Dissertação .....	40
2	ESTIMAÇÃO DE ÍNDICES DE CONFIABILIDADE EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO 42	
2.1	Técnicas utilizadas para o cálculo dos índices de confiabilidade.....	42
2.2	Estrutura de navegação pais e filhos.....	43
2.3	Método analítico para estimação de índice de confiabilidade em redes de distribuição 45	
3	DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE USADAS PARA REPRESENTAR AS INCERTEZAS NAS TAXAS DE FALHA E TEMPOS DE REPARO .....	52
3.1	Distribuição Normal .....	52
3.2	Distribuição t de Student.....	54
3.3	Distribuições de Poisson e Chi-quadrado .....	56
3.3.1	Distribuição de Poisson .....	56
3.3.2	Distribuição Chi-quadrado .....	57
3.3.3	Aplicação das Distribuições Usadas para Modelar Incertezas nos Dados de Falha 58	
4	PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS EM MODELOS PREDITIVOS DE CONFIABILIDADE PARA REDES DE DISTRIBUIÇÃO.....	68
4.1	Modelagem de incertezas.....	68
4.1.1	<i>Bootstrap</i> .....	68
4.1.2	Conjuntos <i>Fuzzy</i> .....	72
4.1.3	Aritmética Intervalar.....	81
4.1.4	Simulação Monte Carlo (SMC).....	82
4.1.5	Cumulantes .....	85
5	ALOCAÇÃO ROBUSTA DE CHAVES PARA MAXIMIZAÇÃO DA CONFIABILIDADE EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO .....	90
5.1	Introdução .....	90
5.2	Formulação tradicional no problema de alocação de chaves.....	92

5.3	Formulação robusta no problema de alocação de chaves .....	93
6	TÉCNICA DE Otimização usada PARA SOLUCIONAR O PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE CHAVES.....	96
6.1	Introdução .....	96
6.2	Otimização por enxame de partículas (PSO).....	97
6.3	PSO associado ao problema de alocação de chaves .....	102
7	RESULTADOS .....	107
7.1	Sistema Teste .....	107
7.2	Estudo Comparativo dos Métodos de Propagação de Incertezas nos Dados de Confiabilidade .....	114
7.3	Resultados referentes a Alocação Robusta de Chaves.....	119
8	CONCLUSÃO.....	125
9	BIBLIOGRAFIA .....	128

*Dedico este trabalho à memória  
do meu avô José Almeida.*

## 1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta os conceitos básicos associados ao tema desta dissertação. É apresentada uma introdução sobre os sistemas de energia elétrica, dando destaque ao sistema de distribuição. Além disso, são discutidos os conceitos básicos de Confiabilidade em Redes de Distribuição. Finalmente, os objetivos e a motivação para o desenvolvimento desta dissertação também são apresentados.

### 1.1 Sistema de energia elétrica

O Sistema de Energia Elétrica (SEE) é responsável por fornecer energia elétrica aos consumidores. O fornecimento de energia deve ser realizado de forma confiável, econômica e obedecendo a padrões de qualidade específicos, como por exemplo, a frequência e a tensão devem permanecer dentro dos limites operacionais especificados.

O SEE é caracterizado por três zonas principais: sistema de geração, sistema de transmissão e sistema de distribuição. A energia elétrica é produzida no sistema de geração por meio da conversão de uma forma de energia (química, mecânica etc.) em energia elétrica a partir do uso de turbinas e geradores. De forma a minimizar perdas, o nível da tensão na geração deve ser elevado. Os centros de produção de energia encontram-se normalmente distante dos de consumo. Deste modo a energia deve ser transportada por longas distâncias, sendo o sistema de transmissão o responsável por essa função, transmitindo energia elétrica da geração até os centros consumidores. A energia proveniente do sistema de transmissão é distribuída aos consumidores através do sistema de distribuição. Neste sistema são realizadas novas alterações no nível de tensão: a tensão da rede de transmissão é sucessivamente reduzida em subestações para níveis adequados de consumo. A Tabela 1.1 indica os níveis de tensões mais usuais no Brasil e a Figura 1.1 mostra o SEE e as suas zonas funcionais.

Tabela 1-1- Níveis de tensão usuais das zonas do SEE

Tensão	Zona
13.8 kV	Geração
138 kV- 500 kV	Transmissão
138 kV-0.220/0.127 kV	Distribuição

Fonte: Adaptada de Kagan, Oliveira e Robba (2005).

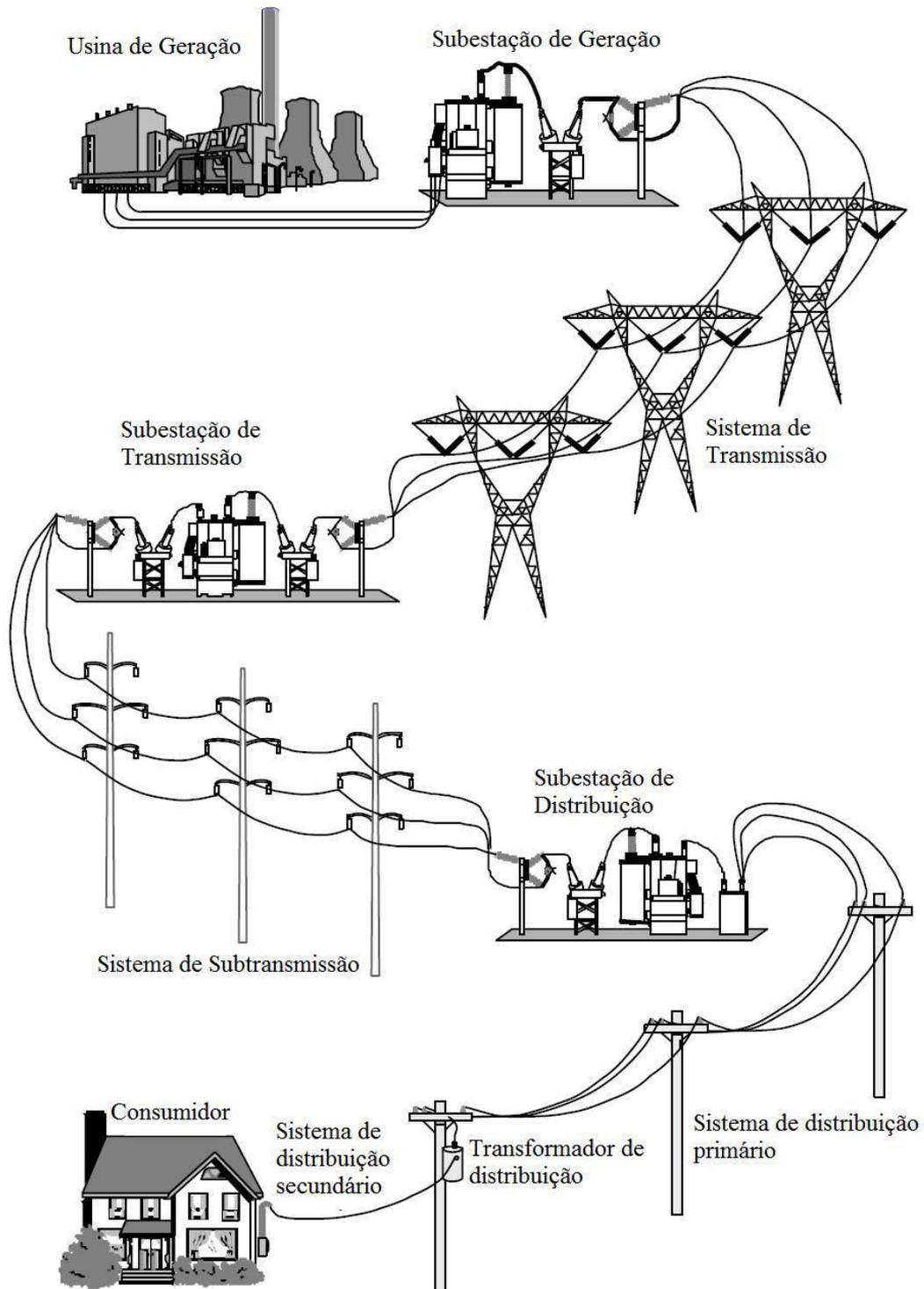


Figura 1-1-Esquema de um SEE Esquema de um SEE (Fonte: Adaptado de Brown (2009))

## 1.2 Sistema de distribuição de energia elétrica

A maior parte dos problemas que ocorrem no SEE tem como zona funcional de origem o Sistema de Distribuição. Segundo Brown (2009), cerca de 90% de todos os problemas relacionados à confiabilidade concentra-se nessa zona funcional. Logo para que melhorias eficazes sejam realizadas é necessário um entendimento básico das funções desse sistema. O sistema de distribuição é composto por:

- i. Rede de Subtransmissão: Conhecido também como rede de alta tensão, a energia elétrica proveniente da subestação de subtransmissão é entregue aos consumidores de grande porte (ou consumidores de alta tensão) às subestações de distribuição (Kagan, Oliveira e Robba, 2005). A tensão de operação está na faixa de 138 kV ou 69 kV.
- ii. Subestação de distribuição: Neste segmento a tensão oriunda do sistema de subtransmissão sofre uma alteração em seu nível, pois é reduzida para os níveis da distribuição primária (média tensão), normalmente de 13.8 kV.
- iii. Rede de distribuição primária: As redes de distribuição primárias atendem os consumidores primários (conjuntos comerciais, indústrias de porte médio, etc.) e subestações abaxadoras que alimentam a rede secundária ou de baixa tensão (transformadores de distribuição). Podem ser de dois tipos: aérea (cuja configuração é a mais usual e de menor custo) ou subterrânea (possui maior aplicabilidade em regiões com grande densidade de carga) (Kagan, Oliveira e Robba, 2005).
- iv. Transformadores de distribuição: São responsáveis pelo abaixamento da tensão para os consumidores de pequeno porte, ou seja, interligam os segmentos de média e baixa tensão. No Brasil, os valores de tensão para a rede secundária estão padronizados em 220/127 V e 380/220 V.
- v. Rede de distribuição secundária: As redes de distribuição secundárias transportam energia elétrica a partir dos transformadores de distribuição para os consumidores de baixa tensão como consumidores residenciais e pequenas indústrias e comércios. Operam com níveis de tensão de 120/240V monofásico, 277/480V trifásico e 220/380V trifásico (Brown, 2009). No Brasil os níveis de tensão são padronizados em 220/127 V e 380/220 V, podendo operar tanto na forma radial quanto malhada. A Figura 1.2 mostra os segmentos descritos de um sistema de distribuição.

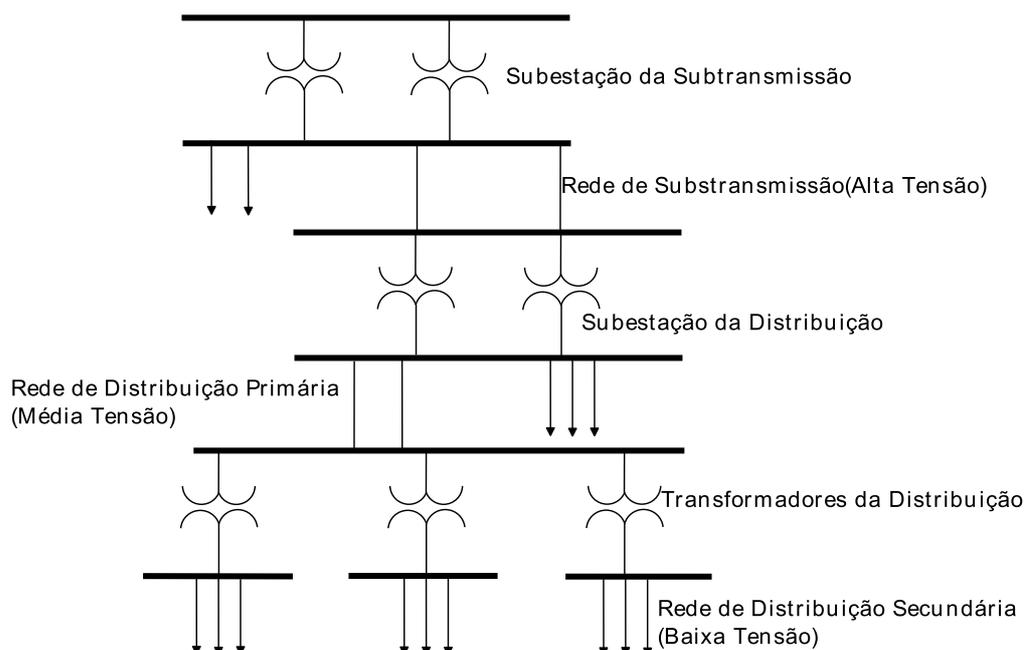


Figura 1-2- Divisão do Sistema de Distribuição (Fonte: Próprio autor)

### 1.2.1 Rede de distribuição Primária

Os circuitos que compõem a rede de distribuição primária são denominados de alimentadores que começam na saída da subestação de distribuição em direção aos transformadores de distribuição ou diretamente aos consumidores de média tensão. Um alimentador é constituído pelo alimentador principal (tronco), normalmente trifásico e pelos ramais, normalmente monofásicos, que são derivados do tronco (GÖNEN, 2007; BROWN, 2009). Os componentes típicos presentes nos alimentadores são: fusíveis, responsáveis pela proteção dos ramais, chaves seccionadoras e disjuntores.

As redes de distribuição podem possuir topologia radial, quando existe apenas um único caminho entre a fonte de alimentação e a carga, ou topologia malhada, quando existem diferentes caminhos entre a fonte e a carga. O desenvolvimento dos modelos propostos nesta dissertação foi orientado para redes de distribuição com topologia radial. As vantagens da topologia radial em relação à topologia malhada de acordo com (Short, 2003) são:

Menor complexidade para coordenação das proteções;

- i. Baixos níveis de curto-circuito para a maior parte da rede;
- ii. Simplicidade do controle de tensão.
- iii. Facilidade para prever e controlar o fluxo de potência;
- iv. Menor custo;

As redes de distribuição primárias possuem tipicamente as seguintes configurações (Brown, 2009):

- i. Configuração Radial Simples: Esta configuração consiste de alimentadores independentes e cada cliente é conectado a um único alimentador. Uma vez que não há interligação entre os alimentadores, uma falha irá interromper todos os consumidores que se encontram localizados à jusante do dispositivo de isolamento da falta. Estes consumidores só terão seu fornecimento de energia reestabelecido após o reparo do componente defeituoso. A utilização desta configuração é apropriada para regiões com baixa densidade de carga, como por exemplo, a zona rural onde os sistemas mais complexos são de custo proibitivo.
- ii. Configuração Radial com Recurso: Uma configuração um pouco mais comum conecta dois alimentadores a partir de dispositivos de chaveamento normalmente abertos (NA). Deste modo, o sistema permanece operando de forma radial em condições normais, porém transferências de cargas podem ser realizadas para alimentadores adjacentes, a partir das chaves NA's, após o isolamento da falta. Devido à capacidade de transferência de cargas, a confiabilidade do sistema é melhorada. Os únicos consumidores que não podem ser restaurados são os da área associada com o isolamento da falta. Cada circuito alimentador paralelo deve ter capacidade suficiente para suportar as cargas própria e transferida.
- iii. Configuração Primário Seletivo: Certas classes de consumidores exigem maior confiabilidade do que um único alimentador pode prover. Diante deste fato é aconselhável a utilização da rede de distribuição com configuração primário seletivo. Esta configuração conecta cada consumidor a um alimentador preferencial e a um alimentador alternativo que é acessado através de dispositivos de chaveamento, no caso de uma falha no alimentador principal. A configuração primário seletivo é muito popular em sistemas subterrâneos, pois não é necessário localizar a falta antes de realizar uma transferência de carga no processo de restauração.
- iv. Configuração de Barra Única (*Spot Network*): Possui grande aplicabilidade no atendimento de consumidores que requerem um alto grau de confiabilidade no fornecimento de energia. É constituída pela conexão de dois ou mais transformadores (os quais são supridos a partir de no mínimo dois alimentadores) em paralelo para energizar um barramento secundário. Para evitar que ocorra fluxo de potência reverso

no sistema através dos transformadores, utiliza-se chaves especiais com relés sensíveis à reversão de fluxo.

As configurações descritas acima para redes primárias são mostradas nas Figuras 1.3, 1.4, 1.5 e 1.6:

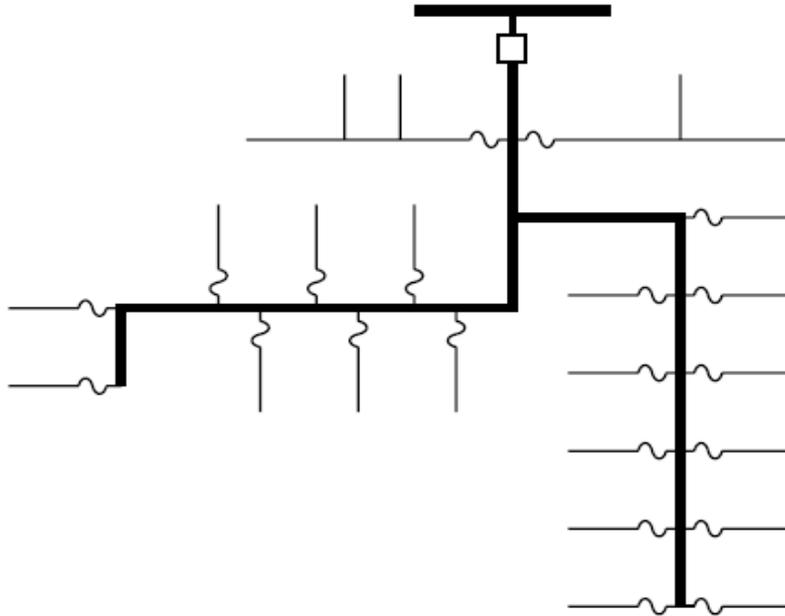


Figura 1-3-Rede com configuração Radial (Fonte: Short (2003))

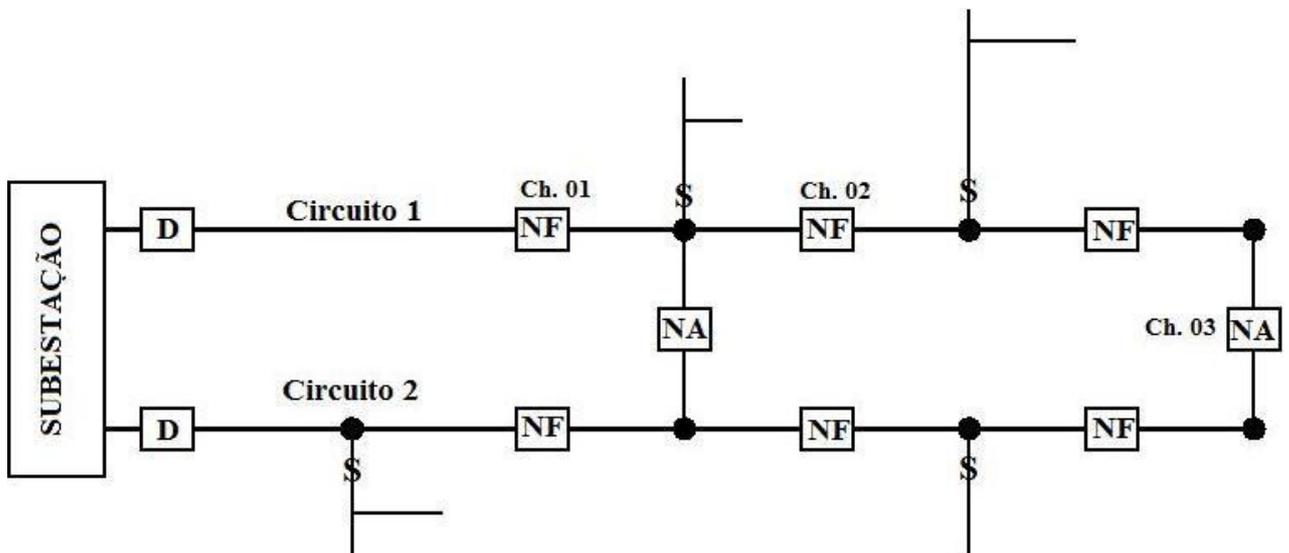


Figura 1-4- Rede de energia elétrica radial com recurso (Fonte: Kagan (2005))

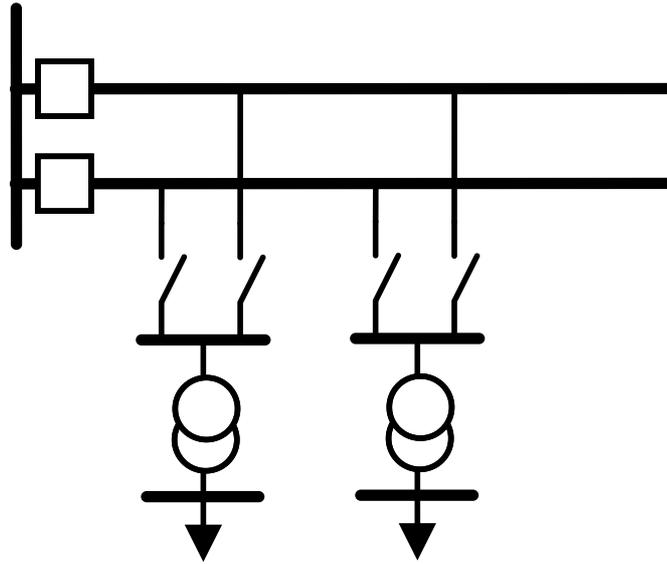


Figura 1-5- Rede de energia elétrica radial primário seletivo (Fonte: Próprio autor)

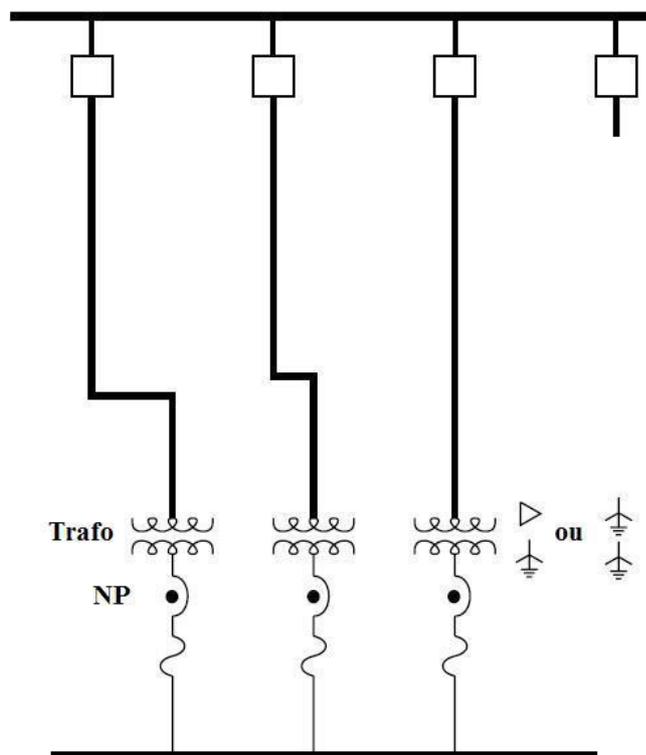


Figura 1-6 - Rede *Spot* (Fonte: Adaptado de Short (2003))

### 1.2.2 Rede de distribuição secundária

A rede de distribuição secundária se origina da estação transformadora abaixadora e possui uma tensão padronizada no Brasil de 220/127 V e 380/220 V. A rede secundária pode operar tanto na forma radial quanto malhada.

As redes de distribuição secundária possuem tipicamente as seguintes configurações (Brown, 2009):

- i. Configuração Secundário Seletivo: é caracterizada pela presença de um ponto de suprimento alternativo na rede secundária que é utilizado quando o fornecimento principal está indisponível. Conseqüentemente, este tipo de configuração tem uma operação similar ao da configuração primário seletivo. É importante salientar que em uma rede com secundário seletivo os transformadores devem ser capazes de suprir a carga inteira da rede secundária para que restrições de carregamento não reduzam a confiabilidade da rede.
- ii. Configuração Malhada (*Grid Network*): utiliza dois ou mais alimentadores primários para alimentar a rede secundária em múltiplas localizações. Na maioria dos casos estes alimentadores primários são do tipo radial. Contudo, os alimentadores primários são entrelaçados de tal forma que o fornecimento de energia para quaisquer transformadores adjacentes a partir de um mesmo alimentador é evitado. Nas redes secundárias malhadas o suprimento de energia é realizado através de vários transformadores. Assim a perda de qualquer transformador não irá provocar uma variação de tensão ou interrupção perceptível para os clientes. Redes secundárias malhadas necessitam de um sistema de proteção mais sofisticado do que os sistemas operados radialmente. Cada transformador tem um protetor de rede no secundário. Este dispositivo utiliza relés sensíveis à reversão do fluxo de potência para abrir um disjuntor de ar quando o sistema secundário está alimentando uma falha na rede primária.

As configurações descritas acima para redes secundárias são mostradas nas Figuras 1.7 e 1.8, respectivamente.

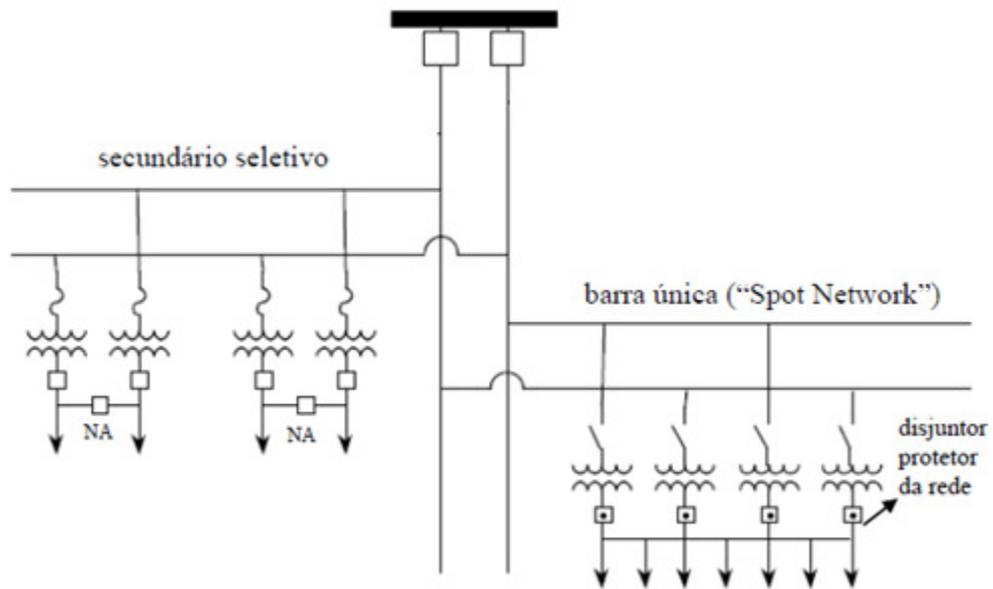


Figura 1-7 Redes de distribuição secundárias com configurações secundário seletivo e barra única (Fonte: Adaptado de Brown (2009))

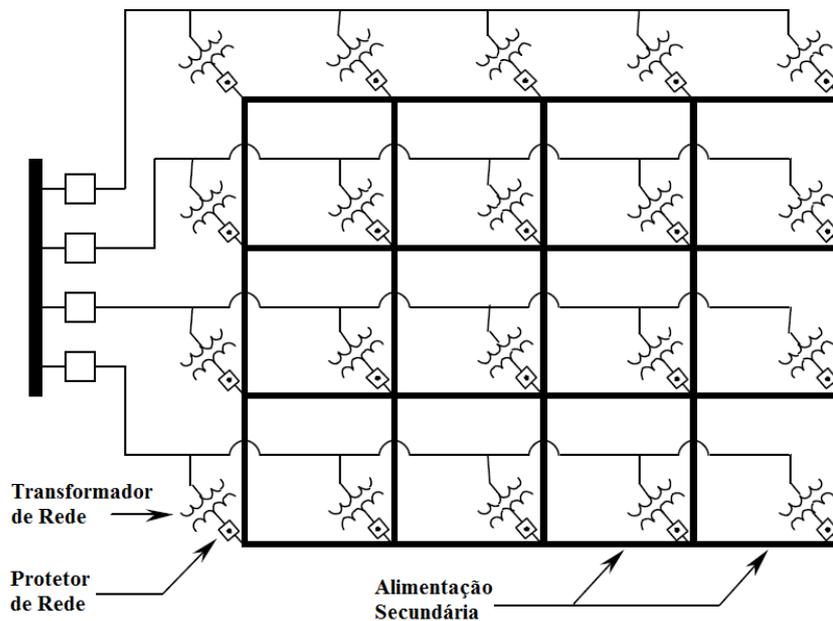


Figura 1-8 - Rede secundária com configuração malhada (Fonte: Adaptado de Brown (2009))

### 1.3 Conceitos básicos de confiabilidade em redes de distribuição

O termo Confiabilidade pode ser definido como a capacidade de um componente, equipamento ou sistema executar funções pré-determinadas, durante um determinado período de tempo e sob certas condições de operação. Mesmo concentrando a maior parte das falhas

que ocorrem no SEE, até os anos 80 esse sistema recebeu menos atenção que a geração e transmissão. Isto ocorreu principalmente, devido ao fato de que falhas no sistema de geração e transmissão resultam em maiores custos e consequências mais catastróficas que no sistema de distribuição, pois neste as falhas são mais concentradas em áreas menores (alimentadores ou pontos de carga).

A análise quantitativa da confiabilidade de redes de distribuição está relacionada com a duração e a frequência das interrupções no fornecimento de energia elétrica. A análise da confiabilidade quantitativa pode ser realizada de acordo com dois paradigmas: avaliação do desempenho passado e estimativa do desempenho futuro (análise preditiva). A avaliação do desempenho passado do sistema é realizada levando-se em consideração as interrupções que ocorreram no sistema em um dado intervalo de tempo. Os dados utilizados para se fazer esta avaliação são obtidos a partir dos dados de falhas armazenados pelas empresas de distribuição de energia. A partir destes dados de falhas os índices de confiabilidade são obtidos para que seja realizada a avaliação da confiabilidade do sistema e observar seu desempenho passado. As principais vantagens da análise do desempenho passado são: reconhecer tendências nos índices de confiabilidade, comparar os índices apurados com metas estabelecidas por órgãos reguladores para determinar o desempenho atual do sistema e realizar análise de causa raiz para identificar os modos de falha críticos.

Os principais índices empregados na análise do desempenho passado são (ANEEL, 2015):

- i. Duração de Interrupção Individual por Unidade Consumidora (DIC): duração acumulada das interrupções para cada unidade consumidora no período de apuração. O DIC é calculado de acordo com a equação 1.1 (Ferreira, 2010):

$$DIC_i = \sum_{j=1}^{Nf_i} D_j \text{ [horas / período]} \quad (1.1)$$

Onde:

$D_j$  é a duração da interrupção  $j$  (em horas) no período de apuração

$Nf_i$  é o número de interrupções experimentado pela  $i$ -ésima unidade consumidora no período de apuração.

- ii. Frequência de Interrupção Individual por Unidade Consumidora (FIC): Número de interrupções ocorridas para cada unidade consumidora no período de apuração. O DIC é calculado a partir da equação 1.2 (Ferreira, 2010):

$$FIC_i = Nf_i \text{ [interrupções / período]} \quad (1.2)$$

Onde:

$Nf_i$  é o número de interrupções experimentado pela  $i$ -ésima unidade consumidora no período de apuração.

- iii. Frequência Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora (FEC): Número médio de interrupções para todas as unidades consumidoras no período de apuração. O FEC é calculado a partir da equação 1.3 (Ferreira, 2010):

$$FEC = \sum_i^{N_C^{tot}} FIC_i / N_C^{tot} \quad [\text{interrupções}/(\text{período} \times \text{consumidor})] \quad (1.3)$$

Onde:

$N_C^{tot}$  é o número total de unidades consumidoras faturadas, do conjunto considerado, no período de apuração, atendidas em baixa tensão ou média tensão.

- iv. Duração Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora (DEC): valor médio da duração acumulada das interrupções para todas as unidades consumidoras no período de apuração. O DEC é calculado a partir da equação 1.4 (Ferreira, 2010):

$$DEC = \sum_{i=1}^{N_C^{tot}} DIC_i / N_C^{tot} \quad [\text{horas}/(\text{período} \times \text{consumidor})] \quad (1.4)$$

A principal limitação da análise pretérita é a sua incapacidade para prever os índices de confiabilidade associados com configurações futuras da rede de distribuição resultantes de alterações topológicas, instalação de novos dispositivos e expansão da rede. Esta habilidade é muito importante nos estudos de planejamento, pois estes estudos estão relacionados com a seleção das estratégias de reforço da rede que obtém as melhorias mais significativas nos índices de confiabilidade. Por outro lado, a análise preditiva combina modelos da rede de distribuição com técnicas de modelagem de incertezas nas falhas para estimar (prever) índices de confiabilidade para as configurações atuais e previstas da rede de distribuição. Devido ao comportamento estocástico das falhas nos componentes, as técnicas mais usadas para modelar as incertezas associadas com as falhas são os métodos probabilísticos. Estes métodos têm capacidade para reconhecer diversos aspectos associados com as falhas nos componentes, por exemplo: frequência, duração, condições de tempo adverso, degradação e natureza (permanente ou transiente). As técnicas probabilísticas também permitem calcular índices de confiabilidade com base não só na severidade de um evento, mas também considerando a probabilidade de um evento de falha. Desta forma, os índices calculados por meio de técnicas probabilísticas

expressam verdadeiramente o risco associado com o sistema sob estudo. Além disso, as técnicas probabilísticas têm sido usadas por muitas décadas em estudos de confiabilidade de geração e transmissão de SEE (Billinton e Allan, 1996).

Os métodos probabilísticos podem fornecer estimativas para os índices de ponto de carga (FIC e DIC) e para os índices sistêmicos (FEC e DEC) utilizados na análise do desempenho passado da rede de distribuição. As técnicas usadas para estimar estes índices em redes de distribuição dependem do tipo da topologia do sistema que está sendo analisado (radial ou malhado). Neste trabalho todas as análises foram realizadas considerando-se que a rede distribuição possui topologia radial. Um sistema com topologia radial é formado por um conjunto de componentes em série (dispositivos de proteção, alimentadores, ramais, etc.) e devido à disposição destes dispositivos, para que um consumidor conectado a um ponto de carga seja alimentado é necessário que todos os componentes entre o consumidor e o ponto de suprimento estejam funcionando. Os dados de entrada dos modelos de confiabilidade preditiva podem ser classificados em dois tipos: elétricos (status das chaves, conectividade dos componentes, tipos de equipamentos, etc.) e de confiabilidade (taxas de falha e tempos de reparo). Usando estes dados os modelos preditivos geram estimativas para índices sistêmicos e de ponto de carga. Estas estimativas deveriam ser próximas dos valores observados (medidos) dos índices de confiabilidade. No entanto, pode haver erros entre os valores observados e estimados dos índices de confiabilidade. Estes erros podem ser causados por dois fatores: dados históricos de falha de baixa qualidade e incertezas intrínsecas ao processo de estimação dos dados de confiabilidade. No primeiro caso, podem-se ajustar as taxas de falha e os tempos de reparo para minimizar os erros entre os valores medidos e estimados dos índices de confiabilidade. Este processo é denominado calibração de dados de confiabilidade (Brown, 2009). Contudo, mesmo se existem dados históricos suficientes para estimar os parâmetros de confiabilidade do modelo preditivo com precisão aceitável, ainda podem ocorrer diferenças entre os índices estimados e medidos. Estas diferenças estão associadas com o segundo fator: as incertezas intrínsecas ao processo de estimação dos dados de confiabilidade do modelo. Estas incertezas não podem ser eliminadas do modelo visto que as taxas de falha e os tempos de reparo são estimados através de métodos estatísticos com base em dados históricos. Estes dados são obtidos a partir de uma realização do processo estocástico associado com o número de falhas para um período de tempo finito. Portanto, haverá flutuações aleatórias nas estimativas das taxas de falha e tempos de reparo devido a variabilidade amostral. A presença de incertezas nos dados de entrada no modelo de confiabilidade preditivo causa a propagação das mesmas

para a saída deste modelo: as estimativas dos índices de confiabilidade. Conseqüentemente, os índices de confiabilidade não podem ser caracterizados apenas por seus respectivos valores esperados. As incertezas nos índices de confiabilidade estimados para redes de distribuição podem ser quantificadas definindo-se intervalos de confiança e distribuições de probabilidade. Conseqüentemente, a seleção de uma estratégia de planejamento (alocação de chaves, reconfiguração, instalação de dispositivos de proteção, dimensionamento/alocação de geração distribuída, etc.) para melhorar os índices de confiabilidade estará sujeita as incertezas nos índices. Se estas incertezas são desprezadas, os benefícios obtidos com as alternativas de reforço da rede podem ser anulados devido às flutuações dos índices em torno dos seus valores esperados. Por exemplo, as variações nos índices após a aplicação da estratégia selecionada podem torná-los piores com relação aos seus respectivos valores para a configuração onde não é aplicada nenhuma estratégia de reforço ou expansão (caso base). Uma das principais técnicas usadas para melhorar índices de confiabilidade na rede de distribuição é a alocação de chaves. Na próxima seção será realizada uma revisão bibliográfica sobre alocação de chaves em redes de distribuição para identificar as principais características e deficiências das técnicas existentes. Em seguida, será realizado um levantamento do estado arte sobre propagação de incertezas em estudos de confiabilidade e planejamento de redes de distribuição. Estas revisões bibliográficas visam focalizar os dois principais temas desta dissertação: propagação de incertezas e a alocação de chaves.

#### **1.4 Revisão Bibliográfica sobre Alocação de Chaves e Propagação de Incertezas em redes de distribuição**

As redes de distribuição são projetadas para fornecer energia elétrica para os consumidores de forma econômica e confiável. A confiabilidade do fornecimento de energia é avaliada através de índices de duração e frequência associados com as interrupções no fornecimento de energia. Uma estratégia para melhorar os índices associados com as durações das interrupções é a instalação de chaves normalmente fechadas na rede de distribuição. Estas chaves reduzem a duração das interrupções através do aumento das capacidades de isolar a falta e de transferir carga para pontos de fornecimento alternativos. Geralmente, o problema de alocação de chaves é formulado como um problema de otimização combinatória cuja função objetivo está associada com o valor esperado de índices de confiabilidade, tais como: DEC e custos de interrupção para os consumidores. O principal objetivo no processo de alocação de chaves é encontrar uma configuração definida pela quantidade e a localização (lado do nó inicial ou final de um ramo) de chaves que otimize os índices que caracterizem confiabilidade e/ou custos.

Muitos trabalhos têm sido realizados com o intuito de alocar otimamente chaves seccionadoras na rede de distribuição. Billinton e Jonnavithula (1996) apresentam uma técnica de alocação de chaves manuais que minimiza os custos de interrupção do fornecimento de energia elétrica e os custos de instalação e manutenção das chaves. Estes custos são minimizados usando-se o método de Recozimento Simulado (*Simulated Annealing*) no qual a função objetivo otimizada é composta pelos custos associados com: manutenção, instalação e interrupção. São consideradas redes com diferentes tipos de consumidores (residencial, comercial, pequenas indústrias, governamental, grandes indústrias, rural, escritórios). O cálculo dos custos de interrupção se baseia no valor esperado das taxas de falha e tempos de reparo (dados de confiabilidade), ou seja, não são consideradas as incertezas associadas com os dados de confiabilidade dos equipamentos devido à variabilidade amostral. Além disso não é definido um número máximo de chaves que devem ser alocadas no sistema para incluir aspectos de restrições orçamentárias no problema.

Teng & Liu (2003) propõem um algoritmo baseado na heurística de colônia de formigas (*Ant Colony System*) com o objetivo de resolver o problema de realocação de chaves seccionadoras. Neste artigo são consideradas as chaves que estão presentes na rede e a heurística verifica se existe uma configuração melhor que a atual, buscando reduzir o custo de

interrupção sem acrescentar investimentos com novas chaves. Novamente a abordagem utilizada é determinística com relação a incerteza nos dados de confiabilidade.

Falagi et al. (2009) apresentaram uma metodologia para a alocação de chaves seccionadoras em redes de distribuição considerando a presença de geração distribuída. A função objetivo minimizada no problema de alocação possui duas componentes: o índice EENS (*Expected Energy Not Supplied*) e os custos de instalação das chaves. Estas componentes foram combinadas em uma única função objetivo através de uma formulação multi-objetivo *fuzzy*. O problema de otimização resultante desta formulação foi resolvido usando-se a otimização via colônia de formigas. O cálculo da energia não fornecida não considerou incertezas nos dados de confiabilidade dos equipamentos.

Alencar et al. (2010) e Alencar et al. (2011) propuseram uma técnica de otimização baseada em Algoritmos Genéticos (AG) e PSO (*PSO-Particle Swarm Optimization*) para resolver o problema de alocação de chaves (PAC) em redes de distribuição. O AG e o PSO são combinados com um Sistema Especialista *Fuzzy* (SEF) para incluir experiência de engenheiros na solução do problema de alocação de chaves. A função objetivo otimizada visa minimizar o índice DEC sujeito ao número máximo de chaves que podem ser instaladas para considerar restrições orçamentárias. O cálculo do índice DEC (função objetivo) de confiabilidade não levou em conta as incertezas associadas com os dados de confiabilidade dos equipamentos devido à variabilidade amostral. Isto é, as taxas de falha e os tempos de reparo são considerados determinísticos.

Sardou et al. (2012) usam uma meta-heurística denominada de *Shuffled Frog Leaping Algorithm* para alocar chaves manuais e automáticas com o objetivo de minimizar os custos de interrupção para os consumidores e de instalação/manutenção das chaves. As duas componentes da função objetivo (custo de interrupção e de instalação/manutenção) são combinadas em uma única função objetivo através de uma técnica *fuzzy* multi-objetivo. Apesar do potencial da meta-heurísticas para solucionar o PAC considerando restrições complexas e incertezas, este artigo também ignorou as variações nos custos de interrupção causadas pelas incertezas nos dados de confiabilidade.

Na referência (Siirto et al., 2015) os autores propõem uma metodologia para alocação de dispositivos de chaveamento que considera eventos de falta de fase para terra, visto que estes eventos têm probabilidades significativa de ocorrência e são de difícil localização. Conseqüentemente, eventos de falta para a terra requerem tempos de restauração mais longos. A alocação de chaves realizada neste artigo minimiza os custos de instalação/manutenção de

chaves e de interrupção para os consumidores sujeito a restrições associadas com o número máximo de chaves que podem ser instaladas e custos de interrupção para os pontos de carga individuais. Este problema de otimização é resolvido usando-se técnicas de programação linear inteira mista. Apesar da técnica de otimização aplicada neste artigo ser bastante sofisticada (programação matemática), a modelagem das taxas de falha e tempos de reparo permanece determinística sem considerar flutuações em torno dos seus valores estimados. Neste ponto deve-se enfatizar que a inclusão de incertezas nos dados de confiabilidade poderia tornar o PAC extremamente complexo para uma solução baseada em técnicas de programação matemática.

Heidari et al. (2015) apresentam uma metodologia para a alocação ótima de dispositivos de chaveamento em redes de distribuição considerando a operação ilhada de áreas da rede de distribuição com conexão de geração distribuída. O problema de alocação de chaves é formulado como um problema de programação linear inteira mista cuja função objetivo é a minimização dos custos de interrupção e de instalação/manutenção das chaves. Esta função objetivo é minimizada considerando-se restrições associadas com: limite para o número de chaves que podem ser instaladas (restrição de orçamento) e valores mínimos para os custos de interrupção dos consumidores. Mais uma vez, a incertezas intrínsecas as taxas de falha e tempos de reparo, devido a variabilidade amostral, foram excluídas do PAC para permitir a sua solução via técnicas de programação matemática.

Assis et al. (2015) propuseram uma metodologia de otimização para alocar chaves em redes de distribuição com operação radial. A estrutura de solução considera chaves seccionadoras, de interligação, manuais e automáticas. A técnica proposta minimiza simultaneamente os custos de instalação das chaves e de energia não fornecida (produto da energia não fornecida pela tarifa de energia). Esta função objetivo é minimizada considerando-se restrições associadas com o valor esperado do índice DEC. O problema de otimização formulado por Assis et al. (2015) foi solucionado usando-se Algoritmos Genéticos. Novamente, a flexibilidade das meta-heurísticas inspiradas na natureza para modelar aspectos complexos no PAC não foi explorada para incluir incertezas nos dados e nos índices de confiabilidade estimados devido a variabilidade amostral.

Cebrian et al. (2017) propuseram uma metodologia para alocação de chaves automáticas que minimiza uma soma ponderada dos seguintes índices de desempenho relacionados a interrupções no fornecimento de energia: perdas financeiras anuais devido ao processo de desligamento, FEC, DEC e energia não fornecida. Esta soma é minimizada usando-se um algoritmo genético. Os resultados obtidos pelos autores permitem que as concessionárias de

distribuição de energia elétrica identifiquem áreas geográficas onde investimentos econômicos em tecnologias modernas, tais como auto-reparo (*self-healing*), devem ser priorizados. Todavia, esta identificação é realizada considerando-se uma modelagem determinística dos dados de confiabilidade e, conseqüentemente, das estimativas dos índices de desempenho com relação as interrupções no fornecimento de energia.

Heidari et al. (2017) expandem a metodologia proposta pelos mesmos autores na referência (Heidari, 2015) incluindo os seguintes aspectos no PAC: instalação de dispositivos de proteção e chaves manuais, automáticas e remotamente controladas. Novamente, a função objetivo é a minimização dos custos de interrupção do fornecimento de energia e de instalação das chaves. Contudo, em (Heidari et al, 2017) utiliza-se uma rede neural com correlação em cascata para obter uma avaliação mais precisa da confiabilidade. A aplicação da rede neural para estimar os custos de interrupção é justificada pela modelagem da dispersão nos dados das classes consumidoras através da distribuição normal. Devido a isso, o modelo proposto é solucionado usando-se técnicas de programação não-linear inteira mista. É importante mencionar que Heidari et al (2017) consideraram incertezas nos dados dos consumidores usados para estimar os custos de interrupção, mas ignoraram as incertezas nos parâmetros associados com a causas das interrupções: taxas de falha e tempos de reparo dos equipamentos. A modelagem deste tipo de incerteza aumentaria consideravelmente a complexidade do modelo de otimização associado com o PAC e poderia tornar a sua solução inviável via técnicas de programação matemática.

Gazijahani1 & Salehi (2017) apresentam uma estrutura de otimização multi-objetivo estocástica para determinar o tamanho, o tipo e o local de recursos de energia distribuídos. Esta alocação/dimensionamento é realizada conjuntamente junto com a instalação de dispositivos de chaveamento para particionar o sistema de distribuição convencional em um número de microrredes interconectadas. A estrutura proposta considerou dois objetivos. O primeiro objetivo é minimizar os custos de: investimento, operação, manutenção, perdas e emissão de poluentes. O segundo objetivo é definido pela minimização dos custos de interrupção do fornecimento de energia nos modos de operação ilhado e interconectado das microrredes. A técnica proposta por Gazijahani1 & Salehi (2017) considerou incertezas associadas com: erros de previsão de carga, velocidade do vento na geração eólica e radiação solar na geração fotovoltaica. Todavia, o modelo proposto não reconheceu as incertezas nas taxas de falha e nos tempos de reparo, devido a variabilidade amostral, na estimação dos custos de interrupção.

A partir da revisão bibliográfica realizada acima, pode-se concluir que o PAC em redes de distribuição é um tópico bem explorado e que tem sido alvo de muitas pesquisas e estudos. As principais características dos artigos citados na revisão bibliográfica são:

- i) A função objetivo geralmente consiste na minimização de custos de instalação/operação/manutenção das chaves e de índices de confiabilidade.
- ii) Alguns artigos consideram restrições referentes ao número de chaves para considerar restrições orçamentárias.
- iii) Tanto algoritmos meta-heurísticos com de programação matemática tem sido usados na solução do PAC.
- iv) Muitas publicações consideram a presença de geração distribuída na solução do PAC.
- v) Aspectos de redes distribuição modernas tem sido incorporados na solução do PAC, por exemplo: automação, auto-reparo, ilhamento de microrredes, etc.

Entretanto, em todos os artigos citados na revisão bibliográfica as incertezas nas taxas de falha e nos tempos de reparo dos equipamentos, devido a variabilidade amostral, foram ignoradas na estimação dos índices de confiabilidade. Ou seja, a estimação dos índices de confiabilidade se baseia somente nos valores esperados dos índices sem considerar a dispersão em torno dos seus valores médios. Esta limitação das técnicas existentes para a solução do PAC é devido ao fato de que a modelagem de incertezas nos dados de confiabilidade foi primeiramente aplicada em sistemas de geração (Hamoud & Billinton 1981, Leite da Silva 1988) e transmissão (Melo e Pereira 1995, Oliveira et al. 1996) devido a estes sistemas serem mais críticos do que as redes de distribuição com relação ao número de consumidores interrompidos após uma falha. Desta forma, os estudos de propagação de incertezas dos dados para os índices de confiabilidade em redes de distribuição estão menos desenvolvidos com relação àqueles realizados em sistemas de geração e transmissão. Esta situação é a análoga a priorização dos estudos de confiabilidade de sistemas de geração e transmissão com relação aos sistemas de distribuição. Além disso, a modelagem de incertezas nos dados de confiabilidade aumenta significativamente a complexidade do PAC e pode tornar inviável a sua solução via técnicas de programação matemática. Esta situação se torna mais crítica quando se busca soluções robustas para o PAC, isto é, os índices obtidos com a alocação ótima das chaves não são degradados pelas incertezas.

Os benefícios obtidos com a alocação de chaves podem ser cancelados quando as incertezas relacionadas com os dados de falha são ignoradas. Devido a isto, pesquisas têm sido

realizadas com o objetivo de incorporar este tipo de incerteza em alguns estudos de planejamento de redes de distribuição. Será apresentada a seguir uma revisão bibliográfica sobre a modelagem de incertezas nos dados de confiabilidade em estudos de planejamento de redes de distribuição.

Nahman & Peric (2003) propõe o uso de conjuntos *Fuzzy* para avaliar o impacto de incertezas nos dados de entrada sobre os seguintes índices de desempenho de redes de distribuição: perdas de energia, queda de tensão, carregamento máximo, FEC, DEC e Energia Não Fornecida Esperada. Estes índices de confiabilidade são calculados assumindo-se que as taxas de falha, os tempos de reparo e as demandas médias dos consumidores são variáveis *Fuzzy*, pois elas não podem ser previstas com certeza.

Uma análise econômica e de confiabilidade de redes de distribuição radiais considerando incertezas nos dados via aritmética intervalar é proposta em (Zhang e Li 2010). Neste artigo, os autores realizam estudos de sensibilidade para avaliar o impacto de incertezas em parâmetros econômicos (taxa de interesse e investimento de capital) e de confiabilidade (taxas de falha, tempos de reparo, tempos de chaveamento e tempos de manutenção) nas receitas e custos de interrupção de uma empresa de distribuição quando são realizados reforços na rede elétrica.

Zhang e Li (2012) apresentam uma metodologia para a reconfiguração de redes de distribuição com o objetivo de minimizar perdas resistivas e melhorar a confiabilidade da rede elétrica. Esta função objetivo é otimizada considerando-se restrições associadas com: carregamento, queda de tensão e radialidade. Além disso, a reconfiguração é realizada considerando-se incertezas nas cargas ativa e reativa e nos dados de confiabilidade. O impacto destas incertezas na função objetivo foi calculado usando-se a aritmética intervalar.

Rodrigues e Silva (2013) apresentaram uma metodologia para calibração de dados de taxas de falha e tempos de reparo orientada para índices de confiabilidade de pontos de carga. Esta metodologia se baseia na combinação de duas técnicas: programação quadrática para calibrar os dados de confiabilidade e *Bootstrap* para gerar os intervalos de confiança associados com as taxas de falha e tempos de reparo. Adicionalmente, a técnica proposta em Rodrigues e Silva (2013) também é capaz de identificar se é necessário calibrar os dados de confiabilidade a partir de testes de permutação. Estes testes verificam se os erros entre os valores calculados e observados dos índices são devido à variabilidade amostral ou dados históricos inadequados.

Em (Neves, 2016) é apresentado um estudo comparativo de diversas técnicas de propagação de incertezas dos dados de falha para os índices de confiabilidade de redes de

distribuição. Este estudo considerou as seguintes técnicas: *Bootstrap*, Conjuntos *Fuzzy* e Simulação Monte Carlo (SMC). Os resultados mostrados nesta referência demonstraram que os métodos probabilísticos (*Bootstrap* e SMC) são mais precisos para estimar intervalos de confiança relacionados com índices de confiabilidade de redes de distribuição.

A partir da revisão bibliográfica realizada, pode-se concluir que os principais métodos usados para propagar incertezas das taxas de falha e tempos de reparo para os índices de confiabilidade são: Aritmética Intervalar, Conjuntos *Fuzzy*, SMC e *Bootstrap*.

A principal motivação para usar Conjuntos *Fuzzy* e Aritmética Intervalar na propagação de incertezas em modelos preditivos de confiabilidade era a indisponibilidade ou falta de dados suficiente para determinar as distribuições de probabilidade que descrevem a variabilidade amostral nos valores médios das taxas de falha e tempos de reparo. Atualmente, é fácil obter dados de confiabilidade, pois as concessionárias de distribuição possuem OMS (*Outage Management Systems*) capazes de calcular índices de confiabilidade baseados em dados históricos de interrupções. Estes dados podem ser usados para estimar os dados de confiabilidade para cada tipo de componente (fusível, seções dos alimentadores, transformadores, etc.) (Burke 2000, Vaahedi 2014, Thomas & McDonald 2015). Além disso, a suposição de falta ou escassez de dados de falha dos equipamentos não é coerente com as tendências atuais para a implantação do conceito de Redes Elétricas Inteligentes (REIS) (Farhangi, 2010). Nas REIs há um grande número de sensores inteligentes que podem identificar rapidamente o componente falhado e determinar os tempos de restauração dos consumidores interrompidos, pois uma das características da rede elétrica inteligente é a sua capacidade de auto-reparo. Isto é, a reconfiguração automática da rede para isolamento das faltas e restauração do fornecimento de energia. Portanto, resultados de análise de propagação de incertezas com intervalos arbitrários nos dados de entrada podem fornecer resultados que não são coerentes com a realidade operativa de redes de distribuição e apresentam discrepâncias significativas com relação aos valores observados dos índices medidos.

Outro problema com a aritmética de intervalos é que ela não pode gerar uma distribuição de probabilidade associada com a incerteza nos índices estimados. Conseqüentemente, não se pode especificar um intervalo de confiança para um índice de confiabilidade baseado em um nível de significância nem avaliar qualitativamente a dispersão do índice em torno do seu valor médio. Esta limitação é devido ao fato de que a incerteza nos dados de entrada do modelo é especificada através de um único intervalo ao invés de uma distribuição de probabilidade. É também importante mencionar que a aritmética intervalar também não é capaz de fornecer

medidas de dispersão típicas usadas em estudos de propagação de erros tais como o desvio padrão e os quartis.

Portanto, a disponibilidade de dados históricos de falhas nos equipamentos nas redes de distribuição contemporâneas tende a melhorar significativamente a análise preditiva da confiabilidade se as incertezas referentes as taxas de falhas e tempos de reparo forem incluídas nos modelos preditivos. Consequentemente, os engenheiros responsáveis pelo planejamento da rede de distribuição terão mais confiança para tomar decisões baseados em limites inferiores e superiores para os índices de confiabilidade estimados. Desta forma, uma solução do PAC que reconheça as incertezas nos dados de confiabilidade será muito mais eficaz e segura para melhorar os índices de confiabilidade. Estas vantagens se tornaram mais evidentes quando a metodologia de solução do PAC incorporar características de robustez.

## **1.5 Motivação**

A desregulamentação do setor elétrico mundial introduziu competição nas zonas funcionais de geração, transmissão e distribuição com o objetivo de obter maior eficiência na comercialização da energia elétrica. Neste contexto, uma alternativa para as empresas de distribuição aumentarem as suas receitas é o adiamento de atividades de manutenção e da expansão da rede elétrica. Consequentemente, os níveis de confiabilidade da rede de distribuição tendem a se degradar.

Este aspecto torna os consumidores sujeitos aos interesses econômicos das distribuidoras, pois a rede de distribuição é um monopólio natural. Devido a isto, as agências reguladoras têm estabelecido penalidades para violações nas metas para os índices de continuidade de serviço da rede de distribuição. Consequentemente, as empresas de distribuição tem de satisfazer dois objetivos conflitantes: aumentar as suas receitas e melhorar a confiabilidade da rede. O conflito entre estes objetivos é devido ao fato de que para melhorar a confiabilidade da rede é necessário realizar uma quantidade significativa de investimentos em estratégias de reforço e expansão da rede elétrica. Consequentemente, os engenheiros de planejamento das concessionárias necessitam de ferramentas de apoio à decisão que conciliem os aspectos de confiabilidade e perdas de receita com multas. Além disso, estas ferramentas devem ser robustas com relação às incertezas intrínsecas ao modelo probabilístico da rede de distribuição, tais como as variações nos valores esperados dos dados de confiabilidade devido a variabilidade amostral. Ou seja, alternativas de investimento selecionadas por estas ferramentas devem ser imunes a degradação dos índices de confiabilidade causadas pelas

incertezas nos dados de confiabilidade. Esta característica aumenta a credibilidade dos engenheiros associada com as ferramentas usadas no processo de planejamento da rede distribuição e também fornece resultados mais realistas com relação disponibilidade de dados e informações em redes de distribuição contemporâneas.

A revisão bibliográfica realizada sobre o PAC identificou que não existem metodologias disponíveis para incluir as incertezas nos dados de confiabilidade na estimação dos índices de confiabilidade usados nos PAC. Ou seja, o PAC não tem sido solucionado de forma robusta. Em outras palavras, não há garantia de que os benefícios obtidos com a alocação de chaves sejam cancelados pelas incertezas nos dados de confiabilidade após uma alocação de chaves com as metodologias disponíveis atualmente.

Adicionalmente, os métodos probabilísticos disponíveis (*SMC* e *Bootstrap*) para a modelagem de incertezas nas taxas de falha são computacionalmente intensivos. Esta característica limita a aplicação destes métodos para obter uma solução robusta para o PAC. Esta restrição é devido ao fato de que uma solução robusta do PAC exige a estimação das distribuições de probabilidade dos índices de confiabilidade para cada solução candidata visando identificar os locais ótimos para a instalação das chaves. Consequentemente, a técnica de estimação das distribuições de probabilidade dos índices de confiabilidade usada por qualquer algoritmo de solução robusta do PAC deve estabelecer um compromisso aceitável entre precisão e custo computacional. Consequentemente, deve-se pesquisar alternativas para os métodos de propagação de incertezas baseados em amostragem sintética (*SMC* e *Bootstrap*) para modelar incertezas nos dados de confiabilidade na solução robusta do PAC. Uma alternativa seria a utilização de métodos analíticos análogos aqueles aplicados na solução do problema de fluxo de potência probabilístico. Todavia, não há registro da aplicação de tais técnicas na propagação de incertezas em modelos preditivos de confiabilidade de redes de distribuição.

A ausência de métodos analíticos para estimar índices de confiabilidade com incertezas nos dados de entrada (taxas de falha e tempos de reparo) e a falta de metodologias robustas para a solução do PAC tornam oportuno o desenvolvimento de ferramentas computacionais para incluir estes aspectos no planejamento de redes de distribuição orientado para a confiabilidade. Portanto, o objetivo principal desta pesquisa é desenvolver procedimentos e técnicas para realizar uma alocação robusta de chaves baseada em métodos analíticos de modelagem de incertezas nos dados de confiabilidade.

## 1.6 Objetivo

O principal objetivo deste trabalho é realizar uma alocação robusta de chaves em redes de distribuição. Para este fim são propostos algoritmos para a alocação ótima de chaves em redes de distribuição de energia elétrica sob incerteza. As incertezas consideradas nos modelos de alocação são flutuações nos valores médios das taxas de falha e dos tempos de reparo devido a variabilidade amostral.

A solução robusta do PAC foi alcançada a partir da utilização das seguintes técnicas:

- i. Aplicação de métodos probabilísticos para propagar incertezas dos dados de falha para os índices de confiabilidade;
- ii. Desenvolvimento de métodos analíticos para estimar as distribuições de probabilidade associadas com os índices de confiabilidade da rede de distribuição com baixo custo computacional;
- iii. Implementação de algoritmos meta-heurísticos para alocar dispositivos de chaveamento na rede de distribuição.

## 1.7 Estrutura da Dissertação

O presente trabalho está dividido em sete capítulos que serão descritos resumidamente a seguir.

- i) O Capítulo 1 descreve os aspectos introdutórios dos conceitos associados com o tema desta dissertação. É feita uma introdução sobre os sistemas de energia elétrica (SEE), com ênfase ao sistema de distribuição, e também aborda-se os conceitos básicos de confiabilidade em redes de distribuição. Os objetivos e a motivação para o desenvolvimento deste trabalho, também são apresentados neste capítulo.
- ii) Uma explicação sobre o método analítico para a estimação de índices de confiabilidade em redes de distribuição radiais é apresentada no Capítulo 2. Neste capítulo, é realizada a descrição do processo de análise de falhas (resposta da proteção, restauração a montante e restauração a jusante), formulação matricial dos índices além do método analítico de enumeração de estados.
- iii) No Capítulo 3 são descritas as distribuições de probabilidade usadas para representar as incertezas nas taxas médias de falha e tempos médios de reparo (distribuições Chi-Quadrado, Normal e t de Student).
- iv) No Capítulo 4 é realizado um estudo sobre Propagação de Incertezas em modelos preditivos de confiabilidade para redes de distribuição. Este estudo considerou as

seguintes técnicas: *Bootstrap*, Conjuntos *Fuzzy*, SMC, Cumulantes e Artimética intervalar. As incertezas são caracterizadas através da definição de intervalos de confiança para os índices de confiabilidade estimados.

- v) O Capítulo 5 descreve a metodologia empregada para a realização de uma Alocação Robusta de Chaves em redes de distribuição. Neste capítulo é apresentada a formulação do problema que envolve uma alocação robusta de chaves, o conceito de robustez e as características do problema de otimização robusta proposto.
- vi) O Capítulo 6 apresenta a técnica de otimização usada para solucionar o problema de alocação robusta de chaves. Uma descrição detalhada sobre PSO é realizada nesta seção.
- vii) O Capítulo 7 apresenta os resultados dos testes das metodologias propostas nesta dissertação. É realizada uma descrição do sistema teste, uma explicação sobre o processo de geração das amostras de dados de falha bem como os resultados da alocação robusta de chaves no sistema teste.
- viii) Finalmente, o Capítulo 8 apresenta a conclusão deste trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

## 2 ESTIMAÇÃO DE ÍNDICES DE CONFIABILIDADE EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO

Este capítulo apresenta uma explicação sobre o método utilizado para estimação dos índices de confiabilidade. Este método se baseia na formulação analítica matricial proposta por Ferreira (2010) e Rodrigues e Silva (2013).

### 2.1 Técnicas utilizadas para o cálculo dos índices de confiabilidade

As técnicas para o cálculo dos índices de confiabilidade podem ser divididas em duas classes (Billinton e Allan, 1996; Brown, 2009): analíticas e estocásticas. As técnicas analíticas representam o sistema por um modelo matemático e calculam os índices de confiabilidade a partir deste modelo com o uso de soluções matemáticas. Já as técnicas de simulação estocástica estimam os índices de confiabilidade a partir da simulação da operação e do comportamento estocástico do sistema. A principal vantagem da técnica analítica em relação a simulação estocástica é o custo computacional. Contudo, esta desvantagem da simulação estocástica está sendo contornada com a evolução da capacidade de processamento dos computadores atuais.

As desvantagens das técnicas analíticas em relação à simulação estocástica estão relacionadas à simplificação do sistema e a variedade de resultados. Este fato é devido à simulação estocástica ter a capacidade de fornecer uma grande variedade de resultados (valor esperado, desvio padrão, distribuição de probabilidade, percentil, etc.) enquanto os métodos analíticos se limitam a fornecer os valores esperados.

Independente das técnicas utilizadas para analisar o impacto das falhas nos componentes e estimar os índices de confiabilidade, é necessário obter as seguintes informações sobre a rede de distribuição (Ferreira,2010):

- i. Topologia da rede: a topologia indica a forma como os componentes do sistema estão conectados e essa identificação é realizada a partir da especificação dos nós iniciais e finais de cada componente do sistema.
- ii. Status dos componentes: indica quais dispositivos são do tipo normalmente abertos (NA) e normalmente fechados (NF). Geralmente as chaves NA's são utilizadas na interligação entre alimentadores e são fechadas quando há necessidade de transferências de cargas. Quando o sistema está funcionando normalmente essas chaves ficam abertas no intuito de preservar a topologia radial do sistema.
- iii. Dados de confiabilidade do sistema (taxa média de falha, tempo médio de reparo, tempo de chaveamento, etc.): são utilizados para se estimar os índices de confiabilidade

sistêmicos (FEC e DEC) do sistema de distribuição. Geralmente, estes parâmetros são considerados como determinísticos, isto é, as variações em torno dos seus valores médios devido a variabilidade amostral não é considerada. Nesta dissertação, os índices de confiabilidade serão estimados considerando-se incertezas nestes parâmetros.

- iv. Tipo associado a cada componente: neste trabalho os tipos associados para cada componente são: 1-religadores, 2-fusíveis, 3-chaves seccionadoras, 4-troncos, 5-barras laterais, 6- transformadores.
- v. Total de consumidores em cada ponto de carga: considera-se que apenas os transformadores possuem consumidores e que para o restante dos componentes o número de consumidores é igual à zero.
- vi. Comprimento: apenas se define o comprimento para as seções do tronco e das laterais (ramais). Os comprimentos dos demais componentes são nulos.
- vii. Procedimentos Operacionais: definem a lógica de operação dos dispositivos de proteção e as estratégias de restauração dos consumidores que foram interrompidos por uma falha no sistema.

## 2.2 Estrutura de navegação pais e filhos

As redes de distribuição com topologia radial estão associadas com um tipo especial de grafo (conjunto de pontos chamados vértices (ou nodos ou nós) conectado por linhas chamadas de arestas (ou arcos)) denominado de árvore. Um conceito importante a enfatizar é a definição de montante e jusante. Daí tem-se:

- i. Montante: em direção à fonte de potência;
- ii. Jusante: Afastado da fonte de potência.

Um componente da árvore é definido como Pai de um determinado componente C se ele está imediatamente a montante de C. Isto é, o componente cujo nó final é igual ao nó inicial do componente especificado.

Um componente é definido como Filho de C se ele está imediatamente à jusante de C. Ou seja, a lista de componentes cujo nó inicial é igual ao nó final do componente especificado. A Figura 2.1 mostra o diagrama unifilar de uma rede de distribuição com nove ramos e a Figura 2.2 ilustra o relacionamento pai/filho entre os ramos desta rede.

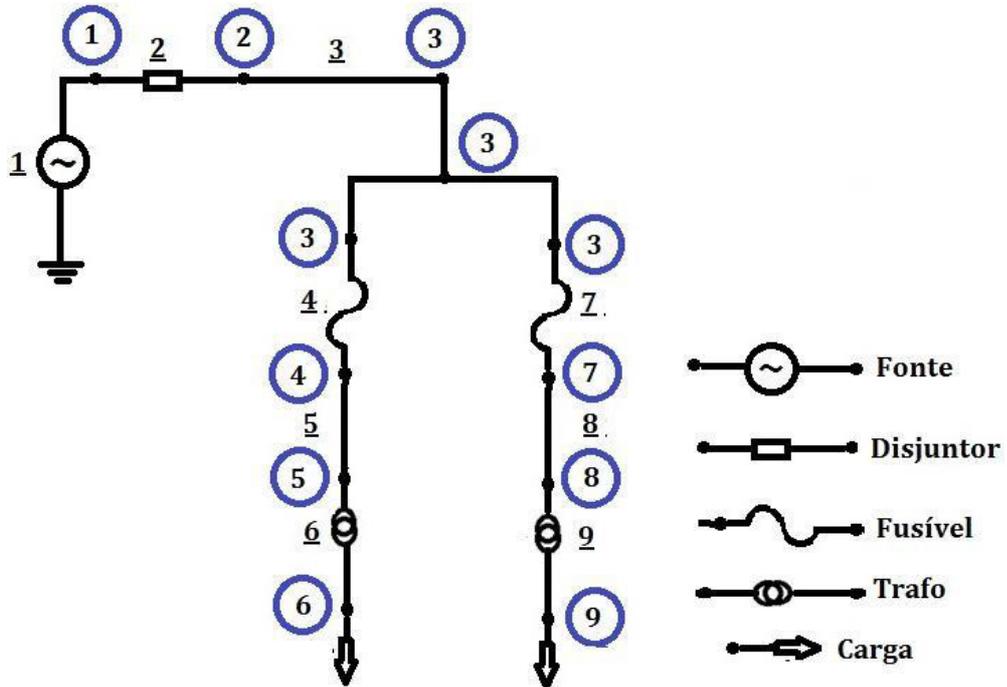


Figura 2-1- Diagrama unifilar de uma rede de distribuição com nove ramos, no qual os índices dos nós e dos ramos estão dentro de círculos e sublinhados, respectivamente.

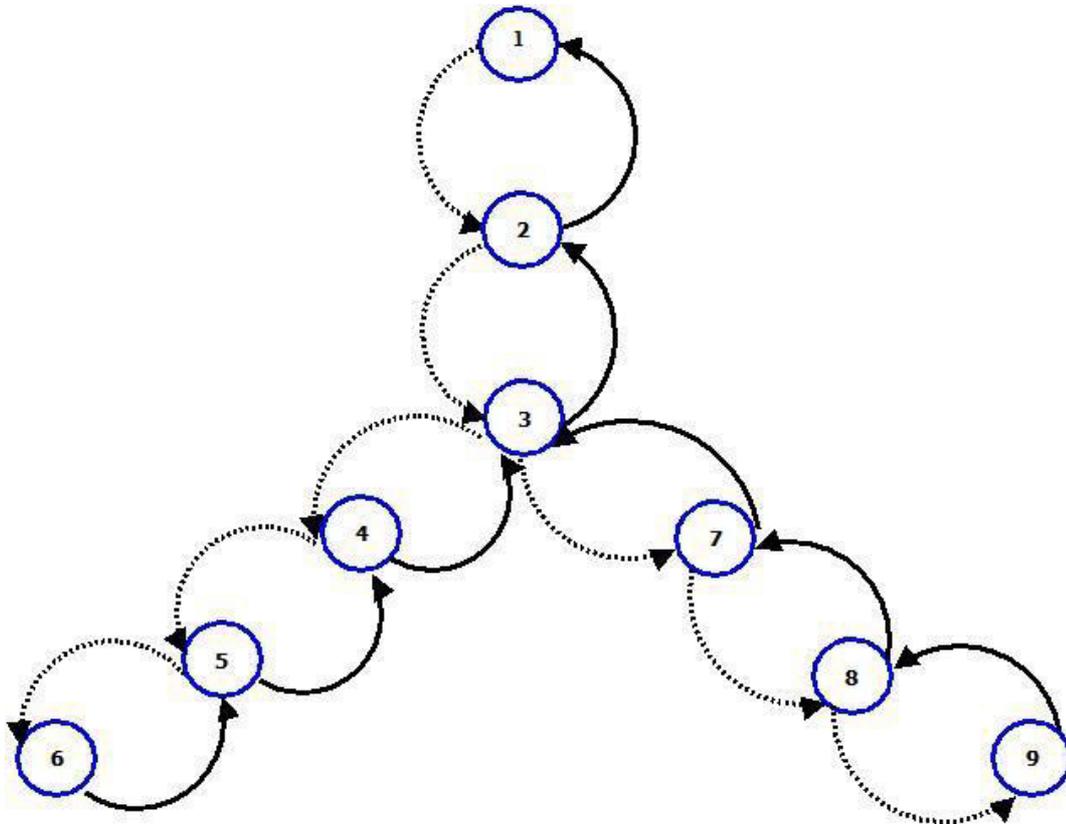


Figura 2-2- Relações pai/filho para a rede de distribuição da Figura 2.1, nas quais as linhas contínuas e tracejadas identificam os pais e os filhos, respectivamente.

A relação de parentesco é de suma importância para construção de algoritmos eficientes de busca na árvore. Estes algoritmos são fundamentais na análise da confiabilidade do sistema de distribuição, pois eles são usados para identificar os componentes interrompidos pela abertura de um componente e a proteção que eliminou a falta. Os dois principais algoritmos de busca ou navegação para sistemas radiais são: as pesquisas a montante e a jusante.

A pesquisa a montante inicia de um componente e percorre todos os componentes no caminho entre o componente e a fonte. A pesquisa a montante é de grande utilidade na identificação de fontes de potência, dispositivos de proteção, de pontos que possuem falta de isolamento e uma variedade de outras funções.

Basicamente uma pesquisa a montante vai de Pai para Pai até que a fonte seja encontrada. Ao terminar a pesquisa todos os componentes do caminho até a fonte foram identificados. Deste modo, o último componente a ser encontrado deverá ser a fonte de potência ou o componente que satisfaz o critério de parada.

Uma pesquisa a jusante inicia de um componente e percorre o conjunto de filhos até que pontos abertos sejam encontrados ou que filhos não sejam mais encontrados ou ainda que o critério de parada tenha sido satisfeito.

A partir destes conceitos pode-se perceber a importância da identificação de Pais e Filhos numa árvore. Estes conceitos tornam possível a realização de buscas para identificações de proteções que eliminaram as faltas e componentes desenergizados. Na próxima seção a definição de montante e jusante será de suma importância para compreensão do algoritmo conceitual que será apresentado.

### **2.3 Método analítico para estimação de índice de confiabilidade em redes de distribuição**

A avaliação do impacto de uma falha, no que diz respeito à continuidade de fornecimento de energia para os pontos de carga, é realizada levando-se em consideração a resposta das proteções e as estratégias de restauração. Uma falha em um componente ou barramento do sistema gera uma sequência de eventos envolvendo a atuação de proteções e manobras de chaves que vão definir quais pontos de carga da rede foram interrompidos e os seus respectivos tempos de restauração (Brown, 2009). A partir desta suposição pondera-se o impacto de um componente pela sua taxa de falha ( $\lambda_j$ ) e pela sua indisponibilidade resultante ( $\lambda_j \times r_{ij}$ ) para adicionar a sua contribuição aos índices nodais e sistêmicos, respectivamente.

Um resumo do processo para o cálculo dos índices de confiabilidade via métodos analíticos pode ser definido a partir do seguinte algoritmo conceitual (Brown, 2009).

- i. Selecionar uma contingência.
- ii. Simular a resposta do sistema a contingência e calcular os seus efeitos sobre todos os componentes.
- iii. Adicionar o impacto da contingência aos índices de confiabilidade nodais usando-se uma ponderação adequada (taxa de falha ou indisponibilidade anual).
- iv. Verificar se todas as contingências foram simuladas. Se todas as contingências foram selecionadas finaliza-se o algoritmo, caso ainda exista contingências a serem simuladas, retorna-se para o passo (ii).

Após os impactos ponderados das contingências serem somados para obter os índices nodais FIC e DIC, os índices sistêmicos FEC e DEC podem ser calculados através dos valores médios dos índices nodais associados, isto é: FIC e DIC, respectivamente.

Na análise de confiabilidade preditiva de redes de distribuição, a ponderação do impacto de uma contingência é dependente do índice de confiabilidade que está sendo estimado, ou seja:

- i. Índices referentes à frequência das interrupções (FEC/FIC): a taxa de falha do componente associado com a contingência sob análise.
- ii. Índices referentes à duração acumulada das interrupções (DEC/DIC): produto da taxa de falha associada com a contingência pelo tempo de restauração dos componentes interrompidos por esta contingência. Esta ponderação considera que a frequência de uma contingência é igual a sua taxa de falha e as durações de cada ocorrência desta contingência (para os consumidores interrompidos) são iguais ao seu tempo de restauração médio.

O impacto de uma contingência na continuidade do fornecimento para os pontos de carga é definido pela operação de três tipos de componentes: proteções (religadores, fusíveis, etc.), dispositivos de seccionamento e chaves NA (interligações entre alimentadores). Este processo pode ser resumido através do seguinte algoritmo conceitual:

- i. Leitura dos dados de confiabilidade (taxas de falha, tempos de reparo, tempos de chaveamento, etc.) e da rede elétrica (topologia, *status* dos componentes, nós terminais, etc.).
- ii. Repetir os passos (iii)–(x) para  $k=1, \dots, N_r$ , onde  $N_r$  é o número de ramos do sistema.
- iii. Identificar o dispositivo de proteção que atuou para eliminar uma falha no ramo  $k$ . Essa identificação pode ser realizada a partir de uma busca à montante da falta.

- iv. Identificar os componentes nos quais o fornecimento de energia foi interrompido pela abertura do dispositivo de proteção. Essa identificação pode ser realizada a partir de uma busca à jusante partindo do dispositivo de proteção que atuou para eliminar a falta.
- v. Realizar uma busca à montante da falta para identificar o dispositivo de seccionamento que pode ser aberto para isolar a falta da fonte. Esse dispositivo de seccionamento deve ser uma chave Normalmente Fechada (NF). Após este dispositivo ser aberto, a proteção que eliminou a falta pode ser fechada e o fornecimento de energia é restaurado para todos os componentes entre a proteção e o dispositivo de isolamento. Esta restauração é conhecida como restauração à montante.
- vi. Identificar os componentes nos quais o fornecimento de energia foi interrompido pela abertura do dispositivo de seccionamento localizado acima da falta. Essa identificação pode ser realizada a partir de uma busca à jusante partindo do dispositivo de seccionamento à montante da falta.
- vii. Identificação dos dispositivos à jusante da falta para isolar os componentes abaixo do componente defeituoso.
- viii. Identificação das chaves Normalmente Abertas (NA) que podem ser fechadas para realizar transferências de carga e restaurar o fornecimento para os consumidores interrompidos pelo dispositivo de seccionamento localizado acima da falta. O fechamento de uma chave NA deve estar vinculado a abertura de um dispositivo de isolamento abaixo da falta para evitar que a falta seja realimentada pelo ponto de fornecimento alternativo. Este tipo de restauração é denominada de restauração à jusante.
- ix. Adicionar a taxa de falha do ramo  $k$  ( $\lambda_k$ ) aos índices FIC dos pontos de carga interrompidos pela falha deste ramo.
- x. Adicionar a indisponibilidade resultante do ramo  $k$  aos índices DIC dos pontos de carga interrompidos pela falha deste ramo, como se segue:
  - (x-1)  $\lambda_k \times t_k^{rep}$  para os componentes cujo fornecimento de energia só foi restabelecido após o reparo do componente  $k$ , onde  $t_k^{rep}$  é o tempo de reparo do componente  $k$ .
  - (x-2)  $\lambda_k \times t^{sw}$  para os componentes cujo fornecimento de energia foi restabelecido após as restaurações à montante e à jusante, onde  $t^{sw}$  é o tempo de chaveamento.
- xi. Estimar os índices FEC e DEC com base nos índices FIC e DIC, respectivamente. A partir do algoritmo conceitual definido acima, tem-se as seguintes expressões para os índices de confiabilidade:

$$FIC_i = \sum_{j \in \Omega_i} \lambda_j \quad (2.1)$$

$$DIC_i = \sum_{j \in \Omega_i} \lambda_j \times r_{ij} \quad (2.2)$$

$$FEC = \sum_{i \in \Omega_L} FIC_i Nc_i / \sum_{i \in \Omega_L} Nc_i \quad (2.3)$$

$$DEC = \sum_{i \in \Omega_L} DIC_i Nc_i / \sum_{i \in \Omega_L} Nc_i \quad (2.4)$$

Onde:

$\Omega_L$  é o conjunto de pontos de carga do sistema;

$Nc_i$  é o número de condutores no ponto de carga  $i$ ;

$FIC_i$  ( $DIC_i$ ) é o FIC (DIC) para o ponto de carga  $i$ ;

$\lambda_j$  é a taxa de falha do componente  $j$ ;

$\Omega_i$  é o conjunto de componentes cujas falhas causam uma interrupção no ponto de carga  $i$ .

$r_{ij}$  é o tempo de restauração (reparo ou chaveamento) associado com o ponto de carga  $i$  quando ocorre uma falha no componente  $j$ .

Alternativamente, os índices de confiabilidade FIC/FEC e DIC/DEC podem ser calculados usando-se a formulação matricial proposta por Ferreira (2010) e Rodrigues e Silva (2013). Esta formulação é definida nas equações (2.5)-(2.8).

$$FIC = W^f \lambda \quad (2.5)$$

$$DIC = W^r \Lambda t^{rep} + t^{sw} W^s \lambda \quad (2.6)$$

$$FEC = (Nc^T FIC) / Nc^{TOT} \quad (2.7)$$

$$DEC = (Nc^T DIC) / Nc^{TOT} \quad (2.8)$$

Onde:

$FIC$  é um vetor com dimensão igual ao número de pontos de carga do sistema e que possui os valores do índice FIC para os pontos de carga do sistema.

$DIC$  é um vetor com dimensão igual ao número de pontos de carga do sistema e que possui os valores do índice DIC para os pontos de carga do sistema.

$W_{ik}^f = 1$  se o ponto de carga  $i$  é interrompido por uma falha no ramo  $k$ ; caso contrário,  $W_{ik}^f = 0$ .  $W_{ik}^f$  é uma matriz e possui dimensão igual ao número de ponto de cargas pelo números de ramos ( $N_r$ ).

$W_{ik}^r = 1$  se o tempo de restauração do ponto de carga  $i$  é igual ao tempo de reparo do ramo  $k$  para uma falha neste ramo; caso contrário,  $W_{ik}^r = 0$ .  $W_{ik}^r$  é uma matriz e possui dimensão igual ao número de ponto de cargas pelo números de ramos ( $N_r$ ).

$W_{ik}^s = 1$  se o tempo de restauração do ponto de carga  $i$  é igual ao tempo de chaveamento para uma falha no ramo  $k$ ; caso contrário,  $W_{ik}^s = 0$ .  $W_{ik}^s$  é uma matriz e possui dimensão igual ao número de ponto de cargas pelo números de ramos ( $N_r$ ).

$\lambda$  ( $t^{rep}$ ) é um vetor com dimensão  $N_r$  que contém a taxa de falha (tempo de reparo) de cada ramo.

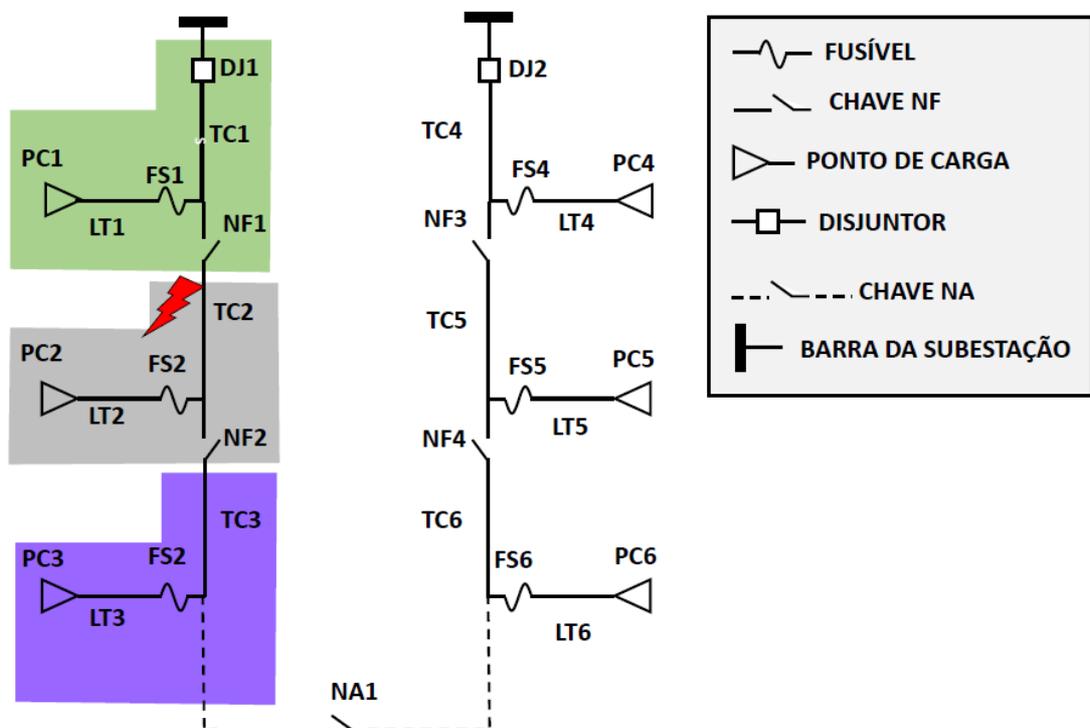
$\Lambda$  é uma matriz diagonal cujos elementos não-nulos são os respectivos elementos do vetor  $\lambda$   
 $t^{sw}$  é o tempo de chaveamento.

$N_c$  é um vetor com dimensão igual ao número de pontos de carga que contém os números de consumidores destes pontos.

$N_c^{tot} = \sum_{i \in \Omega_L} N_{c_i}$  é o número total de consumidores sistema.

O impacto de uma contingência nos pontos de carga é determinado pelas matrizes  $W^f$ ,  $W^r$  e  $W^s$ . A matriz  $W^f$  determina o impacto da resposta do sistema de proteções, devido às falhas nos equipamentos, nos pontos de carga. Por outro lado, as matrizes  $W^r$  e  $W^s$  refletem os efeitos das estratégias de restauração à montante e à jusante nos tempos de restabelecimento do fornecimento de energia nos pontos de carga (Ferreira, 2010).

A análise do impacto de uma contingência será demonstrada para uma falta na seção do tronco TC2 do sistema-exemplo ilustrado na Figura 2.3.



2-3- Sistema exemplo usado para ilustrar o efeito de uma contingência na seção do tronco TC2 (Fonte: Adaptado de Ferreira (2010)).

A sequência de eventos resultante da falha na seção do tronco TC2 é descrita abaixo (Billinton e Allan, 1996; Brown, 2009; Ferreira, 2010):

- i. Resposta do sistema de proteção: O disjuntor DJ1 opera para eliminar a falta na seção TC2. A abertura de DJ1 causa uma interrupção em todos os pontos de carga à jusante de DJ1 (áreas coloridas de verde, cinza e roxo).
- ii. Restauração à montante da falta: A chave NF1 é aberta e o disjuntor DJ1 é fechado para restaurar o fornecimento de energia para todos os componentes localizados na área de cor verde. Conseqüentemente, o ponto de carga PC1 terá um tempo de restauração igual apenas ao tempo de chaveamento.
- iii. Restauração à jusante da falta: A chave NF2 é aberta para fechar a chave NA1 e restaurar o fornecimento de energia para todos os componentes na área de cor roxa através de uma transferência de carga para o alimentador adjacente. Devido a isso, o tempo de restauração para o ponto de carga PC3 é também igual ao tempo de chaveamento.
- iv. Reparo: o componente falhado é concertado e o sistema é retorna para a sua configuração original. No sistema-exemplo da Figura 2.3, o fornecimento de energia para o ponto de carga PC2 só é restabelecido após o reparo da seção TC2. Portanto, o tempo de restauração para o ponto de carga PC2 é igual ao tempo de reparo da seção TC2.

Os principais resultados do método analítico são: as frequências esperadas de interrupções momentâneas e sustentadas, a indisponibilidade para um período de estudo (número total de horas que um equipamento ficou fora serviço) e o tempo médio de restauração. Adicionalmente, é também possível usar o método analítico para obter estimativas dos custos de interrupção. A estimação destes índices através do método analítico é válida sob as seguintes condições (Brown, 2009):

- i. Todos os componentes estão operando no período de vida útil: não há componentes sujeitos a degradação ou envelhecimento. Desta forma, pode-se considerar que as taxas de falha de todos os componentes são constantes e pode-se representar as contingências através de um processo Markoviano Homogêneo que é base para obtenção das equações aproximadas para um sistema componentes conectados em série. Por sua vez, estas equações aproximadas se constituem no alicerce para a estimação dos índices de confiabilidade nodais e sistêmicos da rede de distribuição.
- ii. Apenas contingências de primeira ordem são consideradas: não há ocorrência de mais de uma contingência ao mesmo tempo. Esta hipótese implica que a análise de

contingências é restrita ao domínio N-1, ou seja, todos os componentes estão operando, exceto o componente onde ocorreu a falha. Em outras palavras, não são consideradas contingências de ordem superior a primeira. Esta hipótese é aceitável em sistemas de transmissão puros e de distribuição, pois as probabilidades de falha dos componentes individuais são muito pequenas (da ordem de  $10^{-4}$ ). Consequentemente, o alcance da enumeração (cobertura do espaço amostral) dos estados de contingência é próximo da unidade. Todavia, esta hipótese não pode ser aplicada em sistemas compostos de geração e transmissão, pois as probabilidades de falha dos geradores são maiores (da ordem de  $10^{-2}$ ). Consequentemente, as probabilidades do espaço amostral são dispersas em um grande número de estados. Desta forma, deve-se avaliar eventos de falha com mais de um componente fora de serviço para se obter uma cobertura razoável do espaço amostral.

- iii. Eventos são mutuamente exclusivos: as falhas não ocorrem enquanto a manutenção é realizada em outros componentes. Para calcular precisamente os índices de confiabilidade nesta situação o modelo preditivo probabilístico deve levar em conta a possibilidade de que eventos de falha e manutenção ocorram ao mesmo tempo. Neste caso, as equações aproximadas para um sistema componentes conectados em série não podem mais ser aplicadas.
- iv. As contingências são eventos independentes: a ocorrência de uma contingência não afeta a probabilidade de outra contingência ocorrer. Entretanto, as interrupções no fornecimento de energia não são independentes das condições de tempo adversas, tais como: tempestades, furacões, tornados, etc. Por exemplo, a probabilidade de falta em uma linha aérea que está sujeita a uma tempestade é maior do que quando a linha aérea está operando na condição de tempo normal. Portanto, o princípio de independência de eventos não pode ser aplicado para considerar condições de tempo adversas.

A formulação matricial dos índices de confiabilidade apresentada em (2.5)-(2.8) será usada na propagação de incertezas das taxas de falha e dos tempos de reparo para os índices de confiabilidade, que por sua vez será utilizada na alocação robusta de chaves.

### 3 DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE USADAS PARA REPRESENTAR AS INCERTEZAS NAS TAXAS DE FALHA E TEMPOS DE REPARO

Este capítulo descreve as principais distribuições de probabilidade utilizadas para representar as incertezas nos dados de confiabilidade (valores médios da taxa de falha e do tempo de reparo). Inicialmente serão apresentadas as definições das distribuições normal e t de Student que serão usadas para modelar as flutuações aleatórias em torno do valor médio do tempo de reparo. Em seguida, serão introduzidas as distribuições Chi-quadrado e a de Poisson. A associação entre estas duas distribuições será usada para modelar as incertezas no valor médio da taxa de falha.

#### 3.1 Distribuição Normal

Dentre as distribuições teóricas de variável aleatória contínua, uma das mais empregadas é a distribuição normal. Muitas variáveis aleatórias de ocorrências naturais ou de processos práticos obedecem a esta distribuição, como por exemplo, as alturas das pessoas em uma população e vários outros fenômenos físicos. A importância desta distribuição está relacionada também ao fato de que muitas técnicas estatísticas, como análise de variância, de regressão e alguns testes de hipótese, assumem e exigem a normalidade dos dados. A ampla aplicação desta distribuição vem em parte devido ao teorema do limite central. Este teorema afirma que à medida que o tamanho da amostra aumenta, a distribuição amostral das médias tende para uma distribuição normal (Triola, 1998). A distribuição normal tem sido amplamente empregada nos estudos de confiabilidade para modelar incertezas resultantes de erros de previsão de carga.

Uma variável aleatória  $X$  é dita ter uma distribuição normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , se sua função densidade de probabilidade é dada por (3.1):

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.1)$$

O histograma de frequências da distribuição normal tem a forma de sino. Considerando-se que a média é constante e que a variância é ajustada, o gráfico da curva normal assume diferentes formas de sino: de alongada a achatada. Uma notação muito empregada para designar que uma variável tem distribuição normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  é  $N(\mu, \sigma^2)$ .

A função de distribuição acumulada de uma variável aleatória normal é dada pela equação (3.2).

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (3.2)$$

Se é  $X$  uma variável aleatória contínua de modo que  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , então a variável aleatória contínua  $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$  tem distribuição Normal com média 0 (zero) e desvio padrão 1 (um), isto é,  $Z \sim N(0,1)$ . A variável aleatória  $Z$  é chamada de variável aleatória normal padrão e possui função densidade dada por (3.3):

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \quad (3.3)$$

A Figura 3.1 apresenta a função densidade de probabilidade da distribuição normal. Os pontos marcados estão localizados exatamente a 3 desvios padrões da média. A partir da Figura 3.1 é fácil de perceber que para 3 desvios padrões (a direita e a esquerda da média) a curva abrange quase toda a sua totalidade. Considerando a probabilidade de ocorrência, a área sob a curva soma 100%. Isso quer dizer que a probabilidade de uma observação assumir um valor entre dois pontos é igual à área compreendida entre esses dois pontos.

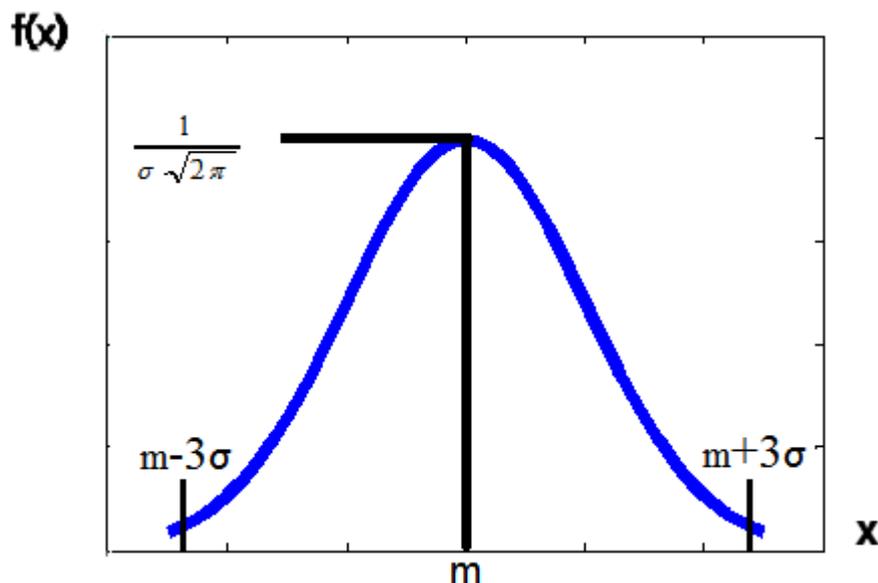


Figura 3-1- Densidade de probabilidade da distribuição normal (Fonte: Neves (2016))

Se a probabilidade  $P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma)$  for calculada, será observado que resultado desta probabilidade é de aproximadamente 0,997. Em resumo, a quase totalidade dos casos se encontra nesse intervalo.

A média e a variância de uma variável aleatória contínua que segue a distribuição normal são dadas por:

- i. Média =  $\mu$ .
- ii.  $\text{Var}(X) = \sigma^2$ .

### 3.2 Distribuição t de Student

A distribuição t de Student é uma das distribuições mais utilizadas na estatística, com aplicações que vão desde a modelagem estatística até testes de hipóteses. Uma variável aleatória contínua  $X$  tem distribuição t de Student com  $n$  graus de liberdade se sua função densidade de probabilidade é definida de acordo com a equação (3.4):

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\sqrt{n\pi}} \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-(n+1)/2}, x \in (-\infty, \infty) \quad (3.4)$$

Onde  $n$  é chamado de graus de liberdade e  $\Gamma$  é a distribuição gama.

A distribuição t de Student tem a sua forma definida e caracterizada pelo número de graus de liberdade. A função densidade de probabilidade da distribuição t de Student possui a mesma forma em sino da distribuição Normal, porém com maior variabilidade, ou seja, as curvas são mais alargadas principalmente em amostras pequenas.

Para qualquer valor inteiro e positivo de  $n$  a distribuição t assume uma forma muito semelhante a distribuição normal padrão, sendo que essa aproximação será cada vez mais explícita quanto maior for o grau de liberdade  $n$ . Isto é evidente pelo fato de que quanto maior for o grau de liberdade da distribuição t de Student maior é o número de amostras e pelo teorema do limite central tem-se que a distribuição amostral das médias tende para uma distribuição normal (Triola, 1998). A Figura 3.2 apresenta a distribuição t de Student para vários valores de grau de liberdade. Essas curvas são comparadas com uma curva normal padrão (na cor preta), pode-se perceber que a curva t de student com maior grau de liberdade ( $n = 12$ ) é a que mais se aproxima da curva normalizada.

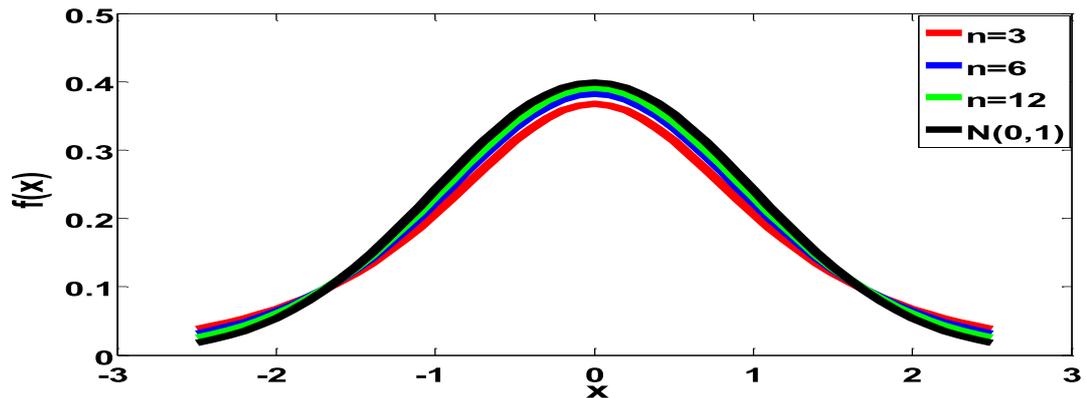


Figura 3-2- Função densidade da distribuição t de Student para alguns valores de n e da distribuição normal (cor preta) (Fonte: Neves (2016))

Supondo que  $Z$  é uma variável aleatória com distribuição normal possuindo  $\mu = 0$  e  $\sigma^2 = 1$ ,  $C$  uma variável aleatória com distribuição Chi-quadrado e com  $n$  graus de liberdade e que  $Z$  e  $C$  sejam independentes. Então, a relação definida em (3.5) resulta em uma variável aleatória  $t$  que possui distribuição t de Student com  $n$  graus de liberdade.

$$t = \frac{Z}{\sqrt{C/n}} \quad (3.5)$$

Sendo  $X_1, \dots, X_n$  variáveis aleatórias independentes com distribuição normal e com média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ . Então, a variável  $t$  definida em (3.6) tem distribuição t de Student com  $(n - 1)$  graus de liberdade.

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{(\sigma/\sqrt{n})} \quad (3.6)$$

Onde:

$\bar{X} = (X_1 + \dots + X_n)/n$  é a média amostral das variáveis aleatórias com distribuição normal.

$s = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$  é a variância da amostra de variáveis aleatórias normalmente distribuídas.

$\sigma = \sqrt{s}$  é o desvio padrão amostral.

É comum encontrar tabelas da distribuição t que apresentam os seus valores críticos. O principal motivo para este fato é que a distribuição t de Student é aplicada tanto na construção de intervalos de confiança como na realização de testes de hipóteses. Nessas aplicações o principal interesse está no valor crítico que é associado a um nível de significância  $\alpha$ .

A média e a variância de uma variável aleatória contínua que segue a distribuição t de Student são dadas por:

- i. Média = 0, para  $n > 1$
- ii.  $\text{Var}(X) = \frac{n}{n-2}$  para  $n > 2$

### 3.3 Distribuições de Poisson e Chi-quadrado

As incertezas associadas às taxas médias de falha foram representadas com base na relação entre as distribuições Chi-quadrado e de Poisson definida na equação (3.7) (Li e Al., 2008):

$$\chi^2(2F) = 2\lambda T \quad (3.7)$$

Onde:

$\lambda$  é a taxa média de falha;

$T$  é o período de tempo no qual as falhas foram observadas;

$F$  é o número de falhas durante o período  $T$ .

Deste modo, será apresentada uma descrição resumida sobre cada uma destas distribuições nas próximas subseções.

#### 3.3.1 Distribuição de Poisson

Esta distribuição representa a probabilidade de que um evento ocorra um número especificado de vezes em um intervalo de tempo ou espaço, quando a taxa de ocorrência é fixa. Em muitas aplicações, estamos interessados em contar o número de ocorrências de um evento em um determinado período de tempo ou numa determinada região do espaço. A distribuição de Poisson pode ser aplicada em situações em que os eventos ocorrem completamente ao acaso no tempo ou no espaço. Por exemplo, a variável aleatória Poisson pode representar os seguintes processos estocásticos: número de ocorrências de emissões em substâncias radioativas, contagem de pedidos de ligações telefônicas e o número de defeitos em um *chip* semiconductor (Garcia, 2008).

A pdf de uma variável aleatória com distribuição de Poisson é dada pela equação (3.8):

$$P[N = k] = p_N(k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \quad \text{para } k = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.8)$$

Onde:

$k$  é o valor da variável aleatória que representa o número de ocorrências do evento de interesse em um intervalo de tempo.

$\lambda$  é o número médio de ocorrências de eventos em um intervalo de tempo especificado ou região no espaço.

A média e a variância de uma variável aleatória discreta que obedece a distribuição de Poisson são dadas por:

- i. Média =  $\lambda$
- ii. Var (X) =  $\lambda$

### 3.3.2 Distribuição Chi-quadrado

A distribuição Chi-quadrado pode ser interpretada de duas formas : Como um caso particular da distribuição gamma ou como sendo a soma de normais padronizadas ao quadrado. Ou seja, uma soma quadrática de variáveis aleatórias normais com médias iguais a zero ( $\mu = 0$ ) e desvios padrões iguais a um ( $\sigma = 1$ ) (Garcia, 2008).

Uma variável aleatória contínua tem distribuição Chi-quadrado com  $n$  graus de liberdade se sua função densidade de probabilidade for dada por pela equação (3.9).

$$f(x) = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} x^{\left(\frac{n}{2}\right)-1} \exp\left(\frac{-x}{2}\right) \quad (3.9)$$

Sendo  $\Gamma(w) = \int_0^{\infty} x^{w-1} e^{-x} dx, w > 0$ .

Se  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  são variáveis normais padronizadas e independentes, então a variável  $\chi_n^2 = Z_1^2 + Z_2^2 + \dots + Z_n^2$  é uma variável aleatória com distribuição chi-quadrado e  $n$  graus de liberdade (Ross, 2000). A distribuição chi-quadrado ainda é um caso particular da distribuição gama.

A Figura 3.3 mostra a função densidade de probabilidade de uma distribuição chi-quadrado para vários graus de liberdade.

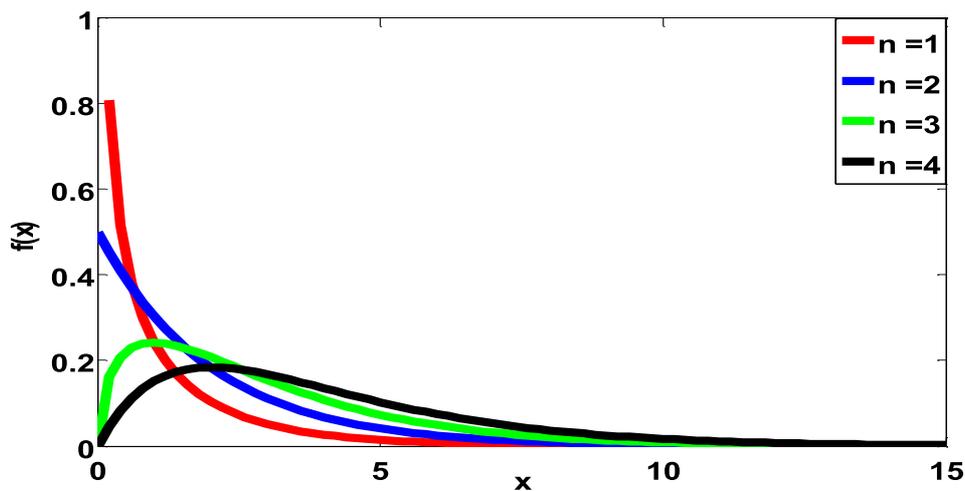


Figura 3-3- Função densidade da distribuição Chi-quadrado para alguns valores de  $n$   
(Fonte: Neves (2016))

A partir do gráfico da Figura 3.3 pode-se notar que com 1 (um) grau de liberdade a distribuição parece uma hipérbole e conforme o grau de liberdade vai aumentando a média aumenta (movendo-se para direita) e a variância também aumenta. Independentemente do grau de liberdade, os valores da distribuição chi-quadrado se aproximam de zero à medida que os valores de  $x$  vão ficando maiores, como se observa na Figura 3.3. Isto significa que quanto maiores forem esses valores menores são as possibilidades deles ocorrerem. A função de densidade chi-quadrado é assimétrica à direita e positiva. Isto vale para qualquer grau de liberdade. A positividade está relacionada ao fato desta distribuição ser a soma de variáveis normais padrões ao quadrado, portanto, só pode assumir valores positivos.

A média e a variância de uma variável aleatória contínua que possui distribuição Chi-Quadrado são dadas por:

- i. Média =  $n$ .
- ii. Var ( $X$ ) =  $2n$ .

### 3.3.3 Aplicação das Distribuições Usadas para Modelar Incertezas nos Dados de Falha

A aplicação das distribuições de probabilidade Chi-quadrado e Normal para modelar incertezas nas taxas de falha e nos tempos de reparo será ilustrada considerando-se um sistema-exemplo composto por 10 transformadores no qual foram registradas as estatísticas de falhas dos transformadores para um período de estudo de 5 anos. Estas estatísticas são apresentadas na Tabela 3.1.

Tabela 3-1: Estatísticas das falhas nos transformadores para um período de 5 anos

Falha #	Tempo de Reparo (Dias)	Falha #	Tempo de Reparo (Dias)
1	22,9204	17	10,473
2	42,6488	18	2,9593
3	0,1947	19	3,7051
4	23,0054	20	3,0704
5	7,7983	21	11,4821
6	3,9659	22	9,7602
7	3,9007	23	12,011
8	1,3796	24	22,4354
9	3,0767	25	3,1455
10	5,9565	26	4,876
11	0,5203	27	1,3207
12	24,7385	28	16,8806
13	4,5009	29	9,8082
14	1,3073	30	2,3081
15	1,3923	31	8,5331
16	3,6539	32	1,4181

A partir dos dados da Tabela 3.1, tem-se que o valor estimado da taxa de falha é dado por:

$$\hat{\lambda} = \frac{N^{falhas}}{N^{trafos} \times T} = \frac{32}{10 \times (5 \times 365)} = 1.753425 \times 10^{-3} [falhas/dia] \quad (3.10)$$

Onde:

$N^{falhas}$  é o número total de falhas;

$T$  é o período de estudo;

$N^{trafos}$  é o número de transformadores.

A partir da relação entre as distribuições de Poisson e Chi-Quadrado, descrita na equação (3.7), tem-se que a distribuição de probabilidade que representará as incertezas na taxa de falha estimada ( $f(\hat{\lambda})$ ), devido a variabilidade amostral, é dada por:

$$f(\hat{\lambda}) = \frac{\chi^2(2N^{falhas})}{N^{trafos} \times 2T} \quad (3.11)$$

Usando-se (3.11), pode-se obter o intervalo de confiança da taxa de falha usando-se a inversa da distribuição cumulativa de  $f(\hat{\lambda})$  como mostrado nas equações (3.12) e (3.13):

$$\lambda' = \frac{F_{\chi^2(2N^{falhas})}^{-1}(p')}{2T} = \frac{F_{\chi^2(64)}^{-1}(0.025)}{2 \times 1825} = 1.199341 \times 10^{-3} \quad (3.12)$$

$$\lambda'' = \frac{F_{\chi^2(2N_{falhas})}^{-1}(p'')}{2T} = \frac{F_{\chi^2(64)}^{-1}(0.975)}{2 \times 1825} = 2.411070 \times 10^{-3} \quad (3.13)$$

Onde:

$F_{\chi^2(V)}^{-1}(p)$  é a inversa da distribuição de probabilidade cumulativa da distribuição  $\chi^2(V)$  para uma probabilidade  $p$ .

$\alpha$  é o nível de significância associado ao intervalo de confiança (95% para este exemplo).

$$p' = \frac{100 - \alpha}{200} = \frac{100 - 95}{200} = \frac{5}{200} = 0,025$$

$$p'' = 1 - \frac{100 - \alpha}{200} = 1 - 0,025 = 0,975$$

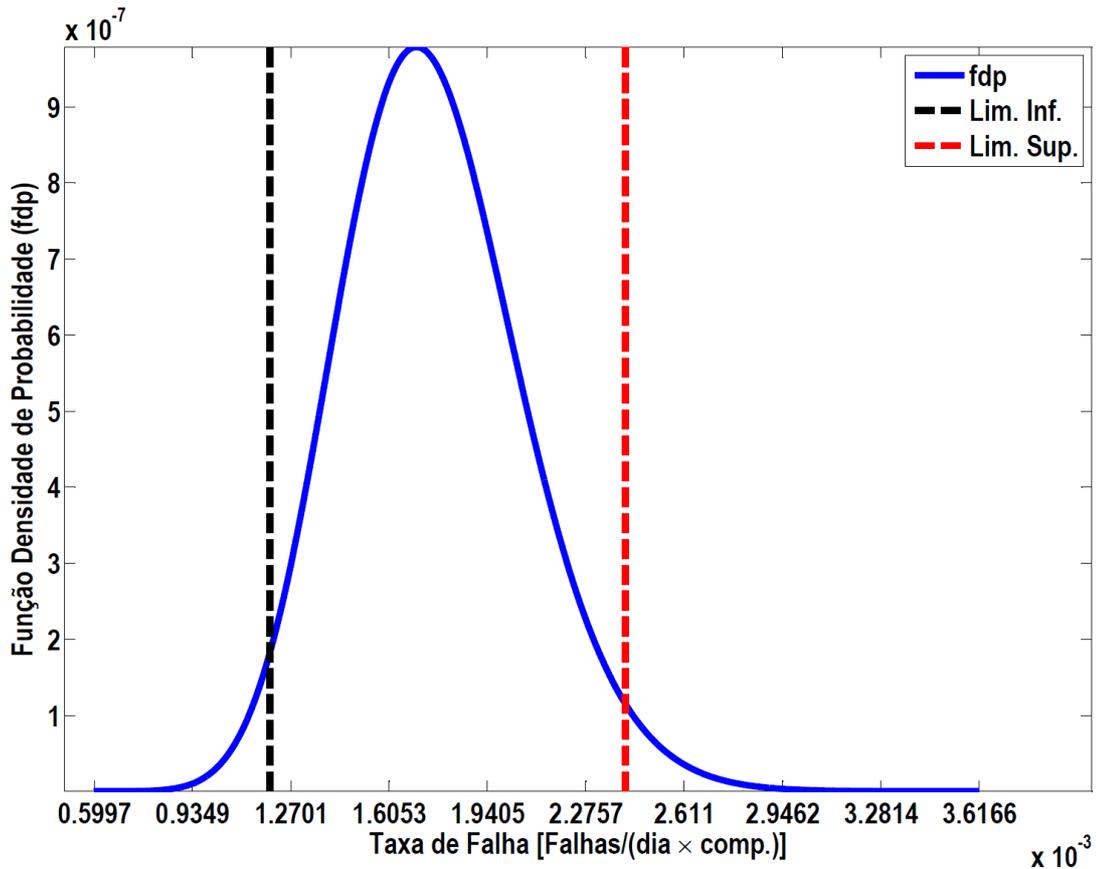
$V$  é o número de graus de liberdade da distribuição  $\chi^2$ .

$\lambda'$  ( $\lambda''$ ) é o limite inferior (superior) do intervalo de confiança da taxa de falha estimada para um nível de significância  $\alpha$ .

A partir de (3.12) e (3.13), pode-se concluir que existe uma grande variação da taxa de falha em torno da sua média. Por exemplo, o coeficiente de variação percentual ( $\Delta\hat{\lambda}$ ) (quociente entre a largura do intervalo de confiança e o valor médio) é dado por:

$$\begin{aligned} \Delta\hat{\lambda} &= 100\% \times \frac{\lambda'' - \lambda'}{\hat{\lambda}} \\ \Delta\hat{\lambda} &= 100\% \times \frac{2.411070 \times 10^{-3} - 1.199341 \times 10^{-3}}{1.753425 \times 10^{-3}} \\ \Delta\hat{\lambda} &= 69.106404\% \end{aligned} \quad (3.14)$$

Esta variação, também pode ser avaliada qualitativamente através da função densidade de probabilidade da taxa de falha dos transformadores ilustrada na Figura 3.4.



3-4-Função densidade de probabilidade da taxa de falha dos transformadores.

Por outro lado, o tempo médio de reparo dos transformadores pode ser estimado como se segue:

$$\hat{r} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{falhas}} r_i}{N_{falhas}} = \frac{275.1469}{32} = 8.598340 \text{ [dias]} \quad (3.15)$$

Onde:  $\hat{r}$  e  $r_i$  são o valor estimado do tempo de reparo e o  $i$ -ésimo elemento da amostra de tempos de reparo dos transformadores, respectivamente.

Visto que o número de elementos da amostra de tempos de reparo é maior do que 30, então pode-se modelar as incertezas na estimativa do tempo médio de reparo via distribuição normal. Caso contrário, se o tamanho da amostra é inferior a 30, então as incertezas na estimativa do tempo médio de reparo são modeladas usando-se a distribuição  $t$  de Student. Desta forma, as incertezas na estimativa do tempo de reparo são matematicamente definidas como se segue:

$$f(\hat{r}) = N(\hat{r}, \hat{\sigma}[r]) = \hat{r} + N(0,1)\hat{\sigma}[r] = \hat{r} + N(0,1) \sqrt{\frac{\hat{V}ar[r]}{N_{falhas}}} \quad (3.16)$$

Onde:

$f(\hat{r})$  é a função densidade de probabilidade do tempo de reparo estimado;

$\hat{\sigma}[r]$  é o desvio padrão estimado do tempo de reparo;

$\hat{V}ar[r] = \frac{1}{N_{falhas-1}} \sum_{i=1}^{N_{falhas}} (r_i - \hat{r})^2$  é a variância estimada do tempo de reparo;

A partir da distribuição normal, pode-se obter o intervalo de confiança do tempo de reparo usando-se a inversa da distribuição cumulativa de  $f(\hat{r})$  como se segue:

$$\begin{aligned}
 r' &= F_{N(\hat{r}, \hat{\sigma}_r)}^{-1}(p') \\
 r' &= \hat{r} + F_{N(0,1)}^{-1}(p') \hat{\sigma}[r] \\
 r' &= \hat{r} + F_{N(0,1)}^{-1}(p') \sqrt{\frac{\hat{V}ar[r]}{N_{falhas}}} \\
 r' &= 8.598340 - 1.96 \times \sqrt{\frac{90.6097}{32}} \\
 r' &= 5.300265 \text{ [dias]}
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

$$\begin{aligned}
 r'' &= F_{N(\hat{r}, \hat{\sigma}_r)}^{-1}(p'') \\
 r'' &= \hat{r} + F_{N(0,1)}^{-1}(p'') \hat{\sigma}[r] \\
 r'' &= \hat{r} + F_{N(0,1)}^{-1}(p'') \sqrt{\frac{\hat{V}ar[r]}{N_{falhas}}} \\
 r'' &= 8.598340 + 1.96 \times \sqrt{\frac{90.6097}{32}} \\
 r'' &= 11.896415 \text{ [dias]}
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Onde:

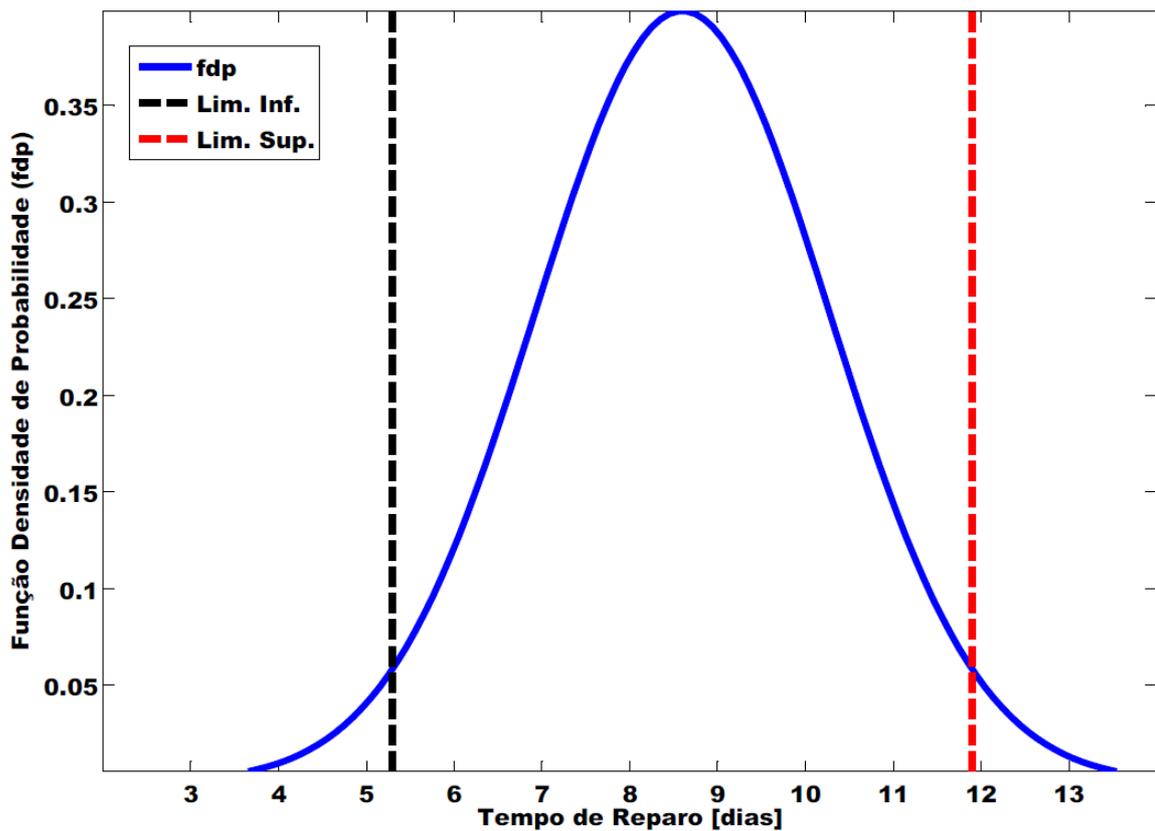
$F_{N(\mu, \sigma)}^{-1}(p)$  é a inversa da distribuição de probabilidade cumulativa da distribuição normal com média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$  para uma probabilidade  $p$ .

$r'$  ( $r''$ ) é o limite inferior (superior) do intervalo de confiança do tempo de reparo estimado.

Com base em (3.17) e (3.187), pode-se concluir que existe uma grande dispersão do tempo de reparo em torno do seu valor médio. Por exemplo, o coeficiente de variação percentual ( $\Delta\hat{r}$ ) é dado por:

$$\begin{aligned}
 \Delta\hat{r} &= 100\% \times \frac{r'' - r'}{\hat{r}} \\
 \Delta\hat{r} &= 100\% \times \frac{11.896415 - 5.300265}{8.598340} \\
 \Delta\hat{r} &= 76.714223\%
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Esta variação, também pode ser avaliada qualitativamente através da função densidade de probabilidade do tempo de reparo dos transformadores ilustrada na Figura 3.5.



3-5-Função densidade de probabilidade da taxa de falha dos transformadores.

A partir das distribuições de probabilidade da taxa de falha e do tempo de reparo dos transformadores é possível realizar diversos estudos associados com a propagação de incertezas, por exemplo, a análise de sensibilidade da indisponibilidade dos transformadores com relação as incertezas nos seus dados de confiabilidade. Esta análise será realizada com base na SMC que é um método de referência para diversos probabilísticos. A análise de sensibilidade com base na SMC pode ser resumida através do seguinte algoritmo conceitual:

- i. Sortear um valor para a taxa de falha do transformador ( $\lambda^{samp}$ ) usando-se a distribuição Chi-Quadrado.
- ii. Sortear um valor para o tempo de reparo do transformador ( $r^{samp}$ ) usando a distribuição normal.
- iii. Calcular o valor da indisponibilidade para os valores amostrados da taxa de falha e do tempo de reparo como se segue:

$$U^{samp} = \frac{\lambda^{samp}}{\lambda^{samp} + \mu^{samp}}, \text{ onde } \mu^{samp} = \frac{1}{r^{samp}} \quad (3.20)$$

- iv. Atualizar a amostra de indisponibilidades com o novo elemento  $U^{samp}$ .
- v. Repetir os passos de (i) até (iv) para uma tamanho de amostra especificado.
- vi. Calcular estatísticas para amostra de valores de  $U^{samp}$ .

Usando-se a amostra de 50000 elementos, pode-se calcular as seguintes estatísticas associadas com a indisponibilidade:

- i. Sortear um valor para a taxa de falha do transformador ( $\lambda^{samp}$ ) usando-se a distribuição Chi-Quadrado.
- ii. Desvio padrão:  $3.888214 \times 10^{-03}$
- iii. Intervalo de confiança para um nível de significância de 95%:  
 $[8.123476 \times 10^{-03}, 2.328084 \times 10^{-02}]$
- iv. Coeficiente de variação percentual: 102.140244%
- v. Distribuição de probabilidade individual (Figura 3.6).

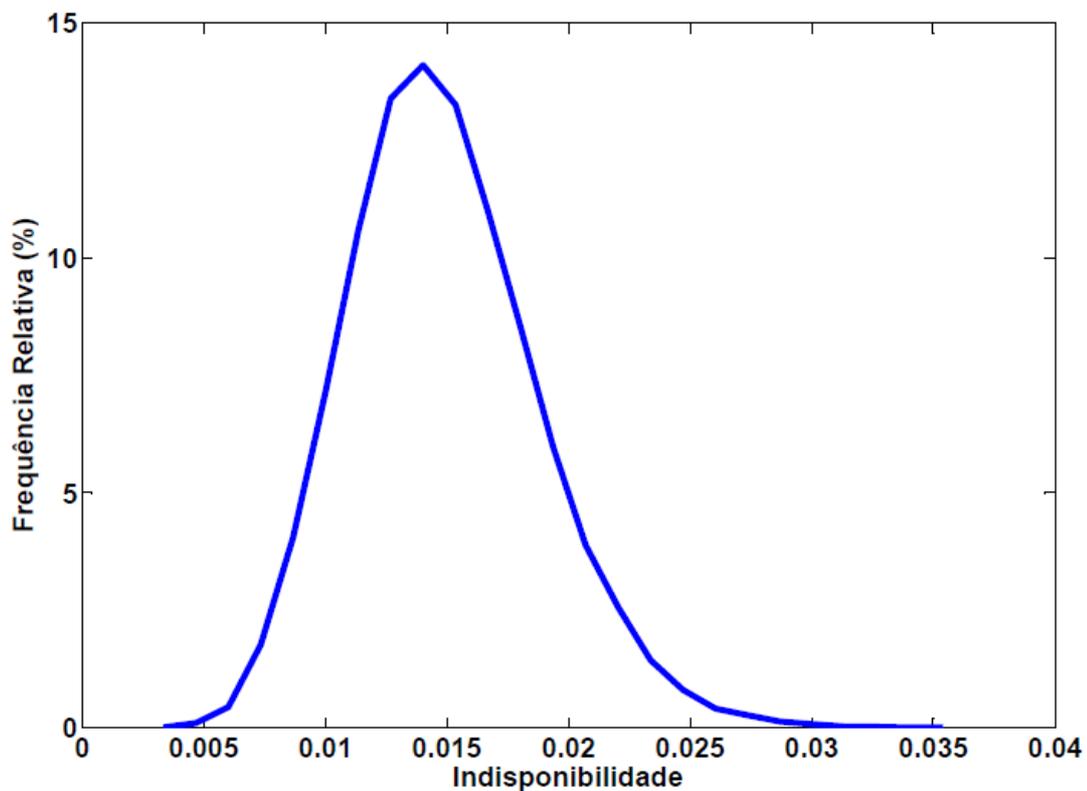


Figura 3-6- Distribuição de probabilidade individual da indisponibilidade dos transformadores.

Os resultados apresentados acima demonstram quantitativamente e qualitativamente que a propagação das incertezas na taxa de falha e no tempo de reparo causaram variações bastante significativas na indisponibilidade dos transformadores. É importante enfatizar que a

análise de confiabilidade convencional (com dados de falha determinísticos) é capaz de fornecer somente uma estimativa para o valor médio da indisponibilidade, ou seja:

$$\hat{U} = \frac{\hat{\lambda}}{\hat{\lambda} + \hat{\mu}} = \frac{\hat{\lambda}}{\hat{\lambda} + \hat{r}^{-1}} = \frac{1.753425 \times 10^{-3}}{1.753425 \times 10^{-3} + 8.598340^{-1}} \quad (3.21)$$

Em outras palavras, todas as informações referentes às flutuações da indisponibilidade em torno da sua média, que são muito expressivas, seriam perdidas. Estas flutuações podem anular os efeitos de técnicas de mitigação para melhorar a confiabilidade dos transformadores, tais como, o gerenciamento da manutenção. Por exemplo, se a redução estimada na indisponibilidade obtida por uma estratégia de manutenção é de 10%, então esta política é inócua. Este fato é devido a existência de uma probabilidade de 37.256% (62.744%) da indisponibilidade ser inferior (superior) a redução obtida sem (com) a implementação da estratégia de manutenção. O valor desta probabilidade é calculado como se segue:

$$\begin{aligned} Prob[U^{samp} \leq 0,9\hat{U}] &= 100\% \frac{18628}{5000} = 37.256\% \\ \left( Prob[U^{samp} > 0,9\hat{U}] &= 100\% \frac{31372}{5000} = 62.744\% \right) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Na verdade, uma política de manutenção robusta deveria obter uma redução na indisponibilidade cujo valor deveria ser menor do que o limite inferior do intervalo de confiança da indisponibilidade. Neste caso, o risco de se obter indisponibilidades menores do que a projetada sem a manutenção seria menor do que 5% (nível de significância). O nível de significância é especificado na fase de projeto para que os engenheiros se sintam mais confortáveis com o intervalo de variação da indisponibilidade.

Finalmente, o fluxograma da Figura 3.7 mostra como a inferência estatística (segundo e terceiro blocos), modelos de confiabilidade preditivos (por exemplo, o método analítico de enumeração de estados) e as técnicas de propagação de incertezas (tais como, a SMC) são combinados para auxiliar o planejamento de redes ou equipamentos elétricos orientado a confiabilidade. É importante destacar os seguintes aspectos do fluxograma da Figura 3.7 com relação ao exemplo dos transformadores:

- i. No exemplo dos transformadores a técnica selecionada para a propagação de incertezas foi a SMC. Entretanto, esta técnica pode ser inviável para algumas aplicações devido ao seu alto custo computacional, por exemplo, a otimização. Na próxima seção serão apresentadas outras técnicas de propagação de incertezas que tentam minimizar esta desvantagem da SMC.

- ii. A técnica usada para realizar a análise de confiabilidade preditiva dos transformadores foi o método analítico, pois só se deseja obter a indisponibilidade dos transformadores que é calculada através de uma fórmula simples. No entanto, em sistemas de grande porte (por exemplo, as redes de distribuição), a dimensão e a complexidade dos índices de confiabilidade podem exigir modelos preditivos mais elaborados, tais como aquele descrito no Capítulo 2.
- iii. A aplicação do método de propagação de incertezas consiste em combinar o modelo de confiabilidade preditivo com a técnica selecionada para propagação de incertezas para avaliar o impacto das incertezas nos dados de falha nos índices de confiabilidade ou para otimizar o sistema sob estudo considerando o aspecto de robustez. É importante observar que no caso do transformador só foi realizada a análise de sensibilidade da indisponibilidade. Nos próximos capítulos serão descritos modelos e métodos de otimização para a solução do PAC.

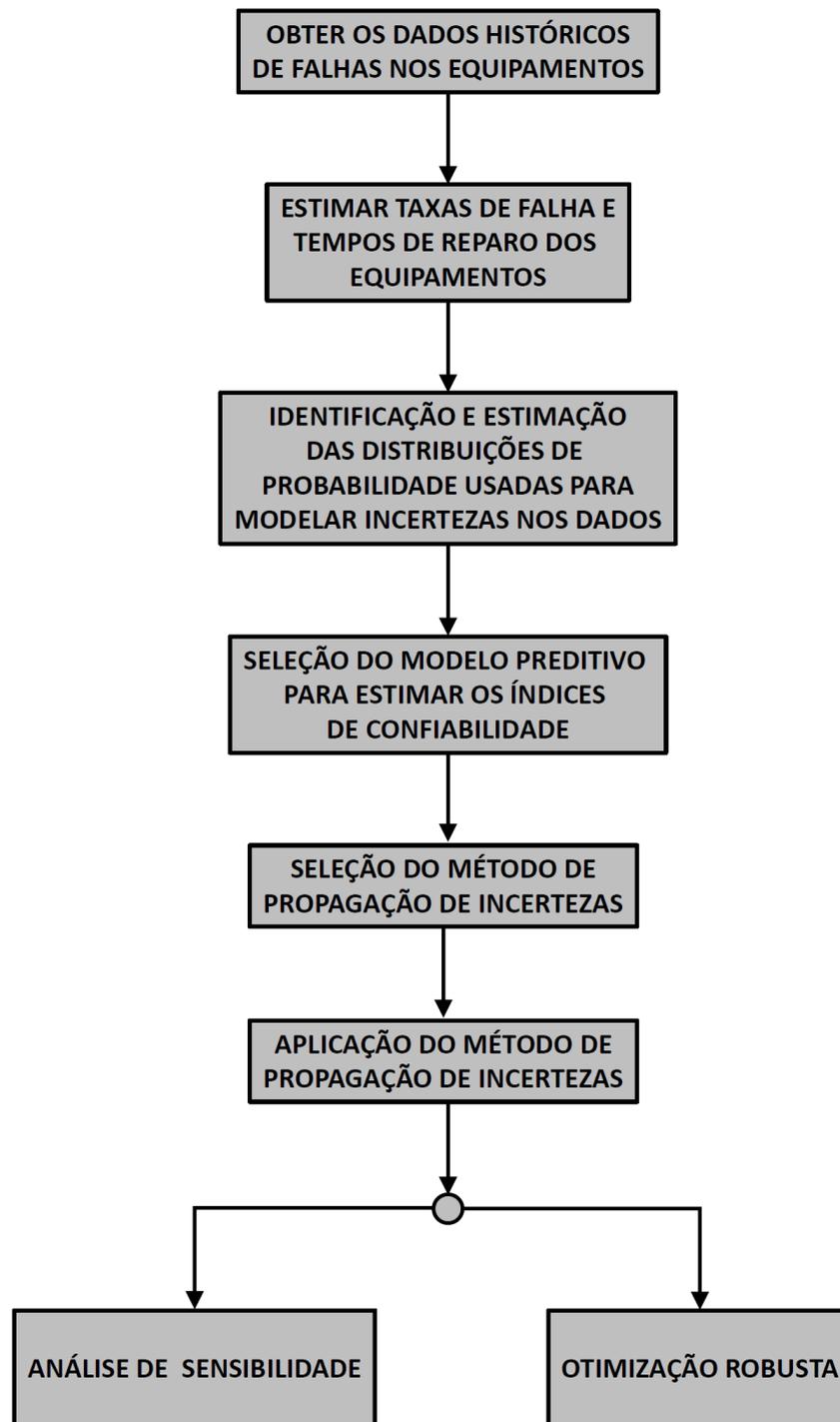


Figura 3-7 - Fluxograma da proposta geral para a aplicação das técnicas de propagação de incertezas no planejamento orientado a confiabilidade.

## 4 PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS EM MODELOS PREDITIVOS DE CONFIABILIDADE PARA REDES DE DISTRIBUIÇÃO

Este capítulo descreve algumas técnicas de propagação de incertezas associadas à variabilidade amostral dos dados de falha (taxa de falha e tempo de reparo). Essas incertezas são caracterizadas pela definição de distribuições de probabilidade e intervalos de confiança para os índices de confiabilidade. O objetivo principal deste capítulo é realizar um estudo comparativo sobre as abordagens utilizadas para estimar os intervalos de confiança relacionados aos índices de confiabilidade da rede de distribuição. As técnicas consideradas neste estudo foram: Conjuntos *Fuzzy*, *Bootstrap*, Cumulantes e Simulação Monte Carlo (SMC).

### 4.1 Modelagem de incertezas

Nesta subseção são apresentadas as técnicas utilizadas nesta dissertação para modelar incertezas nos dados de confiabilidade do componente, ou seja: *Bootstrap*, Conjuntos *Fuzzy*, Aritmética Intervalar, Cumulantes e SMC.

#### 4.1.1 *Bootstrap*

Podem existir erros entre os índices estimados por modelos de confiabilidade preditivos e os índices observados ou medidos. Estas diferenças são esperadas visto que os índices observados estão sujeitos a aleatoriedade da amostra usada para estimar as taxas de falha e tempos de reparo. Esta aleatoriedade é devido a observação do processo estocástico associado com a ocorrência das falhas por um período de tempo finito (por exemplo, cinco anos). No entanto, devem-se considerar estes erros no processo de planejamento para avaliar de forma precisa os benefícios reais de projetos de reforço na rede elétrica.

As incertezas associadas a esses valores podem ser calculadas identificando-se as distribuições de probabilidade dos índices de confiabilidade a partir de técnicas estatísticas convencionais (Billinton, 1992). No entanto, na maior parte dos casos, não existem dados históricos suficientes sobre esses índices de forma a ser possível identificar as suas respectivas distribuições de probabilidade. Uma opção para contornar esta dificuldade é aplicar a técnica de reamostragem baseada no *Bootstrap* (Chihara e Hesterberg 2011; Efron e Tibshirani, 1993; Efron, 1979). Esta técnica gera uma distribuição amostral para uma amostra de tamanho reduzido de modo que os intervalos de confiança da distribuição amostral possam ser estimados.

A distribuição amostral gerada pela técnica de *Bootstrap* é obtida copiando-se diversas vezes cada elemento da amostra reduzida, para criar uma pseudo-população. Esta pseudo-

população é usada para se extrair um conjunto de amostras e calcular a estatística desejada. Este processo é realizado a partir de reamostragem com reposição da amostra original reduzida. Os dados da amostra mestre ou original devem ser coletados de maneira planejada, uma vez que se forem mal coletados e não fizerem uma boa representação da população, a técnica *Bootstrap* não apresentará resultados confiáveis. As reamostras representam o que se deveria obter quando uma grande quantidade de amostras da população original é retirada.

A técnica *Bootstrap* (Efron e Tibshirani, 1993) foi introduzida como uma abordagem para o cálculo de intervalos de confiança de parâmetros, em circunstâncias nas quais outras técnicas não eram aplicáveis, particularmente no caso em que o tamanho da amostra era reduzido e a população seguia uma distribuição qualquer. O *Bootstrap* é um método que visa obter aproximações de distribuições amostrais quando sua forma não é determinada, ou seja, situações em que os métodos tradicionais não podem (ou não devem) ser usados na construção de intervalos de confiança.

#### 4.1.1.1 Algoritmo conceitual para geração de amostras a partir do *Bootstrap*

Na distribuição *Bootstrap* a média é centrada na média da amostra original ao invés da média populacional. Desta forma, o *Bootstrap* não é um bom estimador da média da população. As amostras e a distribuição obtidas pelo método de *Bootstrap* são geradas através dos seguintes passos (Chihara e Hesterberg, 2011; Efron e Tibshirani, 1993):

- i. Repetir os passos (ii)–(iv) para  $b = 1, \dots, B$ , onde  $B$  é o número de amostras *Bootstrap*.
- ii. Determinar a amostra  $b$   $X^{*b} = (X_1^{*b}, X_2^{*b}, X_3^{*b}, \dots, X_n^{*b})$  usando amostragem com reposição, onde  $n$  é o tamanho da amostra original  $X = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ .
- iii. A partir da amostra obtida em no passo ii (associadas com as taxas de falha e os tempos de reparo) calcular a média *Bootstrap* correspondente para cada amostra. Desta forma, a média da taxa de falha e do tempo de reparo para a amostra  $b$  do *Bootstrap* são calculadas como se segue:

$$\bar{\lambda}^{*b} = 8760 \times \left( \frac{\sum_{i=1}^n MTTF_i^{*b}}{n} \right)^{-1} \quad (4.1)$$

$$\bar{r}^{*b} = \frac{\sum_{i=1}^n MTTR_i^{*b}}{n} \quad (4.2)$$

Onde  $MTTF_i^{*b}$  e  $MTTR_i^{*b}$  são os valores de MTTF (“*Mean Time to Failure*” –Tempo Médio para Falhar) e MTTR (“*Mean Time to Repair*” –Tempo Médio para Reparo), respectivamente, associados com o elemento  $i$  da amostra  $b$  obtida com reposição.

- iv. Com os valores obtidos em (iii) para a taxa de falha ( $\bar{\lambda}^{*b}$ ) e tempo de reparo ( $\bar{r}^{*b}$ ) a partir das equações 2.1 e 2.2 os índices confiabilidade de interesse: FIC, DIC, DEC e FEC com podem ser calculados a partir das equações (4.3) - (4.6).

$$FIC^{*b} = W^f \bar{\lambda}^{*b} \quad (4.3)$$

$$DIC^{*b} = W^r \bar{\Lambda}^{*b} \bar{r}^{*b} + t^{sw} W^s \bar{\lambda}^{*b} \quad (4.4)$$

$$FEC^{*b} = (N_c^T FIC^{*b}) / N_c^{TOT} \quad (4.5)$$

$$DEC^{*b} = (N_c^T DIC^{*b}) / N_c^{TOT} \quad (4.6)$$

Onde:

$\bar{\lambda}^{*b}$  ( $\bar{r}^{*b}$ ) corresponde a taxa de falha (tempo de reparo) calculado para amostra  $b$  a partir da equação (4.1)-(4.2);

$FIC^{*b}$  ( $DIC^{*b}$ ) representa o FIC (DIC) calculado a partir do método *Bootstrap* para amostra  $b$ ;

$(FEC^{*b})$  ( $DEC^{*b}$ ) representa o FEC (DEC) calculado a partir do método *Bootstrap* para amostra  $b$ ;

$\bar{\Lambda}^{*b}$  é uma matriz diagonal cujo elemento não nulo é o valor presente em  $\bar{\lambda}^{*b}$ .

- v. Construir a distribuição *Bootstrap* das estatísticas de interesse e calcular os respectivos intervalos de confiança.

No caso da análise de confiabilidade, as amostras geradas com reposição estão associadas com as taxas de falha e os tempos de reparo. Adicionalmente, as estatísticas de interesse são os intervalos de confiança e as distribuições amostrais para os índices FIC, DIC, FEC e DEC. A geração de novas amostras a partir da amostra original foi realizada com o auxílio da função `randsample` presente no *software* MATLAB.

Para o *Bootstrap* a geração das amostras tanto para a taxa de falha quanto para o tempo de reparo consiste em tratar as amostras dos dados de confiabilidade (taxas de falha e tempos de reparo) dos componentes da rede de distribuição (religadores, fusíveis, chaves, troncos, barras laterais e transformadores) como a amostra original e a partir das amostras geradas com reposição a distribuição *Bootstrap* é construída. Esta distribuição será a distribuição de

probabilidade amostral que será usada para modelar incertezas nos dados de confiabilidade e calcular os intervalos de confiança para um nível de significância especificado.

É importante comentar os seguintes pontos em relação ao algoritmo descrito acima:

- i. Assume-se que os componentes estão operando em sua vida útil, ou seja, as falhas ocorrem ao acaso e o MTTF pode ser representado por uma distribuição exponencial (modelo de taxa de falha constante).
- ii. Uma vez que o MTTF é modelado usando a distribuição exponencial, a taxa de falha é igual ao recíproco do MTTF.
- iii. Normalmente, a taxa de falha é estimada com base no número de falhas em um determinado período de tempo. Essa abordagem não pode ser aplicada diretamente para gerar as amostras do *Bootstrap*. No entanto, os OMS modernos possuem registros da ocorrência de cada falha. Assim, é possível obter uma amostra de MTTF calculando-se a diferença entre o momento da ocorrência de falhas consecutivas no banco de dados de interrupção para cada tipo de componente.

#### 4.1.1.2 Método do Percentil para estimação dos intervalos de confiança

Após o cálculo das estatísticas de interesse e da geração das respectivas distribuições *Bootstrap*, pode-se avaliar o impacto das incertezas associadas com a variabilidade amostral nas estatísticas de interesse. Esta avaliação é realizada calculando-se os intervalos de confiança. Os limites dos intervalos de confiança para as amostras geradas pelo *Bootstrap* são calculados usando o método do percentil baseado em um nível de confiança especificado. Geralmente, o valor típico para o nível de confiança é 95%.

Como já mencionado, a técnica *Bootstrap* trata a amostra original como se fosse a população e faz cópias desta amostra a partir da reamostragem com reposição e para cada amostra gerada calcula o parâmetro de interesse. Em seguida, os parâmetros de interesse calculados são classificados em ordem crescente  $\hat{\phi}_1^* < \hat{\phi}_2^* < \dots < \hat{\phi}_n^*$ . Finalmente, escolhem-se os percentis de interesse que serão os limites inferior e superior do intervalo de confiança. Para um nível de confiança  $(1 - \alpha)100\%$ , encontra-se o percentil  $(\alpha/2)100\%$  e o percentil  $(1 - \alpha/2)100\%$  para a amostra da estatística de interesse que foi gerada pelo *Bootstrap*. Para um  $\alpha = 5\%$ , tem-se os percentis de ordem:

$$\hat{\phi}_b^* \left( \frac{0.05}{2} \right) e \hat{\phi}_b^* \left( 1 - \frac{0.05}{2} \right) = \hat{\phi}_b^* (0.025) e \hat{\phi}_b^* (0.975) \quad (4.7)$$

Estes percentis representam os limites inferior e superior do intervalo de confiança.

#### 4.1.2 Conjuntos *Fuzzy*

Outro método utilizado para modelagem de incertezas nos dados de falha é o dos conjuntos *fuzzy* (Li e Al., 2008). Na teoria clássica, os conjuntos são denominados *crisp* e um dado elemento do universo de discurso (domínio) pertence ou não pertence ao referido conjunto. Na teoria dos conjuntos *fuzzy* existe um grau de pertinência de cada elemento a um determinado conjunto

A teoria dos conjuntos *fuzzy* foi proposta por Lotfi A. Zadeh, em 1965, com o objetivo de dar um tratamento matemático a conceitos vagos e imprecisos, tais como: “acerca de”, “aproximadamente”, entre outros termos existentes na comunicação humana. Um conjunto *fuzzy* é definido por uma função chamada de função de pertinência e pode ser visto como uma generalização da noção de conjunto na qual a função de pertinência pode assumir valores no intervalo [0,1]. Neste caso não se pode dizer simplesmente que um elemento pertence ou não ao conjunto como na teoria clássica, mas sim que o elemento pertence ao conjunto com um certo grau de pertinência.

Um conjunto *fuzzy*  $A$  é um subconjunto de  $U$ , definido como um conjunto de pares ordenados, tal como na equação (4.8):

$$A = \{ (x, \mu_A(x) | x \in U) \} \quad (4.8)$$

Sendo  $\mu_A(x)$  chamada de função de pertinência do conjunto  $A$ , em que se atribui a cada elemento de  $U$  certo grau de pertinência que varia entre 0 e 1. O conjunto *fuzzy* pode ser interpretado como um método que atribui a um conceito impreciso um valor numérico entre 0 e 1. Este valor representa o grau de pertinência dos elementos com relação ao conjunto *fuzzy*.

A função de pertinência pode atribuir várias formas e são totalmente arbitrárias, entretanto as funções mais utilizadas são:

- ✓ Trapezoidal;
- ✓ Triangular;
- ✓ Gaussiana.

As funções de pertinência triangulares e trapezoidais são as mais populares devido a simplicidade dessas funções e pelo fato de que o custo computacional adicional exigido pelos outros tipos de funções não refletem, em geral, em uma melhoria significativa na qualidade dos valores de saída dos sistemas. A escolha da função de pertinência mais adequada depende da

aplicação e do contexto do problema abordado. As Figuras 4.1, 4.2 e 4.3 apresentam alguns exemplos de funções de pertinência triangular, trapezoidal e gaussiana, respectivamente.

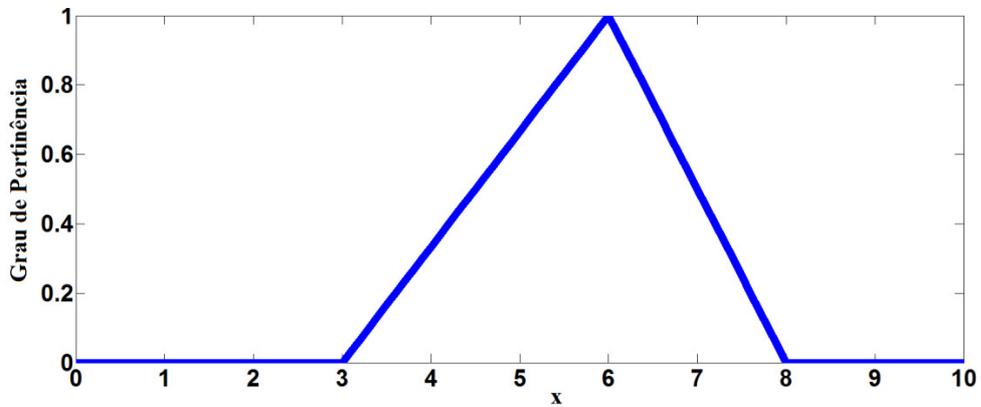


Figura 4-1- Função de pertinência triangular (Fonte: Próprio autor)

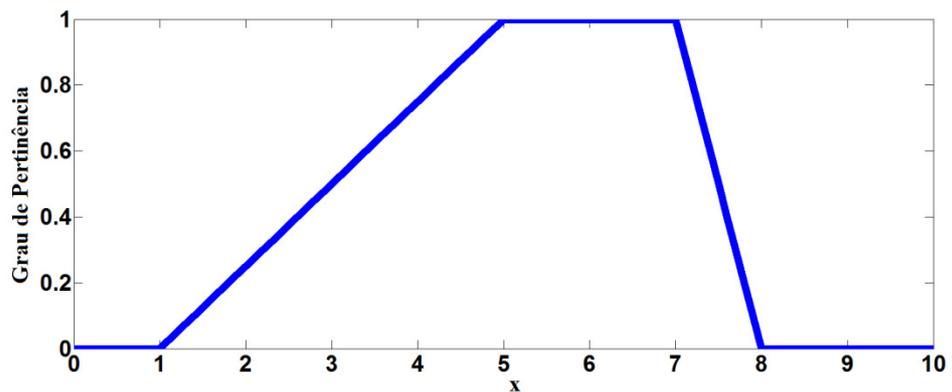


Figura 4-2- Função de pertinência trapezoidal (Fonte: Próprio autor)

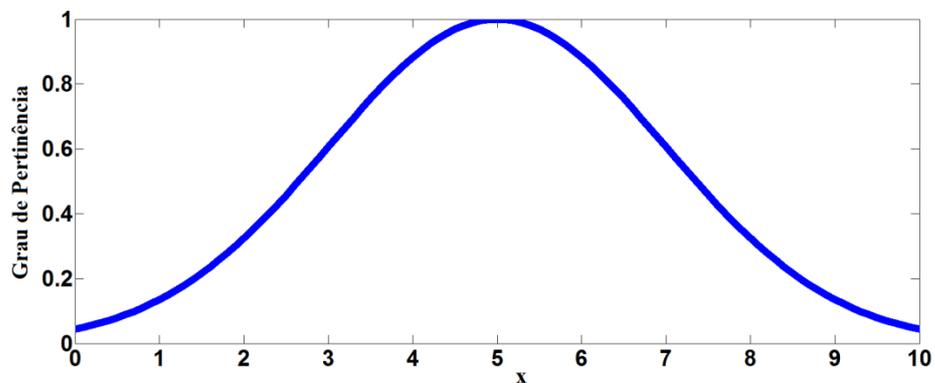


Figura 4-3- Função de pertinência gaussiana (Fonte: Próprio autor)

No que se refere à propagação de incertezas a abordagem a partir de conjuntos *fuzzy* define primeiramente os intervalos de confiança para os valores estimados de taxas de falhas e

tempos de reparo com base nas distribuições de probabilidade que representam a incerteza relacionada à variabilidade de amostragem. As incertezas nos valores estimados das taxas de falhas são modeladas usando a distribuição do qui-quadrado. Já para os tempos de reparo as incertezas são modeladas usando as distribuições t-student e normal. Esses intervalos de confiança são usados para determinar funções de pertinência *fuzzy* que representam a incerteza nos parâmetros de confiabilidade do equipamento. Essas funções de pertinência são determinadas levando em consideração que o nível de significância associado a um intervalo de confiança na teoria estatística é muito semelhante ao grau de uma função de pertinência *fuzzy* tendo em vista que ambas expressam uma crença intuitiva.

#### 4.1.2.1 Cortes – $\alpha$

Um conceito importante em teoria dos conjuntos *fuzzy* é a definição de cortes- $\alpha$ . Um corte- $\alpha$  de um conjunto *fuzzy*  $A'$  é um conjunto *crisp*  $A$  que contém todos os elementos do universo  $U$  que tem um grau de pertinência em  $A'$  maior ou igual a  $\alpha$  (Ross, 2010). Um corte- $\alpha$  é definido de acordo com a equação (4.9):

$$A_\alpha = \{x \in U \mid \mu_{A'}(x) \geq \alpha, \alpha \in (0,1]\} \quad (4.9)$$

Se  $A_\alpha = \{x \in U \mid \mu_{A'}(x) > \alpha\}$ , então  $A_\alpha$  é chamado de um forte corte-  $\alpha$ . Além disso, o conjunto de todos os níveis  $\alpha \in (0,1]$  que representam cortes-  $\alpha$  distintos de um dado conjunto  $A$  é chamado de um conjunto nível  $A$  (Ross, 2010). Um conjunto de nível  $A$  é definido de acordo com a equação (4.10).

$$\Pi_A = \{\alpha \mid \mu_{A'}(x) = \alpha \forall x \in U\} \quad (4.10)$$

Fica claro que se  $\alpha \leq \beta$ , então  $A_\beta \subseteq A_\alpha$ .

A Figura 4.4 mostra o exemplo de um corte-  $\alpha$  para uma função de pertinência triangular, o qual contém todos os elementos do domínio (de  $a$  até  $b$ ) que possui valores de pertinência igual ou maior que  $\alpha$ , neste caso,  $\alpha = 0,4$ .

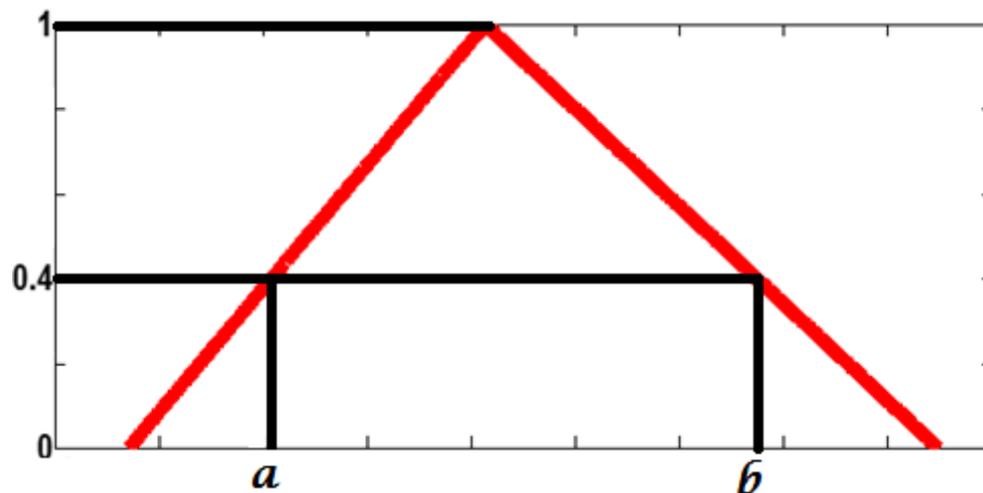


Figura 4-4- Corte-  $\alpha$  para uma função de pertinência triangular (Fonte: Próprio autor)

#### 4.1.2.2 Modelo *fuzzy* para o tempo médio de reparo

A média amostral do tempo de reparo pode ser calculada por uma média aritmética direta dos tempos de reparo para diferentes eventos de falhas de acordo com a equação (4.11) (Li e Al., 2008).

$$\bar{r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i \quad (4.11)$$

Onde

$\bar{r}$  É a média amostral para o tempo de reparo em horas.

$r_i$  é o  $i$ -ésimo tempo de reparo.

$n$  é o número de reparo em dados estatísticos.

O intervalo de confiança para o tempo médio de reparo pode ser estimado utilizando-se a distribuição  $t$  de Student ou a distribuição normal (dependendo do tamanho da amostra). Nesta dissertação adotou-se o seguinte critério: para amostras de tamanho maiores ou iguais a 30 utilizou-se a distribuição normal e para amostras com tamanho menor que 30 a distribuição  $t$  de Student.

O método de estimação para o tempo médio de reparo dado a seguir via conjuntos *fuzzy*, é realizada considerando-se que  $\mu$  representa o tempo de reparo real esperado e  $s$  é o desvio padrão da amostra de tempo de reparo. Se para o cálculo do intervalo de confiança é utilizado a distribuição  $t$  de Student, pode-se afirmar que dado um nível de significância  $\alpha$  a variável

aleatória ( $\mu$ ) é localizada entre  $-t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  e  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  com a probabilidade de  $1-\alpha$ , onde  $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  é um valor tal que a integral da função densidade de probabilidade da distribuição t de student com  $(n-1)$  grau de liberdade de  $t_{\frac{\alpha}{2}}$  para  $\infty$  é igual a  $\frac{\alpha}{2}$ . Como mostrado na equação (4.12):

$$r' = \bar{r} - t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{r} + t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}} = r'' \quad (4.12)$$

A equação (4.12) indica que o tempo de reparo real esperado é localizado entre os limites inferior e superior do intervalo de confiança, os quais são determinados por tempos de reparo amostrados.

Caso a distribuição utilizada seja a normal, os limites inferior e superior para o tempo de reparo real esperado pode ser obtidos de acordo com (4.13):

$$r' = \bar{r} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{r} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} = r'' \quad (4.13)$$

Onde  $z_{\frac{\alpha}{2}}$  é um valor tal que a integral da função densidade de probabilidade da distribuição normal padrão de  $z_{\frac{\alpha}{2}}$  para  $\infty$  é igual a  $\frac{\alpha}{2}$ .

A Figura 4.5 mostra a pdf da distribuição normal com os seus respectivos limites para um grau de significância  $\alpha$ . A área entre os limites superior e inferior possui um grau de confiança correspondente a  $1-\alpha$ .

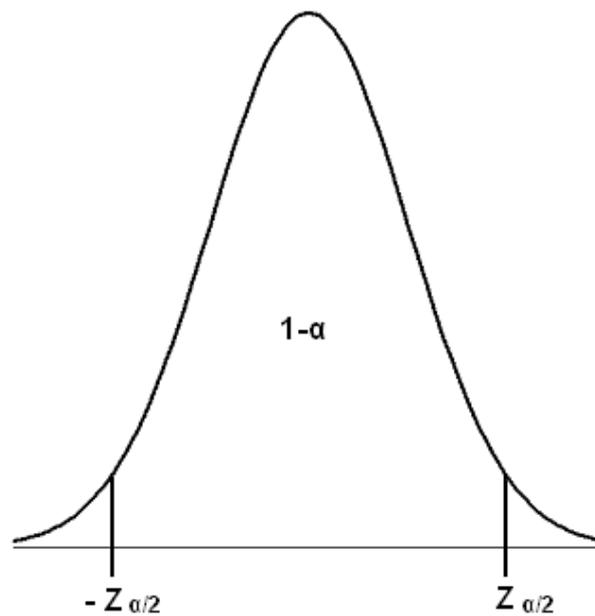


Figura 4-5- Limites da distribuição normal para um nível de significância  $\alpha$   
(Fonte: Neves (2016))

#### 4.1.2.3 Modelo *fuzzy* para a taxa média de falha

A taxa média de falha de componentes individuais não pode ser obtida por uma simples média amostral de registros de interrupção para cada componente, tendo em vista que a taxa de falha é estimada como interrupções médias por ano ao longo de um período de tempo (Li e Al., 2008). A taxa média de falha pode ser calculada pela equação (4.14)

$$\bar{\lambda} = \frac{n}{T} \quad (4.14)$$

Onde:

$\bar{\lambda}$  taxa média de falha estimada (interrupções/ano)

$n$  é o número de interrupções de um componente no tempo  $T$  (*em anos*), o qual se refere ao tempo total de observação menos o tempo total de reparo.

Na maioria dos casos, o tempo total de reparo é uma parte muito pequena do tempo total de observação e  $T$  pode ser aproximado pelo tempo total de observação. Isto implica que a taxa de falha é aproximada pela frequência equivalente de falhas (Li e Al. 2008).

O intervalo de confiança para estimação do valor esperado da taxa de falha pode ser estimado a partir da relação entre a distribuição  $\chi^2$  (chi-quadrado) e a distribuição Poisson (equação (3.16)), que é rerepresentada abaixo por conveniência.

$$\chi^2(2F) = 2\lambda T \quad (4.15)$$

A equação (4.15) indica que o dobro do produto da taxa de falha pela duração do período de estudo segue uma distribuição  $\chi^2$  cujo número de graus de liberdade é igual ao dobro do número de falhas no período de estudo considerado. Portanto, para um nível de significância  $\alpha$ , pode-se afirmar que a taxa de falha está inserida no seguinte intervalo de confiança, com probabilidade  $1-\alpha$ :

$$\lambda' = \frac{\chi^2(2F)_{1-\frac{\alpha}{2}}}{2T} \leq \bar{\lambda} \leq \frac{\chi^2(2F)_{\frac{\alpha}{2}}}{2T} = \lambda'' \quad (4.16)$$

A equação (4.16) fornece o limite superior e inferior da taxa de falha os quais são determinados usando os dados de falha dos componentes para um período de estudo.

#### 4.1.2.4 Construção da função de pertinência triangular para a taxa média de falha e tempo médio de reparo

A partir dos valores médios e dos intervalos de confiança para a taxa de falha e para o tempo médio de reparo, é possível construir uma função de pertinência triangular para as médias amostrais destes parâmetros. As médias amostrais estimadas da taxa de falha e do tempo de reparo ( $\bar{\lambda}$  e  $\bar{r}$ , respectivamente) têm como grau de pertinência correspondente o valor 1. Como tanto a ideia de significância quanto de grau de pertinência são conceitualmente similares, pois ambos refletem uma confiança subjetiva, adota-se o grau de pertinência como o nível de significância (Li e Al,2008). Desta forma, adota-se um valor de  $\alpha = 5\%$ . Metade do valor de  $\alpha$  (2.5%) corresponde a uma pequena área em cada um dos dois lados da função de pertinência triangular. Deste modo, pode-se presumir que os limites superiores e inferiores obtidos a partir das equações (4.13) e (4.16), relacionados aos pontos ( $[r', r'']$  e  $[\lambda', \lambda'']$ ), possuem grau de pertinência  $\frac{\alpha}{2}$ . Como o valor de  $\frac{\alpha}{2}$  é muito pequeno, para o cálculo das equações das retas à esquerda e a direita dos valores médios assume-se que os limites inferiores e superiores dos intervalos de confiança ( $[r', r'']$  e  $[\lambda', \lambda'']$ ) são os dois pontos extremos da função de pertinência triangular. As Figuras 4.6 e 4.7 mostram as funções de pertinência da taxa de falha e do tempo de reparo, respectivamente. A partir destas figuras, pode-se observar que a função de pertinência para o tempo médio de reparo representada na Figura 4.6 é simétrica, enquanto a função de pertinência para a taxa de falha é assimétrica.

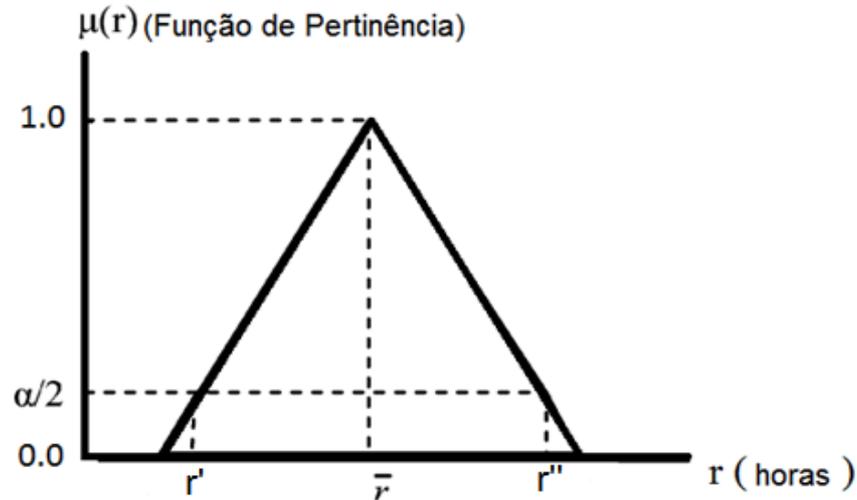


Figura 4-6- Função de pertinência para o tempo de reparo (Fonte: Adaptado de Li e Al. (2008))

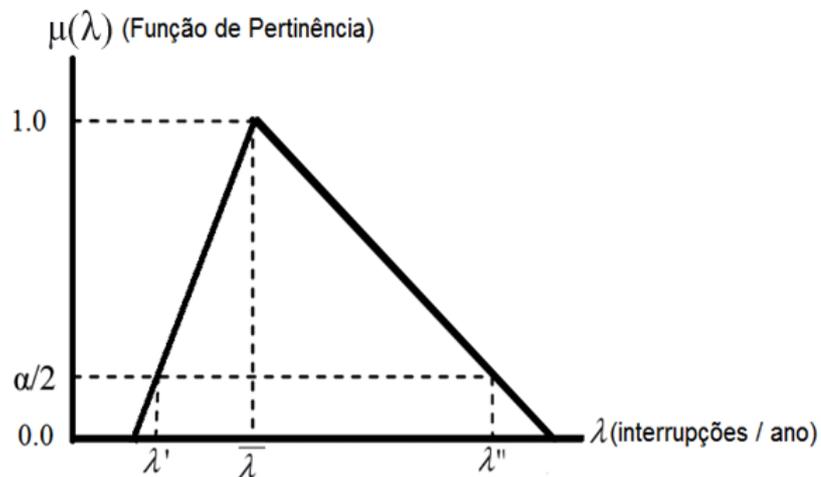


Figura 4-7- Função de pertinência para a taxa de falha (Fonte: Adaptado de Li e Al. (2008) )

#### 4.1.2.5 Geração de novas amostras a partir dos conjuntos *fuzzy*

O intervalo  $[0,1]$  associado à função de pertinência *fuzzy* é dividido em um determinado número de pontos. Para cada ponto do intervalo são obtidos dois valores de taxa de falha e tempo de reparo para cada componente. Devido à forma triangular da função de pertinência, as equações da reta à esquerda e a direita da média são aplicadas para encontrar os dois valores da taxa de falha e do tempo de reparo que correspondem a cada valor do grau de pertinência correspondente. Os valores desses dados de confiabilidade são usados para estimar os índices de confiabilidade FIC, DIC, FEC e DEC.

Finalmente, utiliza-se estes valores dos índices de confiabilidade para gerar as suas funções de pertinência e determinar os seus intervalos de confiança. Para o cálculo do intervalo de confiança utiliza-se a equação da reta, pois a incerteza é definida por uma função de

pertinência triangular. Adota-se um nível significância de 5% o que corresponde a um intervalo com confiança de 95%.

#### 4.1.2.6 Algoritmo conceitual para geração das amostras e das funções de pertinência via Conjuntos *Fuzzy*

As amostras e as funções de pertinência obtidas pelos Conjuntos *Fuzzy* são geradas através dos seguintes passos:

- i. Determinar o intervalo de confiança e a média amostral dos dados de falhas (taxa média de falha e tempo médio de reparo). Para o cálculo desses intervalos utilizou-se as funções nativas do *software* MATLAB `normfit` e `chi2inv` para o valor de  $\alpha = 5\%$ .
- ii. Construir a função de pertinência triangular. Assuma que a média amostral estimada possui grau de pertinência 1 e os limites inferior e superior do intervalo de confiança grau de pertinência 0 (Figuras 4.6 e 4.7).
- iii. Encontrar a equação inversa da reta à esquerda e a direita da média (Como o objetivo é calcular os valores de taxa de falha e tempo de reparo (eixo x) para um determinado grau de pertinência (eixo y), o cálculo da equação inversa da reta se faz necessário). Para o tempo de reparo e para a taxa de falha tem-se as seguintes equações inversas da reta a esquerda e a direita da média, respectivamente:

$$r_1 = (\alpha + m_1 r') / m_1 \quad (4.17)$$

$$r_2 = ((\alpha - 1) + m_2 \bar{r}) / m_2 \quad (4.18)$$

$$\lambda_1 = (\alpha + m_1 \lambda') / m_1 \quad (4.19)$$

$$\lambda_2 = ((\alpha - 1) + m_2 \bar{\lambda}) / m_2 \quad (4.20)$$

Onde:

$\alpha$  representa o grau de pertinência

$m_1$  representa o coeficiente angular da reta a esquerda da média;

$m_2$  representa o coeficiente angular da reta a direita da média;

$r'(\lambda')$  representa o limite inferior do intervalo de confiança calculado para o tempo de reparo (taxa de falha) em i;

$\bar{r}(\bar{\lambda})$  representa a média amostral calculada para o tempo de reparo (taxa de falha) em i;

$r_1(\lambda_1)$  representa o valor do tempo de reparo (taxa de falha) para a reta a esquerda da média para um determinado grau de pertinência  $\alpha$ ;

$r_2(\lambda_2)$  representa o valor do tempo de reparo (taxa de falha) para a reta a direita da média para um determinado grau de pertinência  $\alpha$ .

- iv. Dividir o eixo  $y$ , associado com o intervalo de 0 a 1, em vários pontos (Neste trabalho dividiu-se esse intervalo em 1000 pontos para obter estimativas precisas dos intervalos de confiança).
- v. Repetir os passos (vi)-(vii) para  $f = 1, \dots, F$ , onde  $F$  representa o total de pontos em que o eixo  $y$  foi dividido.
- vi. Para cada ponto correspondente ao eixo  $y$  encontrar os valores dos dados de falha com auxílio das equações mostradas no passo (iii).
- vii. Calcular os valores dos índices de confiabilidade de interesse: FIC, DIC, DEC e FEC com os valores encontrados em (vi) a partir das equações (4.21) a (4.28):

$$FIC_1(f) = W^f \lambda_1 \quad (4.21)$$

$$FIC_2(f) = W^f \lambda_2 \quad (4.22)$$

$$DIC_1(f) = W^r \Lambda_1 r_1 + t^{sw} W^s \lambda_1 \quad (4.23)$$

$$DIC_2(f) = W^r \Lambda_2 r_2 + t^{sw} W^s \lambda_2 \quad (4.24)$$

$$FEC_1(f) = (Nc^T FIC_1(f)) / N_c^{TOT} \quad (4.25)$$

$$FEC_2(f) = (Nc^T FIC_2(f)) / N_c^{TOT} \quad (4.26)$$

$$DEC_1(f) = (Nc^T DIC_1(f)) / N_c^{TOT} \quad (4.27)$$

$$DEC_2(f) = (Nc^T DIC_2(f)) / N_c^{TOT} \quad (4.28)$$

#### 4.1.3 Aritmética Intervalar

Outra técnica que pode ser usada para avaliar o impacto das incertezas nos dados de falha sobre índices de confiabilidade é a aritmética intervalar (Zhang e Li, 2010; Zhang e Li, 2012). Esta técnica utiliza operações aritméticas de intervalo para propagar incertezas de taxas de falha e tempos de reparo em índices de confiabilidade. As principais operações aritméticas intervalares utilizadas para este fim são:

- i. Adição:  $A + B = [a_1 + b_1, a_2 + b_2]$ ;
- ii. Multiplicação:  $A \times B = [\min\{a_1 b_1, a_1 b_2, a_2 b_1, a_2 b_2\}, \max\{a_1 b_1, a_1 b_2, a_2 b_1, a_2 b_2\}]$ ;
- iii. Multiplicação por um número real:  $\delta \times A = [\delta a_1, \delta a_2]$ ;

Onde  $A$  e  $B$  são variáveis cujas incertezas estão associadas aos intervalos  $[a_1, a_2]$  e  $[b_1, b_2]$ , respectivamente, e  $\delta$  é um número real.

O primeiro passo na aritmética intervalar é a definição dos intervalos de confiança associados às taxas de falha e aos tempos de reparo. Analogamente a conjuntos *fuzzy*, esses

intervalos podem ser definidos de duas maneiras: experiência prática ou teoria estatística. Se houver dados disponíveis sobre falhas de componentes, a teoria estatística pode ser usada para definir esses intervalos. Caso contrário, o julgamento de engenharia deve ser usado. Em seguida, as operações aritméticas de intervalo são usadas para avaliar os intervalos nos índices de confiabilidade com base no modelo de confiabilidade preditiva, como o definido nas equações (2.1) a (2.4). As operações descritas nos passos (i) - (iii) são suficientes para avaliar os intervalos de confiança para os índices de confiabilidade tendo em vista que o modelo (2.1) a (2.4) é linear.

A aritmética intervalar não gera distribuição de probabilidade ou uma função de pertinência dos índices de confiabilidade resultantes de incertezas nos dados de falha. Finalmente, vale a pena mencionar que os resultados fornecidos pela aritmética intervalar e pelos conjuntos *fuzzy* são idênticos ao mesmo intervalo nos dados de falha, ou seja, se um corte  $\alpha$  for especificado para as funções de pertinência relacionadas aos dados de falha e seus respectivos intervalos também forem usados como entrada para a aritmética de intervalo, então os intervalos associados aos índices de confiabilidade também são iguais. Em outras palavras, a aritmética intervalar é um caso particular dos conjuntos *fuzzy* para um determinado corte  $\alpha$  e seus respectivos intervalos nos dados de falha. Este resultado é devido ao fato de que as operações com números *fuzzy* são muito semelhantes às operações usadas na aritmética intervalar.

#### **4.1.4 Simulação Monte Carlo (SMC)**

A abordagem mais utilizada na análise da propagação da incerteza é o SMC (Hahn e Shapiro, 1994). As principais vantagens desta abordagem é a sua capacidade de modelar qualquer incerteza nos parâmetros de entrada e flexibilidade para produzir várias estatísticas sobre os índices previstos pelo modelo de confiabilidade preditiva. Basicamente, a SMC gera uma amostra dos índices previstos por um modelo e avalia estatísticas para esta amostra, tais como: média, desvio padrão, percentis, intervalos de confiança, distribuições de probabilidade, etc. Esta amostra é gerada usando geradores de números aleatórios para amostrar valores de parâmetros de entrada com base nas distribuições de probabilidade que representam as incertezas nesses parâmetros.

A SMC consiste em gerar valores aleatórios para cada parâmetro de acordo com a sua respectiva distribuição de probabilidade visando produzir uma amostra com centenas ou milhares de vetores de parâmetros. Esta amostra de parâmetros é convertida em uma amostra de índices estimados usando-se o modelo preditivo de interesse. A distribuição de probabilidade

dos parâmetros deve refletir toda a gama de valores dos parâmetros considerando-se as suas probabilidades de ocorrência. Assim, o principal requisito para a SMC é definir as distribuições de probabilidade que representarão as incertezas nos parâmetros de entrada de forma adequada. Na propagação da incerteza do modelo de confiabilidade preditiva para redes de distribuição de energia, os parâmetros de entrada são as taxas de falha e os tempos de reparo. Após as taxas de falha e os tempos de reparo serem geradas a partir da SMC com as distribuições apropriadas, estima-se os índices de confiabilidade FIC, DIC, FEC e DEC e armazena-se os seus valores para gerar as suas distribuições de probabilidade. Estas distribuições são usadas para calcular os intervalos de confiança dos índices de confiabilidade.

#### **4.1.4.1 Algoritmo conceitual para geração de amostras a partir da SMC**

A SMC baseia-se na geração de uma amostra sintética (simulada) de índices de interesse (variáveis de saída) para um modelo sob estudo a partir de uma amostra de parâmetros (variáveis de entrada). Esse método obtém informações sobre a performance do sistema a partir de dados dos componentes (Hahn e Shapiro, 1994). O principal pré-requisito para a SMC é definir as distribuições de probabilidade que vão representar as incertezas, resultantes da variabilidade amostral, na taxa de falha e no tempo de reparo. Neste trabalho as incertezas associadas com as estimativas do tempo de reparo foram modeladas usando-se uma distribuição *t* de Student ou normal, de acordo com o tamanho da amostra. Por outro lado, as incertezas nas estimativas da taxa de falha foram modeladas com base na relação entre a distribuição Poisson e Chi-Quadrado (Li e Al, 2008).

Após as taxas de falha e os tempos de reparo serem sorteados com as distribuições apropriadas, estima-se os índices de confiabilidade FIC, DIC, FEC e DEC e armazena-se os seus valores para gerar as suas distribuições de probabilidade. Estas distribuições são usadas para calcular os intervalos de confiança dos índices de confiabilidade.

É importante enfatizar que tanto o *Bootstrap* como a SMC sorteiam os valores das taxas de falha e dos tempos de reparo. Contudo, na SMC o sorteio se baseia nas distribuições de probabilidade que representam a variabilidade amostral nos dados de confiabilidade. Por outro lado, no *Bootstrap* não é necessário estabelecer nenhuma hipótese sobre tais distribuições, pois o sorteio das taxas de falha e dos tempos de reparo se baseia na amostragem com reposição.

Finalmente, os limites dos intervalos de confiança para as amostras geradas pela SMC assim como para o *Bootstrap* são calculados usando o método do percentil baseado em um nível de confiança especificado. A distribuição gerada a partir da SMC foi dividida em um intervalo

que corresponde aos percentis associado aos valores [2,5; 97,5] o que corresponde a um  $\alpha = 5\%$ . Utilizou-se a função nativa do software MATLAB `prctile` para calcular o intervalo de confiança correspondente aos índices FEC e DEC. As amostras e as distribuições de probabilidades obtidas a partir da SMC são geradas através dos seguintes passos:

- i. Definir a distribuição de probabilidade dos dados de falhas (taxa de falha e tempo de reparo).
- ii. Repetir os passos (iii)–(v) para  $s = 1, \dots, S$ , onde  $S$  é o tamanho especificado da amostra
- iii. Amostrando os valores das taxas de falha usando a distribuição  $\chi^2$  e dos tempos de reparo utilizando as distribuições normal ou t de Student, dependendo do tamanho da amostra dos tempos de reparo. Nesta dissertação a geração de números aleatórios foi realizada a partir das seguintes funções nativas do software MATLAB: `trnd`, `randn` e `chi2rnd` que geram números aleatórios com distribuição t de Student, normal e chi-quadrado respectivamente.
- iv. Com os valores obtidos em (iii) para a taxa de falha ( $\lambda(s)$ ) e tempo de reparo ( $r(s)$ ), calcula-se os índices de confiabilidade de interesse: FIC, DIC, DEC e FEC com o auxílio das equações (4.29) a (4.32).

$$FIC(s) = W^f \lambda(s) \quad (4.29)$$

$$DIC(s) = W^r \Lambda(s) r(s) + t^{sw} W^s \lambda(s) \quad (4.30)$$

$$FEC(s) = (Nc^T FIC(s)) / N_c^{TOT} \quad (4.31)$$

$$DEC(s) = (Nc^T DIC(s)) / N_c^{TOT} \quad (4.32)$$

Onde:

$r(s)$  ( $\lambda(s)$ ) corresponde ao tempo de reparo (taxa de falha) sorteado (sorteada) para o elemento  $s$  da amostra;

$FIC(s)$  ( $DIC(s)$ ) representa o FIC (DIC) calculado a partir da SMC para o elemento  $s$  da amostra;

$FEC(s)$  ( $DEC(s)$ ) representa o FEC (DEC) calculado a partir da SMC para o elemento  $s$  da amostra;

- v. Construir a distribuição de probabilidade dos índices de confiabilidade com base na amostra gerada nos passos (i)–(iv) e determinar seus respectivos intervalos de confiança.

## 4.1.5 Cumulantes

### 4.1.5.1 Momentos e Momentos Centrais de uma distribuição

Além do valor central, frequentemente deseja-se descrever o espalhamento da distribuição, o achatamento e a simetria. Essas características podem ser descritas pelos momentos de uma distribuição (Hahn e Shapiro, 1994). Uma variável aleatória  $x$  com função densidade de probabilidade  $f(x)$ , possui função de distribuição acumulada de acordo com a equação 4.33:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx \quad (4.33)$$

Para uma função densidade de probabilidade, o momento de ordem  $n$ , onde  $n$  é um número inteiro, é definido como:

$$\alpha_n = E[x^n] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^n f(x) dx \quad (4.34)$$

Onde:

$\alpha_n$  momento de ordem  $n$

$x$  variável aleatória contínua.

Para  $n = 1$ , tem-se o valor esperado  $\alpha = E[x]$  da variável aleatória.

A partir do valor esperado  $\mu$  os momentos centrais ou momentos sobre a média podem ser calculados de acordo com a equação (4.35):

$$\mu_n = E[(x - \alpha)^n] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \alpha)^n f(x) dx \quad (4.35)$$

Onde :

$\mu_n$   $n$ -ésimo momento sobre a média ou momento central

$x$  = variável aleatória contínua.

$E[(x - \alpha)^2] = \sigma^2$  é a variância da variável aleatória.

### 4.1.5.2 Definição dos Cumulantes com Base nos Momentos

A propagação de incertezas em modelos de confiabilidade preditivos pode ser realizada através de duas técnicas: simulação e analíticas. Os principais métodos de simulação usados na propagação de incertezas são: a Simulação Monte Carlo e o *Bootstrap* (Neves, 2016). A

principal desvantagem dos métodos de simulação é o seu alto custo computacional (Brown, 2009). Esta desvantagem pode ser superada usando-se métodos analíticos, tais como: cumulantes e estimação por pontos (Fan e al., 2012; Hong, 1998).

Os cumulantes tem uma relação direta com os momentos de uma distribuição que se baseia nos momentos  $\mu_n$ . Se o  $k$ -ésimo momento de uma distribuição existe, então a função característica  $\varphi(t)$  pode ser desenvolvido em termos de uma série de Taylor centrada em zero para valores pequenos de  $t$  (Fan e al., 2012) de acordo com (4.36)-(4.37).

$$\varphi(t) = 1 + \sum_1^k \frac{\mu_n}{n!} (it)^n + o(t^k) \quad (4.36)$$

$$\ln(\varphi(t)) = \sum_1^k \frac{\gamma_n}{n!} (it)^n + o(t^k) \quad (4.37)$$

Os coeficientes  $\gamma_n$  são chamados de cumulantes de uma distribuição.

O primeiro passo para realizar uma propagação de incertezas no modelo de confiabilidade preditiva, baseado no método dos cumulantes, é obter os cumulantes das distribuições de probabilidade que representam as incertezas dos dados de entrada do modelo, isto é, taxas de falha e tempos de reparo. Como já mencionado, nesta dissertação as incertezas na taxa de falha devido à variabilidade amostral são modeladas usando-se a distribuição chi-quadrado. Por outro lado, as incertezas no tempo de reparo são representadas pelas distribuições normal ou t-Student. A Tabela 4.1 mostra os momentos ( $\alpha_k$ ) para as distribuições normais e chi-quadrado, onde:  $\mu$  e  $\sigma$  são a média e o desvio padrão da distribuição normal e  $\nu$  é o número de graus de liberdade da distribuição Chi-Quadrado. A partir dos momentos, os cumulantes ( $\gamma_k$ ) das distribuições que descrevem as incertezas nos dados de entrada podem ser obtidos usando-se (4.38) a (4.41) (Fan e Vittal, 2012).

Tabela 4. 1-Momentos da distribuição normal e chi-quadrado

<b>Momentos</b>		
<b>Ordem</b>	Distribuição normal	Distribuição chi-quadrado
$\alpha_1$	$\mu$	$\nu$
$\alpha_2$	$\mu^2 + \sigma^2$	$\nu(\nu + 2)$
$\alpha_3$	$\mu^3 + 3\sigma\mu^2$	$\nu(\nu + 2)(\nu + 4)$
$\alpha_4$	$\mu^4 + 6\mu^2\sigma^2 + 3\sigma^4$	$\nu(\nu + 2)(\nu + 4)(\nu + 6)$

$$\gamma_1 = \alpha_1 \quad (4.38)$$

$$\gamma_2 = \alpha_2 - \alpha_1^2 \quad (4.39)$$

$$\gamma_3 = \alpha_3 - 3\alpha_1\alpha_2 + 2\alpha_1^3 \quad (4.40)$$

$$\gamma_4 = \alpha_4 - 3\alpha_2^2 - 4\alpha_1\alpha_3 + 12\alpha_1^2\alpha_2 - 6\alpha_1^4 \quad (4.41)$$

A expressão para a obtenção do índice DIC pode ser reescrita como se segue:

$$DIC = W^r \Lambda r + t^{sw} W^s \lambda = W^r U^r + W^s U^s \quad (4.42)$$

Onde:

$$U^r = \Lambda r \Rightarrow U_i^r = \lambda_i \times r_i \text{ para } i = 1, \dots, N^{comp};$$

$$U^s = \lambda t^{sw} \Rightarrow U_i^s = \lambda_i \times t^{sw} \text{ para } i = 1, \dots, N^{comp}$$

$N^{comp}$  é o número de componentes;

$U^r$  ( $U^s$ ) é o vetor de indisponibilidade dos componentes devido ao processo de reparo (chaveamento).

A partir da equação (4.30), pode-se observar que o índice DIC é uma função da indisponibilidade dos componentes individuais ( $U_i^r = \lambda_i \times r_i$ ). Os momentos associados à indisponibilidade dos componentes não podem ser avaliados diretamente devido à indisponibilidade ser dada pelo produto de duas variáveis aleatórias: a taxa de falha (com distribuição Chi-Quadrado) e o tempo de reparo (com distribuição normal ou t de Student) do equipamento. Estes dados de confiabilidade estão associadas com variáveis aleatórias independentes. Este fato é devido ao processo de reparo, que é realizado pelo pessoal da manutenção, ser completamente descorrelacionado com o número de ocorrência das falhas que podem estar associadas com diversos fatores, por exemplo: descargas atmosféricas, escavações, ligações clandestinas, contato de animais e vegetação com a rede elétrica, abalroamento de postes devido a colisão de veículos, contaminação por poluentes, condições climáticas adversas, etc. Portanto, o momento da indisponibilidade de um componente é dado pelo produto dos momentos da taxa de falha e do tempo de reparo (Garcia, 2008).

Os índices de confiabilidade FIC/FEC e DIC/DEC são combinações lineares da taxa de falha e da indisponibilidade dos equipamentos (equações (2.1) a (2.4)), isto é:  $y = Ax$ . Onde  $A$  é a matriz dos coeficientes,  $x$  é o vetor de parâmetros de entrada e  $y$  é a variável de saída. Desta forma, as combinações lineares associadas com os índices FIC/FEC e DIC/DEC são definidas como:

- i. FIC:  $y = FIC$ ,  $A = W^f$  e  $x = \lambda$ ;
- ii. FEC:  $y = FEC$   $A = (N_c^{T O T})^{-1} \times N_c^T W^f$  e  $x = \lambda$ ;
- iii. DIC:  $y = DIC$ ,  $A = [W^r \quad W^s]$  e  $x^T = [(U^r)^T \quad (U^s)^T]$ ;
- iv. DEC:  $y = DEC$ ,  $A = (N_c^{T O T})^{-1} \times [N_c^T W^r \quad N_c^T W^s]$  e  $x^T = [(U^r)^T \quad (U^s)^T]$ .

Os Cumulantes para as combinações lineares definidas acima são dados por:

$$\gamma_k^{y_i} = \sum_{i=1}^{N_A} A_{ij}^k \gamma_k^{x_j} \quad (4.43)$$

Onde:

$\gamma_k^{y_i}$  ( $\gamma_k^{x_i}$ ) é o k-ésimo cumulante para o i-ésimo (j-ésimo) elemento do vetor  $y(x)$  e  $N_A$  é o número de colunas da matriz  $A$ .

O próximo passo na propagação de incertezas via cumulantes é a geração da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória a partir dos seus momentos e cumulantes. Um método que é frequentemente utilizado para realizar esta tarefa é a Série de Gram-Charlier. Os coeficientes desta série são obtidos a partir dos cumulantes (Fan e Vittal, 2012). A série de Gram-Charlier possui a seguinte forma:

$$f(z) = \sum_0^{\infty} (-1)^k C_k f(z) H_k(z) \quad (4.44)$$

Onde :

$h_y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-z^2/2)$  é função densidade de probabilidade de uma variável aleatória  $z$  com distribuição normal padrão.

$H_z$  é o polinômio de Hermite definido de acordo com as fórmulas recursivas mostradas nas equações (4.45)-(4.47) :

$$H_0(z) = 1 \quad (4.45)$$

$$H_1(z) = z \quad (4.46)$$

$$H_k(z) = zH_{k-1}(z) - (k-1)H_{k-2}(z) \quad (4.47)$$

$C_k$  é o  $k$ -ésimo coeficiente da série de Gram-Charlier.

É importante mencionar que as variáveis de saída do modelo de confiabilidade preditiva (FIC/FEC e DIC/DEC) não seguem uma distribuição normal. Portanto, é necessário aplicar a equação (4.48) para normalizar as variáveis de saída antes de aplicar a série de Gram-Charlier.

$$z = \frac{(y - \mu_y)}{\sigma_y} \quad (4.48)$$

Onde  $\mu_y$  e  $\sigma_y$  são a média e o desvio padrão associados com a variável de saída  $y$  do modelo de confiabilidade preditiva.

Os coeficientes da série de Gram-Charlier são definidos como funções dos momentos centrais de acordo com as equações (4.49) a (4.54) (Fan e Vittal, 2012).

$$C_0 = 1 \quad (4.49)$$

$$C_1 = C_2 = 0 \quad (4.50)$$

$$C_3 = \frac{1}{3!} \left( -\frac{\beta_3}{\sigma_y^3} \right) \quad (4.51)$$

$$C_4 = \frac{1}{4!} \left( \frac{\beta_4}{\sigma_y^4} - 3 \right) \quad (4.52)$$

$$C_5 = \frac{1}{5!} \left( -\frac{\beta_5}{\sigma_y^5} + 10 \frac{\beta_3}{\sigma_y^3} \right) \quad (4.53)$$

$$C_6 = \frac{1}{6!} \left( \frac{\beta_6}{\sigma_y^6} - 15 \frac{\beta_4}{\sigma_y^4} + 30 \right) \quad (4.54)$$

Onde,  $\beta_k$  é o  $k$ -ésimo momento central de uma variável aleatória.

Os momentos centrais  $\beta_k$  podem ser facilmente obtidos a partir dos cumulantes com base nas equações (4.55) a (4.60) (Fan e Vittal, 2012).

$$\beta_1 = 0 \quad (4.55)$$

$$\beta_2 = \gamma_2 \quad (4.56)$$

$$\beta_3 = \gamma_3 \quad (4.57)$$

$$\beta_4 = \gamma_4 + 3\gamma_2^2 \quad (4.58)$$

$$\beta_5 = \gamma_5 + 10\gamma_3\gamma_2 \quad (4.59)$$

$$\beta_6 = \gamma_6 + 15\gamma_4\gamma_2 + 10\gamma_3^2 + 15\gamma_2^3 \quad (4.60)$$

Finalmente, o procedimento de propagação de incertezas, com base no método dos cumulantes, para o modelo de confiabilidade preditiva pode ser resumido como:

- i. Calcular os momentos das variáveis de entrada: taxas de falha, tempos de reparo e indisponibilidade de cada equipamento.
- ii. Definir as combinações lineares para as variáveis de saída: índices FIC/FEC e DIC/DEC;
- iii. Avaliar os cumulantes para as combinações lineares associadas às variáveis de saída usando a equação (4.43);
- iv. Obter a função distribuição de probabilidade das variáveis de saída a partir da série de Gram-Charlier definida em (4.44).

## **5 ALOCAÇÃO ROBUSTA DE CHAVES PARA MAXIMIZAÇÃO DA CONFIABILIDADE EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO**

Este capítulo tem como objetivo descrever a formulação do problema de alocação robusta de chaves em redes de distribuição. Inicialmente, será apresentada a formulação convencional do PAC baseada em valores esperados dos índices de continuidade e com dados de confiabilidade determinísticos. Em seguida será introduzida a formulação proposta que considera incertezas nos dados de confiabilidade e as distribuições de probabilidade dos índices de continuidade, ao invés de apenas valores esperados.

### **5.1 Introdução**

O planejamento da rede de distribuição orientado a confiabilidade tem como objetivo mitigar o impacto das falhas na continuidade do fornecimento de energia elétrica. Existem dois tipos de técnicas de mitigação usadas no planejamento orientado a confiabilidade: elétricas e não-elétricas. As técnicas elétricas afetam diretamente a rede elétrica e os seus efeitos podem ser avaliados usando-se métodos convencionais para a realização de estudos em redes elétricas, por exemplo: fluxo de carga, curto-circuito, coordenação de isolamento, seletividade das proteções, etc. As principais técnicas de mitigação elétricas usadas no planejamento orientado a confiabilidade são: alocação de chaves seccionadoras e de interligação, repotencialização de condutores e transformadores, adição de geradores distribuídos, instalação de dispositivos de proteção, posicionamento de dispositivos de localização de faltas, etc. Por outro lado, as técnicas de mitigação não-elétricas não afetam diretamente a rede de distribuição e suas ferramentas de análise convencionais. Alguns exemplos de técnicas de mitigação não elétrica são: podas da vegetação, barreiras contra colisões em postes, instalações de proteções para evitar o contato de animais com a rede, remoção de contaminantes da rede, etc. É importante ressaltar que os benefícios obtidos com as técnicas de mitigação não-elétricas só podem ser avaliados usando-se modelos preditivos de confiabilidade.

Uma das técnicas de mitigação elétrica mais usadas no planejamento para melhorar a confiabilidade de redes de distribuição é a instalação de chaves seccionadoras. A presença de um número suficiente destas chaves permite que o número de componentes fora de serviço entre a falta e o dispositivo de seccionamento acima da falta seja minimizado após a restauração a montante da falta. Em outras palavras, a abertura do dispositivo de seccionamento a montante da falta (para isolar a falta do ponto de fornecimento principal) e o fechamento da proteção que

eliminou a falta. No pior caso da restauração à montante, não há dispositivos entre a falta e a proteção que a eliminou. Desta forma, a proteção não pode ser fechada e nenhum consumidor pode ser restaurado com o isolamento da falta. Isto é, o fornecimento de energia só será restaurado para os consumidores interrompidos pela abertura da proteção após o reparo do componente defeituoso. Por lado, no melhor caso da restauração à montante, há um dispositivo de seccionamento imediatamente à montante da falta. Desta forma, o fechamento da proteção que eliminou a falta vai restaurar o fornecimento de energia para a maioria dos consumidores entre a proteção e a falta, exceto para aqueles localizados entre a falta e o dispositivo que fez o seu isolamento. Outro benefício associado com as chaves é disponibilização de um maior número de alternativas para transferências de carga para alimentadores adjacentes. Estas transferências restauram o fornecimento de energia para os componentes fora de serviço à jusante da falta. É importante mencionar que a presença de chaves de transferência normalmente abertas não assegura a realização de uma transferência de carga. Esta limitação é devido a realimentação da falta pelo fechamento da chave de interligação quando não há dispositivos de seccionamento suficientes na rede elétrica para isolar os componentes da rede à jusante da falta. Pode haver diversas zonas de seccionamento à jusante da falta quando há uma quantidade suficiente de chaves na rede. A presença de um grande número de zonas permite realizar uma restauração à jusante otimizada com relação aos seguintes aspectos: restrições de tensão e carregamento, cargas prioritárias, restrições de tempo de restauração que limita o número de manobras realizadas, preferência para manobras automáticas, minimização de custos de interrupção, redução da energia não-fornecida, etc. Por exemplo, pode-se reduzir o montante de carga (desconectando-se seções do mesmo) transferido para um alimentador quando esta transferência resulta em sobrecargas e/ou subtensões.

A análise dos procedimentos de restauração à montante e à jusante revela que idealmente deveria haver uma chave em cada terminal de uma seção do alimentador. Contudo, esta configuração é ineficaz devido à grande dimensão da rede de distribuição e a restrições econômicas de orçamento. Portanto, é imperativo que se tenha metodologias criteriosas para realizar uma alocação de chaves na rede de distribuição. Estas metodologias devem ter as seguintes características: estimativa precisa dos índices de confiabilidade, baixo custo computacional e incluir restrições para simular limites orçamentários para a instalação das chaves.

## 5.2 Formulação tradicional no problema de alocação de chaves

Geralmente, o problema de alocação de chaves é formulado como um problema de otimização combinatória cuja função objetivo é a minimização dos valores esperados de índices de confiabilidade, tais como: DEC (Brown, 2009; Alencar e al., 2010; Alencar e al., 2011) e custos de interrupção para os consumidores (Brown, 2009; Billinton e Jonnavithula, 1996). Esta função objetivo é frequentemente minimizada considerando-se restrições de orçamento. A formulação convencional do PAC é definida através do modelo de otimização (5.1)-(5.3).

$$\text{Minimizar } [DEC(X)] \quad (5.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k=1}^{N^{can}} X_k \leq N_{ch}^{max} \quad (5.2)$$

$$X_k \in \{0,1\} \text{ para } : k = 1, \dots, N^{can} : \quad (5.3)$$

Onde:

$N^{can}$  é o número de locais candidatos para a alocação de dispositivos de chaveamento.

$X$  é um vetor de variáveis de decisão binárias com dimensão igual a  $N^{can}$ . Desta forma, tem-se que:  $X_k = 1$  ( $X_k = 0$ ) indica que uma chave foi inserida (removida) no local  $k$ .

$N_{ch}^{max}$  é o número máximo de chaves que podem ser instaladas.

$DEC(X)$  é o valor do DEC como uma função do vetor de localização das chaves;

A restrição (5.2) estabelece um limite máximo para o número de chaves que podem ser instaladas e é equivalente a uma restrição de orçamento no planejamento da expansão da rede.

A formulação definida em (5.1)-(5.3) não é adequada na presença de incertezas nas taxas de falha e tempos de reparo, pois o índice DEC se torna uma função de variáveis aleatórias. Conseqüentemente, há degradação da solução ótima devido à alta sensibilidade do índice DEC com relação às incertezas inerentes aos dados de confiabilidade. Estas incertezas causam variações (flutuações) em torno do DEC ótimo que resultam em valores de DEC piores que aquele associado com o caso base (Gedemer, 2002). Neste caso, a meta é procurar por soluções mais robustas, de maneira a tornar a solução mais insensível (imune) a essas aleatoriedades. Deste modo, a realização de uma alocação robusta de chaves é imprescindível para assegurar que as incertezas, inerentes aos dados de confiabilidade do sistema, não degradem (deteriore) os melhoramentos nos índices de continuidade obtidos com a instalação de chaves.

### 5.3 Formulação robusta no problema de alocação de chaves

Conforme mencionado anteriormente, a formulação convencional do PAC não é capaz de fornecer uma solução imune com relação as incertezas nos dados de confiabilidade. Estas incertezas comprometem a qualidade da solução do PAC e reduzem a confiança e a credibilidade dos engenheiros de planejamento com relação aos resultados da metodologia de alocação de chaves.

Na prática não se deseja que o índice DEC ótimo (com chaves instaladas) se torne maior do que o valor mínimo do DEC para a condição do caso base (configuração original sem chaves). Caso contrário, seria possível obter valores baixos de DEC, como aquele associado com a solução ótima, sem a instalação de chaves no sistema. Por outro lado, também seria possível obter valores de DEC elevados, como aquele associado com o caso base, mesmo com a instalação de chaves no sistema. O valor mínimo do DEC para o caso base é obtido determinando-se a distribuição de probabilidade desse índice e calculando-se o intervalo de confiança desta distribuição para um nível de significância especificado. Desta forma, o valor máximo do DEC será igual ao limite inferior do intervalo de confiança do DEC para o caso base. Em outras palavras: não se aceita que o maior valor do DEC ótimo, obtido coma alocação de chaves, seja superior ao menor valor de DEC para a rede sem nenhuma chave (caso base). Todavia, o DEC é uma variável aleatória, então haverá uma probabilidade do DEC ótimo violar o seu limite máximo. No entanto, pode-se reduzir esta probabilidade se o risco do DEC violar o seu limite máximo for minimizado na solução do problema de alocação de chaves. Desta forma, a formulação matemática proposta nesta dissertação para incluir incertezas nos dados de confiabilidade na solução do PAC em redes de distribuição é definida em (5.4)-(5.6).

$$\text{Minimizar } 100\% \times \int_{DEC_{base}^{min}}^{+\infty} f[DEC(X) \times dDEC(X)] \quad (5.4)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k=1}^{N^{can}} X_k \leq N_{ch}^{max} \quad (5.5)$$

$$X_k \in \{0,1\} \text{ para } : k = 1, \dots, N^{can} : \quad (5.6)$$

Onde:

$f[DEC(X)]$  é a função densidade de probabilidade de  $DEC(X)$ ;

$dDEC(X)$  é uma mudança infinitesimal em  $DEC(X)$ ;

$DEC_{base}^{min}$  é o valor do limite mínimo do intervalo de confiança do DEC para a condição do caso base (desconsiderando-se todas as chaves seccionadoras do sistema). Este valor mínimo é calculado de acordo com a equação (5.7).

$$DEC_{base}^{min} = F^{-1}\left[\frac{100 - \alpha}{200\%}\right] \quad (5.7)$$

$\alpha$  é o nível de significância associado com o intervalo de confiança, por exemplo, 95%.  $F^{-1}[p]$  é a inversa da distribuição de probabilidade cumulativa para uma probabilidade  $p$  para o índice DEC na condição do caso base.

A Figura 5.1 ilustra os conceitos de otimização sob incerteza associados com o modelo de otimização (5.4)-(5.6).

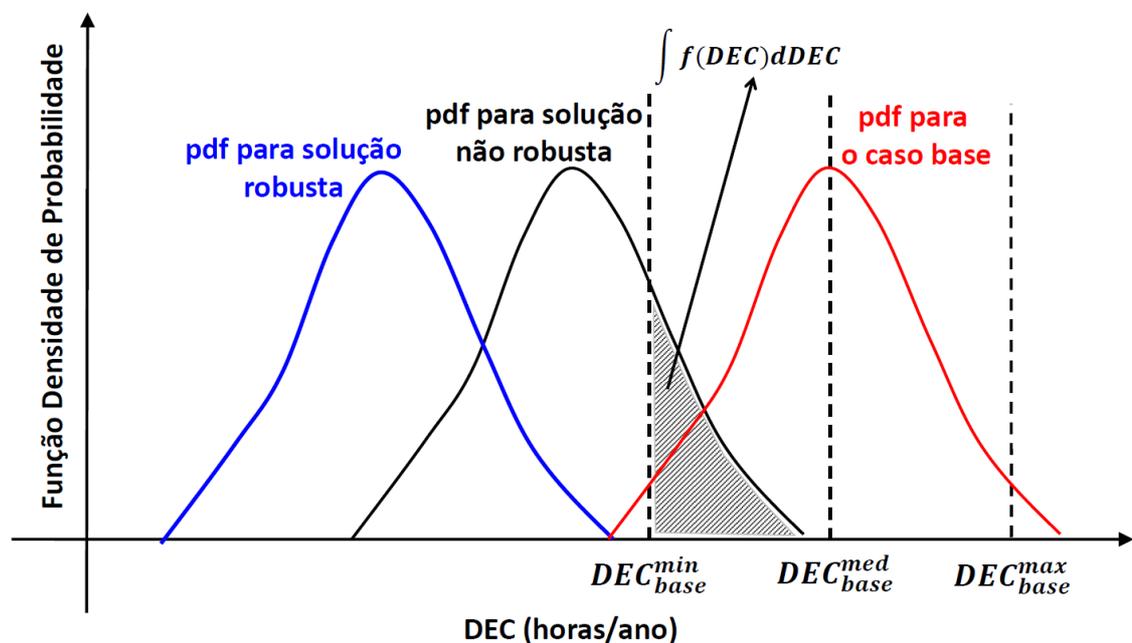


Figura 5-1- Ilustração dos conceitos de otimização robusta (Fonte: Próprio autor)

A partir da Figura 5.1, pode-se observar que a probabilidade do DEC da solução não-robusta ser maior do que o  $DEC_{base}^{min}$  é significativa (área destacada no gráfico). É interessante ressaltar que na área destacada existe uma chance do DEC ótimo se tornar pior do que o seu valor máximo mesmo com a instalação das chaves. Por outro lado, a probabilidade do DEC ser superior ao  $DEC_{base}^{min}$  é muito pequena para a solução robusta. Isto é, a qualidade da solução robusta não é degradada pelas incertezas no modelo. É importante mencionar que a média do DEC da solução não-robusta é menor do que a média do caso base. Contudo, isto não assegura que os benefícios da otimização não serão eliminados pelas incertezas. Este efeito é devido ao fato de que a média não contém informação suficiente para caracterizar a distribuição de probabilidade de uma variável aleatória. Contrariamente, na solução robusta o efeito de

cancelamento na melhoria do DEC é minimizado e o DEC médio é sempre menor do que o DEC do caso base.

O principal pré-requisito para a minimização do risco de violação do DEC é a obtenção da distribuição de probabilidade do índice DEC resultante das incertezas nos dados de falha. Esta distribuição de probabilidade é obtida usando-se método dos cumulantes descrito no capítulo 4. Este método foi selecionado devido ao seu baixo custo computacional com relação a outros métodos probabilísticos (SMC e *Bootstrap*).

Finalmente, é importante mencionar que as diferenças entre os valores observado (medido ou apurado) e estimado do índice DEC podem ser causadas por outros fatores, além da variabilidade amostral, por exemplo:

- i. Número de equipes usado para realizar o processo de restauração;
- ii. Tempo de localização da falta;
- iii. Tempo de deslocamento das equipes;
- iv. Restrições de carregamento e queda de tensão para a realização de transferências de carga;
- v. Resposta do sistema de proteção para faltas momentâneas.

As diferenças causadas por estes fatores só podem ser eliminadas com a inclusão dos mesmos no modelo preditivo de confiabilidade. Desta forma, antes de realizar a propagação de incertezas, é importante identificar se as diferenças entre os valores observados e estimados do DEC não são tendenciosas devido a deficiências na modelagem do sistema para estudos de confiabilidade. Os testes realizados nesta dissertação não utilizaram valores observados reais do índice DEC. Portanto, os resultados e conclusões apresentados não estão sujeitos a erros devido a falhas na modelagem.

## 6 TÉCNICA DE OTIMIZAÇÃO USADA PARA SOLUCIONAR O PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE CHAVES

Este capítulo apresenta uma explanação sobre o método de otimização usado para solucionar o PAC em redes de distribuição incorporando incertezas nos dados de confiabilidade. A técnica selecionada para a solucionar este problema foi a otimização por Enxame de Partículas (“PSO-Particle Swarm Optimization”).

### 6.1 Introdução

O problema de otimização (5.4)-(5.6) possui as seguintes características:

- i. Presença de Incertezas: o índice DEC é uma variável aleatória, visto que ele é função das distribuições de probabilidade que descrevem a variabilidade amostral nas taxas de falha e nos tempos de reparo.
- ii. Combinatório: as variáveis de decisão (localização das chaves) são binárias.
- iii. Não-Linear: o cálculo da integral associada com a função objetivo envolve funções não-lineares.

A partir das características (i)-(iii), pode-se concluir que o problema de alocação de chaves proposto nesta dissertação não pode ser resolvido com o emprego de técnicas de programação matemáticas convencionais, tais como programação linear inteira-mista. Esta limitação é devido a presença de funções não-lineares de variáveis aleatórias na função objetivo. Portanto, as técnicas mais adequadas para resolver o problema de alocação robusta de chaves são os algoritmos meta-heurísticos (Alencar et al., 2010; Alencar et al., 2011). Alencar et al. (2011) mostraram que o PSO tem melhor característica de convergência que o Algoritmo Genético e também é capaz de obter reduções mais expressivas no índice DEC através da alocação de chaves. Desta forma, o PSO foi selecionado como método de otimização para obter uma alocação robusta de chaves em redes de distribuição. Além disso, esta escolha foi motivada pelos seguintes fatores:

- i) Fácil implementação dos conceitos do PSO;
- ii) Flexibilidade para incluir restrições e variáveis binárias;
- iii) Poucos parâmetros para serem ajustados.

## 6.2 Otimização por enxame de partículas (PSO)

A Otimização por Enxame de Partículas (Particle Swarm Optimization - PSO) é uma técnica estocástica de otimização, inspirada em comportamentos sociais como os de bandos de pássaros e cardumes de peixes (Goldberg, 2016; Engelbrecht, 2005). A otimização no PSO ocorre por meio da cooperação (aprendizado do grupo) e da competição (aprendizado individual) entre indivíduos de um bando. A cooperação e a competição são as principais características que guiam o algoritmo do PSO na exploração do espaço de busca (Goldberg, 2016; Engelbrecht, 2005).

O PSO compartilha diversos conceitos com a Programação Evolucionária em geral, como os Algoritmos Genéticos (AG). Ambos, AG e PSO, possuem uma população inicial de indivíduos (como possíveis soluções) e uma função objetivo (que mede o quanto cada indivíduo é apto a solucionar o problema). No entanto, ao contrário do AG, no PSO não temos os conceitos explícitos de cruzamento, mutação nem seleção. Uma diferença conceitual importante entre PSO e AG é que a força motriz nestes é a sobrevivência dos melhores indivíduos, os quais competem para sobreviver e gerar uma prole. No PSO, a força motriz é a interação social e a troca de conhecimento sobre o espaço de busca (Engelbrecht, 2005).

O funcionamento do PSO é realizado através da evolução de um enxame de partículas (semelhante a uma população de indivíduos como nos Algoritmos Genéticos) que são inicializadas aleatoriamente ou através de uma estratégia especializada para explorar características peculiares do problema. Cada partícula  $i$  possui uma posição  $x_i$  (vetor de posições) e uma velocidade  $v_i$  (vetor de velocidades) que são atualizados a cada iteração através dos seguintes fatores:

- i) Fator cognitivo: referente à própria memória da partícula. Este fator está associado com a melhor fitness encontrado pela partícula.
- ii) Fator social: referente a cooperação entre as partículas do enxame. Este fator está associado com a melhor fitness da população.
- iii) Fator de Inércia: manutenção da partícula na direção atual.

O fator cognitivo representa a experiência individual da partícula de onde a solução está. Já o fator social representa a experiência do enxame de onde a solução está. A posição é a representação da solução do problema, e a velocidade é o peso do direcionamento para o deslocamento das partículas.

O comportamento de cada partícula  $i$  do enxame é definido segundo as equações (6.1) e (6.2):

$$V_i(t + 1) = V_i(t) \times W + C_1 \times U_1(P_{best} - x_i(t)) + C_2 \times U_2(G_{best} - x_i(t)) \quad (6.1)$$

$$x_i(t + 1) = x_i(t) + V_i(t + 1) \quad (6.2)$$

Onde:

$V_i(t + 1)$  é nova velocidade da partícula  $i$ ;

$V_i(t)$  é a antiga velocidade da partícula  $i$ ;

$W$  é o fator de inércia que determina a direção das partículas;

$C_1$  e  $C_2$  são duas constantes positivas que correspondem às componentes cognitivas e sociais;

$U_1$  e  $U_2$  são dois números aleatórios no intervalo  $[0, 1]$ ;

$P_{best}$  é a melhor posição encontrada pela partícula;

$G_{best}$  é a melhor posição encontrada pelo enxame;

$x_i(t + 1)$  é a nova posição da partícula  $i$ ;

$x_i(t)$  é a antiga velocidade da partícula  $i$ .

A equação (6.1) é usada para o cálculo da nova velocidade da partícula, levando em consideração a sua velocidade anterior e as distâncias entre sua posição atual, sua melhor posição, e a melhor posição do grupo. Com base nestas componentes, a partícula é direcionada para uma nova posição de acordo com a equação (6.2). O desempenho de cada partícula é medido de acordo com a função objetivo, que na solução do PAC é a minimização do índice DEC (paradigma tradicional) ou do risco de violação do seu limite máximo (paradigma robusto). A Figura 6.1 ilustra o deslocamento de uma partícula em função das suas componentes em um espaço bidimensional.

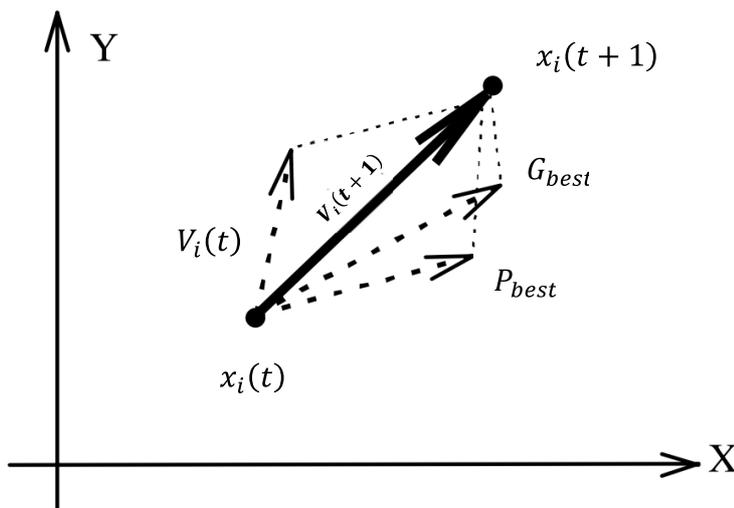


Figura 6-1- Ilustração do deslocamento de uma partícula no espaço bidimensional.

(Fonte: Adaptado de Lee et Al. (2008)).

O fator de inércia  $W$  é utilizado com o intuito de controlar o impacto da velocidade anterior na velocidade atual, influenciando assim, as habilidades de exploração global e local, das partículas. Um fator de inércia maior facilita exploração global, ou seja, a procura por novas áreas dentro do espaço, enquanto um fator de inércia menor tende a facilitar exploração local para refinar a área de procura atual. A seleção satisfatória do fator de inércia  $W$  pode prover um equilíbrio entre habilidades de exploração global e local, podendo dessa forma requerer menos repetições, em média, para encontrar o valor ótimo.

Resende (2014) comenta sobre algumas estratégias usadas por diversos autores para o ajuste do fator de inércia  $W$ . Alguns autores sugerem que o valor de  $W$ , não seja nem tão grande e nem tão pequeno, de forma a evitar uma convergência prematura ou o retardo da mesma. Recomenda-se que este valor seja 0,7 ou 0,8 (Clerc, 2006).

Shi et al.(1998) concluíram que valores pequenos para  $W$ , resultam em uma busca local do algoritmo no espaço de busca e caso existam soluções aceitáveis no espaço de busca inicial, o algoritmo encontrará a solução ótima rapidamente. Caso contrário, a solução ótima global não será determinada. Foram realizados vários testes e foi observado que para  $W$  entre 0,9 e 1,2 o PSO terá menos chances de falhar na busca do ótimo global dentro de um número razoável de iterações. Neste artigo, os autores propuseram o peso de inércia linearmente decrescente no decorrer das iterações, cuja determinação é dado pela equação (6.3).

$$W = W_{m\acute{a}x} - (W_{m\acute{a}x} - W_{m\grave{i}n}) \times \frac{iter}{iter_{m\acute{a}x}} \quad (6.3)$$

Onde:

$W_{m\acute{a}x}$  é o valor máximo escolhido para o fator de inércia;

$W_{m\grave{i}n}$  é o valor mínimo escolhido para o fator de inércia;

$iter$  é o valor da iteração atual;

$iter_{m\acute{a}x}$  número máximo de iterações;

Em Zheng et al. (2003) é utilizado o peso inercial crescente ao longo das iterações, ou seja, os autores defendem a ideia de que o peso da inércia crescente obtém resultados superiores ao peso da inércia decrescente. Isto se deve ao fato de que um fator de inércia maior facilita exploração global. Ou seja, a procura por novas áreas dentro do espaço tendo mais possibilidades de convergência do algoritmo. Portanto,  $W$  com peso maior, no final do processo, vai estimular a capacidade de convergência. O peso de inércia crescente no decorrer dado pela equação (6.4).

$$W = W_{m\acute{a}x} + (W_{min} - W_{max}) \times (iter_{m\acute{a}x} - iter) / iter_{m\acute{a}x} \quad (6.4)$$

Alencar e al (2011) propuseram uma técnica de otimização PSO (*PSO-Particle Swarm Optimization*) para resolver o problema de alocação de chaves (PAC) em redes de distribução. PSO é combinado com um Sistema Especialista *Fuzzy* (SEF) para resolver o problema de alocação de chaves (PAC) em redes de distribução. Neste trabalho foi utilizado um fator de inércia constante e igual a 1, o que está de acordo com as conclusões de Shi et al.(1998), ou seja, que um W entre 0,9 e 1,2 terá menos chances de falhar na busca do ótimo global. O W igual a 1 foi o valor adotado para esta dissertação, pois apresentou resultados satisfatórios durante os testes realizados.

Cada partícula mantm o rastro de suas coordenadas no espaço-problema, que estão associadas  melhor solução (fitness) que ela tenha encontrado até então. O valor do fitness também é armazenado. Esse valor é chamado Pbest. Outro valor que  rastreado pelo PSO é o melhor sobre todos os valores do enxame, e sua posição, obtido por qualquer partícula na população. Esse valor é chamado de Gbest. O PSO consiste que a cada iteração, a partir da mudança da velocidade as partículas alcancem suas posições de Pbest e Gbest.

As estruturas sociais (ou topologias) definem a forma de se obter o Gbest, que pode ser o melhor global ou o melhor vizinho (Engelbrecht, 2005). As principais topologias das estruturas sociais no PSO são:

- i. Anel: A topologia em anel caracteriza-se pela comunicação direta de uma partícula apenas com partículas pertencentes a sua vizinhança (Engelbrecht, 2005). Ou seja, se uma partícula de ndice  $i$  tem uma vizinhança de tamanho  $v = 2$ , por exemplo, ela se comunica apenas com seus vizinhos imediatos  $i - 1$  e  $i + 1$ . Assim, a influência da melhor partícula da vizinhança atinge um número limitado de outras partículas, tornando, portanto, a propagação de informações bem mais lenta o que fez com que a convergência do PO seja mais lenta também.
- ii. Estrela: A vizinhança do tipo estrela (em que a partícula tem conhecimento da melhor posição encontrada entre todas as partículas)  uma das melhores formas para a busca de melhores soluções com o PSO. É caracterizada pela total interconexão do enxame (Engelbrecht, 2005). A topologia usada neste trabalho  a do tipo estrela. Em termos práticos, isso significa que existe um nico Gbest para todas as partículas. Possui rápida convergência, pois faz com que todas as partículas do enxame sejam direcionadas em poucas iterações para o espaço de busca próximo  partícula Gbest (Engelbrecht, 2005).
- iii. rvore: A topologia em árvore é organizada de modo a formar uma árvore de  $n$  níveis, sendo que cada nó da árvore corresponde a uma partícula (Janson et al., 2005). Nesse modelo,

uma partícula que está acima na árvore influencia a partícula conectada no nó imediatamente abaixo, ou seja, a partícula filha utiliza a melhor posição de seu pai, ajustando assim sua velocidade. Se uma partícula filha encontra uma posição melhor que a sua, o nó pai ajusta seu valor para o de seu descendente como sua melhor posição até o momento. Deste modo, a vizinhança vai sendo ajustada.

iv. Von Neumann: Tem como característica a interconexão das em uma estrutura de grade em 2 dimensões (Engelbrecht, 2005). Nesta topologia cada partícula é conectada a quatro partículas vizinhas (acima, abaixo, à direita e à esquerda) e a melhor partícula, é obtida dessa vizinhança.

A Figura 6.2 ilustra as topologias descritas.

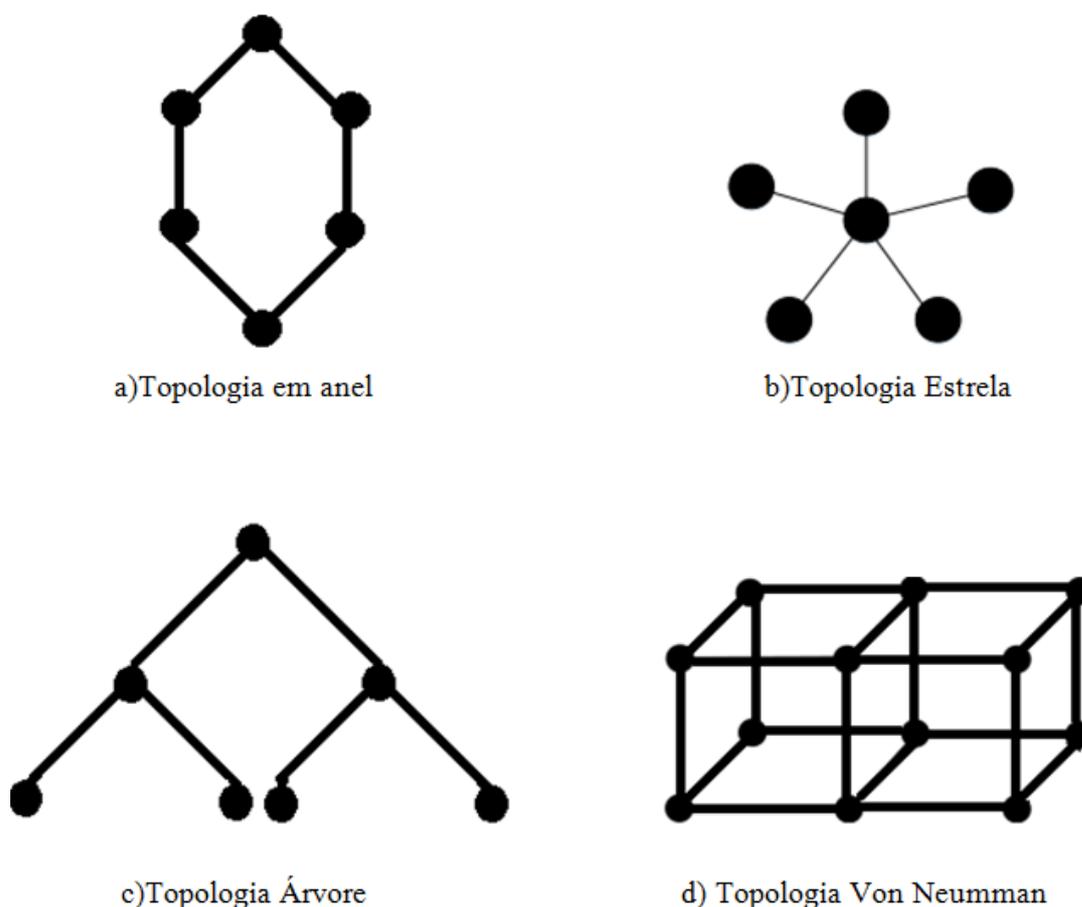


Figura 6-2- Algumas topologias sociais usadas no PSO

### 6.3 PSO associado ao problema de alocação de chaves

O primeiro passo na aplicação do PSO ao PAC é a definição de como as soluções candidatas serão codificadas (Brown, 2009) para solucionar o problema. A codificação escolhida foi a binária onde a posição que possui valor igual a 1 representa o ramo onde uma chave será alocada. Caso o valor da posição seja zero significa que nenhuma chave foi alocada.

A Figura 6.3 apresenta o alimentador 3 do RBTS barra 4 (Billinton et al. 1991) onde todos os ramos com círculos vermelhos representam os pontos candidatos à alocação de chaves no sistema. Neste sistema-exemplo tem-se um total de 5 pontos candidatos que estão associados com os seguintes ramos: 2, 5, 7, 10 e 12. O círculo cinzento representa o ponto candidato no qual a instalação de uma chave seccionadora foi efetivada. Para este exemplo, nota-se que os pontos candidatos selecionados são aqueles cujos ramos pais não são dispositivos de proteção. Além disso, observa-se que estes pontos candidatos podem estar tanto no início quanto no fim de uma seção. Os pontos candidatos escolhidos para os testes realizados nesta dissertação foram baseados no caso de estudo I proposto por Billinton e Jonnavithula (1996).

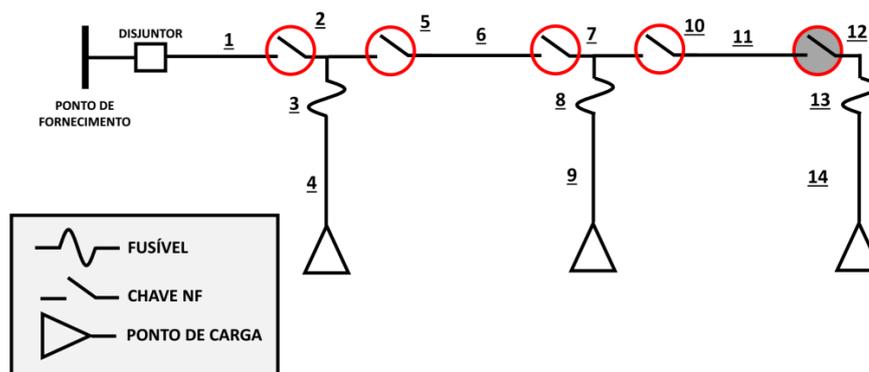


Figura 6-3- Alimentador identificando os pontos candidatos e os pontos que efetivamente receberam a alocação de uma chave ( Fonte: Adaptado de Billinton et Al. (1991))

Para se obter a melhor configuração de chaves seccionadoras para 5 locais candidatos disponíveis tem-se as seguintes associações :

i. Espaço de busca (EB): será formado pelo total de combinações que poderá ser realizado com as chave nos 5 pontos candidatos, ou seja:  $\binom{5}{0} + \binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = 2^5 = 32$ , onde  $\binom{n}{k}$  é o número de combinações de  $k$  elementos tomadas a partir de  $n$  elementos. Isto é, o espaço de busca terá um total de 32 soluções candidatas.

ii. Vetor de variáveis de decisão binárias ( $X$ ): a dimensão deste vetor é igual a  $N^{can}$ , que corresponde ao número de pontos candidatos. Para o exemplo apresentado este

vetor terá dimensão igual a 5. Se na Figura 6.3 uma chave for instalada no ramo 12 o vetor apresentará a seguinte definição:  $X = [0\ 0\ 0\ 0\ 1]$ . Na implementação deste algoritmo foi criada uma lista com todos os ramos pertencentes aos pontos candidatos. Logo é possível associar cada posição do vetor  $X$  com um ramo correspondente. Para este exemplo, a lista de pontos candidatos (PC) é dada por:  $PC = [2\ 5\ 7\ 10\ 12]$ . Portanto, a partir desta lista a associação entre o vetor de variáveis de decisão e a lista de pontos candidatos é mostrada na Figura 6.4.

$$\begin{array}{ccccccccc} \mathbf{X} & = & [\mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1}] \\ & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \mathbf{PC} & = & [\mathbf{2} & \mathbf{5} & \mathbf{7} & \mathbf{10} & \mathbf{12}] \end{array}$$

Figura 6-4- Relação entre o Vetor de variáveis de decisão binária e a lista de pontos candidatos (Fonte : Próprio autor)

O algoritmo do PSO pode ser resumido nos seguintes passos:

- i) Definição do enxame inicial;
- ii) Avaliação da função objetivo;
- iii) Atualização das velocidades e posições de cada partícula;
- iv) Critério de parada.

A população inicial do algoritmo foi gerada aleatoriamente a partir da função nativa do matlab `randsample`. Esta população é formada por um total de 50 indivíduos. Os pontos candidatos no problema de alocação foram escolhidos como sendo aqueles pontos cujo ramo não é nenhum dispositivo de proteção (fusíveis e religadores), ou pontos cujo ramos pais também sejam dispositivos de proteção. Ou seja, ramos laterais. Portanto os pontos candidatos são formados por ramos os quais podem ser componentes do tipo tronco ou chaves seccionadoras.

O valor da população inicial selecionada aleatoriamente é armazenado em  $X$ . Com a população inicial do algoritmo formada, o valor da função objetivo para cada indivíduo da população pode ser calculado usando o modelo preditivo de confiabilidade com propagação de incertezas. Na implementação do algoritmo após gerar a população inicial, inicializa-se também o vetor de velocidades. Na versão binária do PSO, a velocidade indica a probabilidade de um *bit* mudar sua posição de 0 para 1, no problema de alocação de chaves, indica a probabilidade do ponto  $j$  receber a chave no indivíduo  $i$ . Como a equação (6.1) é utilizada para a versão contínua do PSO, uma normalização deve ser realizada na velocidade para colocá-la na faixa

entre [0 1]. Essa normalização é realizada a partir da função sigmoide de acordo com a equação (6.5).

$$V_{ij}(t + 1) = sig(V_{ij}(t)) = \frac{1}{1 + e^{-V_{ij}(t)}} \quad (6.5)$$

Finalmente a posição é discretizada usando a equação (6.6):

$$X_{ij}(t + 1) = \begin{cases} 1, & \text{se } r_{ij} < V_{ij}(t + 1) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6.6)$$

Onde :

O subscrito  $ij$  representa a partícula  $j$  do indivíduo  $i$ .

$r_{ij}$  É um número aleatório entre [0 1].

Os vetores de posições e velocidades são atualizados ciclicamente até que um critério de parada seja atingido, que pode ser dado por um número máximo de iterações, ou uma determinada aptidão a ser encontrada, ou um número de iterações sem melhora da função objetivo (Resende, 2014).

Nesta dissertação, considerou-se como critério de parada o número de iterações igual a 100 e foi notado também nos testes realizados que aumentando-se o número de iterações para um valor superior a 100 não se obtém uma melhora significativa na função objetivo.

Os principais passos da metodologia proposta via PSO e Cumulantes para a solução do problema de alocação robusta de chaves são apresentados na Figura 6.5.

Finalmente, é importante destacar que podem ocorrer variações na solução ótima do PSO quando o algoritmo é executado várias vezes com sementes (*seeds*) diferentes para o gerador de números aleatórios. Em outras palavras, o valor ótimo do DEC pode ser degradado pela natureza estocástica intrínseca ao PSO. Todavia, estas flutuações na solução ótima do PAC podem ser consideravelmente minimizadas combinando-se o PSO com SEF para fornecer uma população inicial com melhores valores de fitness ao invés de usar uma partida aleatória (Alencar et al, 2011). Nesta dissertação, foi considerado que o PSO utiliza uma partida aleatória. Esta consideração é extremamente severa para a solução robusta do PAC devido ao fato de que haverá menores chances de se obter reduções significativas no DEC. Desta forma, o uso do PSO padrão (sem partida baseada em SEF) servirá para validar a coerência e a qualidade do modelo de otimização robusta proposto para a solução do PAC. Ou seja, a solução robusta do PAC não será tendenciosa e subordinada a aplicação de estratégias especializadas no PSO. Além disso, as flutuações no DEC ótimo são mais comuns na solução convencional do PAC na qual apenas o valor esperado do DEC é minimizado e o espaço de busca contém muitas soluções

candidatas. Por outro lado, a solução robusta do PAC não minimiza apenas o valor esperado DEC, mas o risco do DEC violar um limite superior especificado. Consequentemente, a função objetivo do PAC robusto é mais restritiva do que a do PAC convencional. Portanto, a formulação robusta do PAC é menos susceptível as variações na qualidade da solução devido à natureza estocástica do PSO.

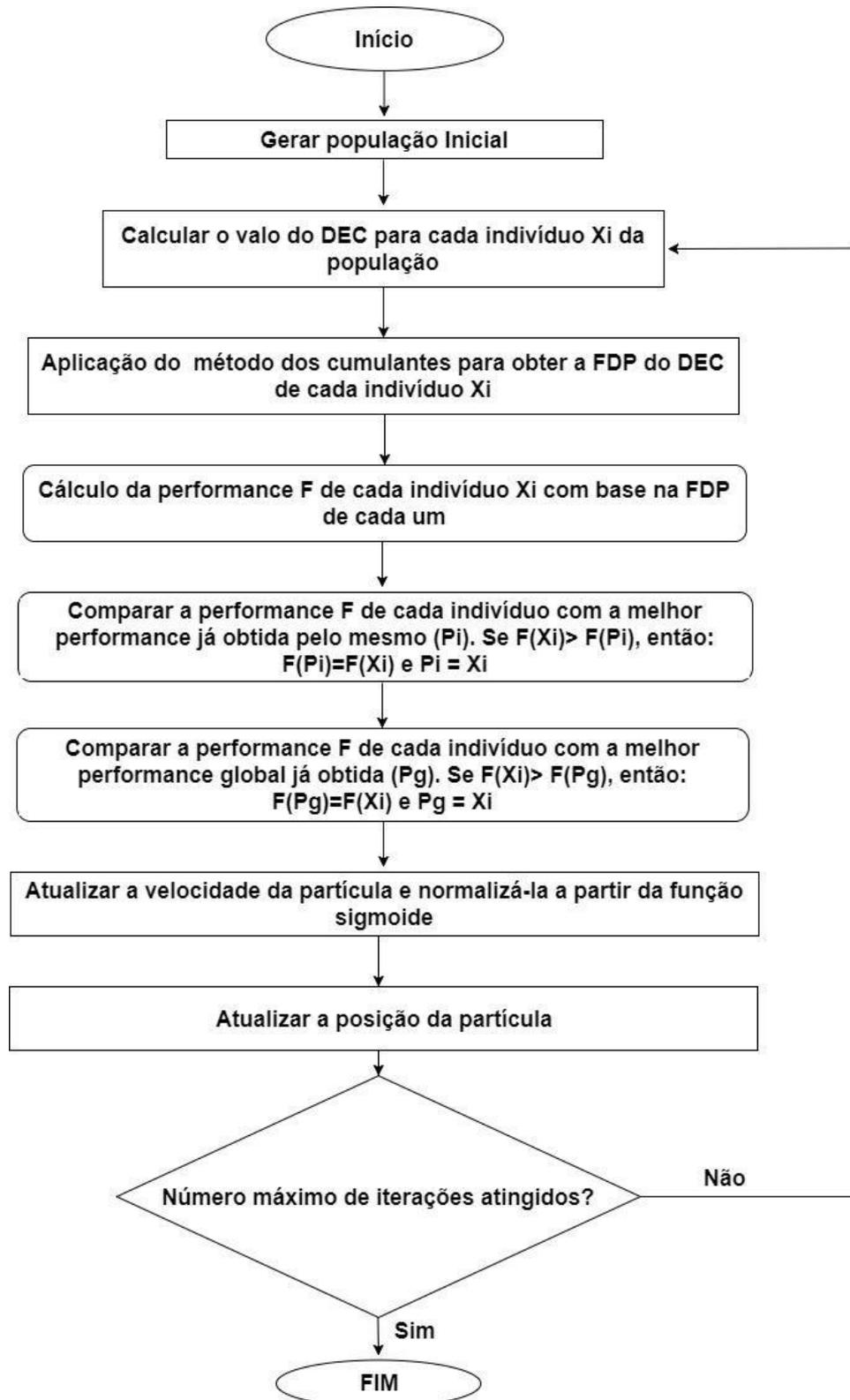


Figura 6-5 - Fluxograma da metodologia proposta para solução do problema de alocação de chaves.

## 7 RESULTADOS

Todos os algoritmos apresentados neste trabalho foram implementados usando-se o programa computacional MATLAB. A avaliação dos impactos de incertezas nos dados de falha sobre os índices de confiabilidade foi realizada no sistema IEEE–RBTS barra 4 (Billinton et al., 1991) com o objetivo de validar a metodologia apresentada nessa monografia.

Os resultados obtidos são apresentados da seguinte forma:

- i. Seção 7.1 apresenta a descrição do sistema teste.
- ii. Seção 7.2 realiza um estudo comparativo dos seguintes métodos de propagação de incertezas: *Bootstrap*, Conjuntos *Fuzzy*, SMC, Cumulantes e Aritmética Intervalar.
- iii. Seção 7.3 mostra os resultados obtidos a partir da alocação robusta de chaves via PSO.

### 7.1 Sistema Teste

A propagação de incertezas em modelos de confiabilidade preditivos para redes de distribuição bem como a metodologia proposta para a alocação robusta de chaves foi realizada no sistema IEEE–RBTS barra 4 (Billinton et al., 1991). O RBTS barra 4 é um sistema padrão para testes e é relativamente pequeno possuindo 7 alimentadores principais, 38 pontos de carga e 99 componentes no subsistema de 11KV, sendo este subsistema utilizado neste trabalho. O diagrama unifilar do sistema IEEE–RBTS barra 4 é mostrado na Figura 7.1.

Não há dados de falha históricos disponíveis para o sistema RBTS que possam ser usados para estimar as taxas de falha e os tempos de reparo. Devido a isto, utilizou-se amostras sintéticas para o MTTF e para o MTTR (*Mean Time to Repair*–Tempo Médio de Reparo) de cada tipo de componente. É sempre desejável utilizar amostras reais de dados de falha dos equipamentos. Todavia, as amostras sintéticas fornecem condições de teste ideais. Ou seja, as amostras não estão sujeitas a problemas nos dados associados com: número pequeno de elementos nas amostras, dados anômalos (*outliers*) e dados corrompidos por erros grosseiros. Desta forma, se um método não apresentar um bom desempenho com uma amostra sintética, pode-se assegurar que o problema é intrínseco ao método, pois os dados da amostra sintética são de alta qualidade.

As amostras sintéticas dos dados de confiabilidade foram geradas assumindo-se que os componentes são modelados por um modelo Markoviano de dois estados: operação e falha (reparo). Este modelo é ilustrado na Figura 7.2.

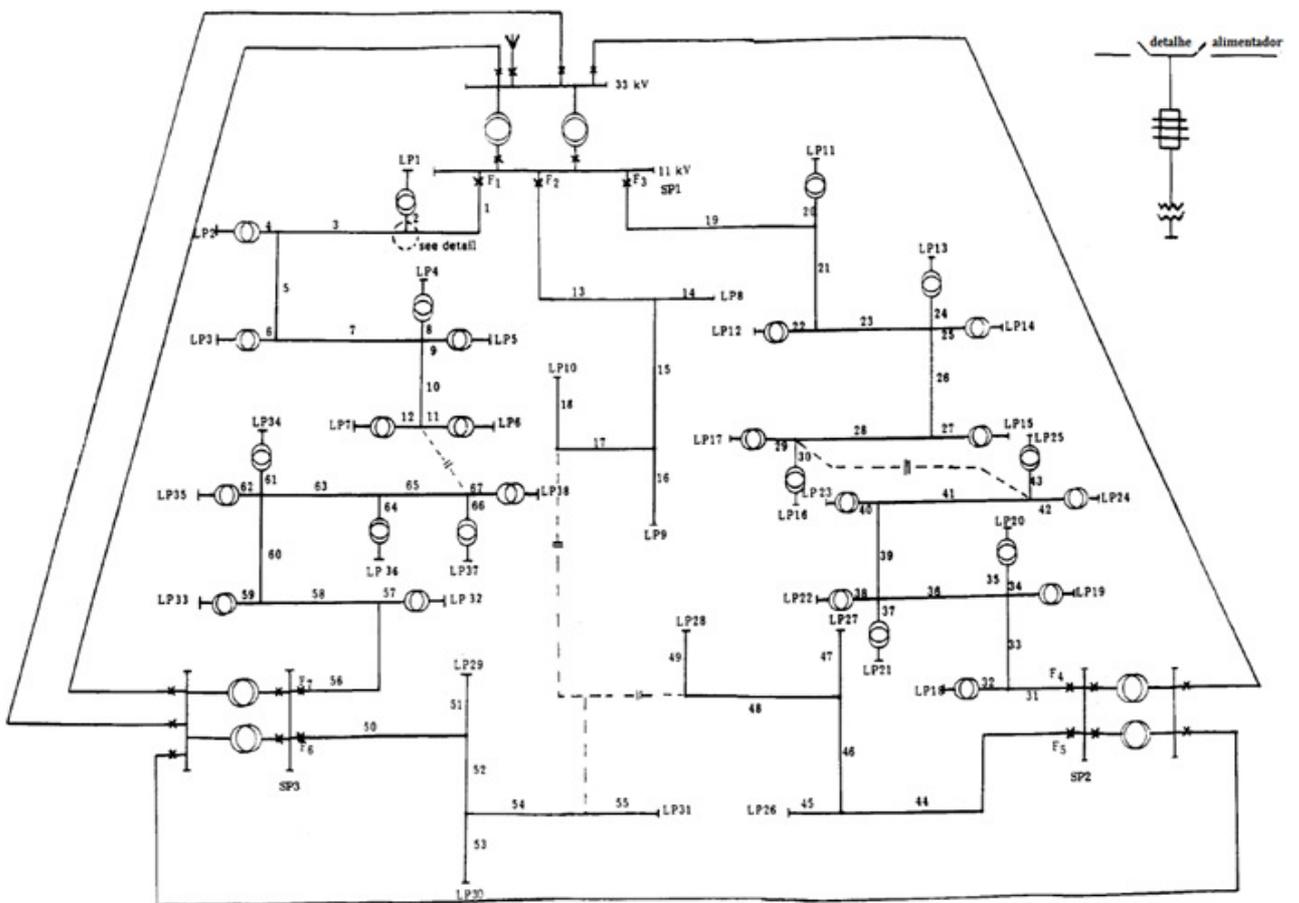


Figura 7. 1- Sistema de distribuição para o RBTS barra 4 (Fonte: Adaptado de Billinton et al. (1991)).

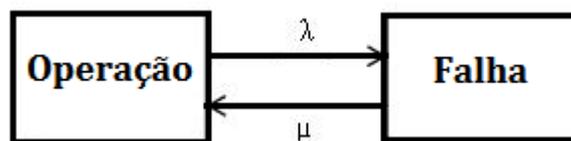


Figura 7. 2-Modelo de Markov de dois estados (Fonte: Próprio autor)

A partir do modelo de Markov da Figura 7.2, pode-se obter as amostras sintéticas de MTTF e MTTR usando-se a SMC para sortear as durações dos estados de operação e falha dos componentes para um período de estudo especificado. O sorteio das durações dos estados de operação e reparo é realizado assumindo-se que estas durações possuem distribuição exponencial. O algoritmo conceitual para obter as amostras sintéticas dos dados de confiabilidade, via SMC, é descrito abaixo:

i) Repita os passos de (ii) até (xii) para  $i = 1, \dots, N^{tipo}$ , onde  $N^{tipo}$  é o número de tipos de componentes (reliador, fusível, chave, etc.).

ii) Repita os passos de (iii) até (xi) para  $j = 1, \dots, N_i^{comp}$ , onde  $N_i^{comp}$  é o número de componentes do tipo  $i$ .

iii) Inicializar o tempo de simulação para o componente  $j$ :  $T_j^{sim} = 0$

iv) Amostrar o MTTF para o componente  $j$  do tipo  $i$  usando o método da transformada inversa:

$$MTTF_{ij}^{samp} = -(8760/\bar{\lambda}_i)\ln(z^{uni}) \quad (7.1)$$

Onde:

$MTTF_{ij}^{samp}$  é o MTTF amostrado para o componente  $j$  do tipo  $i$ ;

$\bar{\lambda}_i$  é o valor médio da taxa de falha (em falhas/ano) para os componentes do tipo  $i$ ;

$z^{uni}$  é um número aleatório com distribuição uniforme.

v) Armazenar o valor de  $MTTF_{ij}^{samp}$ .

vi) Atualizar o tempo de simulação para o componente  $j$ :  $T_j^{sim} = T_j^{sim} + MTTF_{ij}^{samp}$

vii) Se  $T_j^{sim} < T^{esp}$ , onde  $T^{esp}$  é a duração especificada do período de estudo (por exemplo, dez anos), vá para o passo (viii). Caso contrário, vá para o passo (xii).

viii) Amostrar o MTTR para o componente  $j$  do tipo  $i$  ( $MTTR_{ij}^{samp}$ ) usando o método da transformada inversa:  $MTTR_{ij}^{samp} = \overline{MTTR}_i \times \ln(x^{uni})$ , onde  $\overline{MTTR}_i$  é o valor médio do MTTR (em horas) para os componentes do tipo  $i$  é um número aleatório com distribuição uniforme.

ix) Armazenar o valor de  $MTTR_{ij}^{samp}$ .

x) Atualizar o tempo de simulação:  $T^{sim} = T^{sim} + MTTR_{ij}^{samp}$

xi) Se  $T^{sim} < T^{esp}$ , vá para o passo (iv). Caso contrário, vá para o passo (xii).

xii) Atualize as amostras de MTTF e MTTR para os componentes do tipo  $i$  com a amostra do componente  $j$  para o período de estudo  $T^{esp}$ .

As amostras sintéticas foram geradas considerando-se que a taxa de falha ( $\bar{\lambda}_i$ ) e o tempo médio de reparo ( $\overline{MTTR}_i$ ) dos equipamentos (relogadores, fusíveis, chaves, etc.) são iguais aos seus respectivos valores médios apresentados na Tabela 4.1 de (Brown, 2009). O período de estudo considerado para gerar as amostras sintéticas foi de 25 anos. Este período de estudo é suficientemente longo para permitir que ocorra um número razoável de falhas para todos os tipos de componentes do sistema RBTS.

As Figuras 7.3 e 7.4 mostram o histograma de frequências para o MTTF e MTTR das chaves seccionadoras. A amostra das chaves seccionadoras possuem um total de 179 elementos,

cujo 20 primeiros valores para o MTTR e MTTF são mostrados na Tabela 7.1. A partir das figuras 7.3 e 7.4 nota-se que as distribuições de frequência para as amostras de MTTF e MTTR é aproximadamente exponencial.

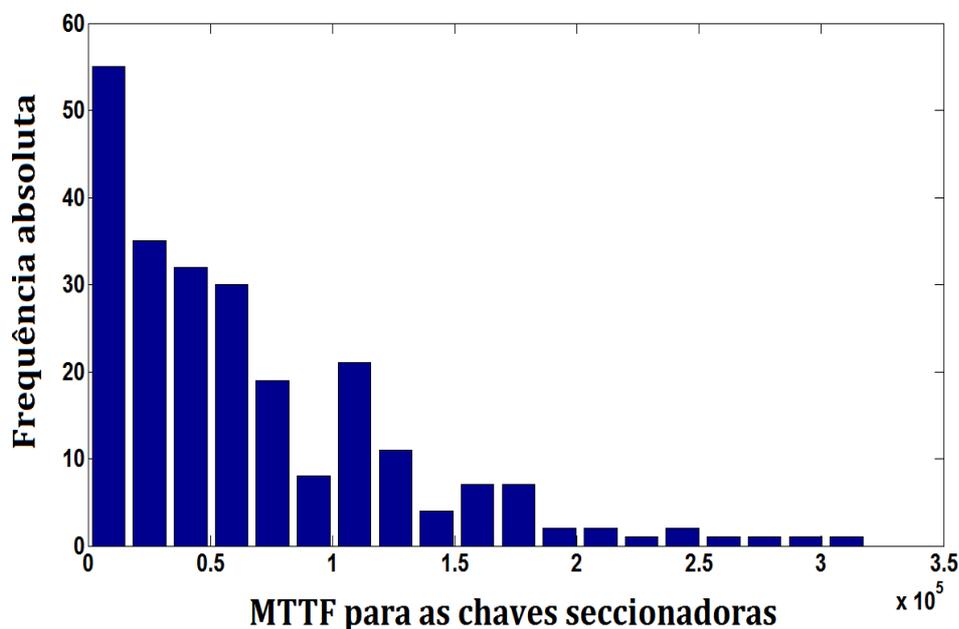


Figura 7. 3- Histograma de frequências para os MTTFs das chaves seccionadoras (Fonte: Próprio autor)

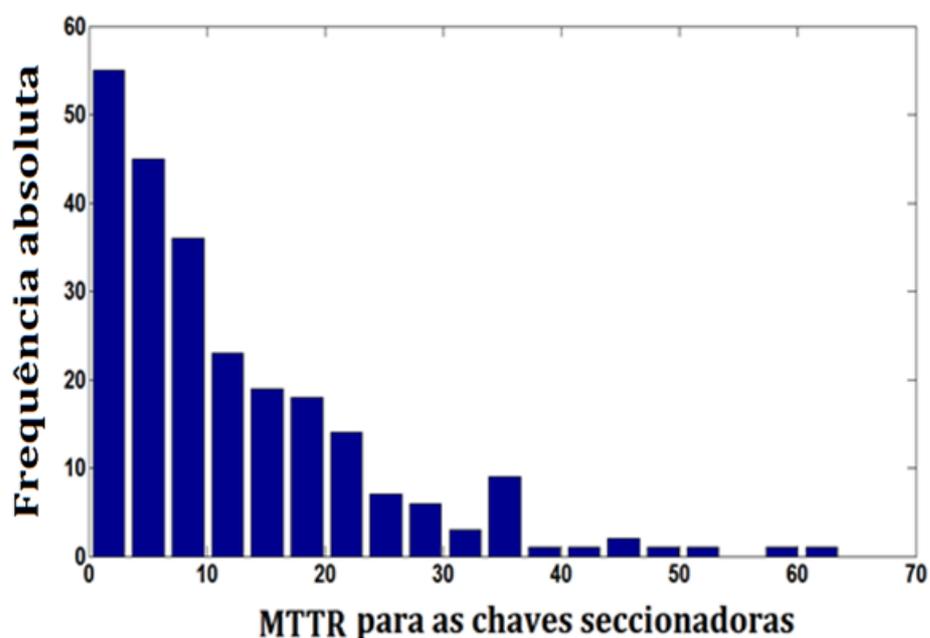


Figura 7. 4- Histograma de frequências para os MTTRs das chaves seccionadoras (Fonte: Próprio autor)

Tabela 7. 1- Alguns valores para a amostra das Chaves seccionadoras

**Tipo de componente: Chaves Seccionadoras**

<b>MTTR (horas)</b>	<b>MTTF (horas)</b>
<b>5,45</b>	135013,524
<b>5,38</b>	41031,7829
<b>57,65</b>	15016,4153
<b>6,06</b>	19429,8403
<b>5,63</b>	82595,9282
<b>0,65</b>	108473,087
<b>2,41</b>	5731,81518
<b>35,57</b>	4219,25898
<b>3,11</b>	11969,3476
<b>11,03</b>	52744,4751
<b>7,72</b>	57981,7275
<b>18,01</b>	11117,0713
<b>24,22</b>	43970,5747
<b>11,36</b>	10974,5357
<b>7,94</b>	108124,861
<b>4,09</b>	56273,1438
<b>7,93</b>	131898,806
<b>8,87</b>	171759,844
<b>9,21</b>	28933,2326
<b>11,01</b>	15994,1972

As Figuras 7.5 e 7.6 mostram as funções densidade de probabilidade (fdp) para o a Taxa de Falha ( $\lambda$ ) e para o tempo de Reparo ( $r$ ) das chaves seccionadoras, bem como os limites inferiores e superiores do intervalo de confiança de cada uma dessas funções (com um nível de confiança de 95%).

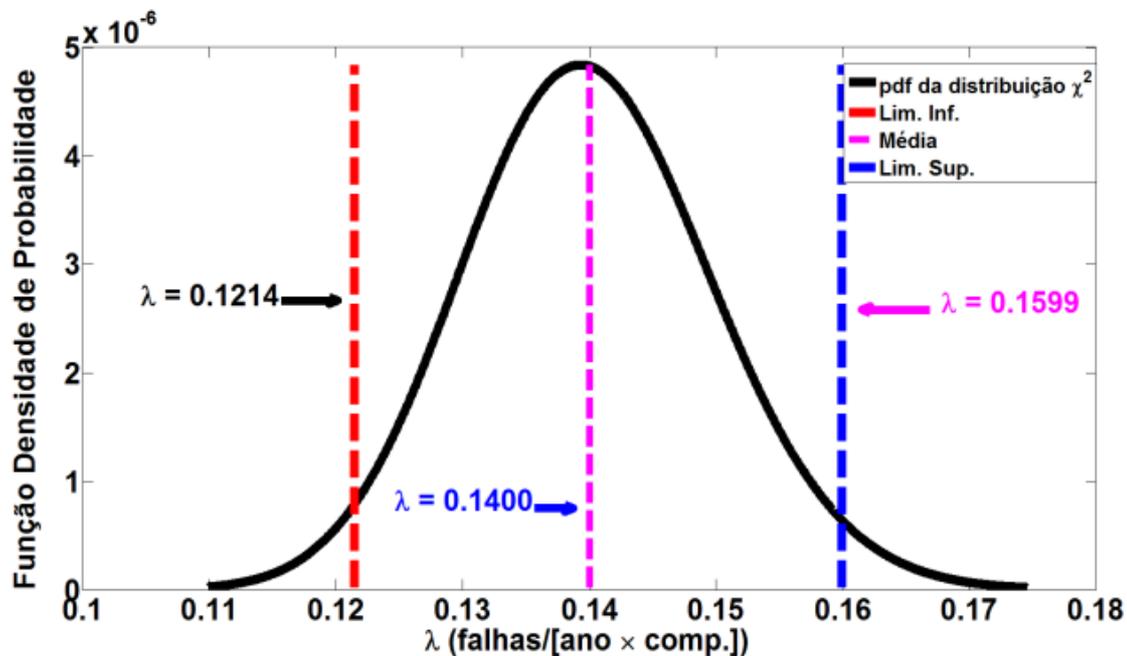


Figura 7. 5- Distribuição de probabilidade para a Taxa de falha das chaves seccionadoras  
(Fonte: Próprio autor)

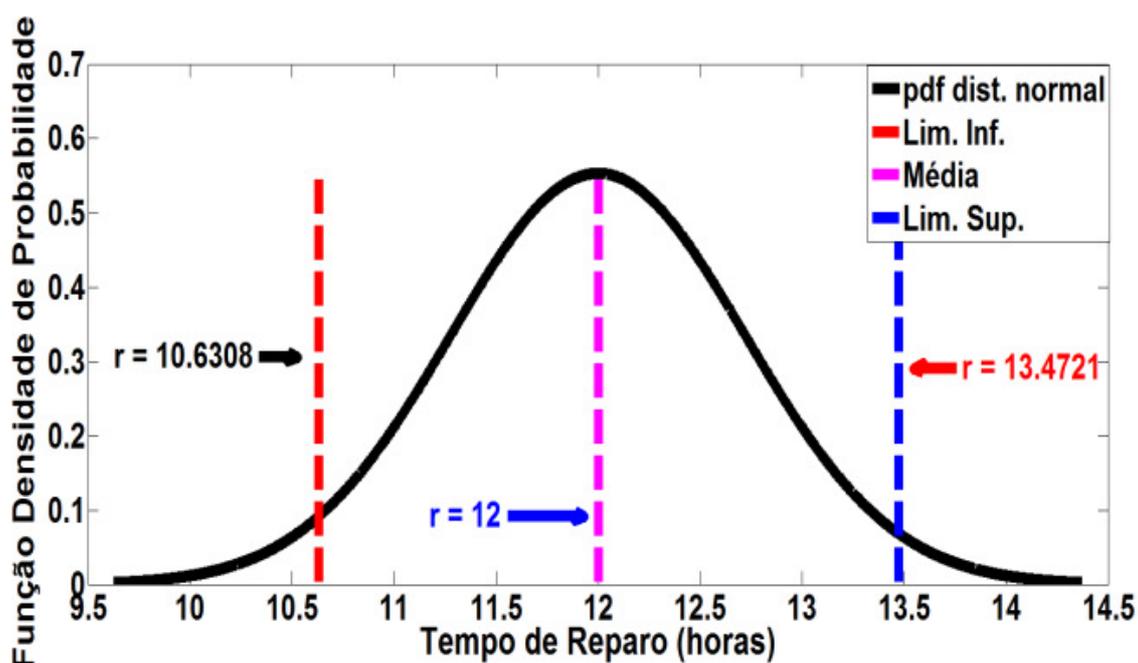


Figura 7. 6 - Distribuição de probabilidade para o Tempo de reparo das chaves seccionadoras  
(Fonte: Próprio autor)

A Figura 7.5 mostra a fdp da distribuição Chi-quadrado, que é a distribuição usada para modelar as incertezas na taxa de falha e cujos valores mínimos e máximos do intervalo de confiança observados nesta curva são respectivamente 0,1214 e 0,1599 falhas/ano. A Figura 7.6 mostra o valor médio dos tempos de reparo que é igual a 12 horas e os valores mínimo e máximo obtidos para o intervalo de confiança da curva que são, respectivamente, 10,6308 horas e 13,4721 horas. A curva da Figura 7.6 é a distribuição normal usada para modelar incertezas nos tempos de reparo.

Os parâmetros das distribuições chi-quadrado e normal foram estimados a partir das amostras sintéticas de dados de falha. A relação entre a distribuição chi-quadrado e taxa de falha foi mostrada na equação (4.15), que é representada abaixo por conveniência.

$$\chi^2(2V) = 2\lambda T$$

O limite inferior e superior do intervalo de confiança para a taxa de falha a partir da distribuição chi-quadrado é obtido de acordo com as equações (7.2) e (7.3), respectivamente:

$$\lambda' = \frac{F_{\chi^2(2V)}^{-1}((100 - \alpha)/200)}{2T} \quad (7.2)$$

$$\lambda'' = \frac{F_{\chi^2(2V)}^{-1}(1 - (100 - \alpha)/200)}{2T} \quad (7.3)$$

Onde:

$F_{\chi^2(2V)}^{-1}(p)$  é a inversa da distribuição de probabilidade cumulativa da distribuição  $\chi^2(2V)$  para uma probabilidade  $p$ .

$V$  é o número de graus de liberdade da distribuição  $\chi^2$ .

$\alpha$  é o nível de significância associado ao intervalo de confiança, por exemplo, 95%.

$T$  período total de observação em anos.

O cálculo do valor inverso da probabilidade cumulativa da distribuição  $\chi^2$  foi realizado no software MATLAB com auxílio da função `chi2inv`. O valor médio de  $\bar{\lambda}$  como mostrado na equação (4.14) é calculado com base no número de interrupções de um componente no tempo  $T$ . Por exemplo, para a Figura 7.5 que corresponde à distribuição de probabilidade para a taxa de talha das chaves seccionadoras tem-se que o total de chaves seccionadoras no sistema é igual a 51, o número total de interrupções foi igual a 179 em  $T = 25$  anos. Deste modo  $\bar{\lambda}$  é dado por:

$$\bar{\lambda} = \frac{179}{51 \cdot 25} = 0.1404(\text{falhas/ano} \times \text{comp.}) \quad (7.4)$$

Que está de acordo com o valor médio obtido na Figura 7.5.

Para obtenção dos parâmetros relacionados à distribuição normal primeiramente calcula-se a média amostral do tempo de reparo ( $\bar{r}$ ) das amostras sintéticas, isto é feito por uma média aritmética direta dos tempos de reparo para diferentes eventos de falhas de acordo com a equação (7.5):

$$\bar{r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i \quad (7.5)$$

Os limites inferior e superior para o tempo de reparo podem ser obtidos de acordo com as equações (7.6) e (7.7).

$$r' = F_{N(\mu, \sigma)}^{-1}((100 - \alpha)/200) \quad (7.6)$$

$$r'' = F_{N(\mu, \sigma)}^{-1}(1 - (100 - \alpha)/200) \quad (7.7)$$

Onde:

$F_{N(\mu, \sigma)}^{-1}(p)$  é a inversa da distribuição de probabilidade cumulativa da distribuição  $N(\mu, \sigma)$  para uma probabilidade  $p$ .

$\alpha$  é o nível de significância associado ao intervalo de confiança, por exemplo, 95%.

$\mu$  ( $\sigma$ ) é média (desvio padrão) de cada amostra sintética obtida.

O cálculo do valor inverso da probabilidade cumulativa da distribuição normal  $N(\mu, \sigma)$  foi realizado no software MATLAB com auxílio da função `norminv`. Os valores das médias ( $\mu$ ) e desvio padrão ( $\sigma$ ) de cada amostra foram obtidos a partir da função nativa `normfit`.

## 7.2 Estudo Comparativo dos Métodos de Propagação de Incertezas nos Dados de Confiabilidade

Esta seção mostra os resultados de um estudo comparativo de métodos de propagação de incertezas em modelos preditivos de confiabilidade. Estes resultados são obtidos considerando-se o sistema RBTS sem nenhuma chave alocada no sistema e a partir dos valores médios de taxas de falha e tempos de reparo médios apresentados na Tabela 4.1 de (Brown, 2009). Primeiramente, uma análise qualitativa é realizada para comparar a dispersão dos índices FEC e DEC em torno de seus respectivos valores médios. Esta análise é baseada nas funções densidade de probabilidade destes índices obtidas pelos seguintes métodos: *Bootstrap*, *Cumulantes* e *SMC*. Por outro lado, nos conjuntos difusos, a dispersão é avaliada usando a

função de pertinência. O método baseado em Aritmética intervalar não é considerado nesta análise, pois só pode gerar intervalos de confiança. As Figuras 7.7 e 7.8 mostram as funções de pertinência e densidade de probabilidade para os índices FEC e DEC, respectivamente, obtidas pelos métodos de propagação de incerteza. A partir dessas figuras, pode-se observar que as funções de densidade de probabilidade geradas pelos métodos *Bootstrap*, *Cumulantes* e *SMC* são muito próximas. Além disso, a dispersão nos índices de confiabilidade exibidos pela função de pertinência gerada pelos Conjuntos *Fuzzy* é maior que a obtida por métodos estatísticos. Deve-se enfatizar que a dispersão dos índices FEC e DEC obtidos pelo *Bootstrap* é semelhante à obtida pelos métodos dos *Cumulantes* e *SMC*. O método *Bootstrap* não requer nenhuma informação sobre a distribuição de probabilidade utilizada para modelar incertezas na taxa de falhas e nos tempos de reparo do equipamento. A única informação que o método *Bootstrap* precisa para produzir distribuições de probabilidade é a amostra de dados de interrupção.

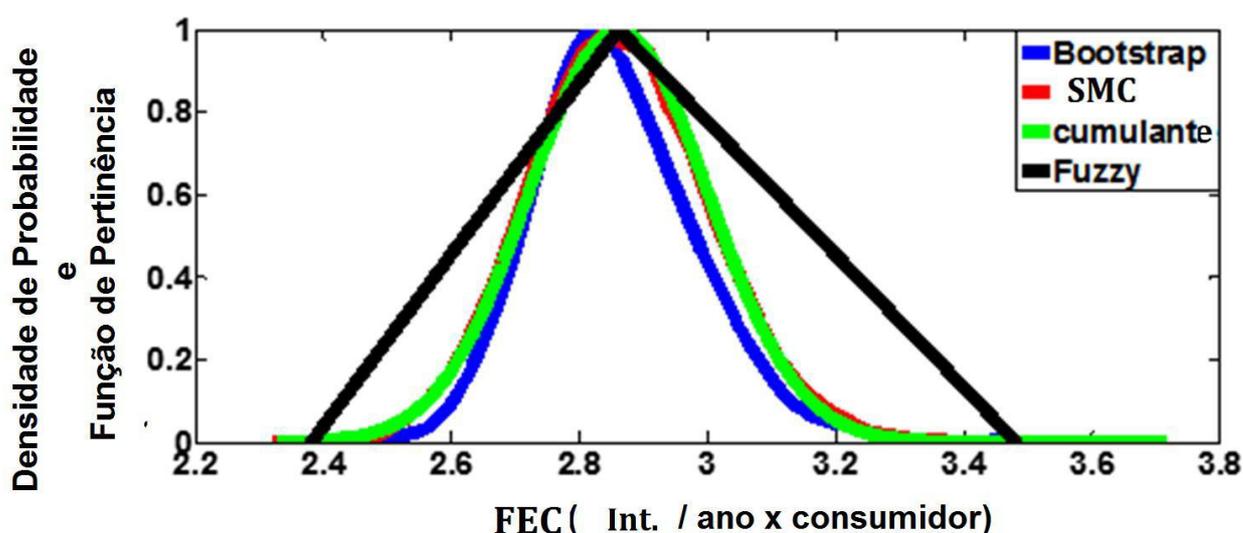


Figura 7. 7- Funções densidade de probabilidade e Função de pertinência para o índice FEC obtidos a partir da propagação de incerteza.

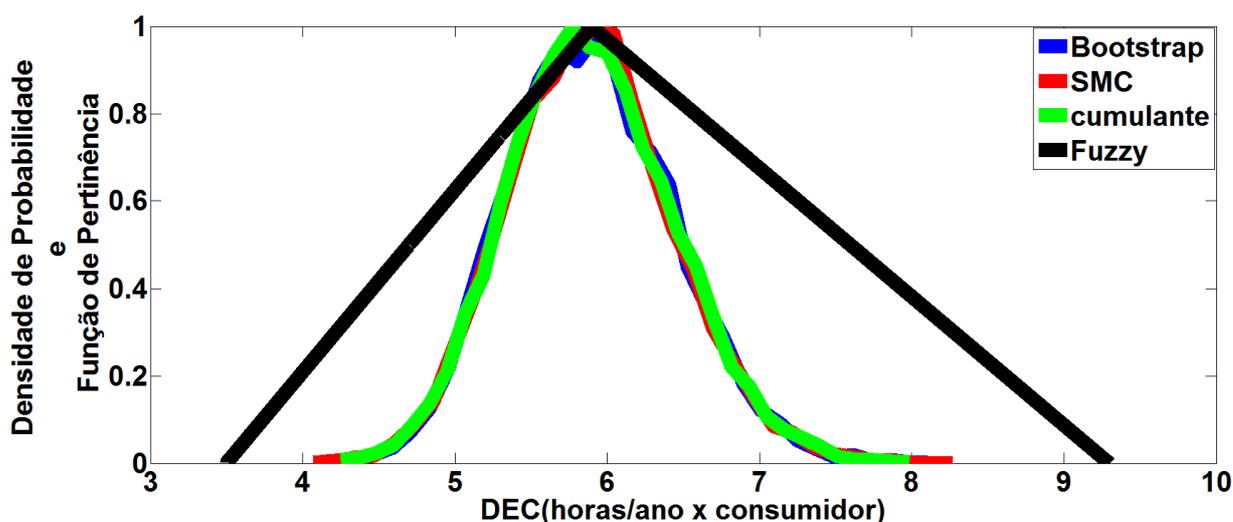


Figura 7. 8- Funções densidade de probabilidade e Função de pertinência para o índice DEC obtidos a partir da propagação de incerteza.

Os intervalos de confiança para os índices FEC e DEC gerados pela SMC, Cumulantes, *Bootstrap* e Conjuntos *Fuzzy* são mostrados na Tabela 7.2 (página 108), onde os números entre colchetes à esquerda e à direita do ponto e vírgula são os limites inferior e superior de um intervalo, respectivamente. Como já mencionado, estes intervalos foram calculados para um nível de confiança de 95%. Os tamanhos das amostras consideradas na estimativa dos intervalos de confiança através dos métodos SMC e *Bootstrap* são iguais a 30000 e 1000, respectivamente. Além disso, o método dos Cumulantes usou apenas quatro termos (0, ..., 3) na expansão da série Gram-Charlier. Os números nos colchetes à esquerda e à direita da vírgula são os limites inferior e superior do intervalo. Da Tabela 7.2, pode-se observar que os limites inferior e superior dos intervalos calculados por métodos estatísticos são muito próximos. No entanto, os limites inferiores (superiores) avaliados pelo método de Conjuntos *Fuzzy* são menores (maiores) do que aqueles calculados por métodos estatísticos. Os intervalos associados com o a aritmética intervalar não são mostrados, pois são idênticos aos obtidos através dos Conjuntos *Fuzzy*. Em outras palavras, os intervalos de confiança estimados por Conjuntos *Fuzzy* e aritmética intervalar são mais amplos do que aqueles obtidos por métodos estatísticos. Este resultado é devido à dispersão em torno do valor médio representado pela função de pertinência com um valor maior que o ilustrado por métodos estatísticos como pode ser visto nas Figuras 7.7 e 7.8.

Tabela 7. 2-Intervalo de confiança para os índices FEC e DEC

Método	Índice de Confiabilidade	
	FEC	DEC
<b>SMC</b>	[2,5949; 3,1402]	[4,1125; 8,2281]
<b>Cumulantes</b>	[2,5313; 3,1903]	[4,2891;7.9444]
<b>Bootstrap</b>	[2,7231; 3,2783]	[4,2655; 8,0631]
<b>Fuzzy</b>	[2,3534; 3,4767]	[3,5600; 9,2150]

A Tabela 7.3 mostra os erros relativos associados com os limites dos intervalos de confiança para o FEC e DEC. Esses erros são avaliados entre os limites estimados pelo *Bootstrap*, pelos Conjuntos *Fuzzy* e Cumulantes com relação aos limites da SMC. A determinação desses erros é importante, pois permite aferir sobre quais métodos são mais adequados para avaliar os impactos que as incertezas nos dados de falha terão nos índices de confiabilidade das redes de distribuição, quando comparado com a SMC. Por exemplo, para o limite inferior do índice FEC calculado via *Bootstrap*, para o limite inferior do índice DEC calculado via Conjuntos *Fuzzy* e para o limite inferior do índice DEC calculado via Cumulantes, tem-se as seguintes expressões para os erros relativos:

$$\Delta FEC_{boot}^{inf} = 100\% \times |(FEC_{boot}^{inf} - FEC_{SMC}^{inf}) / FEC_{SMC}^{inf}| \quad (7.8)$$

$$\Delta DEC_{fuzzy}^{inf} = 100\% \times |(DEC_{fuzzy}^{inf} - DEC_{SMC}^{inf}) / DEC_{SMC}^{inf}| \quad (7.9)$$

$$\Delta DEC_{cum}^{inf} = 100\% \times |(DEC_{cum}^{inf} - DEC_{smc}^{inf}) / DEC_{smc}^{inf}| \quad (7.10)$$

Onde:

$\Delta FEC_{boot}^{inf}$  é o erro relativo absoluto associado com o limite inferior do intervalo de confiança do índice FEC calculado através do *Bootstrap*.

$\Delta DEC_{fuzzy}^{inf}$  é o erro relativo absoluto associado com o limite inferior do intervalo de confiança do índice DEC calculado através dos Conjuntos *Fuzzy*.

$\Delta DEC_{cum}^{inf}$  é o limite inferior do intervalo de confiança do índice DEC obtido via Cumulantes.

$FEC_{SMC}^{inf}$  ( $DEC_{SMC}^{inf}$ ) é o limite inferior do intervalo de confiança do índice FEC (DEC) obtido via SMC.

Para o cálculo do erro relativo para os limites superiores o mesmo processo observado nas equações (7.8) a (7.10) deve ser adotado.

A Tabela 7.3 mostra os erros relativos associados com os limites dos intervalos de confiança calculados para o *Bootstrap*, conjuntos *fuzzy* e Cumulantes em relação aos limites dos intervalos obtidos via SMC

Tabela 7. 3- Erros relativos para os limites dos intervalos de confiança associados com o FEC e DEC

Método	Erros dos limites para o FEC		Erros dos limites para o DEC	
	Inferior	Superior	Inferior	Superior
<i>Bootstrap</i>	5,1364%	4.3978%	3,7204%	2,0100%
<b>Cumulantes</b>	2,4510%	1,5954%	4,2900%	3,4500%
<i>Conjuntos Fuzzy</i>	9,3067%	10,7200%	13,4300%	11,9900%

A partir da Tabela 7.3, pode-se concluir que todos os métodos de propagação de incertezas estudados têm uma precisão aceitável em relação à SMC. No entanto, pode notar-se que os intervalos de confiança estimados pelos métodos de *Bootstrap* e Cumulantes são mais precisos do que os obtidos por Conjuntos *Fuzzy*. Por exemplo, os erros relativos máximos associados aos intervalos de intervalos estimados pelos métodos *Bootstrap* e Cumulantes são de apenas 5,1364% e 4,2900%, respectivamente. Por outro lado, o erro relativo máximo associado aos limites de intervalos calculados por *Conjuntos Fuzzy* é de 13,4300%. Ou seja, o erro relacionado aos Conjuntos *Fuzzy* é cerca de duas vezes maior que o associado ao método *Bootstrap* e mais de três vezes maior que ao associado ao método dos Cumulantes. Finalmente, deve-se mencionar que os erros relativos do DEC, associados aos métodos dos cumulantes e aos Conjuntos *Fuzzy*, são superiores aos do índice FEC. Esse resultado deve-se ao fato do índice DEC estar sujeito a mais incertezas (este índice é uma função das taxas de falha e tempos de reparo) do que o índice FEC (este índice é função apenas das taxas de falha). É interessante notar que esse aspecto não afeta a precisão dos limites avaliados pelo método *Bootstrap*. Na verdade, os erros de *Bootstrap* associados ao índice DEC são inferiores aos relacionados ao FEC. Esses resultados indicam que o método *Bootstrap* é mais robusto do que outros métodos em relação ao número de incertezas nos parâmetros de entrada do modelo. Todavia, o método *Bootstrap* tem alto custo computacional, pois ele se baseia no sorteio de amostras assim como a SMC. Esta desvantagem limita a sua aplicação em problemas de otimização que exigem a

propagação de incertezas, tais como a solução robusta do PAC. Devido a isto, a propagação de incertezas na solução robusta do PAC é realizada via método dos Cumulantes.

### 7.3 Resultados referentes a Alocação Robusta de Chaves

A Figura 7.9 mostra as distribuições de probabilidade do DEC para o caso base, que corresponde a configuração original do sistema RBTS sem nenhuma chave instalada e para uma alocação ótima de chaves convencional. Ou seja, minimiza-se o valor esperado do DEC com dados de confiabilidade determinísticos. Essas distribuições foram obtidas usando-se o algoritmo dos Cumulantes para modelar incertezas nos dados de confiabilidade. É importante enfatizar que a propagação de incertezas foi realizada após o algoritmo de alocação de chaves gerar um valor médio do DEC ótimo. O número máximo de chaves considerado nas soluções do PAC (convencional e robusta) foi igual 15. Este número máximo foi obtido após a realização de estudos de sensibilidade com os algoritmos de alocação propostos.

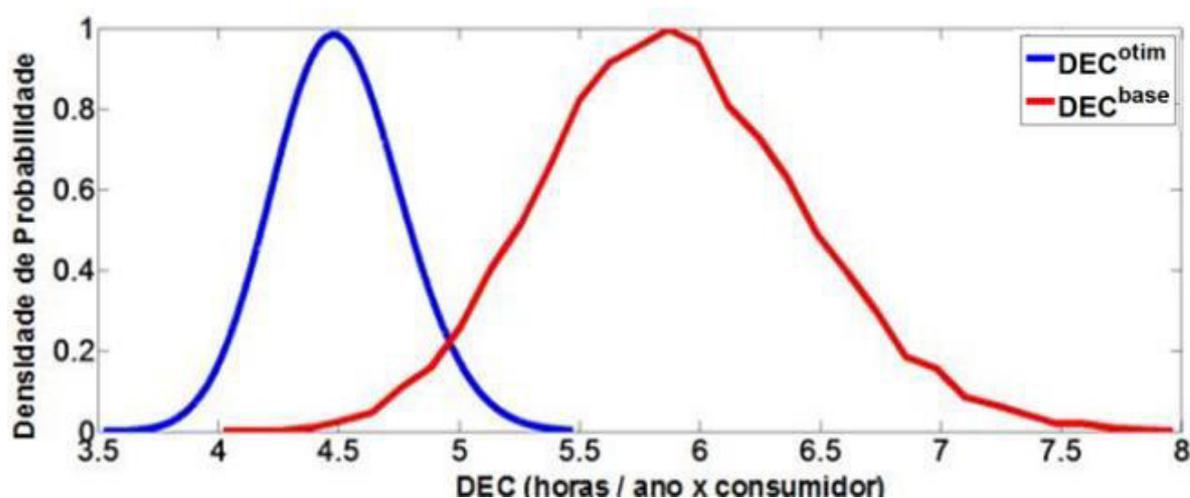


Figura 7.9- Funções densidade de probabilidade do DEC do caso base e da alocação de chaves convencional

Como pode ser observado na Figura 7.9, há uma grande sobreposição entre as curvas intituladas  $DEC^{otim}$  e  $DEC^{base}$  mesmo para um total de 15 chaves seccionadoras. A área de sobreposição possui duas interpretações. A primeira é que pode se obter valores de DEC do caso base similares aos da solução ótima mesmo sem a instalação de chaves. Ou seja, a variabilidade amostral causa reduções no DEC que cancelam o benefício da instalação das chaves. A segunda é que há chance de ocorrência de valores de DEC no cenário ótimo comparáveis ao caso base. Isto é, a variabilidade amostral causou um aumento no DEC que compensou a melhoria neste índice obtida com a alocação de chaves.

A Figura 7.10 mostra as distribuições de probabilidade do índice DEC do caso base e da alocação robusta de chaves obtida pela metodologia proposta. Isto é, a robustez é assegurada minimizando-se o risco do DEC violar o seu valor máximo. Neste caso, o algoritmo de propagação de incertezas é embutido dentro do PSO para estimar a integral da função objetivo.

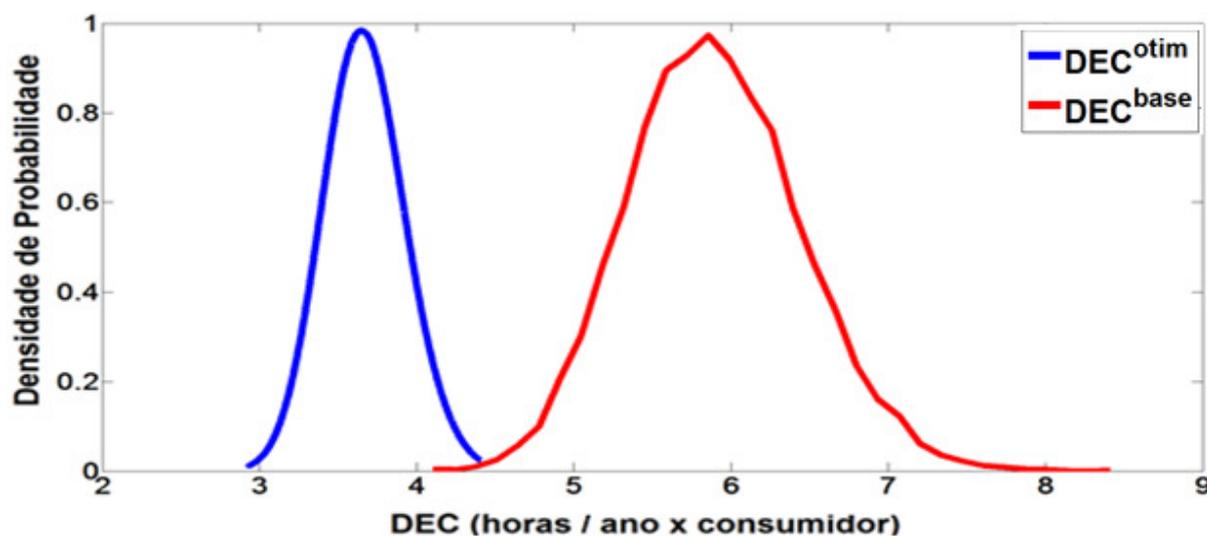


Figura 7. 10- Funções densidade de probabilidade do DEC do caso base e da alocação robusta de chaves.

Comparando-se as Figuras 7.9 e 7.10, pode-se concluir que a área de superposição das distribuições do DEC foi significativamente reduzida pela alocação robusta proposta. Em outras palavras, a alocação de chaves é eficaz para impedir que a redução no DEC seja cancelada pelas incertezas nos dados de confiabilidade.

A Figura 7.11 mostra o sistema teste com a alocação robusta de chaves obtida pela metodologia proposta. Todos os ramos com círculos vermelhos representam os pontos candidatos à alocação de chaves no sistema e observa-se pela Figura 7.11 um total de 51 pontos candidatos. O círculo preenchido com a cor cinza representa o ponto candidato que efetivamente recebeu uma chave seccionadora. O total de chaves alocadas no sistema foi 15.

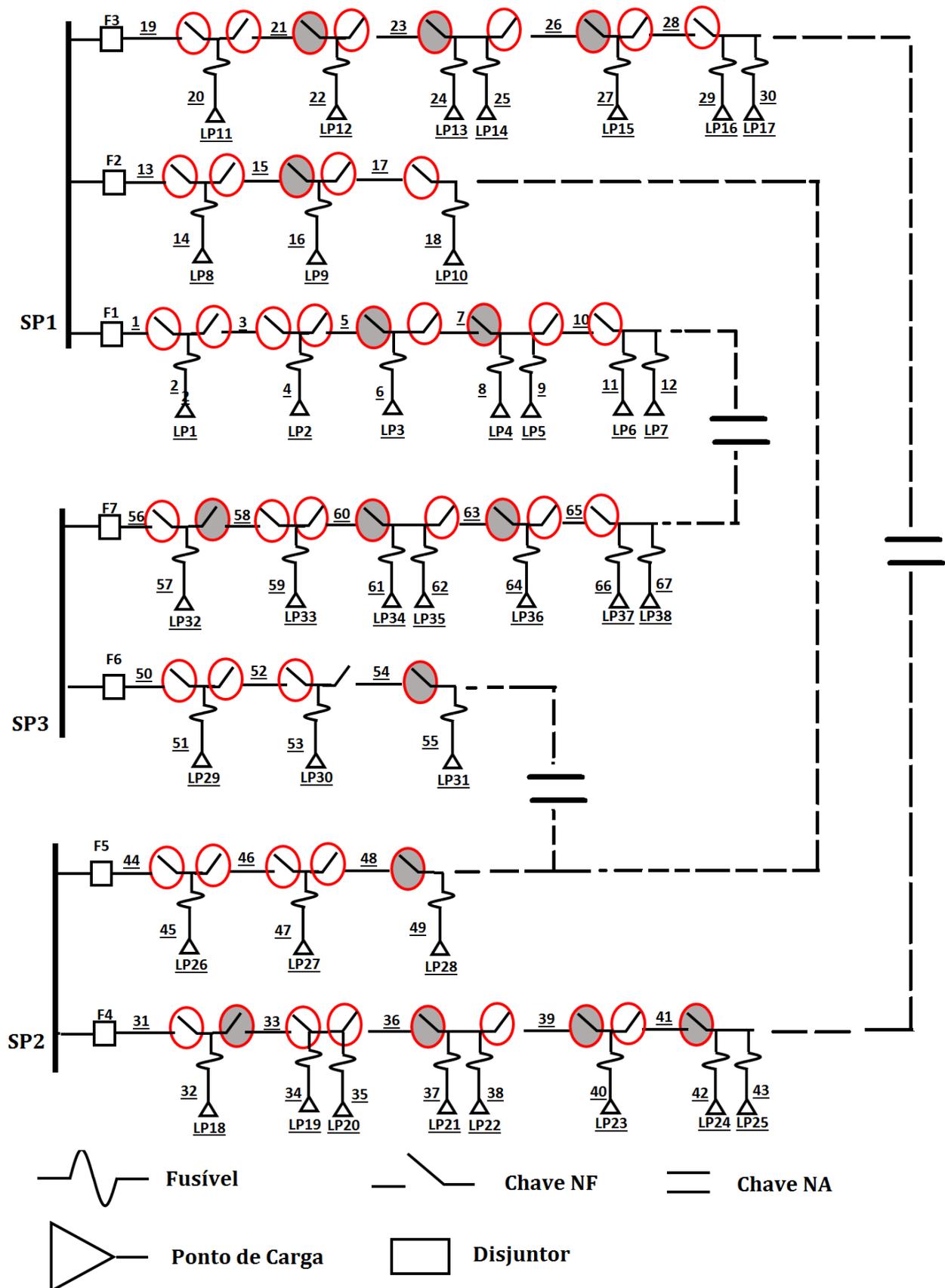


Figura 7.11- Alocação ótima obtida para a metodologia proposta mostrando os pontos candidatos e locais onde a instalação de uma chave foi efetivada.

A Figura 7.12 mostra a configuração do sistema teste com as 15 chaves efetivamente instaladas.

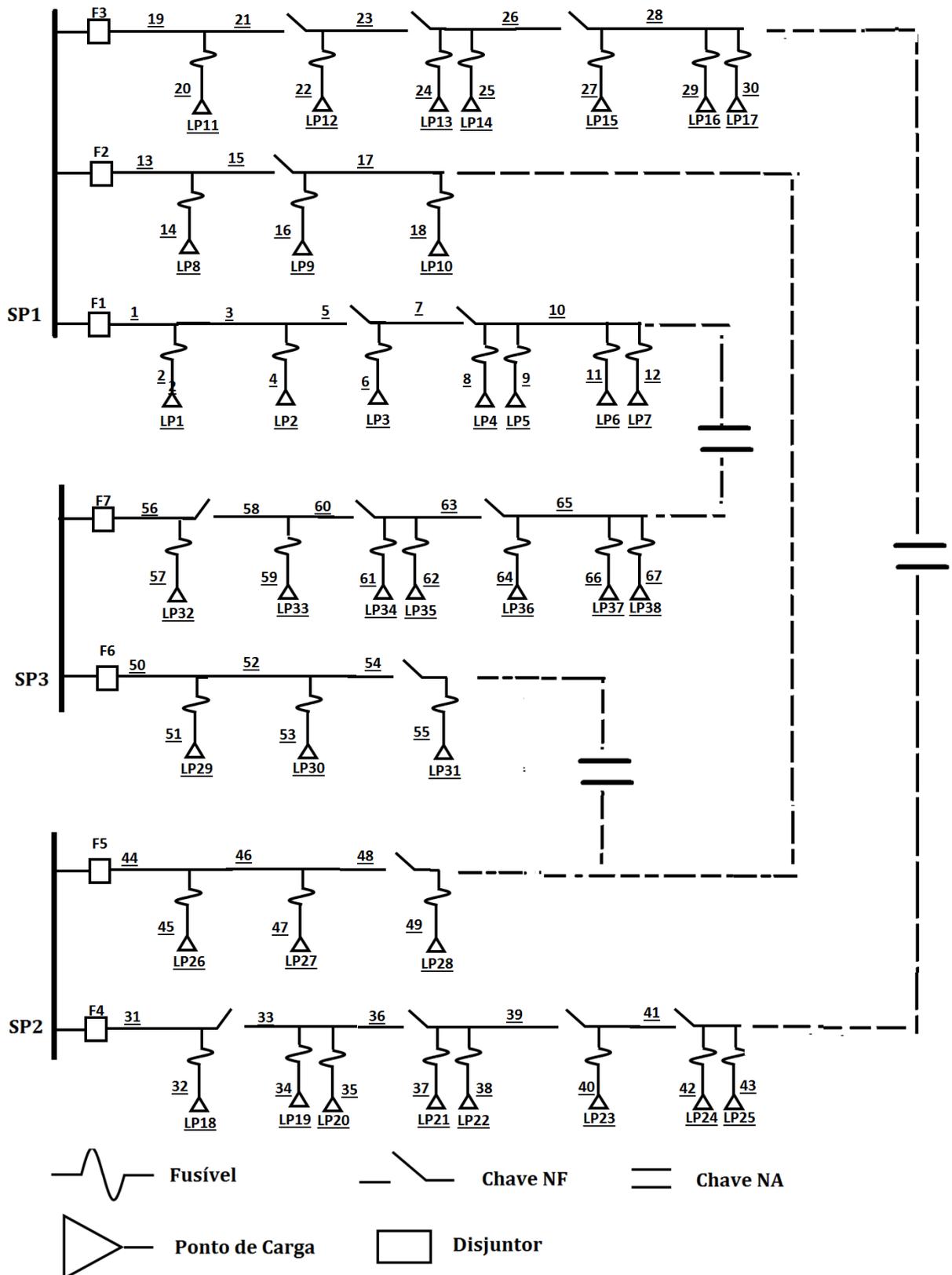


Figura 7. 12- Configuração do sistema teste com as 15 chaves efetivamente instaladas

Os valores médios do DEC estimados para o caso base e pelos algoritmos de alocação de chaves convencional e robusto são iguais a 5,8930, 4,5002 e 3,6703 horas/ano. Os valores ótimos, tanto do algoritmo convencional como do robusto, foram obtidos com a instalação de 15 chaves no sistema IEEE-RBTS. Os ganhos obtidos no DEC pelos algoritmos de alocação convencional e robusto, com relação ao DEC do caso base são, 23,6348% e 37,7176%, respectivamente. Desta forma, pode-se concluir que o algoritmo de alocação robusta de chaves proposto neste artigo apresenta melhorias mais expressivas no DEC do que o algoritmo de alocação de chaves convencional.

Pode-se também analisar quantitativamente a eficiência do algoritmo de alocação robusta de chaves calculando-se a probabilidade do DEC ser menor do que o seu limite máximo para as alocações de chaves convencional e robusta. Os valores dessas probabilidades são iguais a 78,61% e 100%, respectivamente. Este resultado demonstra que a alocação robusta reduziu o risco de deterioração do DEC, devido às incertezas, em cerca de 21,39%.

Outra alternativa para avaliar quantitativamente a eficiência dos algoritmos de alocação de chaves é a margem de segurança (Modarres et al., 1999). A margem de segurança é um índice usado no projeto probabilístico de componentes mecânicos submetidos a uma carga e que possuem uma resistência (força) para suportar a carga. Este índice é matematicamente definido de acordo com (7.11).

$$MS = \frac{\bar{S} - \bar{L}}{\sqrt{(\sigma_L)^2 + (\sigma_s)^2}} \quad (7.11)$$

Onde:

$MS$  é a margem de segurança.

$\bar{S}$  ( $\bar{L}$ ) são os valores esperados da força (carga), respectivamente.

$\sigma_s$  ( $\sigma_L$ ) e o desvio padrão da força (carga), respectivamente.

Desta forma, a margem de segurança expressa a separação relativa entre as médias da força e da carga. Conseqüentemente, quanto maior for a margem de segurança, mais confiável será o componente mecânico.

A adaptação da margem de segurança para o problema de alocação de chaves com base no índice DEC é realizada através da equação (7.12).

$$MS_{DEC} = \frac{\overline{DEC}^{base} - \overline{DEC}^{otim}}{\sqrt{(\sigma_{DEC}^{otim})^2 + (\sigma_{DEC}^{base})^2}} \quad (7.12)$$

Onde:

$MS_{DEC}$  é a margem de segurança do DEC.

$\overline{DEC}^{otim}$  é o valor médio do DEC para uma alocação ótima de chaves (convencional ou robusta).

$\overline{DEC}^{base}$  é o valor médio do DEC para a configuração do caso base e

$\sigma_{DEC}^{otim}$  ( $\sigma_{DEC}^{base}$ ) é o desvio padrão do DEC para uma alocação ótima de chaves (caso base).

Desta forma, a margem de segurança do DEC expressa a separação relativa entre as distribuições de probabilidade do DEC associadas com a alocação ótima de chaves e com o caso base. Conseqüentemente, quanto maior for a margem, menor será a área de superposição entre as distribuições do DEC. É importante observar que a margem também será maximizada quando o desvio padrão da alocação ótima de chaves for reduzido. Este efeito reforça que considerar apenas o valor esperado do DEC não é suficiente para obter uma alocação robusta de chaves. Em outras palavras, deve-se considerar outros momentos da distribuição de probabilidade do DEC, além da média, para obter soluções mais efetivas para o problema de alocação de chaves.

Os valores  $MS_{DEC}$  obtidos pelo algoritmo proposto para a alocação convencional e robusta de chaves são iguais a 1,8963 e 3,2012, respectivamente. Desta forma, pode-se concluir que a alocação robusta de chaves causou uma melhoria de 68,8130% no  $MS_{DEC}$  com relação à alocação convencional.

## 8 CONCLUSÃO

### 8.1 Introdução

Nesta dissertação foi desenvolvida uma metodologia para a alocação de chaves em redes de distribuição de energia elétrica com o objetivo maximizar a confiabilidade da rede. A técnica proposta considera que a alocação das chaves é realizada incluindo a presença de incertezas nos dados de confiabilidade (taxas de falha e tempos de reparo) devido a variabilidade amostral. A presença destas incertezas torna necessária uma caracterização dos índices de confiabilidade através de suas distribuições de probabilidade ao invés de apenas usar os seus valores médios. Estas distribuições de probabilidade podem ser obtidas usando-se técnicas de propagação de incertezas, tais como: Simulação Monte Carlo, *Bootstrap*, Cumulantes, etc. Desta forma, o primeiro passo foi realizar um estudo comparativo das técnicas propagação de incertezas para identificar qual delas é mais adequada para ser usada como ferramenta de cálculo de índices de confiabilidade sob incerteza dentro de um algoritmo de otimização. Esta análise considerou dois parâmetros: a precisão e custo computacional. Em seguida, foi desenvolvido um método de otimização que utilizou o algoritmo de propagação de incertezas para embutir as flutuações nos dados de confiabilidade, devido a variabilidade amostral, na solução do problema de alocação de chaves em redes de distribuição. Nas próximas subseções serão discutidas em detalhes as conclusões obtidas com os dois principais tópicos de pesquisa associados com esta dissertação: Métodos de Propagação de Incerteza e Alocação de Chaves em Redes de Distribuição sob Incerteza nos Dados de Confiabilidade.

### 8.2 Métodos de Propagação de Incertezas

Neste trabalho foi realizada uma análise do impacto das incertezas nos dados de confiabilidade (taxas de falha e tempos de reparo) nos índices de continuidade do fornecimento de energia em redes de distribuição. Esta análise considerou as seguintes técnicas de propagação de incerteza: conjuntos difusos, aritmética de intervalo, *Bootstrap*, cumulantes e SMC. Essas técnicas foram utilizadas para estimar os intervalos de confiança associados aos índices FEC e DEC. Os intervalos de confiança estimados pelos métodos dos Cumulantes, *Bootstrap* e Conjuntos *Fuzzy* foram validados comparando-os com os intervalos obtidos através da SMC. Os resultados obtidos no RBTS barra 4 demonstram que todos os métodos considerados neste trabalho possuem precisão aceitável em relação a SMC. No entanto, os limites dos intervalos

de confiança estimados pelos métodos *Bootstrap* e cumulantes estão mais próximos dos limites avaliados pela SMC. É importante ressaltar que os resultados obtidos com o *Bootstrap* possuem boa precisão mesmo sem estabelecer uma distribuição de probabilidade específica para a fonte de incerteza. No entanto, esse método possui alto custo computacional para aplicações onde é necessário realizar uma análise de propagação de incerteza em vários cenários do sistema. Por exemplo, a seleção de estratégias de reforço ou expansão no planejamento da rede de distribuição, tais como a alocação de chaves sob incerteza. Nesses casos, a melhor escolha é usar o método dos Cumulantes. A aplicação dos métodos dos Cumulantes é adequada somente para casos em que é possível obter relações lineares precisas entre índices de interrupção do cliente e dados de confiabilidade. Se não for possível obter relações lineares precisas, então as únicas abordagens são os conjuntos de *Bootstrap* e *Fuzzy*. Esta limitação do método dos cumulantes pode ocorrer em estudos de confiabilidade em que é necessário estimar custos de interrupção do cliente e/ou penalidades/riscos devido a violações nas metas para os índices de interrupção do consumidor.

### **8.3 Alocação de Chaves em Redes de Distribuição sob Incerteza**

A segunda parte da pesquisa desta dissertação está relacionada com uma metodologia para alocação de chaves em redes de distribuição sob incerteza. A principal inovação e contribuição com relação às metodologias existentes é a introdução do conceito de robustez. Isto é, a propriedade da alocação ótima de chaves ser insensível às incertezas no modelo. As incertezas consideradas no método de alocação proposto estão associadas com as flutuações nas taxas de falha e tempos de reparo devido a variabilidade amostral.

Estas incertezas foram modeladas usando-se o método dos Cumulantes para gerar as distribuições de probabilidade dos índices de confiabilidade. A alocação robusta de chaves foi obtida através da minimização da probabilidade do DEC ser menor do que um valor máximo permitido. O problema de alocação robusta de chaves foi resolvido usando-se o PSO. Os resultados dos testes demonstraram que:

- i. A metodologia proposta evita o cancelamento das reduções no DEC devido às incertezas no modelo.
- ii. As reduções no DEC obtidas com a alocação robusta de chaves são mais expressivas do que aquelas alcançadas com a alocação de chaves convencional (baseada somente nos valores esperados dos índices).

- iii. Os ganhos na margem de segurança do índice DEC obtidos com a alocação de chaves convencional são muito mais modestos do que os alcançados com a aplicação da técnica de alocação robusta de chaves proposta nesta dissertação.

#### **8.4 Sugestões para trabalhos futuros**

A pesquisa desta tese está associada com a otimização da confiabilidade de redes de distribuição sob incerteza. Portanto, um dos tópicos de pesquisa deste trabalho é o desenvolvimento de técnicas que sejam capazes de estimar o impacto que um projeto de reforço terá sobre os índices de confiabilidade na presença de incertezas. A importância desta estimativa é devido ao fato de que não é aconselhável investir em um projeto se as variações nos índices de confiabilidade, devido às incertezas, são maiores que os benefícios conseguidos pelo mesmo. Desta forma, são apresentadas a seguir algumas sugestões de possíveis temas para trabalhos futuros, tais como:

- i. Aplicação desta metodologia em redes de distribuição com topologia malhada.
- ii. Comparação das técnicas de propagação de incertezas estudadas (*Bootstrap*, Conjuntos *Fuzzy*, Cumulantes e SMC) com outros métodos probabilísticos, por exemplo: amostragem no hiper-cubo latino e estatística bayesiana.
- iii. Aplicação desta metodologia em redes elétricas inteligentes.
- iv. Reconfiguração automática de redes de distribuição considerando-se incertezas nos dados de confiabilidade.
- v. Alocação otimizada de chaves automáticas em redes de distribuição considerando-se incertezas nos dados de confiabilidade.

#### **8.5 Trabalhos / Publicações resultantes dessa dissertação**

NEVES, L. S.; RODRIGUES, A. B. & SILVA, M.G., 2017. Alocação Robusta de Chaves para Maximização da Confiabilidade de Redes de Distribuição. **XIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente**, Outubro, pp. 70-77.

## 9 BIBLIOGRAFIA

- ALENCAR, T.; RODRIGUES, A. B. & SILVA, M.G., 2010. Alocação de Chaves em Redes de Distribuição de Energia Elétrica via Algoritmos Genéticos Baseados em Sistemas Especialistas Fuzzy. **XVIII Congresso Brasileiro de Automática**, Setembro, pp. 973-978.
- ALENCAR, T.; RODRIGUES, A. B. & SILVA, M. G., 2011. Switches Allocation in Distribution Network Using Particle Swarm Optimization Based on Fuzzy Expert System. **7th Power Systems Computation Conference (PSCC'11)**, 22-26 August, pp. 1-7.
- ASSIS, L. S. et al., 2015. Switch Allocation Problems in Power Distribution Systems. **IEEE trans. on Power Systems**, 30(1), pp. 246-253.
- BILLINTON, R. & ALLAN, R. N., 1992. **Reliability Evaluation of Engineering Systems: Concepts and Techniques**.. 2nd ed. New York: Springer.
- BILLINTON, R. & ALLAN, R. N., 1996. **Reliability Evaluation of Power Systems**.. 2nd ed. New York: Plenum Press..
- BILLINTON, R.; ALLAN, R. N.; SJARIEF, I.; GOEL, L.; SO, K. S., 1991. **A Reliability Test System for Educational Purposes - Basic Distribution System Data and Results**.. IEEE Transactions on Power Systems, Maio, pp. 813-820.
- BILLINTON, R. & JONNAVITHULA, S., 1996. Optimal Switching Device Placement in Radial Distribution Systems. **IEEE Trans. on Power Delivery**, July, pp. 1646-1651.
- BROWN, R. E., 2009. **Electric Power Distribution Reliability**. 2<sup>o</sup> ed. s.l.:CRC Press.
- BURKER, J., 2000. Using Outage data to Improve Reliability. **IEEE Computer Applications in Power**, April, pp. 57-60.
- CEBRIAN, J. C.; RAHMAN, S. & KAGAN, N., 2017. **Restoration in Distribution Systems to Reduce Financial Losses Related to Process Trips**. IEEE Trns. on Smart Grid, 8(1), pp. 219-227.
- CHIHARA, L. M. & HESTERBERG, T. C., 2011. **Mathematical Statistics with Resampling**.. s.l.: John Wiley & Sons. .
- CLERC, M., 2006. **Particle Swarm Optimization**. London: ISTE LTD.
- EFRON, B., 1979. Bootstrap methods: Another look at the jackknife. **Annals of Statistics, Janeiro**, Volume 7, pp. 1-26.
- EFRON, B. & TIBSHIRANI, R. J., 1993. **An Introduction to the bootstrap**. New York: Chapman & Hall/CRC.
- ELÉTRICA, A. N. D. E., 2018. **Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica do Sistema Elétrico Nacional : PRODIST, Módulo 8 - Qualidade de Energia Elétrica**, Brasil: s.n.
- FARHANGI, H., 2010. The path of the smart grid. **IEEE Power and Energy Magazine, Janeiro-Fevereiro**, pp. 18-28.
- FALAGHI, H.; HAGHIFAM, M. & SINGH, C., 2009. Ant colony Optimization-Based Method for Placement of Sectionalizing Switches in Distribution Networks Using a Fuzzy Multiobjective Approach. **IEEE Trans. on Power Delivery**, 24(1), pp. 268-276.

- FERREIRA, M. A. N. , 2010. **Calibração de Dados para Estudos de Confiabilidade em Redes de Distribuição: Modelagem da Condição dos Equipamentos e dos Índices de Continuidade Nodais**, São Luís, Maranhão: Dissertação de Mestrado, PPGEE, UFMA.
- GARCIA, A. L., 2008. **Probability, Statistics, and Random Processes for Electrical Engineering**. 3rd ed. s.l.: Pearson Education, Inc..
- GAZIJAHANI, F. S. & SALEHI, J., 2017. Stochastic Multi-Objective Framework for Optimal Dynamic Planning of Interconnected Microgrids. **IET Renewable Power Generation**, Volume 11, pp. 1749-1759.
- GEDEMER, C., 2002. Reability Simulation Shows Results. **IEEE Computer Applications**, Julho, pp. 39-43.
- GOLDBARG, M. C.; GOLDBARG, E. G. & LUNA, H. P. L., 2016. **Otimização Combinatória e Meta-heurísticas: Algoritmos e Aplicações**. Campus Elsevier.
- GÖNEN, T., 2007. **Electric Power Distribution System Engineering**. 2nd ed. s.l.:CRC Press..
- HAHN, G. J. & SHAPIRO, S. S., 1994. **Statistical models in engineering**. New York: John Wiley & Sons.
- HAMOUD, G. & BILLINTON, R., 1981. An Approximate and Approach to Include Uncertainty Concepts in Generation Capacity Reability Evaluation. **IEEE Trans. Power App. System**, Volume PAS-100, pp. 1259-1265.
- HEIDARI, A.; AGELIDIS, V. G. & KIA, M., 2015. Considerations of Sectionalizing Switches in Distribution Networks with Distributed Generation. **IEEE Trans. on Power Delivery**, 30(3), pp. 1401-1409.
- HEIDARI, A. et al., 2017. Reability Optimization of Automated Distribution Networks with Probability Customer Interruption Cost Model in the Presence of DG Units. **IEEE Trans. on Smart Grid**, 8(1), pp. 305-315.
- JASON, S. & MIDDENDORF, M., 2005. Hierarchical Swarm Optimizer and its Adaptive Variant. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics**, pp. 1272-1282.
- KAGAN, N.; OLIVEIRA, C. C. B. & ROBBA, E. J., 2005. **Introdução aos sistemas de distribuição de energia elétrica**. São paulo: Blücher.
- LEE, K. Y. & EL- SHARKAWI, M. A., 2008. **Modern Heuristic Optimization Techniques: Theory and Applications to Power Systems**. s.l.:Wiley-IEEE Press.
- LEITE DA SILVA, A. M., 1988. Discrete Convolution in Generating Capacity Reability Evaluation- LOLE calculations and uncertainty aspects. **IEEE Trans. Power Systems**, November, 3(4), pp. 1616-1624.
- LI, W.; ZHOU, J. & XIONG, X., 2008. Power System Risk Assessment Using a Hybrid Method of Fuzzy Set and Monte Carlo Simulation. **IEEE Transactions on Power Systems**, Maio, pp. 549-557.
- MELO, A. C. G. & PEREIRA, M. V. F, 1995. Sensitivity Analysis of Reability Indices with respect o Equipment Failure and Repair Rates. **IEEE Trnas. on Power Systems**, 10(2), pp. 1014-1021.

NAHMAN, J. & PERIC, P., 2003. Distribution System Performance Evaluation Accounting for Data Uncertainty. . **IEEE Transactions on Power Systems**, Julho, pp. 694-700.

NEVES, L. S., 2016. **Avaliação do Impacto de Incertezas Associadas com os Dados de Falha nos Índices de Confiabilidade de Redes de Distribuição**, São Luís, Maranhão: Curso de Graduação em Engenharia Elétrica, Monografia, UFMA.

OLIVEIRA, A. M.; MELO, A. C. G. & PINTO, L. M. V., 1996. The Impacts of Uncertainties in Equipment Failure Parameters on Composite Reliability Indices. **12th Power Systems Computation Conference**, 19-23 August, pp. 574-580.

RAPOSO, A. A. M., 2016. **Alocação de Medidores para a Estimação de Estado em Redes Elétricas Inteligentes**, São Luís, Maranhão: Dissertação de Mestrado, PPGEE, UFMA.

RESENDE, A. S., 2014. **Particle Swarm Optimization Aplicado ao planejamento da Expansão de Sistemas de transmissão**, Ilha Solteira: Tese de Doutorado, UNESP.

ROCCO, C. M. & KLINDT, W., 1998. Distribution systems reliability uncertainty evaluation using an interval arithmetic approach. **Proceedings of the 1998 Second IEEE International Caracas Conference on Devices, Circuits and Systems**, 02-04 Março, pp. 421-425.

RODRIGUES, A. B. & SILVA, M. G., 2013. Confidence Intervals Estimation for Reliability Data of Power Distribution Equipment Using Bootstrap. **IEEE Transactions on Power Systems**, Agosto, pp. 3283-3291.

ROSS, S., 2000. **Introduction to Probability Models**. 10th ed. s.l.:Academic Press.

ROSS, T. J., 2010. **Applications, Fuzzy Logic with Engineering**. 3rd ed. s.l.:John Wiley & Sons.

SARDOU, I. G.; BANEJAD, M.; HOOSHMAND, R. & DASTFAN, A., 2012. Modified Shuffled Frog Leaping Algorithm for Optimal Switch Placement in Distribution Automation System Using a Multiobjective Fuzzy Approach. **IET Generation, Transmission & Distribution**, Volume 6, pp. 493-502.

SHI, Y. & EBERHART, R., 1998. A Modified Particle Swarm Optimizer. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, pp. 69-73.

SHORT, T. A., 2003. **Electric Power distribution handbook**. s.l.:CRC Press.

SIIRTO, O. K.; SAFDARIAN, A.; LEHTONEN, M. & FOTUHI-FIRUZABAD, M., 2015. Optimal Distribution Network automation Considering Earth Fault Events. **IEEE Trans. on Smart Grid**, 6(2), pp. 1010-1018.

SILVA, A. L. D.; COELHO, J. & MELO, A., 1992. Uncertainty considerations in frequency and duration analysis for large hydrothermal generating systems. **IEE Proceedings C-Generation, Transmission and Distribution**, Maio, pp. 549-557.

THOMAS, M. S. & MCDONALD, J. D., 2015. **Power System Scada and smart Grids**. Boca Raton: CRC Press.

TRIOLA, M. F. , 1998. **Introdução à Estatística**. 7th ed. Rio de Janeiro: LTC.

VAAHEDI, E., 2014. **Practical Power SYSTEM Operation**. Hoboken: Wiley-IEEE Press.

ZHANG, P.; HU, X.; WANG, H. & GUI, Y., 2002. Interval mathematics based large-scale distribution system reliability analysis. **IEEE Proceedings of the 2002 International Conference on Power System Technology**, Kunming China, 13-17 Outubro, pp. 2526-2531.

ZHANG, P. & LI, W., 2010. Boundary Analysis of Distribution Reliability and Economic Assessment. **IEEE Trans. on Power Systems**, Maio, pp. 714-721.

ZHANG, P.; LI, W. & WANG, S., 2012. Reliability-oriented distribution network reconfiguration considering uncertainties of data by interval analysis. , 34(1) Janeiro, pp.. **International Journal on Electrical Power & Energy Systems**, Janeiro, p. 138–144..

ZHENG, Y.; MA, L.; ZHANG, L. & QIAN, J., 2003. Empirical Study of Particle Swarm Optimizer with an increasing Inertia weight. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, pp. 221-226.