



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE**  
**ELETRICIDADE**

**Solução de Problemas de Fluxo de Potência Mal  
Conicionados através do Método GMRES Incluindo  
Controladores FACTS**

**Marcos Silva Montelo**

São Luís, Maranhão, Brasil.  
Fevereiro de 2016

MARCOS SILVA MONTELO

# **Solução de Problemas de Fluxo de Potência Mal Condicionados através do Método GMRES Incluindo Controladores FACTS**

Dissertação submetida à Coordenação do Curso de Pós- Graduação em Engenharia de Eletricidade da UFMA como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica na área de concentração em Sistemas de Energia.

Orientador: Prof. Dr. José Eduardo Onoda Pessanha

São Luís, Maranhão, Brasil.  
Fevereiro de 2016

Montelo, Marcos Silva.

Solução de problemas de fluxo de potência mal condicionados através do método GMRES incluindo controladores FACTS/ Marcos Silva Montelo. – São Luís, 2016.

90 f.

Impresso por computador (fotocópia).

Orientador: José Eduardo Onoda Pessanha.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Maranhão, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Eletricidade, 2016.

1. Controladores FACTS. 2. Fluxo de potência. 3. Método GMRES. 4. Sistemas Mal condicionados. I. Título.

CDU 621.317.38

**SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE FLUXO DE POTÊNCIA MAL  
CONDICIONADOS ATRAVÉS DO MÉTODO  
GMRES INCLUINDO CONTROLADORES FACTS**

**MARCOS SILVA MONTELO**

Dissertação aprovada em    /    /

**BANCA EXAMINADORA**

**José Eduardo Onoda Pessanha, D. Sc.**

(Orientador – UFMA)

**Anselmo Barbosa Rodrigues, D. Sc.**

(Examinador interno – UFMA)

**Julio Cesar Stacchini de Souza, D. Sc.**

(Examinador externo – UFF)

## **Agradecimentos**

Primeiramente a Deus por todas as benções concedidas na minha vida.

A minha mãe, Maria do Socorro e minha Avó, Maria Silva Montelo, por terem dado educação, valores e incentivo.

Ao meu avô Raimundo Costa Montelo (*in memoriam*), pelos ensinamentos e companheirismo durante a minha infância.

A todos os meus familiares, especialmente Adriany Silva Montelo e Márcio júnior, pela amizade e apoio.

Gostaria de manifestar meus agradecimentos, a minha esposa, Karla Janayna de Sousa Queiroz, pelo qual pude desfrutar de muitas alegrias e por me apoiar nos momentos mais difíceis desse mestrado entre tantos outros momentos.

A meu dog Jim, pelo companheirismo.

Gostaria expressar gratidão ao meu orientador, Dr. José Eduardo Onoda Pessanha, pela orientação oferecida, amizade e dedicação.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação pelos ensinamentos e a oportunidade de aprender sempre.

A Alcides, pela generosidade em sempre estar disponível para esclarecer qualquer informação.

A banca examinadora pelas valiosas contribuições.

Aos meus colegas da graduação e mestrado.

A UFMA (Universidade Federal do Maranhão) pela estrutura de ensino oferecida.

A CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio financeiro concedido ao longo do curso de mestrado.

## Resumo

Neste Trabalho é investigado o desempenho do Método GMRES em estudos de Fluxo de potência extremamente carregados, mal condicionados e incluindo Controladores FACTS, enfocando matrizes Jacobianas com elevados números de condicionamento e autovalores reais próximos de zero, a fim de consolidar virtudes do GMRES na solução de problemas mal-condicionados. A partir destas informações será possível estabelecer cenários de operação que poderão indicar pontos de robustez e eficiência do GMRES. A consolidação de sistemas-teste (hipotéticos e reais) de difícil convergência associados a carregamentos extremamente elevados, também faz parte das investigações para criar cenários próximos da realidade, ou seja, que possam ocorrer na prática. O objetivo primário da inclusão de FACTS está em avaliar o impacto que estes equipamentos podem causar na matriz Jacobiana. Estas características são informadas através de autovalores e número de condicionamento. Além disso, propõe-se um solucionador iterativo desenvolvido na plataforma MATLAB para estudos de fluxo de potência e uma investigação detalhada da influência do reordenamento e da eliminação de elementos não-nulos na qualidade do pré-condicionador de fatores incompletos. A metodologia proposta foi aplicada em sistemas hipotéticos e reais com Controladores FACTS, e os resultados dos experimentos mostraram a maior eficiência do solucionador iterativo GMRES em grande parte das simulações realizadas. Verificou-se que, quanto maior a dimensão do sistema elétrico e quanto pior suas características numéricas, melhor seu desempenho.

**Palavras-chave:** Controladores FACTS, Fluxo de potência, Método GMRES, Sistemas Mal-condicionados.

## Abstract

In this work is investigated the performance of the GMRES Method in studies of power flow extremely loaded, ill-conditioned and including FACTS Controllers, focusing on Jacobian matrix with high numbers of conditioning and real eigenvalue close to zero, in order to consolidate the virtues of GMRES in ill-conditioned problems. From this information you can set operating scenarios that may indicate points of robustness and GMRES efficiency. Consolidating test systems (hypothetical and actual) of difficult convergence associated with extremely high loaded, is also part of research to create scenarios close to reality, or that may occur in practice. The primary purpose of the inclusion of FACTS is to assess the impact that these devices can cause the Jacobian matrix. These characteristics are informed through eigenvalues and conditioning number. In addition, we propose an iterative solver developed in MATLAB platform for power flow studies and a detailed investigation of the influence of the reordering and the elimination of non-null elements in the quality of the preconditioner of incomplete factors. The proposed methodology was applied to hypothetical and real systems with FACTS controllers, and the results of the experiments showed the greater efficiency of the iterative solver GMRES in most simulations. It was found that the larger the size of the electrical system and the worse their numeric characteristics, the better its performance.

**Keywords:** FACTS Controllers, Power Flow, GMRES Method, Ill-Conditioned Systems.

## Lista de Figuras

	Pág.
Figura 2.1: Representação simbólica de um sistema de potência com Controladores FACTS.....	10
Figura 2.2: Representação do CER como susceptância variável .....	12
Figura 2.3: Representação do acoplamento transformador- CER.....	14
Figura 2.4: Lógica de implementação do compensador estático .....	15
Figura 2.5: Fluxograma para resolução do problema de fluxo de potência incluindo Controladores CERs.....	16
Figura 2.6: Diagrama básico de um CSC .....	17
Figura 2.7: Representação do CSCT como reatância variável .....	17
Figura 2.8: Estrutura de uma matriz jacobiana genérica de um CSCT.....	20
Figura 2.9: Fluxograma para o problema de fluxo de potência incluindo Controlador CSC.....	21
Figura 2.10: Circuito equivalente de um STATCOM .....	22
Figura 2.11: Estrutura de uma matriz Jacobiana genérica com STATCOM .....	23
Figura 2.12: Fluxograma para o problema de fluxo de potência incluindo Controladores STATCOM .....	24
Figura 2.13: Representação esquemática e Modelo equivalente do UPFC .....	25
Figura 3.1. Solucionador Iterativo Proposto.....	43
Figura 4.1. Números de condicionamento – Experimentos Numéricos I e II.....	55
Figura 4.2. Iterações não-lineares – Experimentos Numéricos I e II.....	55
Figura 4.3. Tempo de CPU (segundos) – Experimentos Numéricos I e II.....	56
Figura 4.4. Números de condicionamento – Experimentos Numéricos I e III.....	57
Figura 4.5. Iterações não-lineares – Experimentos Numéricos I e III.....	58
Figura 4.6. Tempo de CPU (segundos) – Experimentos Numéricos I e III.....	58

## Listas de Tabelas

	Pág.
Tabela 4.1. Resumo dos sistemas simulados.....	45
Tabela 4.2. Sistema A – diferentes tolerâncias de eliminação (ILUTP).....	46
Tabela 4.3. Sistema B – diferentes tolerâncias de eliminação (ILUTP).....	47
Tabela 4.4. Sistema C – diferentes tolerâncias de eliminação (ILUTP).....	47
Tabela 4.5. Sistema A – Qualidade do Pré-Condicionador.....	48
Tabela 4.6. Sistema B – Qualidade do Pré-Condicionador. ....	48
Tabela 4.7. Sistema C – Qualidade do Pré-Condicionador. ....	48
Tabela 4.8. Sistema B – Número de Condicionamento.....	49
Tabela 4.9. Sistemas de potência mal-condicionados.....	51
Tabela 4.10. Tempo de CPU (segundos) e número de iterações lineares.....	51
Tabela 4.11. Sistemas-teste.....	53
Tabela 4.12. Experimentos Numéricos. ....	53
Tabela 4.13. Desempenho dos Solucionadores e Características Numéricas das Matrizes Jacobianas – Experimento Numérico I (Casos-Base) .....	53
Tabela 4.14. Desempenho dos Solucionadores e Características Numéricas das Matrizes Jacobianas – Experimento Numérico II (FACTS incluídos) .....	54
Tabela 4.15. Desempenho dos Solucionadores e Características Numéricas das Matrizes Jacobianas – Experimento Numérico III (CERs incluídos) .....	54
Tabela 4.16. Resumo das características numéricas de cada matriz Jacobiana.....	56
Tabela 4.17. Resumo das características numéricas de cada matriz Jacobiana. - Experimentos Numéricos I e III -.....	58
Tabela 4.18. Dimensão de cada matriz Jacobiana sem e com FACTS.....	59
Tabela 4.19. Resultados com novos valores para os mismatches de potência (1.0e-05) e aumento nos limites do UPFC.....	60
Tabela 4.20. Resumo da atuação dos UPFCs – Sistema de 300 barras.....	60
Tabela 4.21. Resumo da atuação dos CERs – Sistemas de 3120 e 9241 barras.....	61
Tabela B.2.1. Dados dos CERs .....	69
Tabela B.2.2. Dados dos CSCs .....	70
Tabela B.2.3. Dados dos STATCOMs .....	70
Tabela B.2.3. Dados dos UPFC.....	70

## Lista de abreviaturas e símbolos

### Siglas e acrônimos

CCT	: Capacitor Chaveado a Tiristor
CER	: Compensadores Estáticos de Potência Reativa
CIGRÉ	: <i>Conseil International des Grands Réseaux Electriques</i>
CSCT	: Capacitor Série Controlado a Tiristor
FACTS	: <i>Flexible Alternating Current Transmission Systems</i>
GTO	: <i>Gate Turn-off Thyristor</i>
GMRES	: <i>Generalized Minimal Residual Method</i>
IEEE	: <i>The Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
IGBT	: <i>Insulated Gate Bipolar Transistor</i>
MATLAB	: <i>MATrix LABoratory</i> desenvolvido pela MathWorks Inc.
MATPOWER	: Pacote de arquivos do MATLAB® para simulação de fluxo de potência
MCT	: <i>MOS Controlled Thyristor</i>
PPMC	: Ponto Próximo do Máximo Carregamento
RCM	: <i>Reverse Cuthill–McKee</i>
SCR	: <i>Silicon Controlled Rectifier</i>
SSSC	: <i>Static Synchronous Series Compensator</i>
STATCOM	: <i>STATic synchronous COMpensator</i>
TCSC	: <i>Thyristor Controlled Series Capacitor</i>
TFQMR	: Método iterativo do resíduo quase-mínimo com livre de transpostas
UPFC	: <i>Unified Power Flow Controller</i>

### Símbolos Latinos

$a_{tol}, r_{tol}$	: Tolerância absoluta e relativa do método GMRES, respectivamente.
$B_{CER}$	: Susceptância shunt do CER
$cond$	: Número de condicionamento
$F$	: Norma de Frobenius
FPC	: Último fluxo convergido
$H_k$	: Matriz de Hessenberg superior
$ILU(k)$	: Pré-condicionador de fatoração incompleta / nível de preenchimento
$ILUT(\tau)$	: Pré-condicionador de fatoração incompleta com parâmetro limitante
ILUTP	: Pré-condicionador do tipo fatores incompletos com permutação
$J$	: Matriz jacobiana
$L', U'$	: Matriz inferior e superior pré-condicionada
$M$	: Matriz de pré-condicionamento
$ncsc$	: Número de CSCTs presentes no sistema
PQV	: Barra de Carga Controlada

$V_{\text{máx}}, V_{\text{mín}}$  : Limites superior e inferior da tensão controlada, respectivamente  
 $X_{\text{CSCT}}$  : Reatância série do CSCT  
 $\Delta P^{(k)}, \Delta Q^{(k)}$  : Vetores de resíduos das potências ativas e reativas, respectivamente.

### **Símbolos gregos**

$\alpha$  : Ângulo de disparo dos tiristores que compõem o CER  
 $\theta^0$  : Vetor de ângulos iniciais da tensão em todos os barramentos  
 $\sigma_{\text{max}}$  : Autovalor mínimo real

# SUMÁRIO

	Pág.
<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1. Descrição do Problema.....	1
1.2. Solução de Sistemas Mal-Condicionados .....	2
1.3. Proposta e Motivação.....	4
1.4. Contribuições.....	6
1.5. Estrutura da Dissertação .....	7
<b>2. MODELAGEM DE CONTROLADORES FACTS EM ANÁLISES DE FLUXO DE POTENCIA.....</b>	<b>8</b>
2.1. Introdução.....	8
2.2. Conceitos fundamentais de FACTS .....	8
2.3. Modelagem de Controladores FACTS do tipo reatância variável.....	11
2.3.1. Compensadores Estáticos de Reativos (CER) .....	11
2.3.2. Compensador Série Controlado (CSC) .....	17
2.4. Modelagem de Controladores FACTS do tipo Conversor de Tensão .....	22
2.4.1. STATCOM .....	22
2.4.2. UPFC .....	25
2.5. Dificuldades de convergência na presença de FACTS .....	27
<b>3. MÉTODO DO RESÍDUO MÍNIMO GENERALIZADO - GMRES.....</b>	<b>29</b>
3.1. Introdução.....	29
3.2. O Subespaço Krylov .....	29
3.3. O método GMRES.....	31
3.3.1. Reinicialização do GMRES.....	34
3.3.2. Reordenamento da Matriz Jacobiana .....	35
3.3.3. Pré-condicionamento .....	36
3.4. Pré-condicionadores de Fatoração incompleta (ILU).....	38
3.5. Sistemas Mal-Condicionados.....	40
3.6. O Solucionador iterativo.....	42
<b>4. EXPERIMENTOS NÚMERICOS .....</b>	<b>44</b>
4.1. Introdução.....	44
4.2. Considerações Gerais .....	44
4.3. Experimentos Numéricos A: Ajustes dos parâmetros do Pré- condicionador ILUTP .....	45
4.4. Experimentos Numéricos B: Sistemas elétricos de potência Mal-Condicionados .....	50
4.5. Experimentos Numéricos C: Sistemas elétricos de potência incluindo Controladores FACTS .....	52
4.6. Análise de Resultados .....	55
<b>5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS.....</b>	<b>63</b>

<b>APÊNDICE .....</b>	<b>67</b>
A: Métodos baseados em multiplicadores ótimos.....	67
A.1. Método Iwamoto e Tamura .....	67
A.2. Método de Scudder .....	68
A.3. Método de Castro .....	69
B: Nomenclatura dos dados de Sistemas-teste e Controladores FACTS.....	70
B.1. Nomenclatura .....	70
B.2. Parâmetros dos Controladores FACTS .....	71
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS.....</b>	<b>73</b>

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

---

### 1.1. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Sistemas elétricos de potência cresceram, e continuam crescendo em dimensão e complexidade, sem deixar de observar certas restrições (principalmente as econômicas e ambientais), a fim de suprir e atender consumidores cada vez mais exigentes. Nesse cenário de crescimento, destacam-se, além dos níveis e das características das cargas, a quantidade e a complexidade dos dispositivos de controle atuais, como os controladores FACTS, principalmente nos sistemas de transmissão. Vários equipamentos e estratégias fazem parte do dia a dia da operação e das fases de planejamento para assegurar a boa qualidade do produto final (qualidade na sua forma de consumo) de acordo com metas pré-estabelecidas (níveis de tensão e frequência, por exemplo). Para uma monitoração e avaliação de seus serviços, as concessionárias de energia elétrica fazem uso de diversas estratégias e ferramentas, destacando-se aqui os programas computacionais, principalmente para investigar causas e consequências de distúrbios nos sistemas elétricos através de reproduções fiéis, podendo incluir testes de medidas preventivas/corretivas.

Como consequência das necessidades acima, simulações computacionais de fluxo de potência, por exemplo, passaram a envolver sistemas elétricos extremamente complexos em termos de configuração, dispositivos de controle, características e níveis de cargas. Como resultado, a solução do sistema linear do tipo (1), parte integrante do método Newton-Raphson, passou a enfrentar dificuldades devido ao mal condicionamento da matriz de coeficientes  $A$  (neste caso a matriz Jacobiana  $J$ ) e pela proximidade da singularidade. Os métodos numéricos convencionais (diretos, por exemplo) podem simplesmente falhar durante o processo de solução ou não serem econômicos em termos de tempo de CPU e espaço de memória.

$$A \cdot x = b \tag{1}$$

## 1.2. SOLUÇÃO DE SISTEMAS MAL - CONDICIONADOS

Atualmente, há na literatura científica métodos propostos para solucionar fluxos de potência mal condicionados, como o apresentado por (Iwamoto & Tamura, 1981). Esse método é baseado na utilização de um escalar  $\mu$  que multiplica o vetor de correções das variáveis de estado, atualizado a cada iteração, de forma a minimizar a função quadrática de custo baseada nos erros (*mismatches*) de potência. Esta técnica garante que os resíduos de potência em uma determinada iteração sejam sempre menores em relação aos resíduos da iteração anterior, melhorando assim o processo de convergência do fluxo de potência. Neste contexto, o método de otimização de passo iterativo do fluxo de potência pode ser interpretado como um problema de minimização unidirecional, que é um método de solução de problemas não-lineares. No entanto, esta proposta considera a resolução do problema em coordenadas retangulares, não sendo atualmente empregada em grande parte de programas de fluxo de potência.

Visando adequar o método para coordenadas polares, (Scudder, 1981) propôs um método baseado em simplificações trigonométricas fazendo uso da série de Taylor das equações de fluxo de potência até o termo de segunda ordem (Iwamoto & Tamura, 1978), sendo capaz de indicar quando há (ou não) solução para o problema de fluxo de potência, para casos mal condicionados. Desta forma, casos bem ou mal condicionados podem ser identificados através da evolução da magnitude do multiplicador  $\mu$  durante o processo iterativo. Caso o valor se aproxime de valores baixos (próximos de zero), conclui-se que o sistema não tem solução real a partir das condições iniciais do problema, o que impossibilita a minimização da função custo numa dada direção pré-definida. Caso o multiplicador tenda a unidade com a evolução do processo iterativo, é um indicativo que a solução foi encontrada e a função penalidade foi minimizada com êxito. O objetivo do controle de passo ótimo é oferecer um ganho ao método de Newton-Raphson, de modo a informar ao sistema casos de difícil solução e problemas sem solução real. Apesar de favoráveis a sistemas em coordenadas polares, o método de Scudder apresenta aproximações resultantes da tentativa de adaptar a formulação de coordenadas retangulares para sistemas de equações de potência na forma polar. Dependendo das características do problema, essas aproximações podem comprometer a eficiência do método. Para eliminar o efeito dessas aproximações, foram propostas por (Castro & Braz, 1997; Castro et al, 2000) metodologias de otimizadores de passo inteiramente formuladas em coordenadas polares. Assim, as transformações trigonométricas

(retangular-polar) são evitadas e a única aproximação desta nova proposta se refere a desprezar apenas os termos de ordem superior a dois na série de Taylor.

Além dos métodos já citados, outros foram propostos (Dehnel & Dommel, 1989) e de (Castro, 1997). A primeira referência apresentou um método capaz de identificar áreas “fracas” do sistema que impedem a convergência do fluxo de potência, com o objetivo de auxiliar na modificação e/ou correção dos dados do sistema com o objetivo de obter a convergência. Além disso, os autores propõem alternativas não-divergentes para superar problemas associados com os nós fracos<sup>1</sup> da rede. Além dos métodos que tratam o problema de mal condicionamento de matrizes Jacobianas, outras metodologias foram propostas por (Overbye, 1994; 1995) e (Shahriari, 2010) para ponderar o grau de insolubilidade do sistema, de forma a fornecer informações úteis no sentido de restaurar a solução do fluxo de potência, aplicados em casos de soluções múltiplas ou sem solução.

Do ponto de vista de solubilidade, é útil classificar os casos de fluxo de potência em categorias (Gutiérrez et al, 2011) da seguinte maneira:

- i) Sistemas bem condicionados;
- ii) Sistemas mal condicionados (número de condicionamento elevado e pequenos autovalores reais);
- iii) Sistemas não factíveis (sistemas sem solução, métodos robustos são empregados para detectar e fornecer informações de solubilidade).

A teoria do multiplicador ótimo (ou comprimento de passo ótimo) usando o método de Newton-Raphson foi objeto de muitos estudos, principalmente se tratando de sistemas com elevados carregamentos e sistemas sem solução real. Estas características são avaliadas em (Tate & Overbye, 2005) através de comparações de desempenho do Método de Newton-Raphson na presença e na ausência do multiplicador ótimo. Além disso, o impacto da escolha da coordenada (retangular ou polar) do sistema em representar o fasor tensão em cada barra também é considerado. Os resultados mostraram que, o fluxo de potência formulado na sua forma polar com multiplicador ótimo foram os mais eficientes e robustos para solucionar casos com e sem solução. Uma das contribuições importantes deste trabalho foi justificar o baixo uso da formulação retangular quando se trabalha com multiplicador ótimo. Os autores informam que a causa provável do baixo desempenho da formulação retangular está relacionada com o fato da mudança de ângulo

---

<sup>1</sup> A definição de “Fraqueza” estabelecido por Dehnel, em um sentido matemático não é rigorosa, pois os nós fracos das redes são identificados apenas pelas menores magnitudes de tensão e não pela análise dos autovalores. Discussão em (Dehnel e Dommel, 1989).

ocorrer sobre uma curva no espaço, em vez de sobre uma reta. Desta forma, a representação dos ângulos podem enfrentar grandes dificuldades ao se mover ao longo dessa curva. Já na formulação polar, este caminho possui característica linear em relação as variáveis da solução. Estes argumentos podem justificar o fato da formulação polar não apresentar a mesma degradação de desempenho na ocorrência de grandes mudanças de ângulos.

Os métodos apresentados aqui estão descritos no Apêndice A.

### **1.3. PROPOSTA E MOTIVAÇÃO**

Com base nos problemas descritos acima, percebe-se que o desenvolvimento e/ou a adaptação de propostas que visem amenizar dificuldades na solução de sistemas de fluxo de potência mal condicionados ainda são desafios interessantes e atrativos para pesquisadores das áreas de sistemas de energia elétrica e de métodos numéricos. Visando contribuir nestas linhas de pesquisas, a presente dissertação investiga o desempenho do Método Resíduo Mínimo Generalizado (conhecido pelo acrônimo em inglês GMRES) (Saad & Schultz, 1986) para solucionar tais problemas, enfocando matrizes Jacobianas com elevados números de condicionamento e autovalores reais próximos de zero. O interesse por essas investigações surgiu de pesquisas preliminares (Pessanha *et al*, 2011; 2013) que avaliaram a capacidade do GMRES pré-condicionado para este fim. Mostrou-se também que, tanto para análise em regime permanente (equações lineares puramente algébricas), quanto no domínio do tempo (equações diferenciais e algébricas), a matriz Jacobiana já pode apresentar mal condicionamento mesmo em condições normais de carga. Portanto, a presente dissertação aprofunda essas investigações a fim de consolidar as virtudes do GMRES na solução de sistemas lineares mal condicionados. A principal diferença entre o que já se encontra na literatura e o que está sendo proposto está no fato do GMRES pré-condicionado ser usado para solucionar diretamente o sistema linear tipo (1), sem nenhuma alteração na estrutura do método Newton-Raphson, ou seja, o problema do mal condicionamento do sistema linear é tratado diretamente na matriz de coeficientes, neste caso a matriz Jacobiana do fluxo de potência.

A consolidação de sistemas-teste (hipotéticos e reais) de difícil convergência associados a carregamentos extremamente elevados, também faz parte das investigações para criar cenários próximos da realidade, ou seja, que possam ocorrer na prática. Estes cenários são obtidos através de um programa de fluxo de potência continuado a partir do

caso base, até o último fluxo convergido (próximo do ponto de máximo carregamento). Portanto, para cada sistema-teste são selecionados dois fluxos de potência convergidos, o Caso-Base e o Último Ponto Convergido (este sendo identificado como Ponto Próximo do Máximo Carregamento - PPMC).

A partir do estabelecimento dos sistemas-teste e respectivas condições de operação próximas aos respectivos pontos de máximo carregamento, são alocados controladores FACTS (Mukhedkar *et al*, 2001; Boonpirom & Paitoonwattanakij, 2005; Modia *et al*, 2007; Gupta *et al*, 2010) para amenizar alguns dos principais efeitos adversos destas condições de extremo carregamento. No entanto, o objetivo primário da inclusão dos FACTS está em investigar o impacto que estes equipamentos causam no número de condicionamento da matriz Jacobiana, procurando-se dificultar ainda mais a solução do sistema linear. Não há, portanto, interesse aqui em usar técnicas de alocação de FACTS que reduzam o número de condicionamento das matrizes Jacobianas uma vez que se deseja investigar a eficiência e robustez do método GMRES em solucionar sistemas lineares extremamente mal condicionados.

Para fins de comparação e avaliação do método GMRES em termos de eficiência (menor tempo de CPU) e robustez (capacidade de resolver sistemas mal condicionados), é considerado também um solucionador direto disponível na plataforma MATLAB. Para comparações justas, os experimentos numéricos são realizados em uma mesma plataforma computacional MATLAB - MATPOWER – versão 5.1 (Zimmerman *et al*, 2011).

Apesar das contribuições de pesquisas correlatas, não se encontrou na literatura pesquisas associadas a aplicação de métodos iterativos do Subespaço Krylov, como o GMRES, na solução de sistemas lineares mal condicionados com a inclusão de FACTS. A ausência de tais investigações motivou o desenvolvimento desta pesquisa. Entretanto, deve-se mencionar que o método GMRES necessita de um bom pré-condicionador para melhorar sua eficiência computacional e robustez numérica. Caso contrário, sua aplicação não se justifica. Portanto, é proposto um solucionador iterativo composto por técnicas de reordenamento e de pré-condicionamento, além do próprio GMRES.

## 1.4. CONTRIBUIÇÕES

A principal contribuição desta dissertação está nas informações associadas ao desempenho do método GMRES em estudos de fluxo de potência com sistemas extremamente carregados, mal condicionados e incluindo controladores FACTS. A partir destas informações será possível estabelecer cenários e condições de operação que poderão indicar, ou não, a melhor eficiência e robustez deste método na solução do problema de fluxo de potência. Outras contribuições associadas a esta dissertação podem ser enumeradas da seguinte forma:

- Uso da plataforma MATLAB – usada em todas as simulações, uma vez que o programa de fluxo de potência MATPOWER foi desenvolvido nesta plataforma, sendo de uso livre e gratuito, fácil uso e aquisição, e bastante aceito em meios acadêmicos, além de permitir modificações para a inclusão de Controladores FACTS e similares;
- Inclusão de modelos matemáticos de FACTS no Método de Newton-Raphson na plataforma MATPOWER - Compensadores Estáticos de Potência Reativa (conhecido pelo acrônimo CER), Compensador Série Controlado a Tiristor (conhecido pelo acrônimo TCSC), Compensador Síncrono Estático STATCOM (conhecido pelo acrônimo STATCOM) e Controlador Unificado de Fluxo de Potência (conhecido pelo acrônimo UPFC);
- Uso de um fluxo de potência continuado associado ao programa MATPOWER para elaboração de cenários extremamente carregados e mal condicionados;
- Proposta de um solucionador iterativo desenvolvido na plataforma MATLAB para estudos de fluxo de potência;
- Investigação detalhada da influência do reordenamento e da eliminação de elementos não-nulos na qualidade do pré-condicionador de fatores incompletos;
- Estudo das características de matrizes Jacobiana mal-condicionadas associadas ao problema do fluxo de potência;
- Análise do desempenho do método GMRES pré-condicionado na solução de sistemas lineares mal-condicionados associados ao problema do fluxo de potência.

## 1.5. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Para orientar o leitor, apresenta-se abaixo a estrutura da presente dissertação:

- Capítulo 1: Descrição do problema, objetivos e contribuições.
- Capítulo 2: Apresentação e descrição dos modelos matemáticos de FACTS e as principais etapas de implementação destes controladores no programa MATPOWER.
- Capítulo 3: Histórico dos métodos iterativos do subespaço Krylov, enfatizando o método GMRES, incluindo estratégias de reordenamento e de pré-condicionamento. Consolidação do solucionador iterativo.
- Capítulo 4: Consolidação de sistemas-teste para os experimentos numéricos. Investigação detalhada da dependência do GMRES com reordenamento e pré-condicionamento e do impacto dos FACTS no condicionamento das respectivas matrizes Jacobianas. Experimentos numéricos com solucionador iterativo e direto.
- Capítulo 5: Conclusões finais e sugestões para futuros trabalhos.

# Capítulo 2

## MODELAGEM DE CONTROLADORES FACTS EM ANÁLISE DE FLUXO DE POTÊNCIA

---

### 2.1. INTRODUÇÃO

O principal objetivo desta dissertação é investigar o desempenho do método GMRES na solução de sistemas lineares mal condicionados, enfocando análises de fluxo de potência. Quanto maior for número de condicionamento da matriz Jacobiana, mais difícil a solução do sistema linear por métodos convencionais. Portanto, cenários muito mal condicionados são extremamente adequados para proceder com as investigações de interesse. Uma vez que, a inclusão de controladores FACTS em estudos de fluxo de potência geralmente causam impactos negativos na matriz Jacobiana aumentando seu número de condicionamento, é interessante incluí-los nos sistemas-teste a fim de dificultar ainda mais a solução do problema. Portanto, o presente capítulo faz uma descrição genérica destes dispositivos, enfatizando os tipos e modelos que foram implementados no programa MATPOWER, sendo estes: capacitores chaveados a tiristores (CCT) em paralelo com reatores controlados a tiristores (RCT), capacitor série controlado a tiristor (CSCT) e baseados em fonte de tensão (STATCOM e UPFC) (ACHA et al, 2004).

### 2.2. CONCEITOS FUNDAMENTAIS DE FACTS

Narain G. Hingorani em 1988 lançou em seu artigo “*Power Electronics in Utilities: Role of Power Electronics in Future Power Systems*” (WATANABE, 1998; ACHA, 2004) a tecnologia FACTS (acrônimo em inglês de *Flexible Alternating Current Transmission Systems*), introduzindo a ideia de flexibilizar os sistemas de energia elétrica CA em alta tensão, a partir da aplicação da eletrônica de potência, utilizando inicialmente dispositivos tiristores convencionais do tipo SCR (acrônimo em inglês de *Silicon Controlled Rectifier*), e posteriormente chaves eletrônicas com capacidade de controle do disparo e bloqueio, como o GTO (acrônimo em inglês de *Gate Turn-off Thyristor*), MCT

(acrônimo em inglês de *MOS Controlled Thyristor*) e o IGBT (acrônimo em inglês de *Insulated Gate Bipolar Transistor*) (ACHA et al, 2004; WATANABE,1998).

Os FACTS são definidos como Sistemas de Transmissão em Corrente Alternada que utilizam dispositivos de eletrônica de potência com o objetivo de aumentar a controlabilidade e a capacidade de transferência de potência de um sistema elétrico, além de aumentar o limite de estabilidade, bem como o amortecimento de oscilações de potência em condições transitórias (A-A.EDERIS, 1997; CIGRÉ, 2000).

Os controladores FACTS são definidos pelo IEEE (*The Institute of Electrical and Electronics Engineers*) e *IEEE PES Task Force of the FACTS Working Group* do DC and *FACTS Subcommittee* juntamente com o CIGRÉ (*Conseil International des Grands Réseaux Electriques*) como sendo: “Sistemas de transmissão de corrente alternada que incorporam controladores baseados em eletrônica de potência e mais outros controladores estáticos, para melhorar o controle e aumentar a capacidade de transferência de potência (HINGORANI & GYUGYI,2000; IEEE, 1997).

Com o crescimento da indústria de componentes semicondutores (construção de tiristores e transistores com maiores capacidades de potência) e a disponibilidade comercial de chaves auto comutáveis, a eletrônica de potência em sistemas CA apresentou um grande avanço, permitindo aos equipamentos com componentes eletrônicos desempenhar funções como, conversão de potência CA-CC, CC-CA, CA-CA, controlar parâmetros elétricos (corrente, tensão, impedância e ângulo de transmissão), eliminar variações de tensão, etc. Os FACTS têm como características controlar o fluxo de potência em rotas específicas de transmissão, aumentar a capacidade de transmissão de potência das redes para próximo de seus limites térmicos, aumentar o limite da estabilidade transitória e amortecer oscilações eletromecânicas (HINGORANI, 1993; SILVA JUNIOR, 2008).

Normalmente, os Controladores FACTS são modelados em programas computacionais para análises em regime-permanente (fluxo de potência) e no domínio do tempo (estabilidade transitória) através de equações algébricas e diferenciais e algébricas, respectivamente. O interesse aqui está na primeira forma de análise, ou seja, modelagem dos FACTS através de equações algébricas para análises de fluxo de potência. Como mencionado na Introdução deste capítulo, a principal razão por este estudo está no fato de, quando incluídos na matriz Jacobiana, o número de condicionamento de a matriz aumentar, dificultando a solução do sistema linear, que é uma etapa do método Newton Raphson. Dependendo do condicionamento da matriz, a solução pode não ser obtida ou exigir um grande esforço computacional (HINGORANI, 1993; SILVA JUNIOR,2008).

Na Figura 2.1 é mostrada uma representação genérica de um sistema de potência, que inclui vários geradores, um conjunto de cargas, vários compensadores estáticos de potência reativa (CER) (*Static Var Compensador – SVC*), um Capacitor Série Controlado a Tiristor (CST) (*Thyristor Controlled Series Capacitor – TCSC*), um Compensador Síncrono Estático (*STATIC synchronous COMPensator – STATCOM*), um Compensador Síncrono Estático em Série (*Static Synchronous Series Compensator – SSSC*) e um Controlador Unificado de Fluxo de Potência (*Unified Power Flow Controller – UPFC*). Estes componentes são interligados através da rede de transmissão, representada pela matriz de admitância nodal (Ybus) com características simétrica e esparsa. Admitâncias das cargas, as admitâncias internas dos geradores e a dos Controladores FACTS não são modelados na matriz Ybus. O modelo de fluxo de potência inclui, principalmente, a igualdade imposta pela rede de transmissão para suprir as demandas em cada barramento. Essas equações relacionam a potência líquida ativa/reactiva em cada barra com os fasores de tensão (magnitude e ângulo) nas outras barras. São adotadas as siglas CER (Controlador Estático de Reativos) e CSC (Compensador Série Controlado), substituindo as siglas SVC e TCSC, respectivamente. As nomenclaturas CER e CSC já se encontram consolidadas na literatura consultada, estando em uso atualmente.

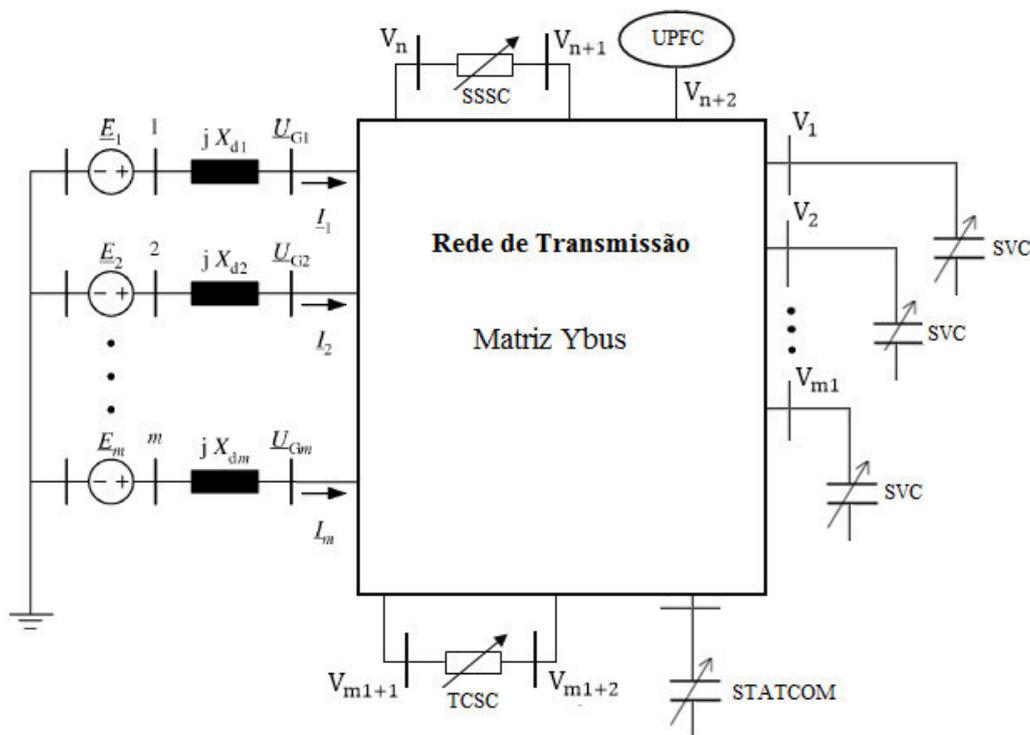


Figura 2.1: Representação simbólica de um sistema de potência com Controladores FACTS

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

## 2.3. MODELAGEM DE CONTROLADORES FACTS DO TIPO REATÂNCIA VARIÁVEL

### 2.3.1. COMPENSADORES ESTÁTICOS DE POTÊNCIA REATIVA (CER)

Este compensador é composto pela combinação de capacitores chaveados a tiristores (CCT) em paralelo com reatores controlados a tiristores (RCT), podendo ser chaveáveis de maneira contínua ou discreta, através do controle de disparo dos tiristores. Desta forma, a reatância passa a ser variável com o objetivo de gerar ou absorver potência reativa de forma a manter a magnitude de tensão da barra controlada dentro de limites adequados. Este controle é feito através do ângulo de disparo dos tiristores que atuam para variar a reatância do compensador. Uma maneira mais realista de modelar o CER na formulação do fluxo de potência é considerá-lo uma susceptância shunt variável, conforme a Equação (2.1).

$$B_{CER} = \frac{X_L - \frac{X_C}{\pi} [2(\pi - \alpha) + \sin(2\alpha)]}{X_C X_L} \quad (2.1)$$

A implementação do modelo de susceptância shunt em um programa de fluxo de potência, na condição de elemento de controle, tem exigido a criação de um novo tipo de barra, denominada como sendo tipo PQV. Trata-se de uma barra de tensão controlada, em que a magnitude da tensão nodal e as potências ativa e reativa são especificadas, enquanto que a susceptância total do CER ( $B_{CER}$ ) é tratada como uma variável de estado. Se  $B_{CER}$  estiver dentro dos limites especificados de susceptância, a tensão na barra é mantida controlável e se comportando como barra PQV. Por outro lado, caso o limite de tensão seja violado, o valor é fixado ( $B_{m\acute{a}x}$  ou  $B_{m\acute{i}n}$ ) se tornando barra tipo PQ.

A representação do CER como susceptância variável para o controle local da magnitude da tensão na barra  $k$  é mostrada na Figura 2.2, sendo usada para derivar as equações algébricas não-lineares de potência e as equações linearizadas associadas ao método de Newton-Raphson. Nesta representação, o CER é tratado com uma carga, cuja susceptância shunt é negativa para o caso de um indutor e positiva para o caso de um capacitor.

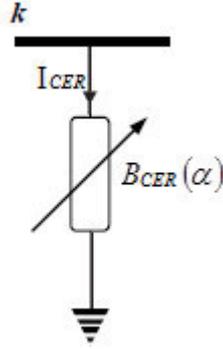


Figura 2.2: Representação do CER como susceptância variável  
 Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Com referência à Figura 2.2, a corrente absorvida pelo CER é dada por,

$$I_{CER} = jB_{CER}V_k \quad (2.2)$$

A equação que define a injeção de potência reativa pelo CER na barra  $k$  (barra de instalação do compensador) é dada pela Equação (2.3), relacionando o fluxo de potência reativa com a magnitude de tensão.

$$Q_{CER} = -jB_{CER}V_k^2 \quad (2.3)$$

As restrições operacionais do CER podem ser expressas em termos da inequação:

$$B_{CER}^{\min} \leq B_{CER} \leq B_{CER}^{\max} \quad (2.4)$$

Em que  $B_{CER}^{\min}$  e  $B_{CER}^{\max}$  correspondem aos limites superior e inferior da susceptância do CER, associados as capacidades mínima e máxima de geração e absorção de potência reativa.

Considerando-se um CER conectado a uma barra genérica  $k$  de um determinado sistema, a estrutura da matriz Jacobiana associada à solução do fluxo de potência do método de Newton-Raphson fica alterada como representado em (2.5), onde a susceptância equivalente  $B_{CER}$  é considerada uma nova variável de estado, substituindo o elemento da magnitude de tensão da barra, que passa a ser um valor especificado.

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta P_k \\ \Delta Q_k \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & & & & \\ & H & & & \\ & & M & & \\ & & & \frac{\partial Q_k}{\partial B_{CER}} & \\ & & & & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta \theta_k \\ \Delta Q_k \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Após cada iteração ( $i$ ), a susceptância deve ser atualizada de acordo com a Equação (2.6):

$$B_{CER}^{i+1} = B_{CER}^i + \Delta B_{CER}^i \quad (2.6)$$

Uma vez determinado o valor da susceptância, o ângulo de disparo ( $\alpha$ ) do tiristor pode ser calculado resolvendo-se a Equação (2.1). No entanto, o cálculo adicional requer uma solução iterativa, uma vez que a função  $\alpha(B_{CER})$  não pode ser resolvida analiticamente, já que a susceptância do CER e o ângulo de disparo do tiristor apresentam características não lineares mútuas.

Outra alternativa de implementação para contornar o processo iterativo adicional, consiste em utilizar, de forma direta, o ângulo de disparo  $\alpha$  como uma variável de estado na formulação do fluxo de potência (ACHA & GYUGYI, 2000). No entanto, o número de operações de ponto flutuante pode se tornar significativo devido as operações matemáticas entre as variáveis que representam a equação de susceptância do CER. A potência reativa líquida da barra  $k$  em função do ângulo de disparo  $\alpha$  é dada pela seguinte equação:

$$Q_k = \frac{-V_k^2}{X_C X_L} \left\{ X_L - \frac{X_C}{\pi} [2(\pi - \alpha_{CER}) + \sin(2\alpha_{CER})] \right\} \quad (2.7)$$

Aplicando a primeira derivada na Equação (2.7) em relação ao ângulo de disparo, obtém-se a equação que representa a variação da potência reativa líquida na barra  $k$  em relação ao ângulo de disparo, expressa pela Equação (2.8).

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \alpha_{CER}} = \frac{2V_k^2}{\pi X_L} [\cos(2\alpha_{CER}) - 1] \quad (2.8)$$

Onde:

$X_L$ : reatância indutiva do CER a frequência fundamental.

Através das Equações (2.7) e (2.8), a equação linearizada da potência reativa do CER em relação ao seu ângulo de disparo é mostrada na Equação (2.9). Neste caso, apenas nas submatrizes H e M da matriz Jacobiana o ângulo de disparo dos tiristores é assumido como variável de estado, com a magnitude da tensão da barra passando a ser controlada em função de um valor pré-especificado (barra PQ  $\rightarrow$  PV).

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta P_k \\ \Delta Q_k \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & & & & \\ & H & 0 & & \\ & M & \frac{\partial Q_k}{\partial \alpha_{CER}} & & \\ & & 0 & \ddots & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta \theta_k \\ \Delta \alpha_{CER} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Após cada iteração ( $i$ ), o ângulo de disparo é atualizado de acordo com a Equação (2.10).

$$\alpha_{CER}^{i+1} = \alpha_{CER}^i + \Delta\alpha_{CER} \quad (2.10)$$

Os limites especificados da susceptância (ou do ângulo de disparo) no algoritmo de fluxo de potência é tratado de forma similar aos limites de injeção de potência reativa em barras de geração (PV). Assim, quando atingirem seus limites, os respectivos valores são fixados no máximo, ou no mínimo, e a barra passa a ser do tipo PQ e perde, portanto, a capacidade de controlar a tensão. A representação da barra controlada como barra PV é útil, certificando-se que o CER esteja operando dentro da faixa de controle. Por outro lado, caso o compensador esteja operando próximos aos seus limites, ou fora da região de controle, erros poderão ser introduzidos na inclinação da faixa da curva característica. Para amenizar este problema, foi proposto um método que utiliza uma barra PV fictícia conectada à barra controlada por meio de uma reatância fictícia (HISKEN & HILL, 1992). Uma outra maneira de representar o CER em programas de fluxo de potência é através da combinação em série da sua susceptância variável com a impedância interna de um transformador de acoplamento conectados por uma barra fictícia, como esquematizado na Figura 2.3 (HINGORANI & GYUGYI, 2000). Este modelo é capaz de representar os limites do CER como susceptâncias fixas em vez de injeções fixas de potência reativa. Nessa dissertação, foi adotado o modelo de susceptância variável não sendo adicionadas barras extras ao sistema. Este modelo quando incluídos na plataforma MATPOWER não apresenta problemas de convergência e nem problemas associados aos limites do CER.

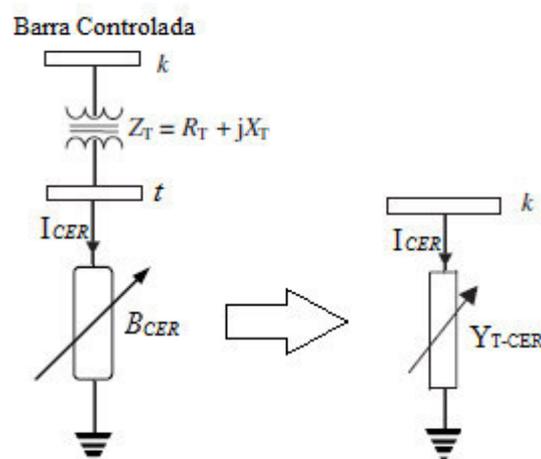


Figura 2.3: Representação do acoplamento transformador-CER  
Fonte: Adaptado (HINGORANI & GYUGYI, 2000)

Um outro ponto importante na implementação de Controladores CER nos algoritmos de fluxo de potência, está nas mudanças associadas ao modo de operação

(região indutiva ou capacitiva) ao longo do processo iterativo. Essas mudanças podem causar alterações indesejáveis no método de Newton-Raphson durante o processo iterativo, gerando oscilações na trajetória de convergência impedindo a obtenção da solução das equações lineares. Para evitar esse fato, as mudanças de operação do CER são feitas forçando-o a passar pelo ponto da tensão de referência na faixa linear de operação. A representação no algoritmo de fluxo de potência altera numericamente os valores dos elementos da matriz Jacobiana e o vetor de erros de potência ( $\Delta P$  e  $\Delta Q$ ) associado a barra do compensador. A implementação deste Controlador em um programa de fluxo de potência pode ser vista conforme os fluxogramas ilustrados nas Figuras 2.4 e 2.5.

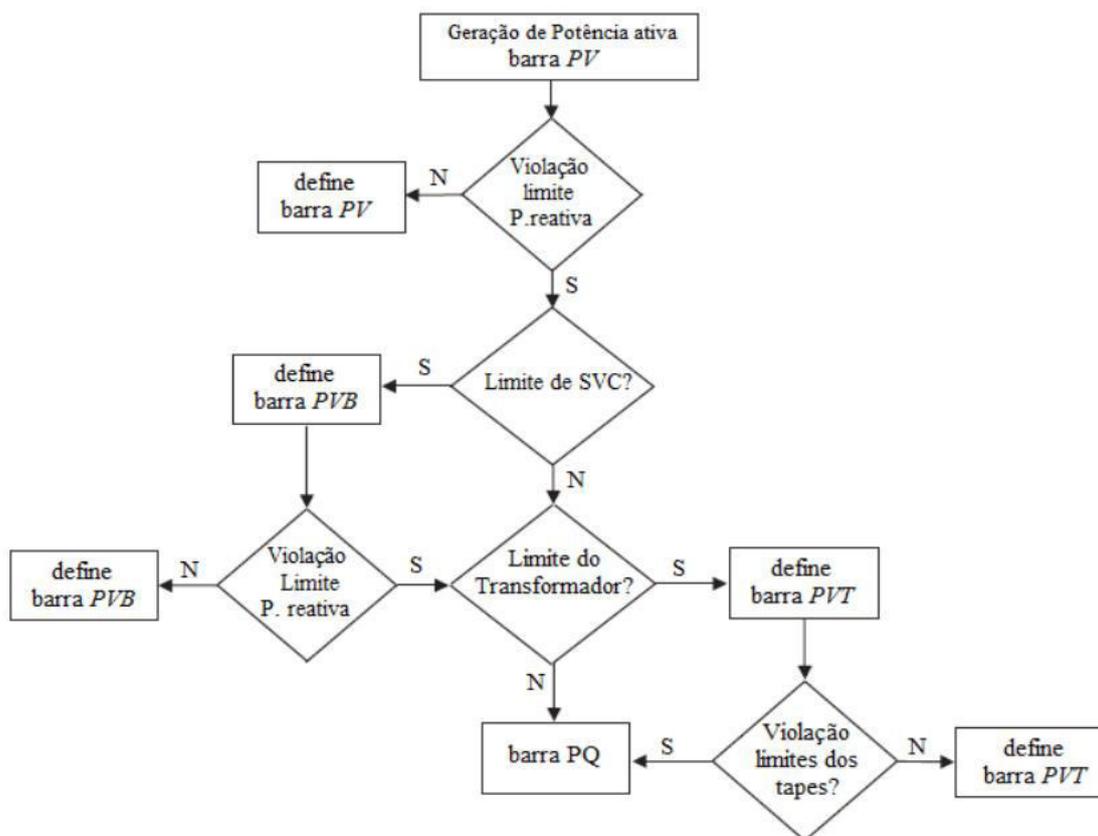


Figura 2.4: Lógica de implementação do compensador estático.

Fonte:

Em que:

PVB – Barra PV controlada pela Susceptancia Shunt

PVT - Barra PV controlada por tap.

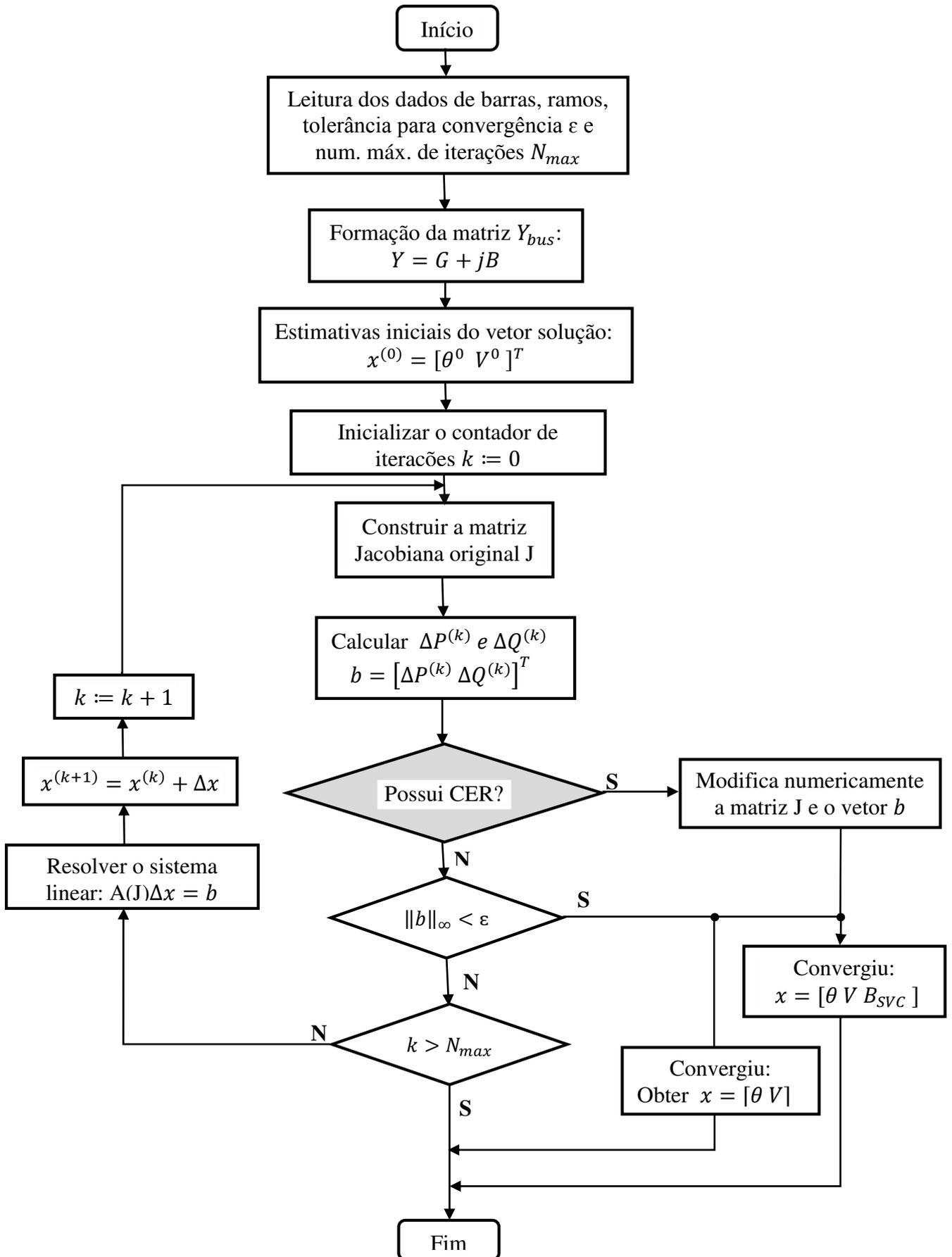


Figura 2.5: Fluxograma para resolução do problema de fluxo de potência incluindo Controladores CERs

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

### 2.3.2. CAPACITOR SÉRIE CONTROLADO A TIRISTOR (CSCT)

O capacitor série controlado a tiristor é um dispositivo de eletrônica de potência composto por um banco de capacitores inserido em série com a linha e por um indutor controlado a tiristores conectados em antiparalelo, com a finalidade de gerar uma reatância capacitiva variável e contínua (Figura 2.6) (HINGORANI & GYUGYI, 2000).

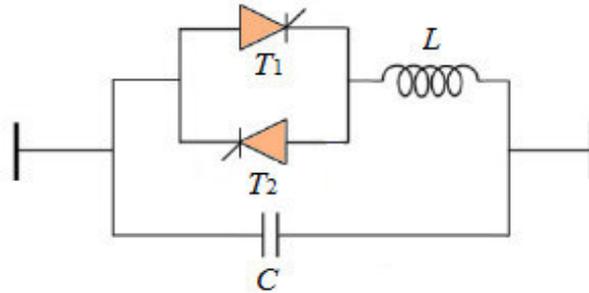


Figura 2.6: Diagrama básico de um CSC  
Fonte: Adaptado (HINGORANI & GYUGYI, 2000)

A utilização de um CSCT em uma linha de transmissão pode resultar nos seguintes benefícios: (i) melhoria da estabilidade dinâmica; (ii) eliminação de risco de ressonância subsíncrona; (iii) aumento da capacidade de transmissão das linhas; e (iv) amortecimento de oscilações de potência ativa.

O modelo mais simples para representar um CSCT no algoritmo de fluxo de potência é através do conceito de reatância série variável, ajustada dentro de um limite de modo a manter o fluxo de potência ativa no ramo onde o controlador está inserido em um valor especificado. A reatância  $X_{CSCT}$  mostrada na Figura 2.7 representa a reatância total equivalente a frequência fundamental, composta pela associação de todos os módulos do CSCT.

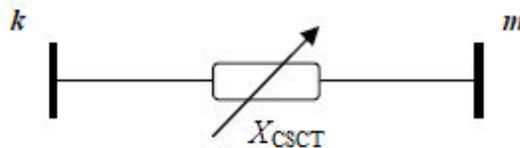


Figura 2.7: Representação do CSCT como reatância variável  
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

A variação da reatância indutiva do CSCT em função do ângulo de disparo dos tiristores é dada por:

$$X_L(\alpha) = X_L \frac{\pi}{\pi - 2\alpha - \sin 2\alpha} \quad (2.11)$$

Já a sua reatância controlável em função do ângulo de disparo  $\alpha$  é calculada de acordo com a Equação (2.12).

$$X_{CSCT}(\alpha) = -X_{LC} + C_1 \{2(\pi - \alpha) + \sin[2(\pi - \alpha)]\} - C_2 \cos^2(\pi - \alpha) \quad (2.12)$$

$$\{\omega \tan[\omega(\pi - \alpha)] - \tan(\pi - \alpha)\}$$

Em que:

$$X_{LC} = \frac{X_C X_L}{X_C - X_L} \quad (2.13)$$

$$C_1 = \frac{X_C + X_{LC}}{\pi} \quad (2.14)$$

$$C_2 = \frac{4X_{LC}^2}{\pi X_L} \quad (2.15)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{X_C}{X_L}} \quad (2.16)$$

$X_C = 1/\omega C$  representa o módulo da reatância do banco de capacitores à frequência fundamental;  $X_L = \omega L$  é o módulo da reatância do indutor linear à frequência fundamental;  $\alpha$  é o ângulo de disparo dos tiristores e  $\omega = 2\pi f$  a frequência angular.

As equações de injeção de potência na barra  $k$  são dadas pelas seguintes equações:

$$P_k = V_k V_m B_{km} \text{sen}(\theta_k - \theta_m) \quad (2.17)$$

$$Q_k = -V_k^2 B_{kk} - V_k V_m B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) \quad (2.18)$$

Onde  $B_{kk}$  representa a soma de todas as susceptâncias (incluindo a do CSCT) conectadas à barra  $k$ ;  $B_{km}$  corresponde a soma, com sinal trocado, da susceptância original da linha  $k-m$  com a susceptância equivalente do CSCT, ou seja,  $B_{km} = -(B_{CSCT} + B_{km0})$ . Para as equações de potência na barra  $m$ , a ordem dos subscritos  $k$  e  $m$  são invertidos nas equações (2.17) e (2.18).

A inclusão de um Controlador CSCT na linha  $k-m$  de um determinado sistema altera o conjunto de equações lineares de fluxo de potência a ser resolvido pelo método de Newton-Raphson, como indicado em (2.19). Desta forma, os valores dos elementos pertencentes as barras  $k$  e  $m$  (barras conectadas com as extremidades do CSCT) da matriz Jacobiana sofrerão variações. Além disso, a dimensão da matriz é aumentada proporcionalmente ao número de CSCTs (adição de nós fictícios na rede) no sistema

elétrico. O aumento na dimensão da matriz está relacionado com a necessidade de representar a nova equação  $P_{km}(X_{CSCT})$  associada com o controle de potência ativa na linha onde o CSCT está inserido.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k \\ \Delta P_m \\ \Delta Q_k \\ \Delta Q_m \\ \Delta P_{km}^{CSC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_k}{\partial V_k} & \frac{\partial P_k}{\partial V_m} & \frac{\partial P_k}{\partial X_{CSCT}} \\ \frac{\partial P_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_m}{\partial V_k} & \frac{\partial P_m}{\partial V_m} & \frac{\partial P_m}{\partial X_{CSCT}} \\ \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial X_{CSCT}} \\ \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial X_{CSCT}} \\ \frac{\partial P_{km}^{CSC}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_{km}^{CSC}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_{km}^{CSC}}{\partial V_k} & \frac{\partial P_{km}^{CSC}}{\partial V_m} & \frac{\partial P_{km}^{CSC}}{\partial X_{CSCT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_k \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_k \\ \Delta V_m \\ \Delta X_{CSCT} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Em que:

$\Delta P_{km}^{CSC} = P_{km}^{esp}(X_{CSCT}) - P_{km}^{cal}(X_{CSCT})$ ;  $P_{km}^{esp}(X_{CSCT})$  é a potência ativa especificada do Controlador CSCT entre as barras  $k$  e  $m$  e  $P_{km}^{cal}(X_{CSCT})$  é a potência ativa calculada pela Equação (2.17).

A variável de estado  $X_{CSCT}$  é atualizada no final de cada iteração de acordo com a Equação (2.20)

$$X_{CSCT}^{i+1} = X_{CSCT}^i + \Delta X_{CSCT}^i \quad (2.20)$$

O modelo de CSCT apresentado explora o conceito de reatância série variável, uma vez que seu valor pode ser determinado iterativamente através do método de Newton, e o ângulo de disparo associado pode ser calculado através da equação transcendental em (2.12). Isto é possível apenas em casos cujos módulos que compõem o CSCT apresentarem características idênticas e que tenham sido projetados para operar com ângulos de disparos iguais. No entanto, esse cálculo requer uma solução iterativa, uma vez que a reatância do CSCT e o ângulo de disparo dos tiristores não apresentam uma relação linear. Para contornar essa situação, uma alternativa é utilizar a forma Equação (2.21) em função do ângulo de disparo no modelo de fluxo de potência, eliminando assim a dependência da variável  $X_{CSCT}$ . Desta forma, o conjunto de equações lineares de fluxo de potência podem ser expressas de acordo com a Equação (2.21).

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k \\ \Delta P_m \\ \Delta Q_k \\ \Delta Q_m \\ \Delta P_{km}^{\alpha_{CSCT}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_k}{\partial V_k} & \frac{\partial P_k}{\partial V_m} & \frac{\partial P_k}{\partial \alpha_{CSCT}} \\ \frac{\partial P_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_m}{\partial V_k} & \frac{\partial P_m}{\partial V_m} & \frac{\partial P_m}{\partial \alpha_{CSCT}} \\ \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial \alpha_{CSCT}} \\ \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial \alpha_{CSCT}} \\ \frac{\partial P_{km}^{\alpha_{CSCT}}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_{km}^{\alpha_{CSCT}}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_{km}^{\alpha_{CSCT}}}{\partial V_k} & \frac{\partial P_{km}^{\alpha_{CSCT}}}{\partial V_m} & \frac{\partial P_{km}^{\alpha_{CSCT}}}{\partial \alpha_{CSCT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_k \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_k \\ \Delta V_m \\ \Delta \alpha \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Em que:

$\Delta P_{km}^{\alpha_{CSCT}} = P_{km}^{esp}(\alpha) - P_{km}^{cal}(\alpha)$ ;  $P_{km}^{cal}(\alpha)$  é a potência ativa calculada pela Equação (2.17). A nova variável de estado  $\alpha$  é atualizada no final de cada iteração de acordo com a Equação (2.22).

$$\alpha^{i+1} = \alpha^i + \Delta \alpha \quad (2.22)$$

Uma estrutura genérica da matriz Jacobiana incluindo Controladores CSCT é mostrada na Figura 2.8. A matriz Jacobiana é aumentada em  $ncsc$  (número de CSCTs presentes), de forma a representar as equações do compensador. A submatriz **D** representa as derivadas das equações de potência reativa do CSCT em relação a variável ( $X_{CSCT}$ ). Observa-se que a dimensão da matriz aumenta em função da adição de uma nova equação para cada Controlador considerado. O fluxograma está ilustrado na Figura 2.9.

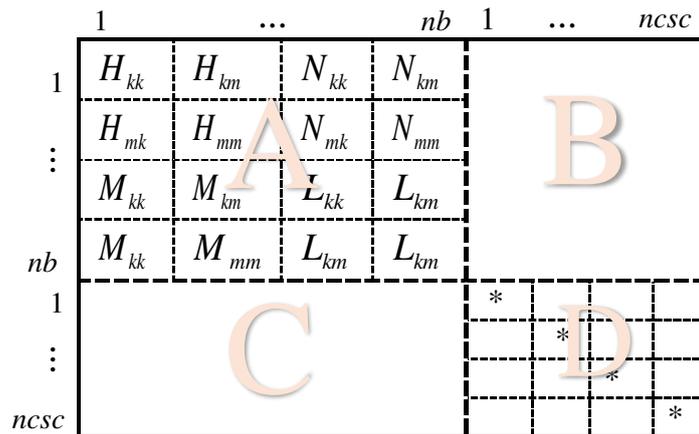


Figura 2.8: Estrutura de uma matriz jacobiana genérica de um CSCT  
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

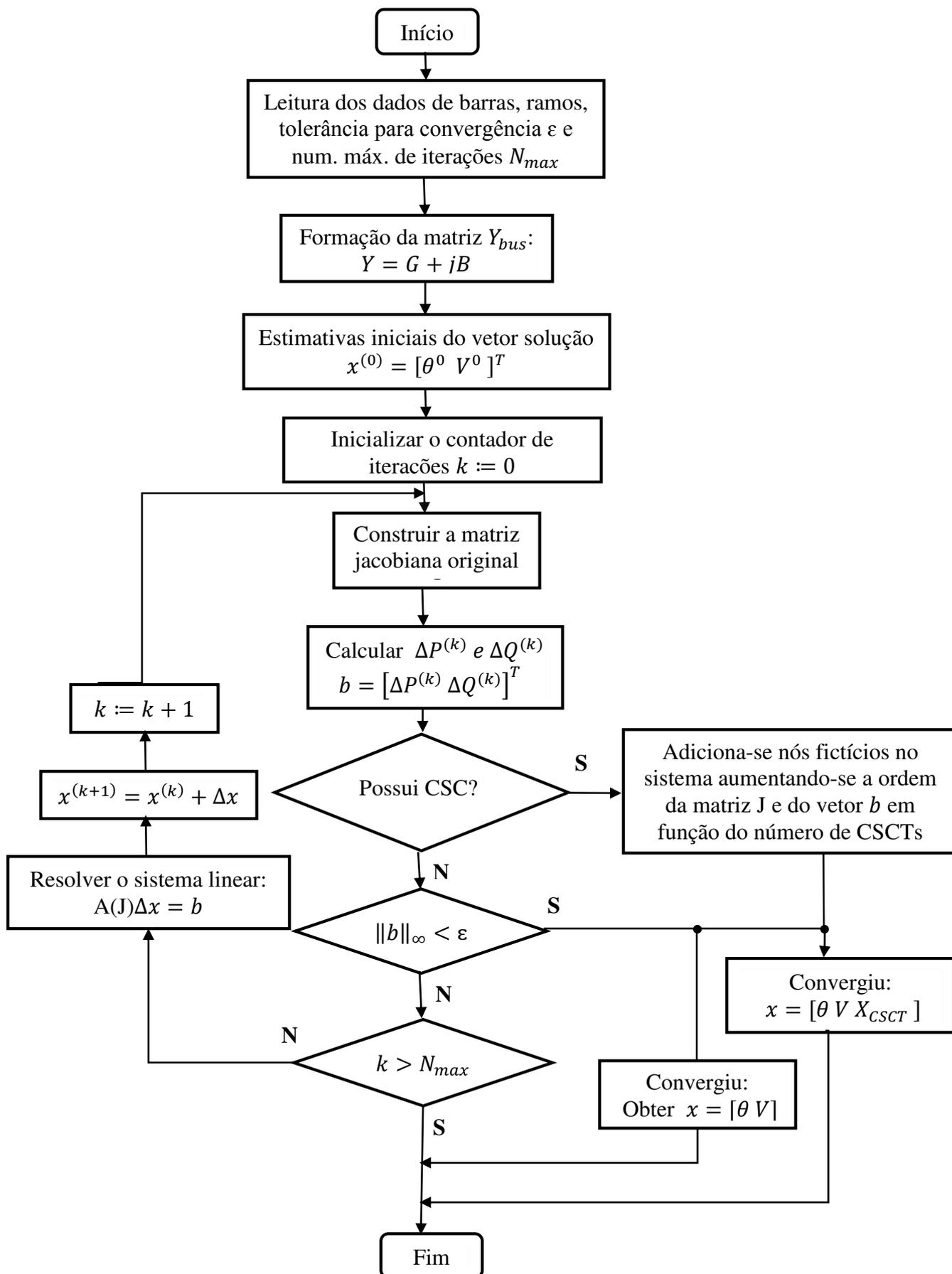


Figura 2.9: Fluxograma para o problema de fluxo de potência incluindo Controladores CSCT  
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

## 2.4. MODELAGEM DE CONTROLADORES FACTS BASEADOS EM CONVERSORES FONTES DE TENSÃO

Diferentemente dos Controladores FACTS baseados em tiristores, como o CER e o CSCT, modelados como susceptância variável, Controladores baseados em fonte de tensão podem ser representados por uma fonte de tensão síncrona com limites mínimo e máximo baseados na magnitude da tensão. Os controladores conhecidos pelos acrônimos STATCOM e UPFC são alguns exemplos. A modelagem destes compensadores no programa de fluxo de potência via Método Newton-Raphson está descrito nos próximos itens.

### 2.4.1. STATCOM

Controlador shunt tipo STATCOM (acrônimo do inglês de *STATIC synchronous COMPensator*) é um gerador síncrono estático operando como um compensador estático de potência reativa, cuja corrente de saída capacitiva ou indutiva pode ser controlada de forma independente da tensão CA do sistema elétrico. O circuito equivalente em regime permanente do STATCOM é mostrado na Figura 2.10.

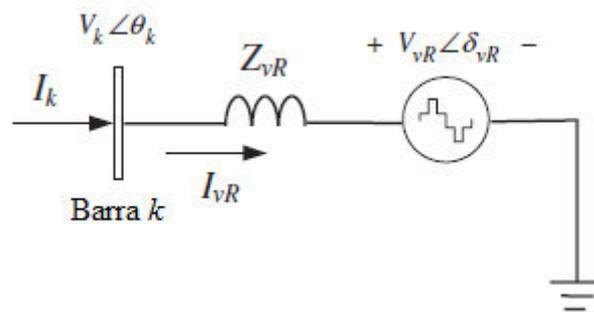


Figura 2.10: Circuito equivalente de um STATCOM  
Fonte: (HINGORANI & GYUGYI, 2000)

Com base nas grandezas elétricas da Figura 2.9, tem-se as seguintes equações:

$$E_{vR} \angle \theta_{vR} = V_{vR} (\cos \theta_{vR} + j \sin \theta_{vR}) \quad (2.23)$$

$$I_{vR} = Y_{vR} (V_{vR} - V_k) \quad (2.24)$$

$$Y_{vR} = \frac{1}{Z_{vR}} = G_{vR} + jB_{vR} \quad (2.25)$$

$$S_{vR} = V_{vR} I_{vR}^* = V_{vR} Y_{vR}^* (V_{vR}^* - V_k^*) \quad (2.26)$$

Após realizar algumas operações complexas, a potência ativa e reativa para o conversor e para a barra  $k$  são expressas nas seguintes formas:

$$P_{vR} = \text{Re}\{S_{vR}\} = V_{vR}^2 G_{vR} + V_{vR} V_k [G_{vR} \cos(\theta_{vR} - \theta_k) + B_{vR} \sin(\theta_{vR} - \theta_k)], \quad (2.27)$$

$$Q_{vR} = \text{Im}\{S_{vR}\} = -V_{vR}^2 B_{vR} + V_{vR} V_k [G_{vR} \sin(\theta_{vR} - \theta_k) - B_{vR} \cos(\theta_{vR} - \theta_k)], \quad (2.28)$$

$$P_k = V_k^2 G_{vR} + V_k V_{vR} [G_{vR} \cos(\theta_k - \theta_{vR}) + B_{vR} \sin(\theta_k - \theta_{vR})], \quad (2.29)$$

$$Q_k = V_k^2 B_{vR} + V_k V_{vR} [G_{vR} \sin(\theta_k - \theta_{vR}) - B_{vR} \cos(\theta_k - \theta_{vR})]. \quad (2.30)$$

Com o auxílio das Equações (2.27) - (2.30), obtém-se o sistema  $A(J)x=b$  apresentado na Equação (2.31), mostrando as alterações a serem consideradas no sistema de equações lineares quando o STATCOM é inserido em uma barra  $k$ .

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k \\ \Delta Q_k \\ \Delta P_{vR} \\ \Delta Q_{vR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_k}{\partial V_k} & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_{vR}} & \frac{\partial P_k}{\partial V_{vR}} \\ \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_{vR}} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_{vR}} \\ \frac{\partial P_{vR}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_{vR}}{\partial V_k} & \frac{\partial P_{vR}}{\partial \theta_{vR}} & \frac{\partial P_{vR}}{\partial V_{vR}} \\ \frac{\partial Q_{vR}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_{vR}}{\partial V_k} & \frac{\partial Q_{vR}}{\partial \theta_{vR}} & \frac{\partial Q_{vR}}{\partial V_{vR}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_k \\ \Delta V_k \\ \Delta \theta_{vR} \\ \Delta V_{vR} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Uma estrutura genérica da matriz Jacobiana incluindo Controladores STATCOM é mostrada na Figura 2.11. Observa-se que a matriz é aumentada em  $2 \times nsta$  (número de STATCOMs presentes), de forma a representar as equações do compensador. A submatriz  $\underline{D}$  representa as derivadas das equações de potência do STATCOM em relação as suas variáveis  $(\theta_{vR}, V_{vR})$ . Observa-se que a dimensão da matriz aumenta em função da adição de duas novas equações para cada Controlador. O fluxograma está ilustrado na Figura 2.12.

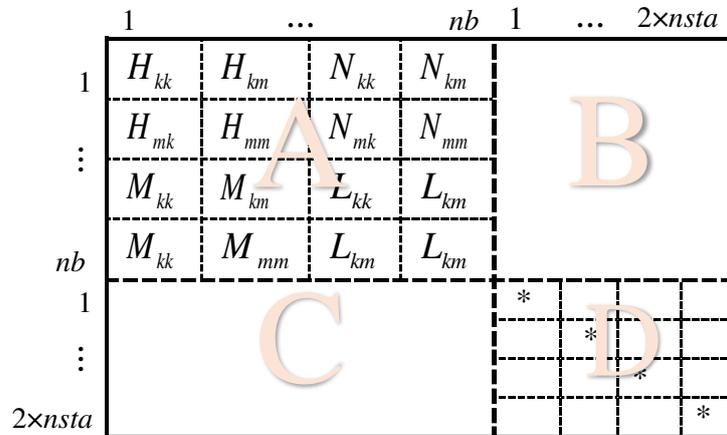


Figura 2.11: Estrutura de uma matriz Jacobiana genérica com STATCOM  
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

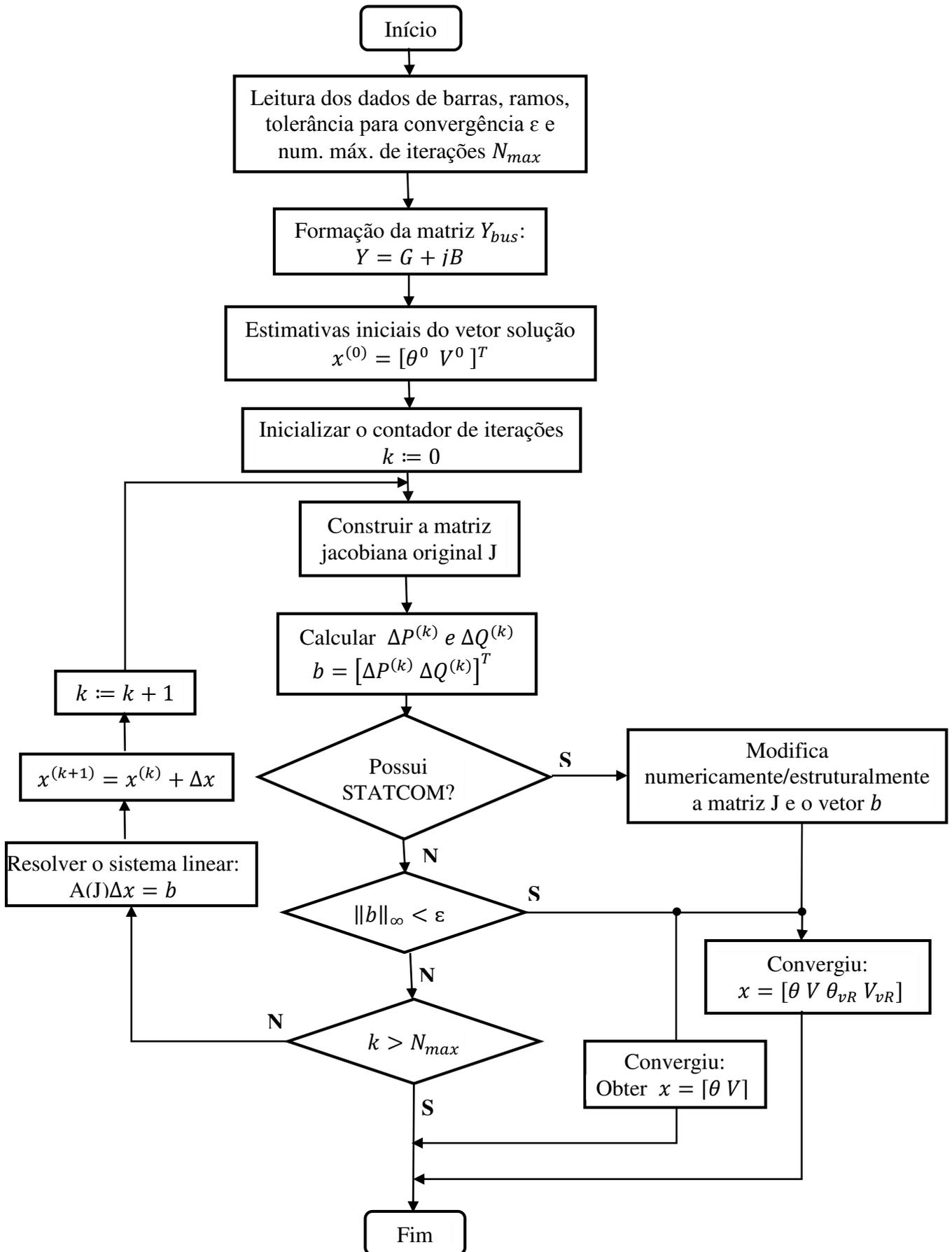


Figura 2.12: Fluxograma para o problema de fluxo de potência incluindo Controladores STATCOM  
 Fonte: Elaborado pelo próprio autor

## 2.4.2. UPFC

O Controlador Unificado de Fluxo de potência (do acrônimo em inglês UPFC) é composto basicamente por dois conversores do tipo fonte de tensão acoplados por um elo CC (ou HVDC), conforme ilustrado na Figura 2.13. O conversor em série está acoplado a uma linha de transmissão através de um transformador série, enquanto que o conversor em shunt é acoplado a uma barra  $k$  por meio de um transformador conectado em derivação. Na figura, os fasores  $V_{vR}$  e  $V_{cR}$  representam as fontes equivalentes de tensão shunt e de tensão em série, respectivamente.  $Z_{vR}$  e  $Z_{cR}$  representam a impedância shunt e a série do transformador de acoplamento do UPFC, respectivamente.  $I_{vR}$  é o fasor corrente que flui pelo conversor shunt do UPFC.

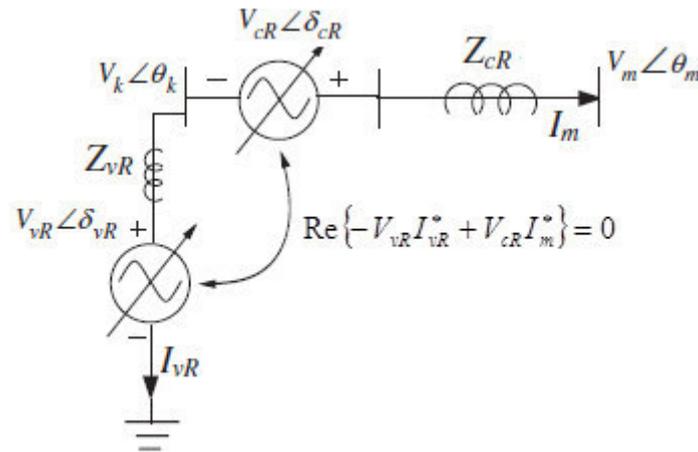


Figura 2.13: Representação esquemática e Modelo equivalente do UPFC  
Fonte: (ACHA & KAZEMTABRIZI, 2013)

Em que:

$$Y_{cR} = \frac{1}{Z_{cR}} = g_{cR} + jb_{cR} \quad (2.32)$$

$$V_{vR} \angle \theta_{vR} = |V_{vR}| (\cos \theta_{vR} + j \sin \theta_{vR}) \quad (2.33)$$

$$V_{cR} \angle \theta_{cR} = |V_{cR}| (\cos \theta_{cR} + j \sin \theta_{cR}) \quad (2.34)$$

$$V_k \angle \theta_k = |V_k| (\cos \theta_k + j \sin \theta_k) \quad (2.35)$$

$$V_m \angle \theta_m = |V_m| (\cos \theta_m + j \sin \theta_m) \quad (2.36)$$

$V_{vR}$  e  $\theta_{vR}$  são a magnitude de tensão controlada ( $V_{vR \min} \leq V_{vR} \leq V_{vR \max}$ ) e o ângulo de fase ( $0 \leq \theta_{vR} \leq 2\pi$ ) da fonte shunt de tensão, respetivamente. A magnitude  $V_{cR}$  e o ângulo de fase  $\theta_{cR}$  representam a fonte de tensão do conversor série controlados

entre os limites ( $V_{cR\min} \leq V_{cR} \leq V_{cR\max}$ ) e ( $0 \leq \theta_{vR} \leq 2\pi$ ), respectivamente.

O UPFC pode controlar a potência ativa e a potência reativa de uma linha de transmissão assim como a tensão e fase da barra de conexão shunt. Desta forma, se o ângulo  $\theta_{cR}$  está em fase com o ângulo da tensão  $V_k(\theta_k)$ , o UPFC não controla o fluxo de potência ativa e regula apenas a sua tensão terminal. Se o ângulo  $\theta_{cR}$  está em quadratura com o ângulo da corrente  $I_m$ , atua como um defasador controlando o fluxo de potência ativa atuando como um compensador série de impedância variável. Qualquer outro valor de  $\theta_{cR}$ , o UPFC atua como uma combinação de um defasador com um compensador série de impedância variável (ACHA & GYUGYI, 2000; CÁRDENAS, 2005).

Baseado no circuito equivalente do UPFC apresentado na Figura 2.12 e com o auxílio das equações (2.32) a (2.36), as equações nodais de potência ativa e reativa para a barra  $k$  são (ACHA & GYUGYI, 2000):

$$\begin{aligned} P_k = & G_{kk} V_k^2 + V_k V_m \times [G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)] \\ & + V_k V_{cR} \times [G_{km} \cos(\theta_k - \theta_{cR}) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_{cR})] \\ & + V_k V_{vR} \times [G_{vR} \cos(\theta_k - \theta_{vR}) + B_{vR} \sin(\theta_k - \theta_{vR})], \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} Q_k = & -B_{kk} V_k^2 + V_k V_m \times [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)] \\ & + V_k V_{cR} \times [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_{cR}) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_{cR})] \\ & + V_k V_{vR} \times [G_{vR} \sin(\theta_k - \theta_{vR}) - B_{vR} \cos(\theta_k - \theta_{vR})]; \end{aligned} \quad (2.38)$$

Para a barra  $m$ :

$$\begin{aligned} P_m = & G_{mm} V_m^2 + V_k V_m \times [G_{mk} \cos(\theta_m - \theta_k) + B_{mk} \sin(\theta_m - \theta_k)] \\ & + V_m V_{cR} \times [G_{mm} \cos(\theta_m - \theta_{cR}) + B_{mm} \sin(\theta_m - \theta_{cR})], \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} Q_m = & -B_{mm} V_m^2 + V_k V_m \times [G_{mk} \sin(\theta_m - \theta_k) - B_{mk} \cos(\theta_m - \theta_k)] \\ & + V_m V_{cR} \times [G_{mm} \sin(\theta_m - \theta_{cR}) - B_{mm} \cos(\theta_m - \theta_{cR})]; \end{aligned} \quad (2.40)$$

Conversor série:

$$\begin{aligned} P_{cR} = & G_{mm} V_{cR}^2 + V_k V_{cR} \times [G_{km} \cos(\theta_{cR} - \theta_k) + B_{km} \sin(\theta_{cR} - \theta_k)] \\ & + V_m V_{cR} \times [G_{mm} \cos(\theta_{cR} - \theta_m) + B_{mm} \sin(\theta_{cR} - \theta_m)], \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned} Q_{cR} = & -B_{mm} V_{cR}^2 + V_k V_{cR} \times [G_{km} \sin(\theta_{cR} - \theta_k) - B_{km} \cos(\theta_{cR} - \theta_k)] \\ & + V_m V_{cR} \times [G_{mm} \sin(\theta_{cR} - \theta_m) - B_{mm} \cos(\theta_{cR} - \theta_m)]; \end{aligned} \quad (2.42)$$

Conversor shunt:

$$P_{vR} = -G_{vR}V_{vR}^2 + V_kV_{vR} \times [G_{vR} \cos(\theta_{vR} - \theta_k) + B_{vR} \sin(\theta_{vR} - \theta_k)], \quad (2.43)$$

$$Q_{vR} = B_{vR}V_{vR}^2 + V_kV_{vR} \times [G_{vR} \sin(\theta_{vR} - \theta_k) - B_{vR} \cos(\theta_{vR} - \theta_k)]; \quad (2.44)$$

A inclusão de um Controlador UPFC entre as barras  $k$  e  $m$  de um determinado sistema altera o conjunto de equações lineares de fluxo de potência a ser resolvido pelo método de Newton-Raphson, como indicado em (2.45). Convém notar que a dimensão da matriz Jacobiana aumenta em função da inclusão de três novas equações, sendo duas delas para o conversor série e uma para o conversor paralelo. O elemento associado com a tensão do conversor paralelo  $V_{cP}$  não foi considerado na matriz Jacobiana uma vez que a tensão na barra shunt assume um valor especificado.

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \partial P_k \\ \partial Q_k \\ \vdots \\ \partial P_m \\ \partial Q_m \\ \vdots \\ \Delta P_{km} \\ \Delta Q_{km} \\ \Delta P_{vRcR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{matrix} \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \dots & H & \frac{\partial P_k}{\partial V_{cP}} & \dots \\ \dots & M & \frac{\partial Q_k}{\partial V_{cP}} & \dots \\ \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_k}{\partial \theta_{cS}} & \frac{\partial P_k}{\partial V_{cS}} & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_{cP}} \\ \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_{cS}} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_{cS}} & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_{cP}} \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} \vdots \\ \partial \theta_k \\ \partial V_{cP} \\ \vdots \\ \partial \theta_m \\ \partial V_m \\ \vdots \\ \Delta \theta_{cS} \\ \Delta V_{cS} \\ \Delta \theta_{cP} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \dots & H & N & \dots \\ \dots & M & L & \dots \\ \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \end{matrix} & \begin{matrix} \frac{\partial P_m}{\partial \theta_{cS}} & \frac{\partial P_m}{\partial V_{cS}} & 0 \\ \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_{cS}} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_{cS}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} \vdots \\ \partial \theta_k \\ \partial V_{cP} \\ \vdots \\ \partial \theta_m \\ \partial V_m \\ \vdots \\ \Delta \theta_{cS} \\ \Delta V_{cS} \\ \Delta \theta_{cP} \end{matrix} \\ \hline 0 & \frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_{km}}{\partial V_{cP}} & 0 & \frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_{km}}{\partial V_m} & 0 & \frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_{cS}} & \frac{\partial P_{km}}{\partial V_{cS}} & \frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_{cP}} \\ 0 & \frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_{cP}} & 0 & \frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_m} & 0 & \frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_{cS}} & \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_{cS}} & \frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_{cP}} \\ 0 & \frac{\partial P_{vRcS}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_{vRcS}}{\partial V_{cP}} & 0 & \frac{\partial P_{vRcS}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_{vRcS}}{\partial V_m} & 0 & \frac{\partial P_{vRcS}}{\partial \theta_{cS}} & \frac{\partial P_{vRcS}}{\partial V_{cS}} & \frac{\partial P_{vRcS}}{\partial \theta_{cP}} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

## 2.4 DIFICULDADES DE CONVERGÊNCIA NA PRESENÇA DE FACTS

Conforme citado no Capítulo 1, o uso de Controladores FACTS no problema de fluxo de potência pode impactar na matriz Jacobiana, dificultando a obtenção da solução para o problema. Uma das causas pode estar associada aos ajustes e limites inadequados nos parâmetros desses Controladores, levando o sistema elétrico a experimentar problemas de conflito de controle. Este problema ocorre em função da quantidade

excessiva do número de FACTS representados no fluxo de potência e pelo aparecimento de interações entre suas ações de controle dos modelos incorporados. O “forte” acoplamento na coordenação entre os controles pode ter impacto adverso durante o processo de solução quando não apropriadamente coordenadas, ocasionando a redução da eficiência do método de Newton-Raphson, resultando em uma convergência lenta (maior número de iterações não-lineares) ou oscilatória, e nos casos mais críticos, podendo levar a divergência do fluxo de potência. Normalmente, os Controladores FACTS costumam seguir uma estratégia operativa sujeita a limites operacionais, sendo geralmente pré-definida. Esta metodologia de representação, quando não adequada, pode influenciar a trajetória da solução através de um valor por excesso ou pela falta da quantidade de potência reativa necessária pelo controlador na iteração corrente. Desta forma, um valor insatisfatório da variável a ser controlada usada no processo iterativo, poderá distanciar a solução procurada e influenciar negativamente no valor dos módulos e ângulos das tensões nas barras eletricamente próximas ao compensador, alterando o caminho de convergência e necessitando de mais iterações. Em muitos casos, a ausência de informações associadas aos limites e inicialização das variáveis destes Controladores são causas prováveis para o processo se tornar mais longo, oscilatório ou divergente. Em caso de falta de informações dos limites e parâmetros dos FACTS, uma alternativa está em se adotar valores arbitrários de forma empírica definidos pelo usuário, realizando uma espécie de “tentativa e erro”. No entanto, os valores das tensões (módulo e ângulo) precisam ser conhecidos a priori antes de definir esses valores para as variáveis de controle. Além disso, essas variáveis ficam dependentes das características particulares de cada sistema elétrico envolvido e da alocação, quantidade e configuração dos FACTS. Em outra situação, a atuação conjunta de múltiplos Controladores ou geradores conectados em diferentes barras podem levar o sistema a experimentar problemas de conflito entre seus controles. Esta condição indesejável é resultado do forte acoplamento na coordenação das suas ações de controle. O desenvolvimento de metodologias e procedimentos computacionais para analisar o problema de conflito de controle em casos de fluxo de potência podem ser encontrados nas referências (FILHO, 2005; FERREIRA & CASTRO, 2009).

# Capítulo 3

## SOLUCIONADOR ITERATIVO PROPOSTO

---

### 3.1. Introdução

O capítulo anterior apresentou as principais etapas associadas à implementação de controladores FACTS no programa computacional MATPOWER para estudos de fluxo de potência utilizando o método Newton-Raphson. Neste capítulo é proposto um solucionador iterativo para solucionar problemas de fluxo de potência. São apresentados o método iterativo de interesse, conhecido como Método do Resíduo Mínimo Generalizado (GMRES) e as estratégias numéricas utilizadas, incluindo as técnicas de reordenamento e de pré-condicionamento. Inicialmente, são apresentados conceitos fundamentais sobre o subespaço Krylov, já que o GMRES se baseia nesta teoria.

### 3.2. O Subespaço Krylov

Um subespaço Krylov  $\mathcal{K}_k$  é definido por uma sequência de vetores de dimensão  $k$  cuja base é formada por (SAAD, 2003):

$$\mathcal{K}_k(A; r_0) = \text{subespaço}(r_0, A \cdot r_0, A^2 \cdot r_0, \dots, A^{k-1} \cdot r_0)$$

$$r_0 = b - Ax_0$$

Onde  $A$  é a matriz de coeficientes,  $r_0$  o resíduo inicial e  $x_0$  o vetor de estimativas iniciais.

Os vetores base  $r_0, A \cdot r_0, A^2 \cdot r_0, \dots, A^{k-1} \cdot r_0$ , são, geralmente, quase linearmente dependentes, dificultando a busca da solução aproximada. Para facilitar o processo de busca, as bases do subespaço Krylov são ortonormalizadas a fim de torná-las linearmente independentes (SAAD, 2003).

O método do subespaço Krylov para a solução de sistemas lineares se baseia na aproximação do vetor solução  $x^{(k)}$  pertencente ao subespaço  $\mathcal{K}_k$ , ou seja, para um dado vetor de resíduos  $r_0$ , o vetor  $x^{(k)}$  é escolhido como um único elemento em  $\mathcal{K}_k$  que satisfaz o critério de distância de  $x$ . Dessa forma, a ideia consiste na procura de  $x^{(k)} \in \mathcal{K}_k$  de forma a minimizar a norma euclidiana do erro da solução exata  $x^*$  da Equação (3.1). No entanto, a abordagem não funcionaria bem na prática, já que o vetor  $x^{(k)}$

dependeria da solução exata desconhecida. Dessa forma, deve-se recorrer a métodos que forneçam melhores aproximações do subespaço Krylov, conhecidos como métodos de projeção de Krylov devido às classes de projeções (ortogonais ou biortogonais) usadas para reduzir o resíduo.

$$\|x^* - x_k\|_2 = \min\{\|x^* - x\|_2 : x \in x_0 + \mathcal{K}_k\} \quad (3.1)$$

Os métodos de projeção podem ser classificados em quatro diferentes condições de busca de solução (FACIUS, 2000; VAN DER VORST, 2003):

- i) Condição de Ritz-Galerkin: constrói  $x^{(k)}$  na condição de que o resíduo seja ortogonal ao mais recente subespaço criado -  $b - Ax^{(k)} \perp \mathcal{K}_k(A, r_0)$ ;
- ii) Condição da norma mínima residual: identifica  $x^{(k)}$  cuja norma euclidiana  $\|b - Ax^{(k)}\|_2$  é mínima sobre o subespaço  $\mathcal{K}_k(A, r_0)$ ;
- iii) Condição de Petrov-Galerkin: gera um  $x^{(k)}$  de modo que o  $b - Ax^{(k)}$  seja ortogonal a algum subespaço k-dimensional aceitável; e
- iv) Condição da norma mínima do erro: Determina  $x^{(k)}$  em  $A^T \mathcal{K}_k(A^T, r_0)$  assumindo que a norma euclidiana  $\|x - x^{(k)}\|_2$  seja mínima.

Os progressos alcançados através das condições acima com o subespaço Krylov podem ser encontradas em (PORTUGAL, 2010). Essa referência mostra o algoritmo de construção do subespaço de Krylov e as características e os tipos das matrizes de coeficientes típicas dos sistemas de energia elétrica. Essas características descartam alguns métodos iterativos para solução do problema linear do fluxo de potência, pois não são capazes de solucionar sistemas com matrizes numericamente assimétricas e indefinidas, como é o caso da maioria das matrizes Jacobiana de sistemas de energia elétrica reais. Quando as bases ortogonais do subespaço Krylov estão sendo construídas, podem ocorrer problemas que causam a interrupção do processo iterativo devido a divisões por zero ou por números muito pequenos, introduzindo erros de arredondamento que podem causar problemas de estabilidade numérica durante o processo iterativo (BREZINSKI et al, 1997). Qualquer um desses problemas pode ocorrer com os métodos que usam variações ou adaptações do algoritmo de Lanczos não simétrico no processo de busca da solução aproximada (BREZINSKI et al, 1999). O algoritmo Lanczos antecipado (*look-ahead lanczos*) reduz consideravelmente os problemas de estabilidade numérica. No entanto, o sucesso da solução depende das propriedades espectrais e características da matriz de coeficientes. O algoritmo de biortogonalização de Lanczos objetiva uma minimização mais eficiente do resíduo, visando uma convergência mais rápida e evitando

os problemas de oscilações. Apesar das melhorias, métodos que fazem uso deste método ainda apresentam baixa eficiência quando a matriz de coeficientes apresenta autovalores com parte imaginária e de elevadas magnitudes. Além disso, o método necessita realizar dois produtos matriz-vetor em cada passo iterativo. Para contornar isso, o método TFQMR proposto em (FREUND, 1994) é utilizado para melhorar as interrupções de Lanczos e evitar a multiplicação matriz vetor com a transposta da matriz de coeficientes. No entanto, apresentam problemas associados a instabilidade numérica.

Além dos algoritmos de Lanczos e Bi-lanczos, os subespaços Krylov podem ser construídos usando o algoritmo de Arnoldi para matrizes não-simétricas (ARNOLDI, 1951). O método de Arnoldi proposto tem como objetivo reduzir uma matriz densa na sua forma de Hessenberg de maneira a encontrar estimativas precisas para autovalores da matriz original. Além disso, o método de Arnoldi não apresenta problemas de interrupções, nem de quase-interrupções, como ocorre nos métodos que usam algoritmo de Lanczos. O GMRES faz uso do processo de Arnoldi para construir os subespaços, e portanto livre dos problemas mencionados quando aplicado na solução de sistemas lineares com matrizes indefinidas (autovalores positivos e negativos), sendo computacionalmente mais eficiente em relação aos demais métodos iterativos baseados no subespaço Krylov (PORTUGAL, 2010). Portanto, justifica-se o interesse pelo método GMRES para solucionar sistemas lineares associados a problemas de fluxo de potência.

### 3.3. O Método GMRES

Em (SAAD & SCHULTZ, 1986) é apresentado o método iterativo Resíduo Mínimo Generalizado - GMRES, utilizado para solucionar sistemas de equações lineares apresentados pela Equação (3.2), minimizando a cada iteração linear  $k$  a norma euclidiana do vetor de resíduos (Equação 3.3) sobre o subespaço Krylov (Equação 3.4). O método GMRES usa, além do algoritmo de Arnoldi para calcular os vetores bases  $V$  que definem o subespaço de Krylov, a técnica de rotação Givens para estimar em cada iteração uma solução aproximada  $x_k$  (Equação 3.5).

$$A \cdot x = b \quad (3.2)$$

$$\|r_k\|_2 = \|b - Ax_k\|_2 \quad (3.3)$$

$$\mathcal{K}_k = [b, Ab, A^2b, \dots, A^{k-1}b] \in \mathbb{C}^{m \times m} \quad (3.4)$$

$$x_k = x_0 + V \cdot y_k \quad (3.5)$$

Uma vez determinados os vetores base  $V = (v_i^1, v_i^2, \dots, v_i^k)$  ortogonalizados pelo processo de Arnoldi, calcula-se a solução aproximada através da Equação (3.5). Em seguida, calcula-se a norma euclidiana do resíduo (Equação 3.3) para se conseguir uma boa aproximação da solução  $x^*$ . Desta forma, o GMRES fundamenta a busca da aproximação na condição de norma mínima residual, identificando  $x_k$  de tal forma que a norma euclidiana do resíduo seja mínima sobre o subespaço de Krylov cujas bases são ortogonalizadas. Para satisfazer o teste de convergência em cada iteração  $k$ , a norma residual esperada deve ser zero ou muito próximo de zero (Equação 3.6). O sistema linear resultante dado pela Equação (3.7) representa um problema de mínimos quadrados, solucionado usando fatorações ortogonais baseadas no método de rotações de Givens (SAAD & SCHULTZ, 1986).

$$\|r_k\| = \|v_{k+1} \cdot (\|r_0\|_2 \cdot \hat{e}_1 - H_k \cdot y_2)\| \quad (3.6)$$

$$H_k \cdot y_k = \|r_0\|_2 \cdot \hat{e}_1 \quad (3.7)$$

Da Equação (3.6),  $\hat{e}_1$  é o vetor canônico  $(1, 0, 0, \dots, 0)^T$  de dimensão  $k$ ;  $H_k \in \mathbb{C}^{(k+1) \times k}$  é a matriz de Hessenberg superior (gerada durante o processo de Arnoldi), conforme apresentada na Equação (3.8), resultante da projeção ortogonal da matriz  $A$  sobre o subespaço  $\mathcal{K}_k$ .

$$H_k = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & & h_{1k} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & \dots & h_{2k} \\ 0 & h_{32} & h_{33} & & h_{3k} \\ & 0 & h_{43} & \ddots & h_{kk} \\ & \vdots & 0 & \ddots & \\ 0 & & & 0 & h_{k+1,k} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Uma forma usual de se encontrar a solução do problema de mínimos quadrados é através da fatoração QR da matriz  $A$ . Em vez disso, procura-se uma base ortonormal para o subespaço Krylov  $\mathcal{K}_k$ . Dessa forma, as bases do subespaço são ortogonalizadas pelo processo de Arnoldi usando as colunas da matriz  $Q_k$ , identificadas pela base  $\{q_1, q_2, \dots, q_k\}$ . Nessa nova base, a solução aproximada  $x_k \in \mathcal{K}_k$  pode ser aproximada através de um vetor apropriado  $y \in \mathbb{C}^k$ , conforme expresso pela Equação (3.9). Dessa forma, a minimização do resíduo passa a ser dada pela Equação (3.10) e com base na iteração de Arnoldi chega-se a Equação (3.11). Uma vez definido o subespaço  $V$  e o vetor  $y$ , calcula-se a aproximação  $x_k$  e o resíduo  $r_k$ .

$$x_k = Q_k y \quad (3.9)$$

$$\|Ax_k - b\|_2 = \|AQ_k y - b\|_2 \quad (3.10)$$

$$AQ_k = Q_{k+1} \hat{H}_k \quad (3.11)$$

A sequência de solução via GMRES pode ser dividida em três etapas. Na primeira, constrói-se o subespaço Krylov usando o algoritmo de Arnoldi para ortogonalizar os vetores base. Na segunda, calcula-se o vetor  $y$  através da rotação de Givens. Na terceira e última etapa se determina o vetor  $x_k$  e o resíduo. Essas etapas são repetidas a cada iteração  $k$  executadas dentro de um laço que é interrompido quando o teste de convergência baseado na norma-2 do vetor de resíduos for satisfeito. Este teste é executado utilizando-se dois critérios, sendo a norma-2 do resíduo ( $\|r\|_2$ ) e a variação da solução aproximada ( $\|b\|_2$ ), conforme expresso pela Equação (3.12). Informações detalhadas sobre a implementação computacional para cada uma destas etapas são apresentadas no Algoritmo 3.1.

$$\|r\|_2 \leq r_{tol} \cdot \|b\|_2 + a_{tol} \quad (3.12)$$

Os parâmetros  $r_{tol}$  e  $a_{tol}$  correspondem as tolerâncias relativa e absoluta do método GMRES, respectivamente. A escolha correta para cada tolerância é crucial para uma convergência suave e rápida. Ainda não existem métodos capazes de determinar os melhores valores para essas tolerâncias, sendo, portanto, normalmente definidas em função do problema e pela experiência do usuário.

Entre algumas características inerentes ao método GMRES, destaca-se a convergência em  $n$  iterações (sendo  $n$  a ordem da matriz de coeficientes). Desta forma, para um sistema elétrico real com milhares de barras e com uma matriz Jacobiana de dimensão  $n \times n$ , na pior das hipóteses, a convergência seria obtida na  $n$ -ésima iteração. Entretanto, essa garantia de convergência pode não ser vantajosa, uma vez que o processo de Arnoldi irá requerer o armazenamento de  $n$  vetores de ordem  $n$ , além da construção de uma matriz de dimensão  $(n + 1) \times n$ , o que exigirá  $n$  produtos do tipo matriz-vetor.

### Algoritmo 3.1 – Estrutura básica do método GMRES

---

**ENTRADA:** matriz de coeficientes  $A$ , vetor  $b$ , estimativa inicial  $x^{(0)}$

**SAÍDA:** vetor solução  $x = x^{(k)}$

---

1. Inicializar  $x^{(0)} = 0$ ;  $r^{(0)} = b - Ax^{(0)}$ ; ajustar iteração:  $k = 0$
  2. Gerar o primeiro vetor base normalizado e o vetor  $rhs = \|r_0\|_2 \cdot \hat{e}_1$
  3. Laço principal do GMRES
  4. Repetir:
    5.  $k = k + 1$
    6. Criar o subespaço ortonormalizado  $V$  pelo processo de Arnoldi
    7.  $W = V_{k+1}^i = A \cdot V_k^f =$  vetor base antes de ser ortonormalizado
    8. Para  $g = 1, \dots, k$  Faça
      9.  $h_{(g,k)} = W^T \cdot V_k^f$  ( $h_{(g,k)}$  é escalar);  $w = w - h_{(g,k)} \cdot V_g^f$
      10. Fim\_Para
      11.  $H_{(k+1,k)} = \|w\|_2$ ;  $V_{k+1}^f = w/H_{(k+1,k)}$ ;
      12. Aplicar as Rotações de Givens anteriores nas linhas da nova coluna  $k$
      13. Calcular novas rotações de Givens:
      14. Fim\_Repetir
    15. Definir a matriz de Hessenberg  $\bar{H}_k = \{h_{ij}\}_{1 \leq i \leq m+1, 1 \leq j \leq m}$  e o vetor  $V$
    16. Calcular  $y_k$  no sistema linear:  $\bar{H}_{(1:k,1:k)} \cdot y_k = rhs_{(1:k)}$
    17. Atualizar a solução e calcular o resíduo atual:  $x^{(k)} = x^{(0)} + V \cdot y_k$ ;  $r^k = b - A \cdot x^{(k)}$
    18. Enquanto:  $[(k < \max(k)) \text{ e } (\|r^k\|_2) > rtol \cdot \|b\|_2 + atol]$
    19. A solução é  $x = x^{(k)}$ .
- 

A seguir, apresentam-se estratégias para aumentar a eficiência do método GMRES, como a técnica de reinicialização, que, quando usada, reduz a quantidade e a dimensão das bases do subespaço Krylov, o número de operações de ponto flutuante nos produtos matriz-vetor e o número de iterações necessárias para alcançar a convergência (SAAD & SCHULTZ, 1986).

#### 3.3.1. Reinicialização do GMRES

A maior desvantagem associada ao método GMRES é que o esforço computacional e o armazenamento de memória crescem linearmente com o processo iterativo, o que não é prático em sistemas de grandes dimensões. A forma usual de superar

essa condição é reinicializando o método iterativo, conforme apresentado em (SAAD & SCHULTZ, 1986). Os autores propõem uma versão reinicializada do GMRES identificada por GMRES( $m$ ), onde o valor de  $m$  representa dimensão da base do subespaço Krylov, na qual se produz uma base ortogonal para o subespaço  $\mathcal{K}_m(A; r_0)$ , como apresentado em (3.13).

$$\mathcal{K}_m(A; r_0) = \text{subespaço}(r_0, A \cdot r_0, A^2 \cdot r_0, \dots, A^{m-1} \cdot r_0) \quad (3.13)$$

A cada iteração  $k$ , calcula-se o resíduo (Equação 3.3) e os  $m$  vetores ortonormais através do processo de Arnoldi e, a partir deles, resolve-se o problema de mínimos quadrados obtendo-se uma aproximação  $x_{k+1}$  para a solução do sistema linear. Se o resíduo  $r_{k+1}$  não for suficientemente pequeno (menor que uma tolerância pré-estabelecida), faz-se uma nova iteração. Portanto, quanto menor for o valor de  $m$ , menor a quantidade e a dimensão dos vetores do subespaço Krylov a serem ortogonalizados, resultando em menor número de operações em ponto flutuante realizadas nos produtos matriz-vetor e durante a solução do problema de mínimo quadrados.

A escolha de um valor apropriado para  $m$  não é uma tarefa trivial porque caso seja muito pequeno, o processo associado ao GMRES( $m$ ) pode ser lento para convergir ou falhar e não convergir. Por outro lado, um valor de  $m$  grande implica em um gasto excessivo de operações aritméticas de ponto flutuante e de espaço de memória. Não existem regras específicas para a escolha apropriada do parâmetro  $m$  podendo ser definido por meio de tentativa e erro (SAAD, 2003). Embora a estratégia de reinicialização possa melhorar o desempenho computacional do GMRES, os resultados podem continuar abaixo do esperado e inferiores aos conseguidos por um método direto, necessitando, portanto, de outras estratégias como o reordenamento e o pré-condicionamento. Além disso, as simulações apresentadas em (PORTUGAL, 2010), mostram que a estratégia de reinicialização pode não ser necessária quando usados pré-condicionadores de boa qualidade. Esta é uma contribuição importante, visto que o valor ótimo de  $m$  é um dos pontos mais críticos para a eficiência do GMRES.

### 3.3.2. Reordenamento da Matriz Jacobiana

O objetivo primário das estratégias de reordenamento é reduzir a quantidade de elementos não-nulos resultantes do processo de decomposição da matriz original em fatores  $L$  e  $U$ , ou seja, em uma matriz triangular inferior e uma superior, respectivamente. O reordenamento de uma matriz é realizado mediante permutações de linhas, colunas ou de ambas. Entende-se como permutação o produto da matriz de coeficientes com outras

matrizes  $P$  e  $Q$ , onde estas matrizes são permutações da matriz identidade. Se a matriz de permutação  $P$  é multiplicada pela matriz de coeficientes, as linhas são trocadas, e caso a multiplicação envolva a matriz  $Q$ , as colunas são trocadas. No caso de ambas as multiplicações, tanto as linhas como as colunas são trocadas e o sistema linear original é substituído pelo sistema reordenado dado pela Equação (3.14).

$$P \cdot A \cdot Q \cdot y = P \cdot b \quad x = Q \cdot y \quad (3.14)$$

O uso de estratégias de reordenamento na solução iterativa de problemas de fluxo de potência não é um tema novo nesses estudos. Duas dessas estratégias, Reverse Cuthill–McKee (RCM) (Cuthill, 1972) e uma da classe de Mínimo Grau (Tinney, 1967) tem mostrado superioridade em relação à outras (Sloan e Gibbs-Poole-Stockmeyer, por exemplo) e uma comparação direta entre ambas mostrou que a de Mínimo Grau resultou em uma quantidade menor de elementos não-nulos se comparada ao RCM, sendo este um aspecto vantajoso para problemas de fluxo de potência, com a solução sendo obtida em um menor número de operações de ponto flutuante, e conseqüentemente menor tempo de CPU (Pessanha *et al*, 2011). Entretanto, deve-se ter cautela com a regra de eliminação usada na construção do pré-condicionador ILU uma vez que um número muito pequeno de elementos não-nulos pode reduzir a qualidade do pré-condicionador e o método iterativo poderá falhar ou exigir um maior número de iterações lineares para convergir (Pessanha, 2015).

### 3.3.3. Pré-condicionamento

A convergência dos métodos iterativos depende das condições espectrais da matriz do sistema linear. A fim de melhorar essas propriedades, é possível transformar o sistema linear original em um equivalente, cuja solução ofereça menos dificuldades, mas devendo ser idêntica à do sistema original. Este processo é conhecido como pré-condicionamento do sistema linear original consistindo de uma matriz de transformação  $M$  representando o pré-condicionador. Para se construir um pré-condicionador deve-se decidir entre encontrar  $M$  como uma aproximação de  $A$  (pré-condicionadores de matriz descomposta) ou encontrar  $M$  como uma aproximação de  $A^{-1}$  (pré-condicionadores de aproximação esparsa da matriz inversa) (Chen, 2005). De uma forma geral, o sistema linear pode ser pré-condicionado usando uma das seguintes estratégias:

- Pré-condicionamento pela esquerda.
- Pré-condicionamento pela direita.
- Pré-condicionamento por ambos os lados.

A estratégia considerada nesta dissertação é a primeira, ou seja, pré-condicionamento pela esquerda. As três formas produzem o mesmo sistema equivalente, com as mesmas propriedades espectrais e normalmente desempenhos similares do método iterativo (Saad, 2003). Porém, o pré-condicionamento pelo lado esquerdo é a forma mais simples e de fácil implementação computacional (Benzi, 2002; Saad, 2003), sendo, portanto, adotada nesta dissertação. O pré-condicionamento pela esquerda baseado em decomposição da matriz  $A$  é aplicado da seguinte forma:

$$M^{-1}.A.x = M^{-1}.b \quad (3.15)$$

A dificuldade está em encontrar  $M$ , tal que  $M^{-1}A$  apresente melhores propriedades espectrais. Portanto, a parte mais relevante do processo é estabelecer um pré-condicionador apropriado, responsável por acelerar o processo de convergência do processo iterativo. Dentre as principais propriedades deste pré-condicionador, destacam-se:

- $M$  deve ser uma boa aproximação para  $A$  e não precisa ser determinado explicitamente.
- O custo da sua construção não deve ser proibitiva, ou seja, o pré-condicionador precisa ser econômico em sua construção e aplicação, garantindo custo computacional aceitável.
- O sistema linear modificado deve oferecer menos dificuldades de solução do que o sistema original.

Um pré-condicionador, normalmente, possui duas partes fundamentais; o algoritmo de pré-condicionamento usado para a construção de  $M$  (Benzi, 2002; Chen, 2005) e a regra de eliminação de elementos não-nulos (fatoração incompleta) para construir  $M$  implicitamente, na forma de duas matrizes triangulares inferior ( $L'$ ) e superior ( $U'$ ), como dado pela Equação (3.16) (Chen, 2005).

$$M = L'U' \cong A \quad (3.16)$$

A regra de preenchimento é o critério usado para decidir quais novos elementos não-nulos devem ser mantidos, ou não, no pré-condicionador, usando normalmente parâmetros escalares (identificados como tolerâncias) cujos valores são estabelecidos

antes de se iniciar o processo de solução. A ideia fundamental é reduzir o número de novos elementos não-nulos decorrentes do processo de fatoração evitando desta forma o aumento no número de operações de ponto flutuante e conseqüentemente reduzindo a eficiência computacional do método devido a um aumento no tempo de CPU. Entretanto, a eliminação desordenada de elementos não-nulos pode prejudicar a qualidade do pré-condicionador e o esforço para a solução iterativa do problema linear pode ser excessivo aumentando o número de iterações lineares, ou até mesmo falhar. Pré-condicionadores ILU são de interesse na presente dissertação, e por esta razão são discutidos a seguir.

### **3.4. PRÉ-CONDICIONADORES DE FATORAÇÃO INCOMPLETA (ILU)**

As dificuldades associadas a solução de qualquer sistema de equações algébrico-lineares através de eliminação Gaussiana surgem quando o problema envolve sistemas esparsos e de grande-porte e o número de elementos não-nulos dos fatores passa a ser superior ao da matriz original, aumentando o esforço computacional para processar esses novos elementos não-nulos. Fatoração triangular incompleta, ou simplesmente ILU, é uma técnica consistente e sendo desejável que o pré-condicionador seja o mais semelhante possível com a matriz original, parece natural usar o produto dos fatores triangulares como um pré-condicionador. A ideia básica associada ao pré-condicionador ILU é modificar a eliminação Gaussiana a fim de permitir uma determinada quantidade de elementos não-nulos em determinadas posições dos fatores LU.

A classe de pré-condicionadores que permite elementos não-nulos em posições antes ocupadas por elementos também não-nulos na matriz original é conhecida como ILU(0). A sua precisão pode ser insuficiente para resultar numa taxa de convergência adequada. Fatorações triangulares incompletas mais precisas são geralmente mais eficientes e mais confiáveis e se diferenciam da classe ILU(0) pelo fato de permitirem a presença de alguns elementos não-nulos. Este é o caso da classe de pré-condicionadores ILU(k), onde k especifica quantos níveis de elementos não-nulos são permitidos. Entretanto, dependendo do problema, estes pré-condicionadores podem não oferecer robustez em termos de confiabilidade e velocidade de convergência. Existem aspectos negativos associados ao pré-condicionador ILU(k), sendo estes (Van der Vorst, 2003):

1. A quantidade de elementos não-nulos e o esforço computacional para se obter a fatoração ILU(k) não podem ser estimados para  $k > 0$ .
2. O custo associado a atualização dos níveis de elementos não-nulos pode ser elevado.
3. O nível de elementos não-nulos para matrizes indefinidas pode não ser um bom indicador da magnitude dos elementos que estão sendo descartados e o algoritmo pode descartar elementos grandes resultando numa imprecisão da fatoração incompleta. A prática tem mostrado que geralmente isto leva a um grande número de iterações para se obter a convergência.

Fatorações triangulares incompletas baseadas apenas nos níveis de elementos não-nulos são insensíveis à valores numéricos uma vez que os elementos que são eliminados dependem apenas da estrutura da matriz de coeficientes. Este fato pode causar problemas em aplicações práticas. Alguns poucos métodos alternativos estão disponíveis baseados na eliminação de elementos no processo de eliminação Gaussiana, de acordo com as suas magnitudes em vez de suas posições. Estes são conhecidos como ILUT( $\rho, \tau$ ) com  $\rho$  especificando um número fixo de elementos não-nulos e  $\tau$  uma tolerância para eliminar elementos pequenos. Basicamente,  $\rho$  é responsável pelo controle do uso da memória, enquanto que  $\tau$  para reduzir o tempo computacional (Benzi, 2002 e Saad, 2003).

Se o pré-condicionador ILUT( $\rho, \tau$ ) falhar para certos  $\rho$  e  $\tau$ , este geralmente não irá falhar reduzindo-se o valor de  $\tau$  e/ou aumentando-se o valor de  $\rho$ . Entretanto, existem casos onde o aumento no número de elementos não-nulos pode prejudicar o seu desempenho. De fato, especialmente para matrizes indefinidas, a qualidade expressa pela taxa de convergência do método pré-condicionado pode não melhorar monotonicamente com a quantidade de elementos não-nulos nos fatores incompletos, e pode acontecer que o desempenho do pré-condicionador fique pior antes de ficar melhor. Ainda, o método pode falhar, principalmente se durante o processo de construção do ILUT for encontrado um pivô nulo (ou muito pequeno).

A referência (Portugal, 2010) investiga e mostra aspectos negativos do pré-condicionador ILUT( $\rho, \tau$ ) quando aplicado em estudos de fluxo de carga. Devido ao fato da regra de eliminação considerada por este pré-condicionador eliminar elementos não nulos com base em valores relativos, e não absolutos, pode ocorrer de elementos grandes serem eliminados antes dos pequenos, comprometendo desta forma a qualidade do pré-condicionador. Como resultado, método GMRES necessitada de um número maior de

iterrações lineares para convergir. Por outro lado, esta regra de eliminaaçaõ é bastante adequada para matrizes mal escalonadas (Benzi, 2002).

As principais vantagens do pré-condicionador ILU sãõ a simplicidade e facilidade de adequaçaõ para diferentes classes de problemas, exigindo baixo armazenamento de memória. Por outro lado, podem enfrentar problemas de instabilidade e precisãõ numérica, normalmente associados a fatoraçaõ envolvendo pivõs nulos ou próximos de zeros. Tais dificuldades podem ser evitadas através de reordenamento e pivotamento da matriz original, normalmente utilizada para construir o pré-condicionador ILU.

Nãõ é objetivo neste trabalho desenvolver, nem a adaptar pré-condicionadores ILU para a soluçaõ do problema de fluxo de potênciã. Entre os disponíveis na literatura, o ILUT ( $\tau, \rho$ ) jã foi testado nesses estudos (Pessanha *et al*, 2011) e apesar de, em certas situaçaõs perder eficiênciã, de uma forma geral o seu desempenho pode ser considerado satisfatõrio, embora nãõ ideal. Entretanto, uma alternativa para superar as desvantagens deste pré-condicionador quando a matriz envolver pivõs nulos ou próximos de zero é executar antes da sua aplicaçaõ o pivoteamento conduzindo a um desempenho com custo e complexidade similares ao ILUT. O pré-condicionador com esta estratêgia foi proposto por (SAAD, 2003) e, devido a estas característicãs, estã sendo considerado no solucionador proposto.

A utilizaçaõ de métodos iterativos sem estratêgias de reordenamento e pré-condicionamento ainda sãõ considerados poucos eficientes computacionalmente em relaçaõ aos métodos diretos. No entanto, quando usadas estratêgias de reordenamento e pré-condicionamento, os métodos iterativos podem competir com os diretos, atê superando em termos de robustez e eficiênciã computacional. O reordenamento melhora a qualidade do pré-condicionador e reduz o tempo necessãrio para sua construçaõ, gerando subespaços de Krylov mais próximos da soluçaõ exata, atingindo a convergênciã em poucas iterrações (Benzi, 2002). Portanto, a influênciã do reordenamento na convergênciã do método iterativo ocorre de forma indireta, ou seja, através do pré-condicionador. O reordenamento nãõ tem efeito sobre o subespaço de Krylov, uma vez que apenas a estrutura da matriz é modificada mantendo os valores de seus elementos.

### **3.5. Sistemas Mal Condicionados**

Sistemas de equaçaõs lineares se destacam pela importãncia em diversas áreas da ciênciã e da tecnologia. No caso de estudos envolvendo sistemas elêtricos de potênciã, dependendo do cenãrio e da dimensãõ do sistema de interesse, as condiçaõs para

solucionar sistemas lineares deste tipo nem sempre é uma tarefa fácil, especialmente quando a matriz de coeficientes é indefinida (autovalores positivos e negativos), mal condicionada e muitas vezes próxima da singularidade (autovalores reais próximos de zero), características típicas de sistemas elétricos de grande porte (dezenas/centenas de milhares de barras) operando próximos ao máximo carregamento (Mori et al., 1996; De Leon & Semlyen, 2002).

O número de condicionamento de uma matriz é uma medida que indica se determinado método, seja direto ou iterativo, terá dificuldades para solucionar o sistema linear. Em (ARIOLI, 1985; BECKERMANN, 2000; ZOLEZZI, 2007), os autores investigam o aspecto numérico da relação entre o número de condicionamento com a dimensão da matriz, número de iterações e a velocidade de obter a inversa, usando o método Jacobi para matrizes definidas positivas. Em (PYZARA et al, 2011) é analisada a influência do número de condicionamento na convergência dos métodos iterativos utilizando uma matriz de Hilbert mal condicionada. Além disso, é mostrado que a dimensão do sistema influencia de forma indireta na convergência do processo iterativo.

Um sistema linear é dito mal condicionado se pequenas variações, sejam nos elementos da matriz  $A$  ou nos elementos do vetor  $b$ , causam grandes erros na solução  $x$  (PRADA, 1977; SAAD, 2003). Caso contrário, diz-se que o sistema é bem condicionado quando a solução do sistema for “estável” com relação a pequenas perturbações aplicadas em  $A$  e/ou  $b$ . Uma medida para calcular o mal condicionamento de uma matriz de coeficientes qualquer pode ser definido matematicamente através da Equação (3.17), onde  $\| \cdot \|_n$  representa a norma- $n$  da matriz  $A$  (GOLUB et al, 1983).

$$cond(A) = \|A\|_n \cdot \|A^{-1}\|_n \quad (3.17)$$

O produto entre as normas representa o número de condicionamento da matriz de coeficientes. Se  $A$  for uma matriz diagonal ou identidade então  $cond(A) = 1$ . Por outro lado, se  $A$  for uma matriz singular (autovalor nulo), tem-se que  $cond(A) \cong \infty$ . Assim, valores elevados do número de condicionamento indicam que a matriz está próxima da singularidade, apresentando autovalores tanto com parte real negativa como positiva (matriz indefinida). Estas características representam uma tarefa desafiadora para os métodos iterativos, requerendo o uso de pré-condicionadores para que o método iterativo possa convergir (BENZI, 2002; CHEN, 2005).

Em (GOLUB et al, 1983) é mostrado que o número de condicionamento está associado a pequenos valores singulares, sendo descrita por:

$$\text{cond}(A) = \sigma_{\max}(A) / \sigma_{\min}(A) \quad (3.18)$$

Em que  $\sigma_{\max}(A)$  e  $\sigma_{\min}(A)$  representam os autovalores singulares máximo e mínimo da matriz  $A$ , respectivamente. Portanto, autovalores próximos de zero podem ser aparentemente indicadores de singularidade, apresentando número de condicionamento elevado. Algumas vezes, os autovalores podem ocultar singularidades em matrizes escalonadas, já que seus valores dependem da magnitude dos elementos da matriz. Portanto, nesses casos, sugere-se o uso do número de condicionamento para identificar eventuais singularidades, visto que esta propriedade independe do escalonamento da matriz (SAAD, 2003). Para matrizes de grandes dimensões, também não é recomendado o uso dos respectivos determinantes, visto que dependem muito do escalonamento da matriz. Aqui, serão abordadas duas propriedades espectrais para identificar mal condicionamento e singularidades em sistemas de equações lineares, a magnitude dos autovalores e o número de condicionamento da matriz de coeficientes. Ambas as propriedades são muito utilizadas em estudos de sistemas elétricos mal condicionados, para identificar singularidades e também avaliar as melhorias obtidas da aplicação de estratégias numéricas, como o reordenamento e o pré-condicionamento (Dag & Semlyen, 2003; Chen & Shen, 2006).

Quanto mais mal condicionado for o sistema (número de condicionamento muito maior que 1), maiores serão as dificuldades que o método iterativo terá para solucionar o sistema linear. Para superar essa característica indesejada é necessário reduzir consideravelmente o número de condicionamento antes de resolvê-lo. Para isso, recomenda-se o uso de pré-condicionadores de boa qualidade.

### 3.6. O SOLUCIONADOR ITERATIVO

As seções anteriores apresentaram conceitos importantes sobre o método GMRES, bem como sobre estratégias de reordenamento e de pré-condicionamento de fatores incompletos. Nesta seção é apresentado o solucionador proposto usado nos experimentos numéricos do Capítulo 4. Inicialmente, o sistema linear original (Equação 3.19) a ser solucionado pelo solucionador iterativo composto pelo vetor de erro das potências ( $[\Delta U]$ ), pela matriz Jacobiana ( $[J]$ ) e pelo vetor de correção das magnitudes e ângulos das tensões ( $[\Delta x]$ ). A matriz Jacobiana é reordenada através da estratégia de reordenamento de grau mínimo simétrico, onde  $P$  é a matriz de permutação, resultando no sistema linear modificado dado pela Equação (3.20) e solucionado a cada  $i$ -ésima iteração não-linear.

$$[J]^i[\Delta x]^i = [\Delta U]^i \quad (3.19)$$

$$[P^T J^i P][\Delta x]^i = P^T[\Delta U]^i \quad (3.20)$$

Após reordenar ambos os lados, o sistema linear é pré-condicionado pela esquerda através da inversa da matriz de transformação  $M$  (pré-condicionador), como dado pela Equação (3.21), onde  $a' = M^{-1}[P^T J^i P]$  e  $b' = M^{-1}P^T[\Delta U]^i$ . Quanto mais próximo a matriz de transformação estiver da inversa da matriz Jacobiana reordenada ( $M^{-1} \cong (P^T J P)^{-1} \cong [I]$ ), mais rápida será a convergência do método GMRES (Equação 3.22).

$$M^{-1}[P^T J^i P][\Delta x]^i = M^{-1}P^T[\Delta U]^i \quad (3.21)$$

$$A'[\Delta x]^i = b'$$

$$[\Delta x]^i \cong M^{-1}P^T[\Delta U]^i \quad (3.22)$$

Uma vez que o cálculo e o uso de fatores triangulares completos (LU) podem exigir um esforço computacional elevado, são considerados fatores incompletos ( $\bar{L} \bar{U}$ ) na construção do pré-condicionador, como dado pela Equação (3.23).

$$M = \bar{L}\bar{U} \cong [P^T J P] \quad (3.23)$$

Com base nas Equações (3.19) – (3.23), é proposto o solucionador iterativo representado de forma resumida na Figura 3.1.

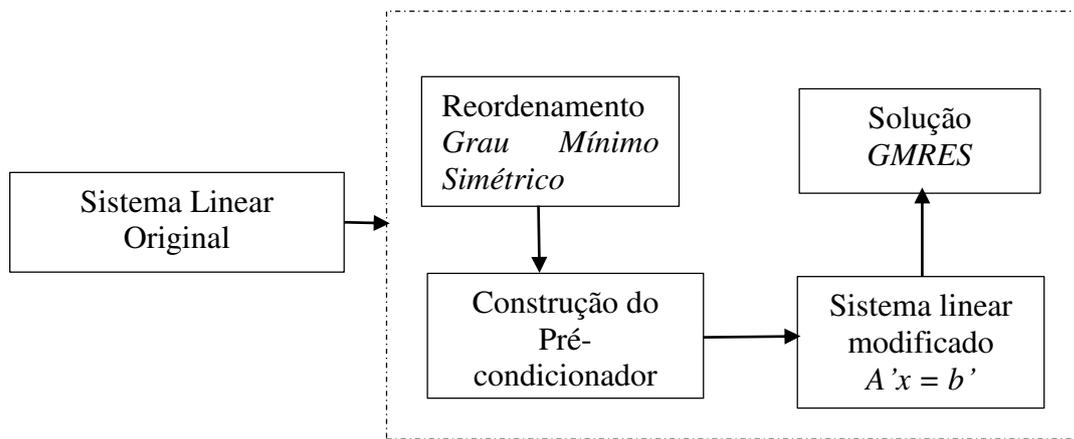


Figura 3.1. Solucionador Iterativo Proposto.

# Capítulo 4

## EXPERIMENTOS NUMÉRICOS

---

### 4.1. INTRODUÇÃO

Os capítulos anteriores abordaram as principais etapas desta dissertação, com destaque para a implementação de controladores FACTS no programa computacional MATPOWER – *versão 5.1* e o solucionador iterativo proposto para ser usado nos experimentos numéricos. O presente capítulo descreve e apresenta esses experimentos abordando diferentes sistemas elétricos de potência e diferentes condições de operação sem, e com a presença de controladores. As dimensões dos sistemas elétricos (hipotéticos e reais) considerados abrangem desde dezenas, até milhares de barras, a fim de obter informações que possibilitem uma análise segura do desempenho do solucionador iterativo na solução de sistemas elétricos de potência mal-condicionados e na presença de controladores FACTS. Vale realçar que, até o fechamento desta dissertação não se encontrou pesquisa similar na literatura consultada, isto é, que abordasse a solução de sistemas mal-condicionados na presença de controladores FACTS via solucionador iterativo, caracterizando um aspecto inovador do trabalho desenvolvido. Também, é importante frisar que, por ser uma pesquisa sem referências diretas na literatura, há muito ainda por fazer e, portanto, os resultados apresentados aqui devem ser tratados com cautela e considerados como informações iniciais para futuras pesquisas.

### 4.2. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Esta seção apresenta vários experimentos numéricos investigando o desempenho do solucionador iterativo proposto no Capítulo 3 composto por uma estratégia de reordenamento tipo Grau Mínimo Simétrico, um pré-condicionador do tipo fatores incompletos com permutação (ILUTP) e um método iterativo (GMRES). Todos os experimentos foram simulados em um computador Desktop PC (Intel Core™ i7, 4790 3.60 GHz CPU, 16.0 GB RAM, 64 bits) fazendo-se uso do programa computacional

MATPOWER – versão 5.1, de livre acesso e desenvolvido na plataforma MATLAB. Os dados completos dos sistemas elétricos simulados podem ser encontrados na página do referido programa [<http://www.pserc.cornell.edu/matpower/>] à sistemas reais operando sob diferentes configurações e com os limites de todos os geradores ativos, como resumido na Tabela 4.1. Os mismatches de potência ( $\Delta P$  e  $\Delta Q$ ) e as tolerâncias do GMRES foram ajustadas para 1e-08.

Tabela 4.1. Resumo dos sistemas simulados.

Sistema Elétrico (Barras) (Dimensão da Matriz Jacobiana)	Nível de Carga	Geradores (Ramos)
Sistema A (2746) (5141 × 5141)	18962.1 MW 5534.4 MVar	514 (3514)
Sistema B (2746) (5127 × 5127)	24837.0 MW 7146.5 MVar	520 (3514)
Sistema C (9241) (17036 × 17036)	312354.1 MW 73581.6 MVar	1445 (16049)

#### 4.3. EXPERIMENTOS NUMÉRICOS A: AJUSTES DOS PARÂMETROS DO PRÉ-CONDICIONADOR ILUTP.

Valores adequados para as tolerâncias do GMRES e do pré-condicionador ILU são cruciais para assegurar eficiência (baixo tempo de CPU) e robustez (capacidade de solucionar sistemas mal-condicionados) computacional. Se o usuário não estiver familiarizado com o problema e não possuir experiência com métodos iterativos pré-condicionados, a escolha por tolerâncias apropriadas se torna ainda mais difícil. Existem tolerâncias diferentes que devem ser cuidadosamente determinadas. Primeiramente, como mostrado na Equação 3.12 (Capítulo 3), a convergência do GMRES depende das tolerâncias relativa (rtol) e absoluta (atol). Além disso, uma outra tolerância deve ser estabelecida para o pré-condicionador ILUTP visando eliminar uma certa quantidade de elementos não-nulos (novos) sem sacrificar a qualidade do pré-condicionador.

Como a tolerância do GMRES já foi estabelecida, aqui se examina a função do pré-condicionador na eficiência e na robustez do solucionador iterativo. Para simplificar as etapas associadas aos ajustes dos parâmetros do pré-condicionador e subsequentes análises de qualidade, os experimentos consideram fluxos de potência já convergidos associados aos sistemas da Tabela 4.1. Um vez que estão sendo considerados fluxos convergidos, o método Newton-Raphson deve convergir em uma iteração apenas. As

Tabelas 4.2 – 4.4 apresentam os resultados para diferentes tolerâncias do pré-condicionador ILUTP informando o número de elementos não-nulos (2ª coluna) associado com a matriz Jacobiana original (em parêntesis), com a soma das matrizes triangulares inferior e superior (L + U), com a matriz triangular inferior (L) e com a matriz triangular superior (U). Também são apresentados o número de iterações lineares (3ª coluna) e o tempo de CPU (4ª coluna).

Como esperado, grandes tolerâncias eliminam mais elementos não-nulos, mas se pode observar que:

- a) A distância entre o pré-condicionador ILU e a matriz Jacobiana original aumenta.
- b) Por causa da baixa qualidade do pré-condicionador, o método iterativo necessita de mais iterações não-lineares para convergir, aumentando o tempo total de CPU.

Está claro, baseado nos resultados que, tolerâncias que visam o menor número de elementos não-nulos não oferecem garantias de eficiência e robustez. Além disso, a medida que seu valor é reduzido, o pré-condicionador se aproxima da matriz completa LU e o sistema linear tende a convergir em pouquíssimas iterações. Os itens (a) e (b) são investigados aproximando-se a distância entre os fatores completos (LU) e incompletos (ILU) pela Equação 4.1 usando a *norma de Frobenius*. Esta distância indica, de certa forma, o erro associado com os elementos não-nulos eliminados e, portanto, o grau de qualidade do pré-condicionador. Os resultados são apresentados nas Tabelas 4.5 – 4.7.

$$\|Erro\| = \|LU - \bar{L}\bar{U}\|_F \quad (4.1)$$

Tabela 4.2. Sistema A – diferentes tolerâncias de eliminação (ILUTP).

Tolerância	Número de elementos não-nulos (32117)	Número de iterações lineares	Tempo de CPU (s) (0.04)
1.0e-3	51017	10	0.13
	23296    27721		
1.0e-4	57917	8	0.07
	26499    31418		
1.0e-5	61717	4	0.05
	28388    33329		
1.0e-6	63425	3	0.03
	29301    34124		
1.0e-7	64168	2	0.02
	29688    34480		

Tabela 4.3. Sistema B – diferentes tolerâncias de eliminação (ILUTP).

Tolerância	Número de elementos não-nulos (32122)	Número de iterações lineares	Tempo de CPU (s) (0.02)
1.0e-3	50363 22873    27490	10	0.04
1.0e-4	57025 25942    31083	8	0.04
1.0e-5	60335 27632    32703	4	0.04
1.0e-6	61828 28460    33368	3	0.03
1.0e-7	62399 28810    33589	2	0.03

Tabela 4.4. Sistema C – diferentes tolerâncias de eliminação (ILUTP).

Tolerância	Número de elementos não-nulos (128689)	Número de iterações lineares	Tempo de CPU (s) (0.09)
1.0e-3	192762 91086    101676	10	0.25
1.0e-4	222665 105512    117153	10	0.14
1.0e-5	238111 113069    125042	5	0.11
1.0e-6	245116 116460    128656	3	0.09
1.0e-7	247494 117565    129929	2	0.09

Tabela 4.5. Sistema A – Qualidade do Pré-Condicionador.

Tolerância	Erro	Memória (1.8066e+09)
1.0e-03	241.8725	1.8117e+09
1.0e-04	31.6215	1.8104e+09
1.0e-05	2.6422	1.8075e+09
1.0e-06	0.1713	1.8064e+09
1.0e-07	0.0121	1.8065e+09

Tabela 4.6. Sistema B – Qualidade do Pré-Condicionador.

Tolerância	Erro	Memória (1.8055e+09)
1.0e-03	238.7469	1.8123e+09
1.0e-04	31.1922	1.8133e+09
1.0e-05	2.6436	1.8159e+09
1.0e-06	0.1426	1.8145e+09
1.0e-07	0.0122	1.8146e+09

Tabela 4.7. Sistema C – Qualidade do Pré-Condicionador.

Tolerância	Erro	Memória (1.8097e+09)
1.0e-03	346.1717	1.8361e+09
1.0e-04	30.9910	1.8203e+09
1.0e-05	2.4488	1.8226e+09
1.0e-06	0.1323	1.8316e+09
1.0e-07	0.0129	1.8353e+09

Os resultados podem ser interpretados como segue. Quanto menor for a tolerância, maior será a quantidade de elementos não-nulos e menor será a distância entre os fatores completos e incompletos, o número de iterações lineares e o tempo de CPU. A amplitude do erro de algumas centenas pode parecer grande, mas não é pelo fato da amplitude de cada norma de Frobenius associada a L e a U (completo e incompleto) ser de aproximadamente  $1.0e+05$ . Além disso, o espaço de memória não varia de forma significativa uma vez que a regra de eliminação de elementos não-nulos considerada no ILUTP não exerce qualquer controle sobre este parâmetro, tal como o pré-condicionador ILUT( $\tau$ ,  $\rho$ ) faz (SAAD, 1994). O número em parêntesis é a memória associada a decomposição LU (completa).

Uma outra forma de verificar a qualidade do pré-condicionador é calculando o número de condicionamento da matriz Jacobiana modificada (Equação 3.17 – Capítulo 3), isto é, após o pré-condicionamento. A Tabela 4.8 apresenta esta relação onde se pode notar que o número de condicionamento se aproxima de 1 a medida que a tolerância diminui. Por questão de simplicidade, apenas o Sistema B é mostrado e o número de condicionamento em parêntesis corresponde a matriz Jacobiana original (não pré-condicionada).

Tabela 4.8. Sistema B – Número de Condicionamento.

Tolerância	Número de Condicionamento (4.6129e+06)
1.0e-03	2.0322e+05
1.0e-04	1.7148e+04
1.0e-05	110
1.0e-06	2.8228
1.0e-07	1.1707

Pode-se notar que o GMRES com inicialização não foi considerado até este ponto. De fato, a taxa de convergência aumenta porque o resíduo (Equação 3.12 – Capítulo 3) é modificada após reordenar a matriz Jacobiana e pré-condicionar o sistema linear original. Uma vez que esta taxa varia em função da variação do resíduo, e visto que este resíduo é usado para construir um novo subespaço Krylov, ambas as estratégias modificam o subespaço encurtando a distância entre a solução aproximada na  $k$ -ésima iteração ( $x^k$ ) e a solução desejada ( $x^*$ ). Portanto, o solucionador iterativo foi capaz de solucionar os sistemas lineares em poucas iterações e o GMRES com inicialização provou ser desnecessário.

#### **4.4. EXPERIMENTOS NUMÉRICOS B: SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA MAL-CONDICIONADOS**

Neste ponto, pode-se questionar se é viável realizar exaustivas buscas para se encontrar tolerâncias adequadas para poupar alguns milissegundos de tempo de CPU apenas. A primeira vista, não faz sentido uma vez que um método direto é geralmente capaz de solucionar problemas de fluxo de potência (até um certo grau de mal-condicionamento e não próximo da singularidade) em um tempo de CPU muito curto sem qualquer trabalho extra, principalmente pré-condicionamento e ajuste de parâmetros (tolerâncias) que o solucionador possa ter. Também, métodos iterativos do subespaço Krylov são adequados para arquiteturas computacionais paralelas e distribuídas (Van der Vorst, 1992; Benzi, 2002; Saad, 2003; Valeria, 2006) apresentando superioridade em relação aos diretos em tais aplicações. Entretanto, computação serial é comumente usada em várias concessionárias de energia no Brasil, e provavelmente, em muitas outras ao redor do mundo. Além do mais, tem sido encontrado na literatura afirmações sobre os métodos iterativos do subespaço Krylov serem os únicos capazes de solucionar sistemas lineares muito grandes com milhões (até bilhões) de incógnitas [Benzi, 2002; Van der Vorst & Henke, 2003], não sendo o caso da maioria dos problemas reais e atuais de fluxo de potência.

Em geral, métodos iterativos não podem competir com os métodos diretos neste tipo de problema, mas é possível investiga-los em uma aplicação específica na qual podem ser apropriados, que é na solução de sistemas lineares muito mal condicionados onde métodos diretos podem ser ineficientes ou até mesmo falharem. Neste caso, o solucionador iterativo deve conter um pré-condicionador de alta qualidade para modificar o sistema linear original e construir melhores (menos mal-condicionados) subespaços

Krylov. Se o solucionador iterativo falhar na primeira rodada, o usuário poderá ajustar os parâmetros que o solucionador possa ter para uma nova rodada de simulações, adicionando novas estratégias o até mesmo trocando o pré-condicionador (nem sempre uma tarefa fácil). De fato, esta talvez seja a aplicação mais justificável de métodos iterativos em problemas convencionais de fluxo de potência quando se trabalha em um ambiente computacional serial.

A seguir são realizadas investigações sobre a capacidade do solucionador iterativo em resolver problemas de fluxo de carga muito mal-condicionados (número de condicionamento muito grande e autovalores reais muito pequenos – próximo da singularidade) associados com níveis elevados de carga. Para tais investigações, apenas os sistema B e C são considerados, sendo carregados em relação aos seus respectivos níveis iniciais de carga (Caso-Base) através do programa de fluxo de potência continuado (FPC) disponível no MATPOWER, como visualizado na Tabela 4.9. Os pontos de máximo carregamento (PMC) obtidos (último fluxo convergido no FPC) são introduzidos como condições iniciais no fluxo de potência convencional e então simulados. Os resultados são apresentados na Tabela 4.10 (ILUTP droptol = 1.0e-07) e comparados com o desempenho do robusto e eficiente solucionador direto tipo “caixa preta” disponível no MATLAB (“\” backslash).

Tabela 4.9. Sistemas de potência mal-condicionados.

<b>Sistema de Potência</b>	<b>Nível de Carga MW</b>	<b>Número de Condicionamento</b>	<b>Menor autovalor real</b>	<b>Maior autovalor real</b>
System B	24837.0	4.6129e+06	0.0431	1.0442e+05
	59072.6	3.505e+08	-0.0036	9.6115e+04
System C	312354.1	1.6110e+07	0.0053	3.3295e+04
	468891.2	2.7057e+08	-0.0045	3.3292e+04

Tabela 4.10. Tempo de CPU (segundos) e número de iterações lineares.

<b>Sistema de Potência</b>	<b>Solucionador Iterativo</b>	<b>Iterações Lineares</b>	<b>Solucionador Direto</b>
Sistema B	0.02	2	0.02
	0.02	2	0.02
Sistema C	0.07	2	0.08
	0.08	2	0.08

#### **4.5. EXPERIMENTOS NUMÉRICOS C: SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA INCLUINDO CONTROLADORES FACTS.**

Os experimentos anteriores abordaram aspectos importantes sobre a dependência do método GMRES em relação a qualidade do pré-condicionador ILUTP; este último por sua vez dependente da estratégia do reordenamento da matriz Jacobiana original e da tolerância para eliminar elementos não-nulos que surgem durante o processo de decomposição (LU) da matriz usada na construção do pré-condicionador. Em seguida, investigou-se a capacidade do solucionador iterativo na solução de sistemas mal-condicionados, próximos do ponto máximo carregamento. O presente conjunto de experimentos numéricos investiga o desempenho do solucionador iterativo na solução de sistemas elétricos de potência contendo controladores FACTS dos tipos e modelos apresentados no Capítulo 2. A presença destes controladores em estudos de fluxo de potência, como mencionado, requer muita atenção, principalmente para evitar conflito de controle entre os próprios FACTS, ou entre os controladores e os geradores. Como resultado destes conflitos, o problema de fluxo de potência geralmente necessita de mais iterações não-lineares para convergir. Situações oscilatórias e de divergência também podem ser observadas.

Inicialmente, os modelos de FACTS considerados aqui e implementados no MATPOWER foram validados através de simulações e comparações com os resultados encontrados em (ACHA, 2004). Entretanto, a alocação de controladores FACTS em sistemas elétricos de potência não é tarefa trivial, exigindo investigações detalhadas e complexas. No presente trabalho, para fins de simplificação, os controladores FACTS foram alocados nos respectivos sistemas-teste usando-se as informações obtidas nos fluxos de potência dos casos-base. Os controladores de linha e os de dupla configuração, como o TCSC e o UPFC, respectivamente, foram alocados nas linhas com maiores perdas ativas. Por outro lado, os controladores shunt, como os CERs e os STATCOMs, foram alocados nas barras com os menores níveis de tensão. Os resultados foram comparados e validados com os obtidos no programa ANAREDE (versão 10.00.01), sempre que possível, já que a versão usada não continha todos os tipos de FACTS considerados aqui. Nos demais casos, os resultados foram verificados atestando se a solução de cada fluxo estava de acordo com as estratégias de controle pré-estabelecidas. Os parâmetros dos controladores estão disponíveis no Apêndice B e foram ajustados após diversas simulações computacionais.

As tolerâncias usadas neste conjunto de experimentos para o GMRES e para os mismatches de potência são as mesmas usadas anteriormente ( $1.0e-08$ ) e para o ILUTP a que resultou nos melhores desempenhos do solucionador iterativo ( $1.0e-07$ ). A Tabela 4.11 apresenta informações sobre os sistemas-teste. Cada experimento é descrito na Tabela 4.12.

Tabela 4.11. Sistemas-teste.

<b>Sistema de Potência (Dimensão da matriz)</b>	<b>Nível de Carga (médio)</b>	<b>Número de Geradores (Número de ramos)</b>
57-barras (106 × 106)	1250.8 MW 336,4 MVAr	7 (80)
118-barras (181 × 181)	4242 MW 1438 MVAr	54 (186)
300-barras (530 × 530)	23525,8 MW 7788 MVAr	69 (411)
3120-barras (5991 × 5991)	21181,5 MW 8723,2 MVAr	505 (3693)
9241-barras (17036 × 17036)	312354,1 MW 73581,6 MVAr	1445 (16049)

Tabela 4.12. Experimentos Numéricos.

<b>Número</b>	<b>Flat Start</b>	<b>Nível da Carga</b>	<b>FACTS</b>	<b>Desempenho e Características Numéricas</b>
I	Não	Médio	Não	Tabela 4.13
II	Não	Médio	Sim	Tabela 4.14
III	Não	Alto	Sim	Tabela 4.15

Tabela 4.13. Desempenho dos Solucionadores e Características Numéricas das Matrizes Jacobianas – Experimento Numérico I (Casos-Base)

Sistema- teste	Tempo de CPU (seg)		Iterações Não- Lineares	Número de Condicionamento	Menor e maior autovalor real
	Iterativo	Direto			
57-barras	0.01	0.01	3	3.0805e+03	0.2079 120.3858
118-barras	0.01	0.01	3	5.7106e+03	0.1845 576.0886
300-barras	0.01	0.02	5	2.5539e+05	0.0399 4.5392e+03
3120-barras	0.04	0.07	6	1.2673e+06	0.0504 3.7779e+04
9241-barras	0.19	0.32	6	1.6114e+07	0.0053 3.3295e+04

Tabela 4.14. Desempenho dos Solucionadores e Características Numéricas das Matrizes Jacobianas – Experimento Numérico II (FACTS incluídos)

Sistema- teste	Tipo (no. de FACTS)	Tempo de CPU (seg)		Iterações Não- Lineares	Número de Condiciona- mento	Menor e maior autovalor real
		Iterativo	Direto			
57-barras	CSCT (1)	0.08	0.06	16	3.1207e+03	0.2071 120.4138
	STATCOM (2)	0.09	0.08	11	5.9687e+03	0.0561 120.3893
	UPFC (2)	0.10	0.09	23	7.0067 e+03	0.0559 120.3974
118- barras	CSCT (2)	0.25	0.27	19	5.0238e+03	0.2061 576.0887
	STATCOM (3)	0.26	0.28	15	1.7383e+04	0.1820 2.007e+03
	UPFC (4)	0.28	0.31	17	2.8913e+04	0.0059 576.0885
300- barras	CSCT (2)	1.39	1.48	14	2.5556e+05	0.0398 4.5392e+03
	STATCOM (4)	1.46	1.67	22	9.721e+05	0.0435 2.0566e+04
	UPFC (4)	1.62	1.73	22	6.1369e+05	-0.021 4.4845e+03

Tabela 4.15. Desempenho dos Solucionadores e Características Numéricas das Matrizes Jacobianas – Experimento Numérico III (CERs incluídos)

Sistema- teste (no. de CERs)	Tempo de CPU (seg)		Iterações Não- Lineares	Número de Condicionamento	Menor e maior autovalor real
	Iterativo	Direto			
3120-barras (7)	0.13	0.22	11	6.5131e+06	0.0202 3.9307e+04
9241-barras (10)	0.23	0.48	7	5.4072e+07	0.0053 3.3295e+04

#### 4.6. ANÁLISE DOS RESULTADOS

A Figura 4.1 compara os números de condicionamento de cada matriz Jacobiana considerada nos experimentos I e II, apenas para os sistemas de 57-barras, 118-barras e 300-barras. Todos os números de condicionamento foram calculados com base na função *condst* (norma-1) disponível na plataforma MATLAB. Como pode ser visto, a inserção de FACTS além de aumentar o número de condicionamento, a solução do fluxo de potência necessita de mais iterações não-lineares para convergir aumentando o tempo de CPU corroborando investigações prévias [Reddy *et al*, 2009], como mostrado nas Figuras 4.2 e 4.3, respectivamente.

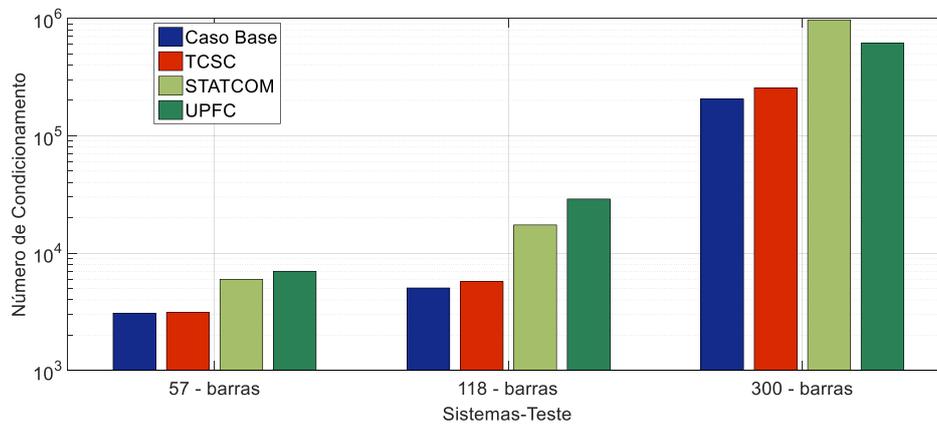


Figura 4.1. Números de condicionamento – Experimentos Numéricos I e II.

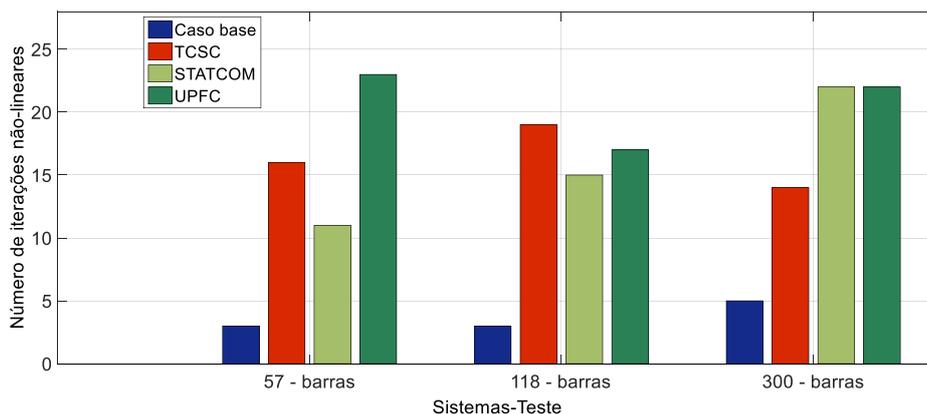


Figura 4.2. Iterações não-lineares – Experimentos Numéricos I e II.

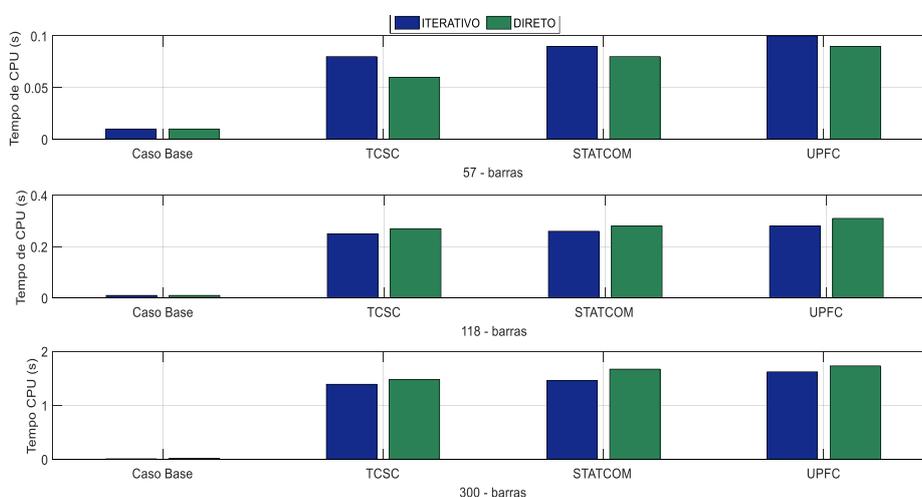


Figura 4.3. Tempo de CPU (segundos) – Experimentos Numéricos I e II.

O aumento significativo no número de iterações não-lineares é um forte indicativo da necessidade de melhorar os ajustes dos controladores. Entretanto, estes resultados já mostram a superioridade do solucionador iterativo na solução destes problemas de fluxo de potência. O solucionador direto foi superior apenas nos casos associados ao sistema de 57-barras, sendo que nos demais o solucionador iterativo foi mais eficiente, apesar de pequenas as diferenças observadas. A Tabela 4.16 resume as características numéricas de cada matriz Jacobiana. A partir de uma análise conjunta, ou seja, através dos gráficos e da tabela, pode-se comprovar o impacto causado pela inclusão dos controladores FACTS nas características numéricas das matrizes e o significativo aumento no número de iterações não-lineares.

Tabela 4.16. Resumo das características numéricas de cada matriz Jacobiana.

Sistema- teste	Experimentos Numéricos I (Caso-base) e II (FACTS)					
	Número de condicionamento		Autovalores reais mínimos		Iterações não- lineares	
57- barras	3.0805e+03	3.1207e+03	0.2079	0.2071	3	16
		5.9687e+03		0.0561		11
		7.0067e+03		0.0559		23
118- barras	5.7106e+03	5.0238e+03	0.1845	0.2061	3	19
		1.7383e+04		0.1820		15
		2.8913e+04		0.0059		17
300- barras	2.5539e+05	2.5556e+05	0.0399	0.0398	5	14
		9.7210e+05		0.0435		22
		6.1369e+05		-0.021		22

A Figura 4.4 compara os números de condicionamento de cada matriz Jacobiana considerada nos experimentos I e III, apenas para os sistemas de 3120-barras e 9241-barras, ambos correspondendo a sistemas elétricos de potência reais. O primeiro corresponde a uma configuração do sistema Polonês e o segundo a uma configuração do sistema Europeu. Ambos estão disponíveis na página do programa MATPOWER. No experimento I foram considerados níveis médios de carga, sem a inclusão de FACTS. Por outro lado, no experimento III foram considerados níveis de carga elevados, próximos do ponto de máximo carregamento, obtidos através do programa de fluxo de potência continuado disponível no MATPOWER. Nestes cenários foram incluídos Compensadores Estáticos de Potência Reativa e as respectivas tensões de referência foram ajustadas para os valores do caso base. Isto significa que os CERs atuaram no sentido de recuperar os níveis de tensão nas respectivas barras controladas.

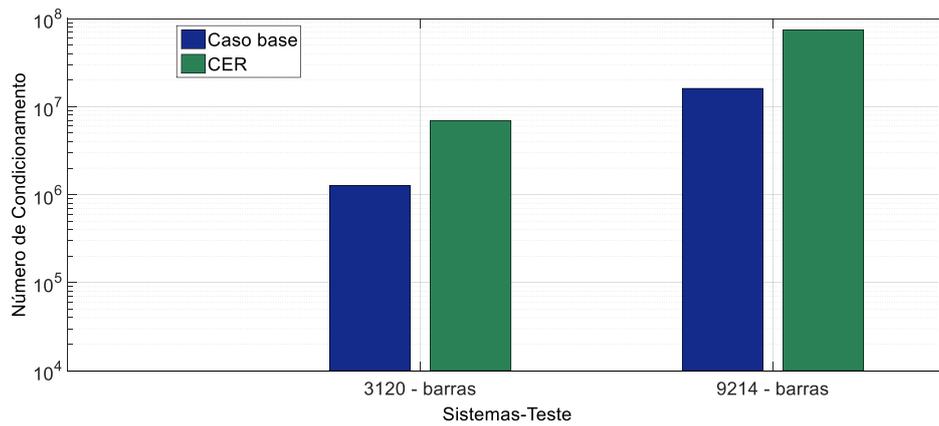


Figura 4.4. Números de condicionamento – Experimentos Numéricos I e III.

Nota-se que, o número de condicionamento das matrizes Jacobianas de fluxo de potência também aumenta com a presença de CERs, mas diferentemente do experimento II, a inserção destes compensadores não resultou em um aumento significativo no número de iterações não-lineares para o fluxo convergir, como mostra o gráfico de barras da Figura 4.5. Por outro lado, a maior eficiência do solucionador iterativo fica mais evidente com base no tempo de CPU, como mostrado na Figura 4.6. No caso do sistema com maior número de barras, operando extremamente carregado e com compensadores estáticos, o solucionador iterativo resolveu o problema em um tempo de CPU inferior à metade do tempo total obtido pelo direto. A Tabela 4.17 resume as características numéricas de cada matriz Jacobiana. Uma vez que a variação entre a carga do caso base do sistema de 9241-barras e a do próximo ao ponto de máximo carregamento foi muito pequena (2%), os autovalores mínimos não variaram.

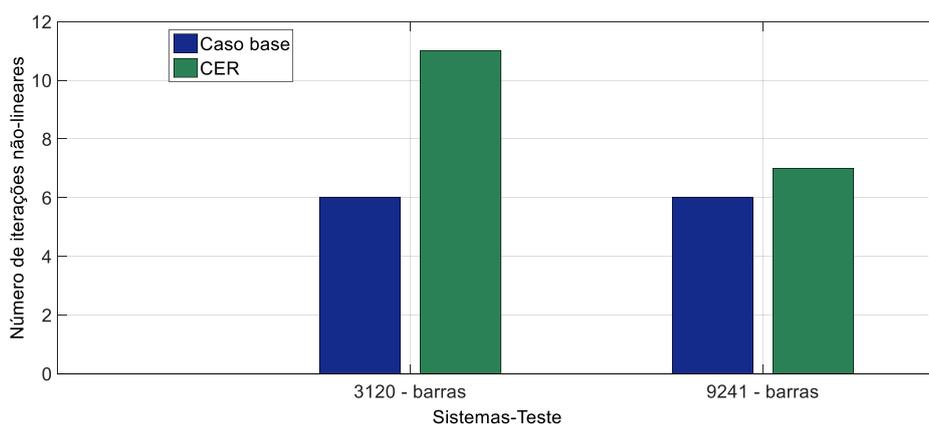


Figura 4.5. Iterações não-lineares – Experimentos Numéricos I e III.

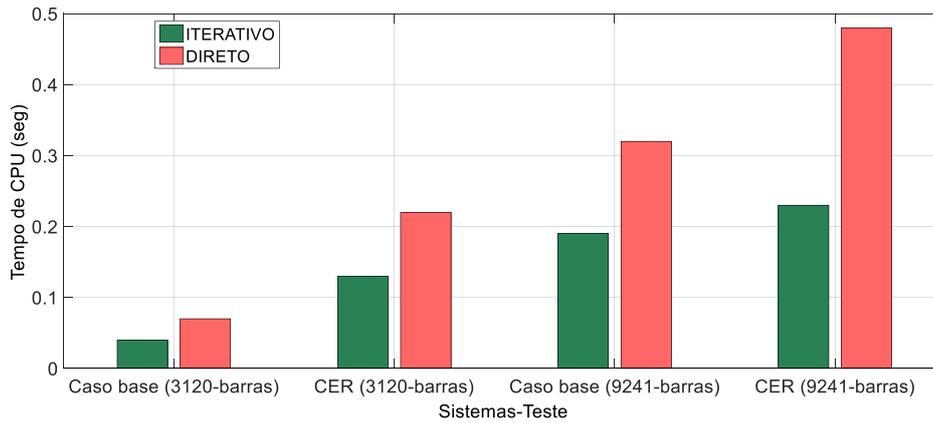


Figura 4.6. Tempo de CPU (segundos) – Experimentos Numéricos I e III.

Tabela 4.17. Resumo das características numéricas de cada matriz Jacobiana.

- Experimentos Numéricos I e III -

Sistema- teste	Experimentos Numéricos I (Caso-base) e III (CERs)					
	Número de Condicionamento		Autovalores reais mínimos		Iterações não- lineares	
3120- barras	1.2673e+06	6.5131e+06	0.0504	0.0202	6	11
9241- barras	1.6114e+07	5.4072e+07	0.0053	0.0053	6	7

A Tabela 4.18 mostra a variação na dimensão de cada matriz Jacobiana com a inclusão dos controladores FACTS. Nos casos dos CERs, a dimensão das respectivas matrizes permanece inalterada, visto que a inclusão destes compensadores não adiciona nova(s) linha(s) e coluna(s) na matriz, conforme mostrado no Capítulo 2.

Tabela 4.18. Dimensão de cada matriz Jacobiana sem e com FACTS.

<b>Sistemas-teste (Caso base)</b>	<b>Controlador FACTS (Nº de equipamentos)</b>	<b>Dimensão da Matriz Jacobiana modificada</b>
57-barras (106×106)	CSCT (1)	108×108
	STATCOM (2)	110×110
	UPFC (2)	114×114
118-barras (181×181)	CSCT (2)	185×185
	STATCOM (3)	187×187
	UPFC (4)	197×197
300-barras (530×530)	CSCT (2)	534×534
	STATCOM (4)	538×538
	UPFC (4)	546×546

O desempenho do solucionador iterativo em comparação ao direto, abrangendo os três conjuntos de experimentos numéricos (A, B e C) apresentados, que totalizaram dezesseis simulações computacionais, superou o direto em doze, enquanto que o direto superou o iterativo apenas nas três simulações com o sistema de 57-barras incluindo controladores FACTS. Nas restantes, os desempenhos foram iguais.

Nos experimentos anteriores incluindo controladores FACTS, é possível notar o grande número de iterações não-lineares necessárias até atingir a convergência. Dois fatores que influenciam este processo são investigados, a saber:

- a) Mismatches de Potência ( $\Delta P$  e  $\Delta Q$ ) – o valor utilizado das tolerâncias nos experimentos foi 1.0e-08. Aumentando este valor, o número de iterações não-lineares diminui.
- b) Limites dos controladores – valores em uma faixa reduzida dificultam o processo de convergência causando oscilações no processo de solução [8]. Aumentando esta faixa, o número de iterações não-lineares diminui.

A Tabela 4.19 ilustra os resultados com as modificações nos mismatches de potência e na faixa de limites dos UPFCs implantados no sistema-teste de 300 barras. Nota-se uma redução substancial no número de iterações não-lineares, mas desta vez o solucionador direto superou o iterativo, ou seja, este “relaxamento” nos mismatches e nos limites dos UPFCs surtiram maior efeito no solucionador direto.

Tabela 4.19. Resultados com novos valores para os mismatches de potência (1.0e-05) e aumento nos limites do UPFC.

Sistema- teste	Tempo de CPU (seg)		Iterações Não- Lineares
	Iterativo	Direto	
300-barras (original)	1.62	1.73	22
300-barras (modificado)	1.57	1.55	12

Por fim, para corroborar os modelos implementados, investigou-se a atuação dos FACTS e as Tabelas 4.20 e 4.21 apresentam os resultados dos fluxos de potência, antes e após a atuação dos controladores. Estas tabelas apresentam apenas os resultados para os sistemas de 300, 3120 e 9241 barras, e se verifica que todos atuaram no sentido de atingir seus objetivos de controle (ver Apêndice B). Os demais, apesar de não apresentados, foram verificados e atestados.

Tabela 4.20. Resumo da atuação dos UPFCs – Sistema de 300 barras.

Tipo (no. de FACTS)	Barra Origem	Barra Destino	MW <sub>pré</sub>	MW <sub>pós</sub>	V <sub>mín</sub>	V <sub>máx</sub>	Perdas Ativas
UPFC (4)	27	32	85.53	91.0			
	137	139	43.48	67.0	0.927	1.073	418,35 MW
	7	5	71.88	84.3	0.929	1.073	408.27 MW
	72	78	60.99	88.9			

Os resultados da Tabela 4.20 mostram que os ajustes dos UPFCs resultaram nos efeitos esperados, ou seja, os fluxos de potência ativa nas linhas monitoradas foram ajustados conforme estratégia de controle estabelecida (colunas 4 e 5). Os valores de tensão informados nas colunas 6 e 7 correspondem ao mínimo e ao máximo encontrados e associados a barras específicas antes (em vermelho) da atuação dos UPFCs, e após (em azul). A coluna 8 informa as perdas de potência antes (em vermelho) e após a atuação dos UPFCs (em azul). Verifica-se que não houve alteração significativa no perfil de tensão do sistema, mas as perdas ativas foram reduzidas em 10 MW. Deve-se realçar que não houve nenhum estudo detalhado para alocar e ajustar os UPFCs a fim de melhorar o perfil de tensão e reduzir as perdas de forma ótima. O objetivo principal foi investigar o impacto

desses controladores, bem como dos demais, na matriz Jacobiana e avaliar o desempenho do solucionador iterativo na solução do problema de fluxo de potência.

Tabela 4.21. Resumo da atuação dos CERs – Sistemas de 3120 e 9241 barras.

Sistema-teste (no. de CERs)	Barra Controlada	V <sub>pré</sub>	V <sub>pós</sub>	V <sub>mín</sub>	V <sub>máx</sub>	Perdas de potência ativa e reativa
3120-barras (7)	18	0.784	0.880	0.629 0.730	1.100 1.004	5.304,32 MW/ 38.960,91 MVar  4.403,13 MW 32.276,49 MVar
	21	0.777	0.910			
	32	0.629	0.730			
	174	0.832	0.910			
	197	0.660	0.790			
	200	0.818	0.900			
	1266	1.075	1.004			
9241-barras (10)	260	1.0239	0.99	0.868 0.881	1.178 1.178	23.170,85 MW/ 259.908,41 MVar.  19.164,91 MW 213.603,36 MVar
	2159	0.8234	0.89			
	2828	0.9897	0.95			
	4247	0.8502	0.95			
	4737	1.0081	0.90			
	4860	1.0128	0.90			
	5506	0.8907	0.95			
	5680	1.0139	0.90			
	5909	0.9883	0.91			
	6305	0.9183	0.95			

Os resultados da Tabela 4.21 mostram que os ajustes dos CERs resultaram nos efeitos esperados, ou seja, as tensões nas barras controladas foram ajustadas conforme estratégia de controle estabelecida (colunas 3 e 4). Os valores de tensão informados nas colunas 5 e 6 correspondem ao mínimo e ao máximo encontrados e associados a barras específicas antes (em vermelho) da atuação dos CERs, e após (em azul). A coluna 7 informa as perdas de potência antes (em vermelho) e após a atuação dos CERs (em azul). Verifica-se que houve uma melhora no perfil de tensão do sistema, bem como nas perdas ativas e reativas. Deve-se realçar que não houve nenhum estudo detalhado para alocar e ajustar os CERs a fim de melhorar o perfil de tensão, ou reduzir as perdas de forma ótima. O objetivo principal foi investigar o impacto desses controladores na matriz Jacobiana e avaliar o desempenho do solucionador iterativo na solução do problema de fluxo de potência.

# Capítulo 5

## CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

---

As informações obtidas através de análises computacionais de fluxo de carga são usadas com bastante frequência pelas concessionárias de energia elétrica para o planejamento e a operação de seus sistemas elétricos. Níveis elevados de carga e a presença de dispositivos FACTS em um sistema elétrico podem impactar severamente o condicionamento da matriz Jacobiana ( $J$ ) que representa a rede, sendo esta geralmente muito mal-condicionada e indefinida, o que dificulta, por exemplo, a solução do subproblema linear do fluxo de potência. Devido a estas dificuldades, fica evidente a necessidade de se investigar e contribuir com formas alternativas de solução do problema. Com este objetivo, esta dissertação investigou o desempenho de um solucionador iterativo composto pelo método GMRES pré-condicionado na solução de problemas de fluxo de potência mal condicionados na presença de controladores FACTS em ambiente computacional serial, fazendo uso da plataforma MATLAB-MATPOWER. As investigações envolveram diferentes etapas, com destaque para o estudo de tipos e modelos de controladores FACTS para problemas de fluxo de potência visando implementação no programa computacional MATPOWER (Capítulo 2); adequação do método GMRES pré-condicionado em um solucionador iterativo para a solução de problemas de fluxo de potência (Capítulo 3); experimentos numéricos com diferentes sistemas-teste, configurações e condições de operação (Capítulo 4).

Os modelos de controladores FACTS foram retirados da literatura e implementados no programa computacional MATPOWER. A versão usada nesta dissertação disponibiliza ao usuário quatro tipos diferentes de controladores (CER, STATCOM, TCSC e UPFC). A versão inicial não dispunha de nenhum tipo de controlador e não se tem conhecimento de uma única versão que contenha estes quatro tipos. Portanto, a versão do programa adaptada nesta dissertação pode ser considerada como uma contribuição importante, já que o MATPOWER tem sido aceito e usado na

comunidade científica (nacional e internacional) como ferramenta de análise em diversas investigações.

Uma outra contribuição está no solucionador iterativo proposto no Capítulo 3. Seus componentes, como a estratégia de reordenamento Grau Mínimo Simétrico, o pré-condicionador ILUTP e o método GMRES, estão disponíveis na plataforma MATLAB, em separado. Portanto, qualquer usuário com acesso a esta plataforma estará apto a desenvolver solucionador semelhante. Deve-se realçar que o solucionador proposto não foi construído de forma aleatória e que a eficiência de diferentes versões de dois de seus componentes (estratégia de reordenamento e pré-condicionador), bem como o método iterativo GMRES, já foram investigados e corroborados em problemas de fluxo de potência. Juntos, formam o solucionador proposto, nunca testado anteriormente, ou seja, é inédito para o problema.

Os experimentos numéricos foram exaustivos já que exigiram bastante cautela devido a características específicas do solucionador. Uma das principais desvantagens quando se usa um método iterativo pré-condicionado via fatores incompletos (ILU), são os ajustes das tolerâncias, neste caso duas do GMRES e uma do pré-condicionador. Todas influenciam na eficiência e na robustez do solucionador, mas infelizmente não há uma forma eficaz e rápida de se determinar valores ótimos para estas tolerâncias. Neste caso, o usuário pode ter um bom conhecimento sobre o problema e sobre o solucionador e, a priori, já especificar valores que possibilitem uma solução eficiente e confiável. Por outro lado, caso o usuário não esteja familiarizado, vários estudos devem ser realizados a fim de estabelecer essas tolerâncias. Este foi o caso encontrado nesta dissertação, uma vez que o solucionador proposto nunca tinha sido testado antes em problemas de fluxo de potência. Após várias simulações e usando o tempo de CPU e a diferença (erro) entre os fatores LU completos e incompletos como parâmetro de qualidade, estabeleceu-se uma tolerância para o pré-condicionador. Os experimentos seguintes, incluindo os com controladores FACTS, fizeram uso desta tolerância.

Os experimentos numéricos incluindo FACTS mostraram que a inclusão destes controladores pode impactar as características numéricas da matriz Jacobiana e dificultar o processo de solução do problema de fluxo de carga. Outros fatores que dificultam a solução do problema são os limites e os ajustes dos parâmetros dos controladores que podem resultar em oscilações e conflitos de controle e a solução pode exigir um grande número de iterações não-lineares para convergir, ou até mesmo falhar (divergência). Apesar de não terem sido usadas nesta dissertação metodologias específicas para a alocação e ajuste dos controladores, teve-se o cuidado de aloca-los com base em

informações prévias, como as barras com menores níveis de tensão e as linhas com as maiores perdas ativas. Em seguida, verificou-se e comprovou-se que os controladores apresentavam as respostas esperadas. É claro que, para se consolidar a alocação e o ajuste dos controladores, estudos de estabilidade de pequenos e grandes sinais devem ser executados. Contudo, para se investigar o desempenho do solucionador no subproblema linear de fluxo de carga, os sistemas-teste com a inclusão dos FACTS atenderam os propósitos esperados.

Os resultados dos experimentos corroboraram a maior eficiência do solucionador iterativo em grande parte das simulações realizadas. Verificou-se que, quanto maior o sistema elétrico e quanto pior suas características numéricas (elevado número de condicionamento e autovalor real próximo de zero), melhor seu desempenho. Sem dúvida, as investigações fortalecem o fato do método GMRES pré-condicionado ser extremamente adequado para resolver sistemas lineares mal-condicionados, principalmente os reais e de grande-porte.

Como mencionado em várias oportunidades, não se encontrou na literatura consultada investigações diretamente relacionadas com as realizadas aqui. Portanto, os resultados devem ser tratados com cautela, apesar das precauções tomadas. No entanto, os resultados encontrados podem ser considerados como confiáveis para futuras investigações, já que todos os experimentos foram simulados com um único programa computacional e sempre no mesmo computador.

Uma vez que o trabalho desenvolvido envolveu diferentes áreas, como a de métodos numéricos e de engenharia de sistemas de potência, e diferentes subáreas, como métodos iterativos, pré-condicionadores, fluxo de potência e controladores FACTS, ficam como sugestões para futuros trabalhos:

- a) Desenvolvimento de um algoritmo que, com base em características da matriz Jacobiana, indique o solucionador (iterativo ou direto) mais adequado para solucionar o subproblema linear de fluxo de potência.
- b) Estabelecer cenários de operação de difícil solução do fluxo de potência e investigar possíveis falhas do solucionador direto e êxitos do iterativo.
- c) Alocar e ajustar controladores FACTS a partir de metodologia específica e comprovadamente eficaz.
- d) Simular sistemas reais de grande porte com controladores FACTS efetivamente em operação. Além de criar metaheurísticas baseados em Simulação Monte Carlo que visem obter casos interessantes de difícil solução para os métodos diretos e iterativos.

- e) Aprofundar investigações sobre mal-condicionamento de matrizes Jacobianas de fluxo de potência.

# Apêndice A:

## MÉTODOS BASEADOS EM MULTIPLICADORES ÓTIMOS

---

O objetivo deste Apêndice é mostrar o desenvolvimento das equações para o cálculo do multiplicador ótimo, usando a função de penalidade e equação cúbica.

### A.1. Método de Iwamoto e Tamura

As injeções nodais de potência ativa e reativa podem ser expressas na forma retangular:

$$P_k = \sum_{m=1}^n [e_k(e_m G_{km} - f_m B_{km}) + f_k(f_m G_{km} + e_m B_{km})]$$
$$Q_k = \sum_{m=1}^n [f_k(e_m G_{km} - f_m B_{km}) - e_k(f_m G_{km} + e_m B_{km})]$$

No qual  $n$  é o número de barras do sistema,  $(e_k + jf_k)$  é a tensão na barra  $k$  e  $(G_{km} + jB_{km}) = Y_{km}$  é um elemento da admitância nodal.

$$\Delta s(x) = s^{esp} - s(x)$$
$$= \begin{bmatrix} \Delta P(x) \\ \Delta Q(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P^{esp} - P(x) \\ Q^{esp} - Q(x) \end{bmatrix}$$

Em que  $x = [e_1 \ e_2 \ \dots \ e_n \ f_1 \ f_2 \ \dots \ f_n]^T$

Expandindo a expressão  $\Delta s(x) = s^{esp} - s(x)$  em série de Taylor em torno do operação  $x$  até os termos de segunda ordem, temos a seguinte forma:

$$\Delta s(x + \Delta x) = s^{esp} - s(x) - J(x)\Delta x - s(\Delta x)$$

Em que  $J$  representa a matriz Jacobiana e  $s(\Delta x)$  representa as próprias equações das potências nodais calculada para a variação do estado. Conseqüentemente, o vetor solução na  $j$ -ésima iteração é atualizado através do multiplicador ótimo  $\mu$  por:

$$x^j = x^{j-1} + \mu \Delta x^{j-1}$$

Aplicando o multiplicador ótimo na expressão da série de Taylor, temos:

$$s^{esp} - s(x) - \mu J(x)\Delta x - \mu^2 s(\Delta x) = 0$$

$$a + \mu b + \mu^2 c = 0$$

Em que:  $a = s^{esp} - s(x)$ ,  $b = -a$ ,  $c = -s(\Delta x)$ .

O multiplicador ótimo  $\mu$  pode ser calculado resolvendo-se a seguinte equação cúbica:

$$g_0 + g_1\mu + g_2\mu^2 + g_3\mu^3 = 0$$

Na qual:

$$\begin{aligned} g_0 &= \sum_{i=1}^{2n} (a_i b_i) & g_2 &= 3 \sum_{i=1}^{2n} (b_i c_i) \\ g_1 &= \sum_{i=1}^{2n} (b_i^2 + 2a_i c_i) & g_3 &= 2 \sum_{i=1}^{2n} (c_i^2) \end{aligned}$$

## A.2. Método de Scudder

As injeções nodais de potência ativa e reativa podem ser expressas na forma retangular:

$$\begin{aligned} P_k &= V_k \sum_{m=1}^n V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ Q_k &= V_k \sum_{m=1}^n V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \end{aligned}$$

Em que  $V_k \angle \theta_k$  é a tensão complexa da barra  $k$ ,  $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$  e o vetor de estado é dado por:

$$x = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_n \ V_1 \ V_2 \ \dots \ V_n]^T$$

Os vetores  $a$ ,  $b$  e  $c$  na formulação de Scudder são definidos da seguinte forma:

$$\begin{aligned} a &= s^{esp} - s(x) \quad \text{sendo que: } s(x) = [P(x) \ Q(x)]^T \\ b &= -J \cdot \Delta x - J \cdot \Delta \Delta x \\ c &= -s(\Delta x) \end{aligned}$$

Na qual:

$$\Delta \Delta x = \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \cdot \Delta V_1 / V_1 \\ \vdots \\ \Delta \theta_n \cdot \Delta V_n / V_n \\ -V_1 \cdot \Delta \theta_1^2 / 2 \\ \vdots \\ -V_n \cdot \Delta \theta_n^2 / 2 \end{bmatrix}$$

### A.3. Método de Castro

Expandindo a equação de mismatches de potência ativa na fórmula de Taylor até os termos de segunda ordem, temos:

$$\Delta P(x + \Delta x) = \Delta P(x) + \left[ \sum_{m \in k} \Delta x_m \cdot \frac{d}{dx_m} \right] \cdot \Delta P(x) + \frac{1}{2} \cdot \left[ \sum_{m \in k} \Delta x_m \cdot \frac{d}{dx_m} \right]^2 \cdot \Delta P(x) = 0$$

Representado a equação anterior na forma  $a + \mu b + \mu^2 c = 0$ , temos os seguintes coeficientes:

$$a = \Delta P(x)$$

$$b = \left[ \sum_{m \in k} \Delta x_m \cdot \frac{d}{dx_m} \right] \cdot \Delta P(x) = -\mathbf{H} \cdot \Delta \theta - \mathbf{N} \cdot \Delta V = -a$$

$$c = \frac{1}{2} \cdot \left[ \sum_{m \in k} \Delta x_m \cdot \frac{d}{dx_m} \right]^2 \cdot \Delta P(x)$$

A função de custo para o método de otimização de passo pode ser descrito como:

$$F = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} (a_i + \mu b_i + \mu^2 c_i)^2$$

Aplicando-se a condição de otimalidade de primeira ordem a cada iteração:

$$\frac{\partial F}{\partial \mu} = 0$$

Chegamos a seguinte expressão:

$$g_0 + g_1 \mu + g_2 \mu^2 + g_3 \mu^3 = 0$$

$$g_0 = \sum_{i=1}^{2n} (a_i b_i) \quad g_2 = 3 \sum_{i=1}^{2n} (b_i c_i)$$

$$g_1 = \sum_{i=1}^{2n} (b_i^2 + 2a_i c_i) \quad g_3 = 2 \sum_{i=1}^{2n} (c_i^2)$$

O multiplicador ótimo  $\mu$  é calculado resolvendo-se a cada iteração a equação cúbica, e posteriormente usada para atualizar os valores das variáveis do problema.

# Apêndice B:

## NOMENCLATURAS DOS DADOS DE SISTEMAS –TESTE E CONTROLADORES FACTS

---

### B.1. Nomenclatura

#### B.1.1. Nomenclatura dos CERs

CERsend	: Barra onde se encontra conectada o CER
Vref	: magnitude da tensão especificada para a barra controlada (pu)
inB	: Valor inicial da Susceptância Shunt (pu)
Bmin	: Limite inferior da Susceptância (pu)
Bmax	: Limite superior da Susceptância (pu)
onCER	: indica se o CER se encontra ligado

#### B.1.2. Nomenclatura dos CSCs

iniBus	: Barra inicial onde o CSC se encontra conectada
endBus	: Barra final do CSC
iniX	: Valor inicial da reatância série (pu)
Xmin	: Reatância mínima do CSC (pu)
Xmax	: Reatância máxima do CSC (pu)
Psp	: Potência ativa especificada a ser controlada (MW)
Flow	: Direção de Fluxo de potência
onCSC	: Status do CSC

#### B.1.3. Nomenclatura do STATCOM

iniSta	: Barra inicial onde o STATCOM se encontra conectada
Bsh	: Susceptância do STATCOM
Vsp	: Magnitude da tensão a ser controlada pelo STATCOM (pu)
Vsh	: Valor inicial da magnitude da tensão do STATCOM (pu)
Thst	: Ângulo inicial da tensão do STATCOM (graus)
Vshmax	: Valor máximo da magnitude de tensão da fonte variável
Vshmin	: Valor mínimo da magnitude de tensão da fonte variável
Thstmax	: Ângulo máximo da tensão da fonte variável (graus)
Thstmin	: Ângulo mínimo da tensão da fonte variável (graus)
onSta	: Status do STATCOM

### B.1.4. Nomenclatura do UPFC

iniBus	: Barra inicial onde o UPFC se encontra conectada
endBus	: Barra final onde o UPFC se encontra conectada
Vref	: Tensão especificada a ser controlada pelo UPFC (pu)
Pref	: Potência ativa especificada a ser controlada (MW)
Qref	: Potência reativa especificada a ser controlada (MVar)
Xcr	: Reatância série especificada (pu)
Xvr	: Reatância shunt especificada (pu)
Vcr	: Condição inicial da magnitude da fonte de tensão série (pu)
Vvr	: Condição inicial da magnitude da fonte de tensão shunt (pu)
Tvr	: Condição inicial do ângulo da fonte de tensão shunt (pu)
Tcr	: Condição inicial do ângulo da fonte de tensão série (pu)
VvrLo	: Limite inferior da magnitude da fonte de tensão shunt (pu)
VvrHi	: Limite superior da magnitude da fonte de tensão shunt (pu)
VcrLo	: Limite inferior da magnitude da fonte de tensão série (pu)
VcrHi	: Limite superior da magnitude da fonte de tensão série (pu)
onUPFC	: status do UPFC

## B.2. Parâmetros dos Controladores FACTS

### B.2.1. Dados dos CERs

Sistemas-teste (Qte. de CERs)	CERsend	inB	Bmin	Bmax	Vref	Bcer
Sistema 3120 barras (7)	18	0.1	-2.90	5.90	0.88	3.2335
	21	0.1	-0.65	3.55	0.91	2.6598
	32	0.1	-5.95	5.00	0.73	-0.0681
	174	0.1	-0.65	2.64	0.91	2.1401
	197	0.1	-0.65	5.05	0.77	2.9970
	200	0.1	-0.90	1.90	0.90	1.3237
	1266	0.1	-2.90	0.90	1.04	-1.7810
Sistema 9241 barras (10)	260	0.1	-0.30	4.30	0.90	3.3206
	2159	0.1	-0.65	1.95	0.89	0.3734
	2828	0.1	-0.60	4.30	0.95	2.9512
	4247	0.1	-0.35	4.35	0.95	1.7458
	4737	0.1	-0.60	6.30	0.90	3.9442
	4860	0.1	-1.60	2.10	0.90	1.6710
	5506	0.1	-0.60	2.20	0.90	0.3595
	5680	0.1	-0.65	4.55	0.90	1.4864
	5909	0.1	-0.65	4.05	0.91	1.1946
	6305	0.1	-0.60	4.55	0.95	0.6375

### B.2.2. Dados dos CSCTs

Sistemas-teste (Qte. de CSCs)	iniBus	endBus	iniX	Xmin	Xmax	Psp	Xcsc
Sistema 57 barras (1)	29	52	-0.025	-0.14	0.14	19.8	-0.1208
Sistema 118 barras (2)	5	11	-0.015	-0.07	0.07	95.0	-0.0174
	37	39	-0.015	-0.07	0.07	59.7	0.0065
Sistema 300 barras (2)	127	158	-0.015	-0.25	0.25	55.0	-0.0472
	37	41	-0.022	-0.11	0.11	43.7	-0.0118

### B.2.3. Dados dos STATCOMs

Sistemas-teste (Qte. de STATCOMs)	iniSta	Bsh	Vsp	Vshmax	Vshmin	Vsh	Thsh
Sistema 57 barras (2)	4	-10	1.0	1.1	0.9	1.0697	-10.7958
	24	-10	1.0	1.1	0.9	1.0004	-16.7884
Sistema 118 barras (3)	5	-10	1.0	1.1	0.9	0.9526	-22.3997
	30	-10	0.99	1.1	0.9	1.0649	-24.7114
	94	-10	0.99	1.1	0.9	1.0474	-29.9171
Sistema 300 barras (4)	7	-10	1.0	1.1	0.9	0.9060	-10.9750
	27	-10	1.0	1.1	0.9	0.9893	-10.1416
	72	-10	1.0	1.1	0.9	1.0927	6.4860
	135	-10	1.0	1.1	0.9	1.0013	-5.9835

### B.2.4. Dados dos UPFC

Sistemas-teste (Qte. de UPFCs)	iniSta	endBus	Vref	Pref	Qref	Xcr	Xvr	Vcr
Sistema 57 barras (2)	4	18	1.0	25	2	0.1	0.1	0.04
	24	25	1.0	17	4	0.1	0.1	0.04
Sistema 118 barras (4)	5	11	1.0	130	2	0.1	0.1	0.04
	30	38	0.99	77	12	0.1	0.1	0.04
	94	96	1.0	21	12	0.1	0.1	0.04
	108	109	1.02	29	12	0.1	0.1	0.04
Sistema 300 barras (4)	27	32	1.0	91	21	0.1	0.1	0.04
	137	139	0.98	67	-29	0.1	0.1	0.04
	7	5	1.0	84	18	0.1	0.1	0.04
	72	78	1.0	88	-0.38	0.1	0.1	0.04

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

A-A.EDERIS, CHAIR, et al. Proposed Terms and Definitions for Flexible AC Transmission System (FACTS). IEEE Transaction on Power Delivery, Vol.12, No.4, October 1997.

ACHA, E., et al. FACTS: Modelling and Simulation in Power Networks. John Wiley & Sons, 2004.

ARIOLI, M and LARATTA, A (1985). "Error Analysis of an Algorithm for Solving an Underdetermined System," Numer. Math. 46, 255–268.

ARNOLDI, W. E. The principle of minimized iteration in the solution of the matrix eigenvalue problem. Quarterly of Applied Mathematics. 9, pp.17–29, 1951.

BECKERMANN (2000). "The condition number of real Vandermonde, Krylov and positive definite Hankel matrices," Numer. Math. 85, 553–577.

BENZI, M. Preconditioning Techniques for Large Linear Systems: A Survey. Journal of Computational Physics, 182(2): pp. 418–477, 2002.

BOONPIROM, N.; PAITONWATTANAKIJ, K., "Static voltage stability enhancement using FACTS," IPEC 2005 - The 7th International Power Engineering Conference, vol., no., pp.711, 715 Vol. 2.

BREZINSKI, C.; REDIVO-ZAGLIA, M.; SADOK, H. Breakdowns in the implementation of the Lanczos method for solving linear systems. Computers and Mathematics with Applications, 33: pp. 31–44, 1997.

BREZINSKI, C.; REDIVO-ZAGLIA, M.; SADOK, H. New look-ahead Lanczos-type algorithms for linear systems. Numerische Mathematik, 83: pp. 53–85, 1999.

CÁRDENAS S. L. E. , “Aspectos técnicos e econômicos da utilização dos Controladores FACTS na operação dos sistemas de energia elétrica”, Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Maranhão, São Luís – MA, Brasil, 2005.

CASTRO, C. A, L. M. C, MURARI, C. A. F.: A Critical Evaluation of Step Size Optimization Based Load Flow Methods. *IEEE Transactions on Power Systems* 15(1), 202-207 (2000).

CHEN, K. Matrix Preconditioning Techniques and Applications. Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics, 2005.

CHEN, Y.; SHEN, C. A. Jacobian-free Newton-GMRES(m) method with adaptive preconditioner and its application for power flow calculations. *Power Systems, IEEE Transactions on*, pp. 1096 – 1103, 2006.

CIGRE. Facts Technology for Open Access. CIGRE JWG 14/37/38/39-24. Final Draft Report, 2000.

CUTHILL, E.: ‘Several strategies for reducing the bandwidth of matrices’. (D. J. Rose and R. A. Willoughby, Plenum, New York, 1972)

DAG, H.; SEMLYEN, A. A new preconditioned conjugate gradient power flow. *Power Systems, IEEE Transactions on*, vol. 18, no. 4, pp. 1248 – 1255, November 2003.

DEHNEL, M., DOMMEL, H. W, “A method for identifying weak nodes in nonconvergent load flows”, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 4 no. 2, pp. 801-807, 1989..

DE LEON, F. S.; SEMLYEN, A. Iterative solvers in the Newton power flow problem: preconditioners, inexact solutions and partial Jacobian updates. *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings*, pp. 479- 484, 2002.

FACIUS, A. Iterative Solution of Linear Systems with Improved Arithmetic and Result Verification. Tese (PhD), Universität Karlsruhe, Alemanha, 2000.

FERREIRA S. Q, CASTRO C.A., “Nova metodologia de resolução de fluxo de potência com representação de controles e limites via técnicas de programação não linear”, XI SEPOPE, Belém (PA), Brasil, Março 2009.

FILHO J.A. P, Representação e avaliação do desempenho de dispositivos de controle no problema de fluxo de potência, Tese de doutorado, UFRJ, 2005.

FREUND, R. Transpose-free quasi-minimal residual methods for non-Hermitian linear systems. In Gene H. Golub, Anne Greenbaum, and Michael Luskin, editors, *Recent Advances in Iterative Methods*, volume 60 of IMA Volumes in Mathematics and its Applications, pages 69–94. Springer, New York, 1994.

GOLUB, G.H., and VAN LOAN, C.F.: 'Matrix computations' (Johns Hopkins University Press, 1st edn., 1983)

GUPTA, S.; TRIPATHI, R.K.; SHUKLA, R.D., "Voltage stability improvement in power systems using facts controllers: State-of-the-art review," 2010 International Conference on Power, Control and Embedded Systems (ICPCES), vol., no., pp.1,8, Nov. 29 2010.

GUTIÉRREZ, J. F, BEDRIÑANA, M. F, CASTRO, C. A., "Critical comparison of robust load flow methods for ill-conditioned systems" *IEEE Conference, 2011*.

HINGORANI, N. G. Flexible AC Transmission Systems. IEEE Spectrum, 1993.

HINGORANI, N. and GYUGYI, L., 'Concepts and technology of flexible AC transmission systems', *Understanding FACTS*, IEEE Press 2000

HINGORANI, N.G., GYUGYI, L., 2000, *Understanding FACTS Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems*, Institute of Electrical and Electronic Engineers, New York

HISKEN, A, HILL D. J., "Incorporation of SVCs into Energy Function Methods",  
IEEE Transactions, PWRS-7 (1), pp. 133-140, 1992.

IWAMOTO S., TAMURA Y. , "A Fast Load Flow Method Retaining Nonlinearity" ,  
IEEE Trans. on PAS, vol.97, pp 1586-1599, Sep/Oct-1978.

IWAMOTO S., TAMURA Y., "A Load Flow Calculation Method for Ill-Conditioned Power Systems", IEEE Trans. on PAS, vol 100, no 1., pp.1736-1743, April 1981.

MODIA, K., SINGHB S.P. AND SHARMAB J.D. “Voltage stability evaluation of power system with FACTS devices using fuzzy neural network”, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Volume 20, Issue 4, June 2007, Pages 481–491.

MORI, H.; TANAKA, H.; KANNO, J. A preconditioned fast decoupled power flow method for contingency screening. **Power Systems, IEEE Transactions on**, Volume 11, Issue 1, Page(s): 357 – 363, 1996.

MUKHEDKAR, R.A.; Davies, T.S.; Nouri, H., "Influence of FACTS on power system voltage stability," Seventh International Conference on AC-DC Power Transmission, 2001. (Conf. Publ. No. 485), vol., no., pp.350, 354, 28-30.

OVERBYE, T.J. A power flow solvability measure for unsolvable cases. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9: 1359-1365, 1994.

OVERBYE, T.J. Computation of a practical method to restore power flow solvability. *IEEE Transactions on Power Systems*, 10: 280-287, 1995.

PESSANHA, J. E. O.; PRADA, R; PORTUGAL, C.; PAZ, A. “Critical Investigation of Preconditioned GMRES via Incomplete LU Factorization Applied to Power Flow Simulation”. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 33, p. 1695-1701, 2011.

PESSANHA, J. E. O.; PAZ, A., PRADA, R; PORTUGAL, C.; Paz, “Making use of BDF-GMRES methods for solving short and long-term dynamics in power systems”, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Volume 45, Issue 1, February 2013, Pages 293-302.

PESSANHA, J. E, MONTELO, M.: ‘Experimental Studies of an Incomplete LU Preconditioner for Power Flow Matrices’, 2015, paper submitted to the *International Journal of Emerging Electric Power Systems*.

PORTUGAL, C. H. P, Um Solucionador iterativo para sistemas-lineares: Aplicação no problema de fluxo de carga, Tese de doutorado, Puc-Rio, 2010.

PRADA, R. Soluções Ajustadas de Fluxo de Potência no Método Rápido Desacoplado, Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica de Rio de Janeiro, 1977.

Programa de Análise de Redes Elétricas – ANAREDE – versão 10.00.01. CEPEL – Centro de Pesquisas de Energia Elétrica.

PYZARA A, BYLINA, B, BYLINA, J. The influence of a matrix condition number on iterative method convergence: *Computer Science and Information Systems* pp. 459–464, 2011.

REDDY, S. SURESH; KUMAR, S. SARAT; KUMAR, S. V. J., Load Flow Solution for Ill-Conditioned Power Systems Using Runge-Kutta and Iwamoto Methods with FACTS Devices, *Journal of Theoretical & Applied Information Technology*;2009, Vol. 5 Issue 6, p693.

SAAD, Y.; SCHULTZ, M., H.; “GMRES: A Generalized Minimal Residual Algorithm for Solving Nonsymmetric Linear Systems”, *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing* 1986 7:3, 856-869.

SAAD, Y, “ILUT: A dual threshold incomplete LU factorization. *Numerical Linear Algebra with Applications*” 1 – 4 (1994): 387 - 402.

SAAD, Y. *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*, 2nd ed., Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 2003.

SCUDDER, J.M. (1981). Step size optimization in a polar Newton power flow. University of Wisconsin, Madison, EUA.

SHAHRIARI A, BAKAR AB. H. A, MOKHLIS H. “Comparative studies on non-divergent load flow methods in Well, ill and unsolvable condition” *International Conference on Power System Technology*, 2010.

TATE J E and OVERBYE ,T. J, “A comparison of the optimal multiplier in polar and rectangular coordinates,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 20 no. 4, pp. 1667-1674, Nov. 2005.

TINNEY, W.: ‘Direct solutions of sparse network equations by optimally ordered triangular factorization’, 1967, *Proceedings of the IEEE*, 55, (11), pp. 1801- 1809

TRIPATHY S C, DURGA PRASAD G., MALIK O P, HOPE G. S, "*Load Flow Solutions for Ill-Conditioned Power Systems by A Newton-Like Method*". IEEE Trans on PAS, vol.101, no.10, pp 3648-3657, Oct 1982.

VALERIA SIMONCINI and DANIEL B. SZYLD "Recent Computational Developments in Krylov Subspace Methods for Linear Systems. Numerical Linear Algebra w/Apl. 14 -1, (2007): 1-59, 2006.

VAN DER VORST, H A. "Bi-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of non-symmetric linear systems". SIAM J. Sci. Stat. Comput. 12 (1992): 631, 1992.

VAN DER VORST, H. A. Iterative Krylov methods for large linear systems. Cambridge University Press, Cambridge: vol. 13 of Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics, 2003.

WATANABE, E. H., BARBOSA, P. G., ALMEIDA. K. C., TARANTO. G. N. Tecnologia Facts - Tutorial. SBA controle & Automação. Vol.9, 1998.

ZIMMERMAN R. D., C. E. MURILLO-SANCHEZ, AND R. J. THOMAS, "Matpower: Steady State Operations, Planning and Analysis Tools for Power Systems Research and Education," Power Systems, IEEE Transactions on, vol. 26, no. 1, pp. 12–19, Feb. 2011.

ZOLEZZI, T, Condition numbers and Ritz type methods in unconstrained optimization, Control and Cybernetics, vol 36, No.3 (2007)